

บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD)
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สารนิพนธ์
ของ
วิมล อยู่พิพัฒน์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
กุมภาพันธ์ 2551

บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD)
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

บทคัดย่อ
ของ
วิมล อยู่พิพัฒน์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
กุมภาพันธ์ 2551

วิมล อัญพิพัฒน์. (2551). *บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ : รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนกับหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนไทรโยคมนตรีกาญจนวิทยา อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน 30 คน ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ดำเนินการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง ใช้เวลาทั้งสิ้น 11 ชั่วโมง แบบแผนการทดลองครั้งนี้เป็นแบบ (One-Group Pretest Posttest Design) และ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการทดสอบค่าสถิติ t - test dependent

ผลการศึกษาพบว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สูงกว่า ก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE GEOMETER'S SKETCHPAD LABORATORY LESSONS FOCUSING
ON CONNECTION SKILLS IN MEASUREMENT
FOR MATHAYOMSUKSA II STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
WIMOL YUPHIPHATH

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Master of Education degree in Secondary Education
At Srinakharinwirot University
February 2008

Wimol Yuphiphath. (2008). *The Geometer's Sketchpad Laboratory Lessons Focusing on Connection Skills in Measurement for Mathayomsuksa II Students*.

Master Project, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Project Advisor: Assoc.Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya.

The purposes of this research were to develop The Geometer's Sketchpad Laboratory Lessons Focusing on Connection Skills in Measurement for Mathayomsuksa II Students and to study academic achievement after being taught by using The Geometer's Sketchpad Laboratory Lessons Focusing on Connection Skills in Measurement for Mathayomsuksa II Students.

The subjects of this study were 30 Mathayomsuksa II students of Saiyokmaneekanwitthaya School, Saiyok District, Kanchanaburi, during the second semester of 2007 academic year. The students were randomly selected by using the simple random sampling technique. The experimental group was taught for eleven hours by the researcher using The Geometer's Sketchpad Laboratory Lessons Focusing on Connection Skills in Measurement for Mathayomsuksa II . The One Group Pretest – Posttest Design was used for this study. The data were statistically analyzed by using t-test dependent.

The result of this study revealed that :

Mathayomsuksa II students who studied mathematics by using The Geometer's Sketchpad Laboratory Lessons Focusing on Connection Skills in Measurement had academic achievement statistically higher than before the experiment at the .01 level of significance.

บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD)
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สารนิพนธ์
ของ
วิมล อยู่พิพัฒน์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
กุมภาพันธ์ 2551
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการสอบ
ได้พิจารณาสารนิพนธ์เรื่อง บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD)
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของ วิมล อยู่พิพัฒน์
ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เสวตมาลย์)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ

.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เสวตมาลย์)

.....กรรมการสอบสารนิพนธ์
(รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)

.....กรรมการสอบสารนิพนธ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีคณะศึกษาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

วันที่ เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2551

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือ และการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการ
ทำวิจัยอย่างดีจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมลัย นอกจากนี้ผู้วิจัยได้รับข้อเสนอแนะ
อันเป็นประโยชน์ทำให้สารนิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น จาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย
ชูชาติ รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์
ลีลาจรัสกุล ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้รับความกรุณา จาก อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์จิตรา เพ็ชรสุข อาจารย์เสริม จันทวี และ อาจารย์ชนธิชา เศตะพราหมณ์
ที่กรุณาให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการโสภาส เจริญเชื้อ ผู้อำนวยการโรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจน์
วิทยา รองผู้อำนวยการโรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจน์วิทยา คณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
และขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจน์วิทยา ที่ให้ความสะดวกและให้ความร่วมมือ
ในการทดลองหาคุณภาพเครื่องมือในการทำวิจัยเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และ พี่น้องทุกคนในครอบครัว ที่เป็นกำลังใจที่ดี
มอบความห่วงใยให้ผู้วิจัยมาโดยตลอด มอบความช่วยเหลือในด้านการศึกษา และ กำลังใจในการทำงาน

ขอขอบคุณรุ่นพี่ เพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์)
สำหรับความช่วยเหลือและกำลังใจในการศึกษาและการทำวิจัย

คุณค่าและประโยชน์ของสารนิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา
ครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนและประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

วิมล อยู่พิพัฒน์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	3
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า.....	3
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	4
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	7
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนปฏิบัติการ	8
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP	16
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยง	26
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	50
3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	56
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	56
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	56
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	62
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล	63
สถิติพื้นฐาน.....	63
สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	64
สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน	66
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	67
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	67
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	67

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	69
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	69
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	69
วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	69
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	71
อภิปรายผล.....	72
ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า.....	74
ข้อเสนอแนะ.....	75
บรรณานุกรม.....	76
ภาคผนวก.....	84
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์.....	235

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แบบแผนการทดลอง	62
2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลัง ได้รับการสอนด้วยบทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	68
3 ค่าดัชนีความยาก (P_E) และ ค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้วิธีของวิทเนย์และ ซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L. Sabers) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ.....	86
4 ค่า X และ X^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient)	87
5 ค่า s_r และ s_r^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ.....	90
6 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง จำนวน 30 คน (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)	92
7 ตารางวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ย่อยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้.....	96

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 สื่อการสอนที่ใช้ในการจัดกิจกรรมให้นักเรียนจินตนาการภาพ ฝึกการกำหนดค่าตัวแปร ให้นักเรียนคิดสร้างฟังก์ชันการเคลื่อนที่ของลูกปืน.....	18
2 กล้องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ.....	19
3 การสร้างวงกลม และการวัดหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวงและคำนวณหาพื้นที่....	19
4 การสร้างรูปวงรี จากโปรแกรม GSP.....	20
5 การสร้างวงกลมหนึ่งหน่วย เพื่อหาฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม GSP.....	21
6 กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ.....	22
7 การสร้าง fractal : การทำซ้ำ (รูปสามเหลี่ยม).....	23
8 ตัวอย่างสื่อที่สร้างโดยอาศัยการแปลงทางเรขาคณิต.....	23
9 แบบจำลองทั้งหมดของนักเรียนถูกนำมาแสดงโดยแขวนไว้กลางห้องเรียน ของนักเรียนเกรด 7 และ หลังจากนั้นก็นำไปไว้ที่โรงพยาบาลเด็กเพื่อใช้ตกแต่ง ในวันหยุด.....	39
10 นักเรียนประกอบรูปดาวทรงยี่สิบหน้า.....	40
11 นักเรียนกำลังแสดงรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าในแนวระนาบ.....	41
12 การพัฒนารูปสามเหลี่ยมในแนวระนาบ เหมือนกับการเพิ่มจำนวนหลอด เพื่อสร้างเส้นเชื่อมต่อของทรงยี่สิบหน้า แบบรูปของสามเหลี่ยมจากโครงสร้าง ที่หลวม ๆ ของหลอดแต่ละช่วงซึ่งแทนที่ด้วยหลอดตามจำนวนที่ต้องการ แต่ละชั้นของสี่เหลี่ยมด้านเท่า.....	42
13 วันที่ 4 ของการสืบสวนสอบสวน – การสืบสวนสอบสวนเรื่องเรขาคณิตและการวัด...	43
14 การสืบสวนสอบสวน เพื่อนำไปสู่คณิตศาสตร์เต็มหน่วย	45
15 นักเรียนแสดงการเชื่อมโยงจากหลอดในแนวระนาบในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ไปสู่รูปแบบของจุดที่เชื่อมต่อกันเป็นทรงยี่สิบหน้า	46

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดและศักยภาพของมนุษย์ในด้านต่าง ๆ เช่น การสื่อสาร การสืบเสาะ การเลือกสรรสารสนเทศ การตั้งข้อสันนิษฐาน การให้เหตุผล และการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งล้วนเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาประเทศทั้งทางด้านเศรษฐกิจ สังคม การเมือง การศึกษา ตลอดจนด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี นอกจากนี้ การเรียนคณิตศาสตร์ยังส่งผลให้ผู้เรียนเป็นคนที่มีความคิดที่เป็นระบบ มีเหตุผล ช่างสังเกตและสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สสวท.2546)

ในปีพุทธศักราช 2544 ได้มีการปรับปรุงหลักสูตรการเรียนการสอนในประเทศไทย โดยกระทรวงศึกษาธิการมอบหมายให้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีดำเนินการจัดทำกรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ขึ้น ซึ่งประกอบด้วย 6 สาระการเรียนรู้ ดังนี้

- สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
- สาระที่ 2 การวัด
- สาระที่ 3 เรขาคณิต
- สาระที่ 4 พีชคณิต
- สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น
- สาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการคณิตศาสตร์

โดยจุดมุ่งหมายของหลักสูตรมุ่งให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น (สิริพร ทิพย์คง.2545 : 20)

ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่ง ซึ่งประกอบด้วยทักษะต่าง ๆ จำนวน 5 ทักษะ ดังนี้ 1) การแก้ปัญหา 2) การให้เหตุผล 3) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ 4) การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ 5) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การเชื่อมโยงความรู้เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนได้สร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นรูป กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ และ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ (NCTM.1989:26) ดังที่ เคนเนดี้ และ ทิปส์. (Kennedy & Tipps.1994:194-198) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ ผู้เรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ สัญลักษณ์ และ มโนคติ กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งสอดคล้องกับปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 56) กล่าวว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกับสิ่งที่ได้พบเห็น หรือมีอยู่ในชีวิตประจำวัน เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างเข้าใจต้องแท้จากตัวอย่างที่สัมผัสได้จริง ทำให้รู้สึกว่าการศึกษาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ มีคุณค่า สามารถนำไปใช้ได้ในชีวิตจริง นอกจากนี้ยังมีเอกสารรายงานการวิจัยของโทมัส และ ซานเตียโก (THOMAS & SANTIAGO.2002:484-488) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ถ้านำไปปฏิบัติโดยมีการจัดการเรียนรู้ในเชิงสร้างสรรค์นักเรียนจะเกิดความตื่นตัว และกระตือรือร้นที่จะเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนรักในการเรียนคณิตศาสตร์

บทเรียนปฏิบัติการเป็นสื่อนวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษาประเภทหนึ่งซึ่งอำนวยความสะดวกแก่ผู้เรียน เน้นกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติจริง ได้รับประสบการณ์จริง ได้สังเกต เสาะหาข้อมูล จัดระเบียบข้อมูล พิจารณาหาข้อสรุป ค้นคว้าหาวิธีการต่าง ๆ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดความคิด จินตนาการ คิดสร้างสรรค์ มีกระบวนการต่าง ๆ ที่จะแก้ไขปัญหา (ลาวัลย์ พลกล้า.2523:17) รวมทั้งสื่อบทเรียนปฏิบัติการจะช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น เกิดมโนคติ (Concept) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการหากระบวนการและวิธีการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถถ่ายโยงความรู้นั้นไปใช้ได้ สถานการณ์ต่าง ๆ (รวีวรรณ ภูมชัย.2537:97) ดังที่ วัฒนศิริ ชมหมู่ (2548 : 46-47) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับบทเรียนปฏิบัติการ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งพบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01

โปรแกรม GSP “The Geometer’s Sketchpad” เป็นโปรแกรมหนึ่ง ซึ่งครูสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือเพื่อช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น เนื่องจากโปรแกรม GSP สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (Animation) มาใช้อธิบายเนื้อหาต่าง ๆ ให้เกิดความเข้าใจได้ง่ายขึ้น ตลอดจนเน้นให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเองได้จากบทเรียนปฏิบัติการที่สร้างขึ้นสำหรับนำไปใช้ในการสร้างสรรค์ การสำรวจ และการวิเคราะห์เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชา

คณิตศาสตร์ นอกจากนี้โปรแกรม GSP ยังสามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสสร้างความรู้ใหม่ ๆ หรือความคิดรวบยอดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง (ภิรมวิจน์ ธรรมใจ.2548 : 1)

การวัด เป็นสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ ปริมาตรได้อย่างเหมาะสม การคาดคะเนเวลา ระยะทาง ขนาด และน้ำหนักได้อย่างใกล้เคียง มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และ การหมุน (Rotation) พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

จากความสำคัญที่กล่าวมา ผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ จึงสนใจที่จะสร้างบทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง การวัด เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ใหม่เกี่ยวกับการหาพื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยมที่กำหนดโดยเชื่อมโยงความรู้กับการแปลงทางเรขาคณิตในการเปลี่ยนรูปหลายเหลี่ยมให้เป็นรูปเหลี่ยมพื้นฐาน จากนั้นหาพื้นที่โดยประมาณได้ นอกจากนี้ยังสร้างบทเรียนปฏิบัติการที่จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสร้างข้อคาดการณ์ หาความสัมพันธ์ และสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ซึ่งผู้วิจัยคิดว่าการที่ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงจะทำให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้น สนุกสนานในการทำกิจกรรม มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนส่งเสริมนักเรียนให้มีโอกาสพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเกิดการเรียนรู้ได้อย่างเต็มตามศักยภาพ และนำความรู้ไปเชื่อมโยงการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นสูง

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนกับหลังได้รับการสอนโดยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ได้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อเป็นแนวทางในการนำไปจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน และสามารถนำไปพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจนวิทยา อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี ทั้งหมดจำนวน 4 ห้องเรียน 140 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจนวิทยา อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน 30 คน ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ซึ่งผลการเรียนไม่แตกต่างกัน และนักเรียนมีความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบอิสระตามความสามารถของนักเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาเรขาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3) ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 เรื่อง การวัด

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ใช้เวลาในการทดลอง 11 ชั่วโมง

1. ทดสอบก่อนเรียน	1	ชั่วโมง
2. บทเรียนปฏิบัติการ		
ชุดที่ 1 เรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และโปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad)	3	ชั่วโมง
ชุดที่ 2 การวัด กับการหาพื้นที่ รูปเรขาคณิต และการหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต	2	ชั่วโมง
ชุดที่ 3 การวัด กับความสัมพันธ์ของ รูปทรงเรขาคณิต	2	ชั่วโมง
ชุดที่ 4 การวัด สู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	2	ชั่วโมง
3. ทดสอบหลังเรียน	1	ชั่วโมง
รวมทั้งรวม	11	ชั่วโมง

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) ได้แก่ บทเรียนปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
2. ตัวแปรตาม (Dependent Variable) ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **บทเรียนปฏิบัติการ** หมายถึง สื่อการสอนที่ครูสร้างขึ้น นักเรียนได้เรียนจากการลงมือปฏิบัติภายในห้องปฏิบัติการ นักเรียนต้องปฏิบัติตามบทเรียน โดยครูเป็นผู้คอยแนะนำและช่วยเหลือให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้ บทเรียนปฏิบัติการจะประกอบไปด้วย
 - 1.1 คู่มือการใช้ เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นให้ผู้ใช้งบเรียนปฏิบัติการได้ศึกษาและปฏิบัติตาม
 - 1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นส่วนที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์จากการเรียนในแต่ละครั้ง
 - 1.3 สื่อการเรียน / แหล่งเรียนรู้ จะใช้โปรแกรม GSP ซึ่งครูเป็นผู้สร้างขึ้น และ นักเรียนลงมือปฏิบัติในห้องคอมพิวเตอร์
 - 1.4 เนื้อหาสาระของบทเรียน เป็นส่วนที่เสนอความรู้ให้กับนักเรียน โดยนักเรียนจะเรียนรู้ได้จากการลงมือปฏิบัติจากคอมพิวเตอร์ตามบทเรียน แล้วนักเรียนสรุปความคิดรวบยอดจากการที่ได้ลงมือปฏิบัติ
 - 1.5 กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ
 - 1.6 การวัดผลและประเมินผล เป็นแบบประเมินผลการเรียนรู้ และแบบผลการประเมินกิจกรรม

2. **โปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad)** หมายถึง สื่อเทคโนโลยีที่พัฒนาเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่าง ๆ สามารถเลื่อน หมุน ยืด หด พลิก ได้ สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหวมาใช้เชื่อมโยงการอธิบายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา

3. ทักษะการเชื่อมโยง

ทักษะการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ในเนื้อหาสาระ กระบวนการ

ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้แล้ว ไปใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ทางคณิตศาสตร์ด้วยกัน และ นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้กับศาสตร์อื่น ๆ

4. **บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง** หมายถึง สื่อที่เป็นบทเรียนโดยใช้โปรแกรม GSP ที่ครูสร้างขึ้น โดยจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียน นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้แล้วไปใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ทางคณิตศาสตร์ด้วยกันและมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เรียนรู้กับศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งนักเรียนสามารถศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเองโดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะและช่วยเหลือให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้

5. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ซึ่งพิจารณาตามคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และผ่านการตรวจสอบคุณภาพจากผู้เชี่ยวชาญแล้ว

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนปฏิบัติการ
 - 1.1 ความหมายของบทเรียนปฏิบัติการ
 - 1.2 ประโยชน์ของบทเรียนปฏิบัติการ
 - 1.3 องค์ประกอบของบทเรียนปฏิบัติการ
 - 1.4 ขั้นตอนการสร้างบทเรียนปฏิบัติการ
 - 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนปฏิบัติการ
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP
 - 2.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับ GSP
 - 2.2 ความสามารถของโปรแกรม GSP
 - 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยง
 - 3.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยง
 - 3.2 มาตรฐานของทักษะการเชื่อมโยง
 - 3.3 การพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยง
 - 3.4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง
 - 3.5 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเชื่อมโยง
 - 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 4.2 องค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนปฏิบัติการ

1.1 ความหมายของบทเรียนปฏิบัติการ

บทเรียนปฏิบัติการ (laboratory lessons) เป็นสื่อการเรียนการสอนชนิดหนึ่งที่ใช้ในวิธีการสอนแบบปฏิบัติการ (รวิวรรณ ชุ่มชัย. 2537 :98) สอดคล้องกับ ลาวัลย์ พลกล้า (2523 :6 - 11) ที่กล่าวว่า วิธีสอนแบบปฏิบัติการต้องอาศัยสื่อการเรียนการสอนเป็นหลัก ครูต้องจัดหาบทเรียนต่าง ๆ พร้อมทั้งวัสดุอุปกรณ์ที่จำเป็นเตรียมไว้ให้พร้อม สื่อการเรียนการสอนที่ใช้สำหรับวิธีการสอนแบบปฏิบัติการมีหลายรูปแบบ เช่น บทเรียนปฏิบัติการ (laboratory lesson) บทเรียนกิจกรรม (activity lesson) ,บทเรียนโปรแกรม (program text) ,บัตรงาน (work card , work sheet) , บัตรปัญหา (problem card) และ เกม เป็นต้น

มีผู้ให้ความหมายของบทเรียนปฏิบัติการ ไว้ดังนี้

จอห์นสัน และ ไรซิง (Johnson and Rising. 1972: 181) ให้ความหมายของบทเรียนปฏิบัติการ ว่า เป็นสื่อที่ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง ซึ่งนักเรียนจะเรียนจากการปฏิบัติในห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 :7) กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการ เป็นสื่อการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่ทำให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้ทำจริง ๆ เป็นการเรียนตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ (laboratory direction) ทำการทดลอง บันทึกข้อมูล แล้วสรุปหาข้อความจริง สูตร กฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้น อาจจะเป็นการปฏิบัติเพื่อหาข้อมูล สร้างสรรค์ เสาะหากระบวนการหรือหาคำตอบ

กรมวิชาการ (2535.) กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการ เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้กระทำจริง ๆ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ ทดลอง บันทึกข้อมูล สรุปหาข้อความจริง หรือสูตร กฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้น สรุปด้วยความคิดของตนเอง

รวิวรรณ ชุ่มชัย (2537 : 98) ให้ความหมายของบทเรียนปฏิบัติการ ว่าเป็นสื่อการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่ยึดจากการกระทำจริง ๆ เป็นการเรียนตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ ทำการทดลองบันทึกข้อมูล แล้วสรุปหาข้อความจริง บทเรียนนี้อาจจะสอนนักเรียนแบบรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยก็ได้ และจะใช้สอนในชั่วโมงหรือนอกชั่วโมงเรียนก็ได้ ถ้ามีห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ก็ใช้สอนในห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ถ้าไม่มีห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ก็ใช้สอนในห้องเรียน บางกิจกรรมงานต้องทำนอกห้องเรียน หรือห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

วัฒนศิริ ชมหมู่ (2548 : 21) กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการ เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้ทำจริง นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ ทำการทดลอง บันทึกข้อมูล แล้วหาข้อสรุปจากข้อมูลเหล่านั้น สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง

จากการศึกษาความหมายของบทเรียนปฏิบัติการในข้างต้น สรุปได้ว่า บทเรียนปฏิบัติการเป็นสื่อการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ตามกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ มีการบันทึกข้อมูล แล้วสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ เป็นความคิดรวบยอด จากข้อมูลที่ได้ลงมือปฏิบัติเป็นความคิดของตนเอง

1.2 ประโยชน์ของบทเรียนปฏิบัติการ

แฮริสเบอร์เกอร์ (อุษา คำประกอบ.2530 : 33; อ้างอิงจาก Harrisberger.1973.)

ได้กล่าวถึงประโยชน์ของบทเรียนปฏิบัติการ ไว้ ดังนี้ คือ

1. ผู้เรียนสามารถทดสอบตนเองว่ามีความสามารถอยู่ในระดับใด หลังจากนั้นก็เริ่มต้นเรียนในสิ่งที่ตนเองไม่ทราบทำให้ไม่ต้องเสียเวลากลับมาเรียนในสิ่งที่ผู้เรียนรู้อยู่แล้ว
2. ผู้เรียนสามารถนำบทเรียนไปที่ไหนก็ได้ตามความพอใจ โดยไม่จำกัดในเรื่องของเวลา สถานที่
3. เมื่อเรียนจบแล้วผู้เรียนสามารถทดสอบด้วยตนเองได้ทันทีเวลาไหนก็ได้ และได้ทราบผลการเรียนของตนเองทันทีเช่นกัน
4. ผู้เรียนมีโอกาสได้พบปะหารือกับผู้สอนมากขึ้น เพราะผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ครูก็มีเวลาให้คำปรึกษากับผู้มีปัญหาในขณะที่ใช้บทเรียนปฏิบัติการ
5. ผู้เรียนจะได้รับคะแนนเท่าไรนั้นขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้เรียน หรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ไม่มีคำว่าสอบตกสำหรับนักเรียนเมื่อเรียนไม่สำเร็จ แต่จะให้ผู้เรียนกลับไปศึกษาเรื่องเดิมนั้นใหม่ จนผลการเรียนได้มาตรฐานตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้

ลาวัลย์ พลกล้า(2523 : 3) กล่าวว่า การเรียนจากบทเรียนปฏิบัติการนั้น

1. ช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ๆ เกิดจินตนาการและความคิดสร้างสรรค์ ในการหาขบวนการและวิธีการต่าง ๆ
2. นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับโลกภายนอกห้องเรียนหรือชีวิตจริง เพราะคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเรียนนั้น เรียนจากกิจกรรมที่ปฏิบัติจริงทำให้เกิดมโนภาพในเรื่องนั้น ๆ
3. การเรียนจากการปฏิบัติจริงนักเรียนจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้ทำให้เกิดความสามารถในการถ่ายโยง(Transfer) การเรียนรู้อื่น ๆ
4. บรรยากาศในชั้นเรียนจะเป็นแบบนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนทุกคนต้องคิดต้องทำ ถ้าเป็นกลุ่มย่อยต้องมีการแสดงความคิดเห็น รับผิดชอบต่องานของตนและของกลุ่ม
5. นักเรียนอยู่ในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียด ทำให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

6. เปิดโอกาสในการนำปัญหาต่าง ๆ มาให้นักเรียนคิดอาศัยวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ เป็นเครื่องช่วยในการวิเคราะห์โจทย์นั้นให้ดูเป็นรูปธรรมหรือกึ่งรูปธรรมให้เกิดภาพ เข้าใจปัญหาโจทย์

7. ช่วยเจ้าหน้าที่นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหา

8. เสริมสร้างทักษะในการคิดคำนวณ

รวีวรรณ ชุ่มชัย (2537 :97) กล่าวว่า นักเรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม นักเรียนจะเกิดความสุขสนุกสนานเพลิดเพลินกับการเรียน นักเรียนมีโอกาสในการตรวจสอบอย่างอิสระ และทดลองให้เห็นจริง บทเรียนจะช่วยให้นักเรียนช่วยเหลือตัวเอง โดยรู้จักคิดและแสดงความคิดเห็น ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า บทเรียนปฏิบัติการ มีประโยชน์ในด้านการเป็นเครื่องมือให้นักเรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ ที่เน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้โดยการลงมือปฏิบัติ โดยนักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ แล้วนำผลที่ได้มาอภิปรายหาข้อสรุปและสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ๆ

1.3 องค์ประกอบของบทเรียนปฏิบัติการ

ลาวัลย์ พลกล้า(2523:16 – 17) กล่าวว่า ครูต้องมีการวางแผนล่วงหน้าโดยพิจารณาจาก

1. เนื้อหาที่จะสอน
2. ความสามารถที่ต้องการฝึก
3. สื่อการเรียนการสอน
4. การจัดการ (Management) การเรียนของนักเรียน
5. การรายงานผลและการประเมินผล

และมีการจัดรูปแบบบทเรียน ดังนี้

1. หัวข้อเรื่อง
2. ลักษณะบทเรียน และ รหัส
3. ระดับชั้น
4. จุดประสงค์ เนื้อหา ทักษะ
5. การจัดกลุ่ม อาจยืดหยุ่นได้ตามความเหมาะสม
6. อุปกรณ์
7. ปฏิบัติการ
8. การสรุปผล
9. การนำไปใช้ (อาจจะไม่มีก็ได้)

วัฒนศิริ ชมหมู่.(2548 : 4) กล่าวว่าบทเรียนปฏิบัติการมีองค์ประกอบ ดังนี้

1. เนื้อหา
2. ระดับชั้น
3. จุดประสงค์การเรียนรู้
4. อุปกรณ์ที่ใช้
5. การจัดกลุ่ม
6. การปฏิบัติการ
7. แบบบันทึกข้อมูลและการสรุปผลการปฏิบัติ
8. บัตรงาน เป็นสื่อการสอนที่ประกอบด้วยสาระ ต่อไปนี้
 - 8.1 เนื้อหาหรือสูตรที่จะนำไปใช้
 - 8.2 ตัวอย่าง
 - 8.3 โจทย์ที่จะให้นักเรียนทำ
 - 8.4 คำเฉลย

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าองค์ประกอบของบทเรียนปฏิบัติการ ประกอบด้วย

1. คู่มือการใช้ เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้บทเรียนปฏิบัติการได้ศึกษาและปฏิบัติตาม
2. จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นส่วนที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์จากการเรียนในแต่ละครั้ง
3. สื่อการเรียน / แหล่งเรียนรู้ เป็นส่วนที่ระบุเกี่ยวกับวัสดุอุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้ที่ใช้ในห้องปฏิบัติการ
4. เนื้อหาสาระของบทเรียน เป็นส่วนที่เสนอความรู้ให้กับนักเรียน โดยนักเรียนจะเรียนรู้ได้จากการลงมือปฏิบัติตามบทเรียน แล้วนักเรียนสรุปความคิดรวบยอด จากการที่ได้ลงมือปฏิบัติ
5. กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติ
6. การวัดผลและประเมินผล เป็นแบบประเมินผลการเรียนรู้ และแบบผลการประเมินกิจกรรม

1.4 ขั้นตอนการสร้างบทเรียนปฏิบัติการ

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 14 – 17) กล่าวว่า การสร้างบทเรียนปฏิบัติการเป็นงานที่ละเอียด ผู้สร้างต้องตั้งจุดประสงค์ให้ชัดเจนว่า ต้องการให้นักเรียนทำอะไร เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปอะไร

และการทำงานนั้นต้องอาศัยความสามารถอะไรบ้าง ข้อปฏิบัติในการทดลองนั้น ๆ ควรเลือกให้เหมาะกับวัย
และความสามารถของนักเรียน

ขั้นตอนในการสร้าง

1. เลือกหัวข้อเรื่อง หัวข้อเรื่องที่น่ามาทำเป็นบทเรียนปฏิบัติการนั้นควรเลือกเรื่องที่มีความสำคัญต้องใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนต่อไป เลือกให้เหมาะกับความสามารถของนักเรียนอย่าให้ยากจนเกินไปจนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย เนื้อหาของเรื่องควรเป็นประเภทที่สามารถหาข้อสรุปจากการสังเกต (Empirical) หรืออาศัยวิธีอุปมาน (Inductive) เช่น เรื่องเกี่ยวกับรูป และรูปทรงเรขาคณิต สมบัติของรูป และ รูปทรงต่าง ๆ หัวข้อเรื่องเหล่านี้เราสามารถจัดประสบการณ์นำไปสู่การเรียนรู้ที่ใช้สัญลักษณ์ที่เป็นแบบแผนและเป็นระบบเชิงนามธรรม

2. เขียนความคิดรวบยอดหรือเนื้อหา หรือทักษะที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ การกำหนดความคิดรวบยอดของแต่ละเรื่องแต่ละปฏิบัติการ เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งเพราะต้องยึดเป็นหลักในการกำหนดข้อปฏิบัติ

3. เลือกอุปกรณ์ที่จะให้นักเรียนใช้ในกิจกรรม

4. กำหนดข้อปฏิบัติ(Lab direction) การเขียนข้อปฏิบัติการในการทดลองควรเป็นคำสั่งในการสั่งงานอย่างมีระบบ ควรเขียนให้เป็นข้อ ๆ อย่างชัดเจน และเรียงไปตามลำดับ

5. จัดกลุ่ม ครูต้องคิดว่างานที่จะให้นักเรียนทำนักเรียนต้องทำทุกคนหรือ ทำเป็นกลุ่ม ถ้างานที่ให้ทำนั้นไม่มากนักก็ควรให้ทำทุกคน แต่ถ้าต้องหาข้อมูลมาก และ ต้องการฝึกการทำงานเป็นกลุ่ม ควรระบุไว้ในบทเรียนด้วยว่าให้ทำกลุ่มละกี่คน แต่ถ้าไม่ได้ระบุถือว่าเป็นงานสำหรับนักเรียนรายบุคคล

6. การจัดเก็บข้อมูล

7. สรุปผลการทดลองและการนำไปใช้

ศิริพร หงส์พันธุ์ (2542 : 126) กล่าวว่า การสร้างบทเรียนปฏิบัติการเป็นขั้นตอนของการกำหนดรายละเอียดทั้งหมดของกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งควรจะต้องมีการสำรวจและกำหนดเส้นทางที่ชัดเจน กำหนดจุดที่จะให้นักเรียนทำการศึกษาในพื้นที่โดยแต่ละจุดจะต้องมีรายละเอียดของวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม แนวคิดรวบยอด องค์ประกอบของความรู้ สื่อ และกิจกรรมที่จะใช้ และ เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลตามวัตถุประสงค์ของบทเรียนปฏิบัติการ

วัฒมนศิริ ชมหมุ.(2548 : 4) กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการเป็นสื่อการเรียนรู้แบบหนึ่ง ที่นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ ทำการทดลอง ซึ่งมีส่วนประกอบของบทเรียน ดังนี้

1. เนื้อหา

2. ระดับชั้น

3. จุดประสงค์การเรียนรู้
4. อุปกรณ์ที่ใช้
5. การจัดกลุ่ม
6. การปฏิบัติการ
7. แบบบันทึกข้อมูลผลการสรุปผลการปฏิบัติ
8. บัตรงาน เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ประกอบด้วยสาระต่อไปนี้
 - 8.1 เนื้อหาหรือสูตรที่จะนำไปใช้
 - 8.2 ตัวอย่าง
 - 8.3 โจทย์ที่จะให้นักเรียนทำ
 - 8.4 คำเฉลย

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า บทเรียนปฏิบัติการนั้นจะมีขั้นตอนการสร้างอย่างมีลำดับ ดังนี้

1. วิเคราะห์เนื้อหาเพื่อกำหนดรายละเอียดเนื้อหา แบ่งเนื้อหา
2. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ กำหนดความคิดรวบยอด
3. จัดกิจกรรมและข้อปฏิบัติอย่างชัดเจน ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
4. เลือกลงและผลิตสื่อการเรียนที่เหมาะสม
5. กำหนดแบบประเมิน
6. ทดลองใช้บทเรียนปฏิบัติการ บันทึกสรุป ข้อมูล

1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนปฏิบัติการ

งานวิจัยต่างประเทศ

ลอนดอน (London.1978 : 2113 - A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 ที่เรียนโดยการสอนแบบเน้นกิจกรรม กับการสอนแบบปกติ โดยยึดตำราเป็นหลัก กลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบเน้นกิจกรรม ใช้ สื่อ อุปกรณ์ประกอบการสอน รวมทั้งบทเรียนปฏิบัติการและบทเรียนกิจกรรม กลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยวิธีสอนตามปกติที่ยึดตำราเรียนเป็นหลักและใช้ตำราได้อย่างกว้างขวาง ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลอง และ กลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 และพบว่าเจตคติของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ซัคเกอร์ (Zucker.1978 :2804 – A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนเรขาคณิตโดยการสอนแบบปฏิบัติการ ซึ่งนักเรียนเรียนในห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ใช้อุปกรณ์อย่างถูกต้อง เหมาะสม

และครูผู้สอน มีการสนับสนุน และกระตุ้นมีการใช้อุปกรณ์การปฏิบัติอย่างถูกต้อง ผลการวิจัยพบว่าการสอนแบบปฏิบัติการ เป็นการสอนที่ทำให้การเรียนรู้เรขาคณิตมีประสิทธิภาพมากขึ้น

เบลานท์ (Blount. 1980 : 1990 - A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนในห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นส่วนเสริมจากการสอนตามปกติในชั้นเรียนโดยศึกษาเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์พบว่า การสอนแบบปฏิบัติการที่ใช้สลับกับการสอนปกติในชั้นเรียนส่งผลต่อเจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปฏิบัติการสลับกับการสอนปกติกับกลุ่มที่เรียนจากการสอนปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ออร์ตัน – ฟลินน์ (Orton – Flynn.1997: 59) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การออกแบบบทเรียนโดยใช้สื่อการเรียนมัลติมีเดีย นำมาใช้ในการสอนเรื่องยากสำหรับนักเรียน โดยนำชุดการเรียนที่เน้นการมีปฏิสัมพันธ์ของสื่อมัลติมีเดีย (Multimedia Interaction Calculator) ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการสอนโดยให้นักเรียนไม่ต้องมีการเผชิญหน้ากัน จะมีการสังเกตและพิจารณาจากผลงานของนักเรียนที่เรียนจากบทเรียนปฏิบัติการ Mic ผลการศึกษาพบว่า บทเรียนปฏิบัติการมีประสิทธิภาพโดยจะช่วยให้ให้นักเรียนค้นพบรูปแบบของจำนวนและเข้าใจความจริงของจำนวนและได้แสดงถึงประโยชน์ในการสอนคณิตศาสตร์สำหรับเนื้อหาที่ยาก

งานวิจัยในประเทศ

อารีย์ คำปลั่ง (2536 : 43 - 44) ได้ทำการศึกษาการสอนแบบปฏิบัติการเรื่องคุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอิสลามวิทยาลัยแห่งประเทศไทย เขตราชบุรีบูรณะ จำนวน 90 คน แยกเป็นกลุ่มทดลอง กลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ และนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องคุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1 โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

เรณู สวงาม (2543: 49 - 60) ได้ทำการศึกษาคำคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยบทเรียนปฏิบัติการเชิงคอนสตรัคติวิซึ่ม เรื่องความยาว มาตราส่วน และ พื้นที่ ผลการวิจัยพบว่าความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนหลังการเรียนรู้โดยใช้บทเรียนปฏิบัติการเชิงคอนสตรัคติวิซึ่ม สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วงเดือน อินทนิเวศน์ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาการพัฒนาชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวันด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรทัย ศรีอุทธา (2547 : 59) ได้ทำการวิจัยเรื่องชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณยศ สงวนสิน (2547 : 54) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย- นิรนัย เรื่อง พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์จากการใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคอุปนัย - นิรนัย เรื่องพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วัฒน์ศิริ ชมหมู่ (2548 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาดูผลของการเปลี่ยนแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนช่องพระนาวิทยา จังหวัดราชบุรี จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของบทเรียนปฏิบัติการ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 และคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม 30 คะแนน อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาผลงานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ สรุปได้ว่าการสอนแบบปฏิบัติการ การสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ และ การสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อการเรียน และความคิดสร้างสรรค์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติกับการสอนแบบปฏิบัติการ ผลการทดลองส่วนใหญ่จะแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลการวิจัยการสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้ ชุดกิจกรรมชุดกิจกรรมปฏิบัติการ นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ผลจากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการ เพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าความรู้ได้ด้วยตนเอง นักเรียนมีอิสระในการคิด ทำให้สามารถสร้างองค์ความรู้ ด้วยตนเอง และสามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติกิจกรรม

สื่ออุปกรณ์ต่าง ๆ จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียน ทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ได้ และส่งผลถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่ช่วยนักเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง มาทำการวิจัยในครั้งนี้

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

2.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

โปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต ซึ่งทางบริษัท Key Curriculum Press ประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นผู้คิดค้นโปรแกรมตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาเรื่อยมาจนถึงเวอร์ชัน 4.06 โปรแกรม GSP สามารถนำไปใช้ช่วยสอนในวิชาคณิตศาสตร์ได้ เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ และแคลคูลัส นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์สร้างสื่อการสอนในวิชาวิทยาศาสตร์โดยเฉพาะวิชาฟิสิกส์ได้อีกด้วย โปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นอกจากนี้การใช้ซอฟต์แวร์โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยี เข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางด้านภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ

โรงเรียนต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายๆ ประเทศทั่วโลก อาทิ แคนาดา สหราชอาณาจักร สิงคโปร์ มาเลเซีย ใต้หวัน ฮังการี เดนมาร์ก ญี่ปุ่น ออสเตรเลีย ได้ใช้โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลาย ในส่วนของประเทศไทยนั้นได้ลงนามในพิธีครองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.06 (Thai version) โดย สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กีม้วนัน ธรรมใจ.2548 : 6)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548:1-2) ได้ตระหนักถึงความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีที่ช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ และเรียนรู้อย่างมีความหมาย จึงได้พิจารณาโปรแกรมต่าง ๆ และเห็นว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนัก และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร พัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สสวท. จึงซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรม GSP จากบริษัท Key

Curriculum Press และ แปลเป็นภาษาไทยเพื่อให้ครูสามารถใช้โปรแกรมในการสอน และ นักเรียนสามารถใช้ในการเรียนรู้ได้ง่าย และสะดวก

The Geometer's Sketchpad คืออะไร

เป็นเวลานานนับปีมาแล้ว ที่การวาดและการนึกภาพ เป็นสิ่งสำคัญมากในวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะเบื้องต้นที่สอนในวิชาเรขาคณิตคือ การใช้วงเวียน และสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนในวิชาพีชคณิต มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แต่การใช้กระดาษและดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีอุปสรรคที่สำคัญ 2 ข้อ คือ ข้อที่หนึ่ง การสร้างแต่ละครั้งต้องใช้เวลามาก และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่มีเคลื่อนไหว จากอุปสรรคข้อแรก การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ตัวอย่างเช่น The Geometer's Sketchpad จะช่วยแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ เช่น แบ่งครึ่งมุม และ สะท้อน ซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับการสร้างบนกระดาษนอกจากนี้ The Geometer's Sketchpad ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจได้หลากหลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อที่สองของการสร้างรูปด้วยกระดาษและดินสอ คือ รูปนั้นจะ“นิ่งอยู่กับที่” การสร้างที่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงนั้น (มุมที่กำหนดเท่ากัน) เป็นความจริงเชิงคณิตศาสตร์ แต่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงเนื่องจากเลือกสร้างขึ้นมา นับว่าเป็นเรื่องยากที่จะแยกแยะว่าอะไรที่เป็นจริงเพียงบางครั้งและอะไรจะเป็นจริงเสมอ โดยไม่ต้องกลับไปสร้างรูปใหม่หลาย ๆ รูป ในทำนองเดียวกันอาจจะยากที่จะสรุปเรื่องของวงศ์เส้นโค้ง (family of curves) ต่าง ๆ เช่น สมการ $y = mx + b$ โดยไม่ต้องเขียนกราฟของสมการเหล่านั้นหลาย ๆ เส้น

ความมดงามที่เกิดจากการสร้างโดยใช้ Sketchpad คือ สามารถทำให้เคลื่อนไหวได้ รูปที่สร้างด้วย Sketchpad สามารถลาก บีบ ให้มีขนาดเล็กลง หรือ ยืด ขยาย ได้ อีกนัยหนึ่ง คือ เป็นการเปลี่ยนแปลงที่ยังคงรักษาสสมบัติทางคณิตศาสตร์ไว้เสมอ ขณะที่ทำให้รูปมีการเปลี่ยนแปลงความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างจะยังคงมีอยู่ ส่วนสมบัติบางอย่างที่เปลี่ยนแปลงได้จะเป็นสมบัติที่ไม่ได้กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างอย่างแท้จริง จะเห็นว่ารูปบน Sketchpad มีการเปลี่ยนแปลงจะทำให้สามารถสำรวจผลที่เป็นไปได้หลาย ๆ กรณีตามเงื่อนไขของการสร้าง สิ่งเหล่านี้ทำให้ง่ายต่อการจำแนกระหว่างสมบัติที่เป็นจริงบางครั้ง และสมบัติที่เป็นจริงเสมอในทุกๆ สถานการณ์ ที่กำหนดให้โดยนัยเดียวกับการเคลื่อนไหวตัวพารามิเตอร์ m และ b ของสมการ $y = mx + b$ เป็นตัวอย่างที่ทำให้สามารถสำรวจวงศ์เส้นโค้ง (family of curves) ทั้งหมดด้วยการเขียนกราฟเพียงครั้งเดียว

นารี วงศ์สิโรจน์กุล (2549 : online) กล่าวว่า โปรแกรม GSP พัฒนาขึ้นโดยบริษัท Key Curriculum Press ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง เวอร์ชัน 4.06 โรงเรียนต่าง ๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายประเทศทั่วโลก ได้ใช้โปรแกรมนี้

อย่างแพร่หลาย ในส่วนของประเทศไทยนั้นได้ลงนามในพิธีรองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.06 เมื่อกลางเดือนธันวาคม ณ. โรงแรมควีนส์ปาร์ค

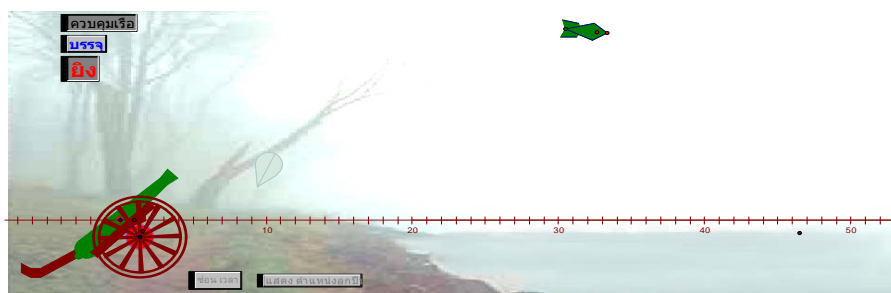
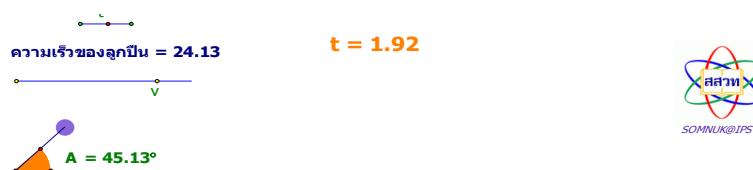
จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า โปรแกรม GSP หมายถึง สื่อเทคโนโลยีที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูสามารถนำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน นำมาใช้สร้างสื่อการสอนและใบงาน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่หลากหลาย

2.2 ความสามารถของโปรแกรม GSP

Key Curriculum Press (อำนาจ เชื้อป่อคา. 2547 :14-16 ; อ้างถึง Key Curriculum Press.2001 :1-101) ได้กล่าวถึงความสามารถของ GSP

1. ด้านศิลปะ และการเคลื่อนไหว (Art / Animation)

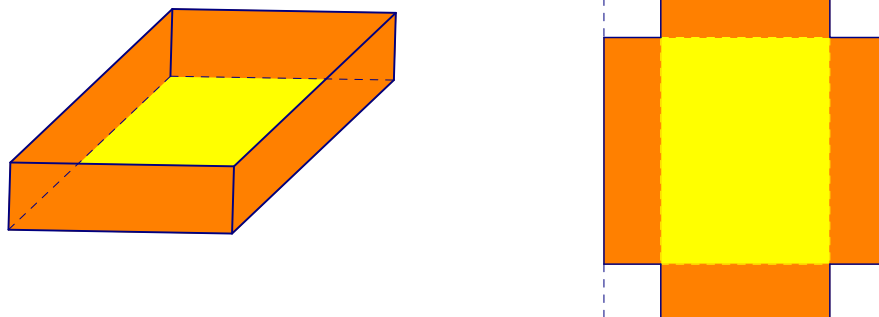
โปรแกรม GSP สามารถที่จะนำเครื่องมือมาสร้างรูปต่าง ๆ และสามารถใช้คำสั่งเพื่อที่จะทำให้รูปดังกล่าว เคลื่อนไหวได้ตามที่ต้องการ ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ไม่เคยปรากฏมาก่อน



ภาพประกอบ 1 สื่อการสอนที่ใช้ในการจัดกิจกรรมให้นักเรียนจินตนาการภาพ ฝึกการกำหนดค่าตัวแปร ให้นักเรียนคิดสร้างฟังก์ชันของการเคลื่อนที่ของลูกปืน (สสวท. 2549 : Online)

2. วิชาแคลคูลัส (Calculus)

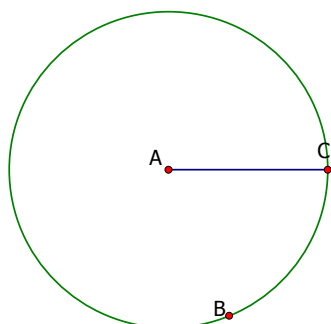
ในวิชาแคลคูลัส เราสามารถใช้โปรแกรม GSP คำนวณหาปริมาตรของกล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ ซึ่งเราจะเห็นการเปลี่ยนแปลงของปริมาตรของกล่องดังกล่าวเมื่อมีการเคลื่อนไหว และนอกจากนี้ยังสามารถใช้โปรแกรม ดังกล่าวสร้างกราฟจากสมการต่าง ๆ ได้ เช่น $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ หรือรูปสมการอื่น ๆ ที่ต้องการได้



ภาพประกอบ 2 กล่องซึ่งเกิดจากการตัดมุมทั้งสี่ของกระดาษ (สสวท. 2549 : Online)

3. วงกลม (Circles)

ในโปรแกรม GSP สามารถที่จะใช้เครื่องมือ สร้างวงกลมที่ต้องการและสามารถที่จะวัดหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวง และคำนวณหาพื้นที่ได้



เส้นรอบวง $\odot AB = 15.28$ ซม.

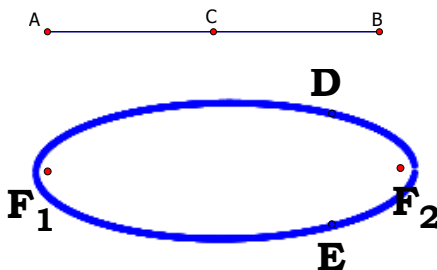
พื้นที่ $\odot AB = 18.58$ ซม.²

AC = 2.43 ซม.

ภาพประกอบ 3 การสร้างวงกลม และการวัดหาความยาวของรัศมี เส้นรอบวง และคำนวณหาพื้นที่ (อำนาจ เชื้อป๋อคา. 2547: 15)

4. ภาคตัดกรวย (Conic Section)

ในภาคตัดกรวยโปรแกรม GSP สามารถที่จะสร้างวงกลม (Circle) วงรี (Ellipse) พาราโบลา (Parabola) และ ไฮเพอร์โบลา (Hyperbola) โดยการเคลื่อนที่จะทำให้เห็นรอยรอย (Trace) ของกราฟ ซึ่งจะทำให้เห็นรูปต่างๆ ได้ตามความต้องการ



ภาพประกอบ 4 การสร้างรูปวงรี จากโปรแกรม GSP (อำนาจ เชื้อบ่อคา. 2547: 15)

5. การเขียนกราฟและการหาจุดโคออร์ดิเนตในเรขาคณิต (Graphing/Coordinate Geometry) ในการเขียนกราฟจากรูปสมการต่าง ๆ เช่น

$$y = a(x - h)^2 + k$$

$$y = a(x - b)(x - c)(x - d)$$

$$y = a + |b(x - c)| + d$$

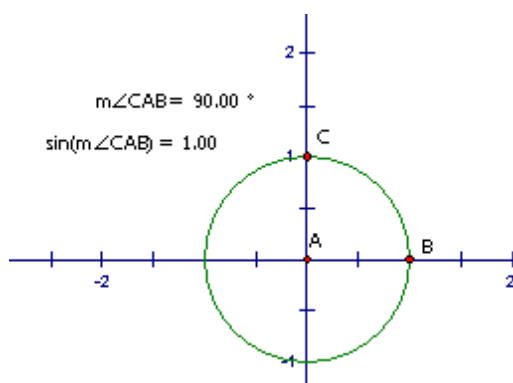
6. เส้นตรงและมุม (Line and Angles)

ในการสร้างเส้นตรงและมุมโดยใช้โปรแกรม GSP สามารถทำได้โดยง่าย ซึ่งเมื่อได้ทำการสร้างเส้นตรงและมุมเสร็จแล้วสามารถที่จะวัดขนาดส่วนของเส้นตรงและมุมดังกล่าวได้ ด้วยความสามารถและสมบัติดังกล่าวทำให้สรุปเนื้อหา และทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องเส้นตรงและมุมได้

7. รูปสามเหลี่ยม (Triangles)

เมื่อสร้างรูปสามเหลี่ยมโดยใช้โปรแกรม สามารถที่จะใช้คำสั่งในโปรแกรมเพื่อคำนวณหาความยาวของด้านแต่ละด้าน มุมแต่ละมุม และคำนวณหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมย่อมไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นเมื่อโยกจุดยอดของสามเหลี่ยมไปอยู่ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ โดยที่ความสูงเท่าเดิมพื้นที่ของสามเหลี่ยมย่อมคงที่เสมอ นอกจากนั้นยังสามารถหาจุดออร์โทเซนเตอร์ (Orthocenter) ของสามเหลี่ยมได้อีกด้วย

8. ตรีโกณมิติ (Trigonometry) ในการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรม GSP กระทำได้โดยสร้างวงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle) เมื่อกำหนดมุม A ก็สามารหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม A ได้ตามต้องการ ดังรูป



ภาพประกอบ 5 การสร้างวงกลมหนึ่งหน่วย เพื่อหาฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรมGSP
(อำนาจ เชื้อบ่อคา. 2547: 16)

Sketchpad ไร้ทำอะไรได้บ้าง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548 :2 - 4) กล่าวว่า The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมเอกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ ตัวอย่างที่สามารถทำได้โดยใช้ Sketchpad

1. การสำรวจและการสอนทฤษฎีบททางเรขาคณิต

ในหนังสือเรขาคณิตมักเต็มไปด้วยทฤษฎีบท สัจพจน์ บทแทรก บทตั้ง (lemma) และบทนิยาม ซึ่งมีหลากหลายอย่างที่ยากที่การเข้าใจ หรือแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้ง วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยาก ๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้ Sketchpad สร้างแบบจำลองต่าง ๆ

2. การนำเสนอในชั้นเรียน

แบบร่างที่นำเสนอเป็นเอกสารของ Sketchpad ที่ได้ออกแบบไว้สำหรับการนำเสนอไปยังกลุ่มบุคคลต่าง ๆ เช่น นักเรียน เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือครู โดยปกติแบบร่างที่นำเสนอจะมีภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีปุ่มแสดงการทำงานต่าง ๆ และมีเนื้อหาได้หลายหน้า ครูสามารถใช้ Sketchpad ให้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าจะไม่สามารถสอนในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ได้ทุกวัน แต่ก็สามารถนำมาสาธิตในห้องเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียวพร้อมเครื่องฉาย LCD ได้ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถนำงานที่สร้างในแบบร่างมาเสนอในชั้นเรียน หรือทำรายงานตลอดจนทำแฟ้มผลงานต่าง ๆ ได้

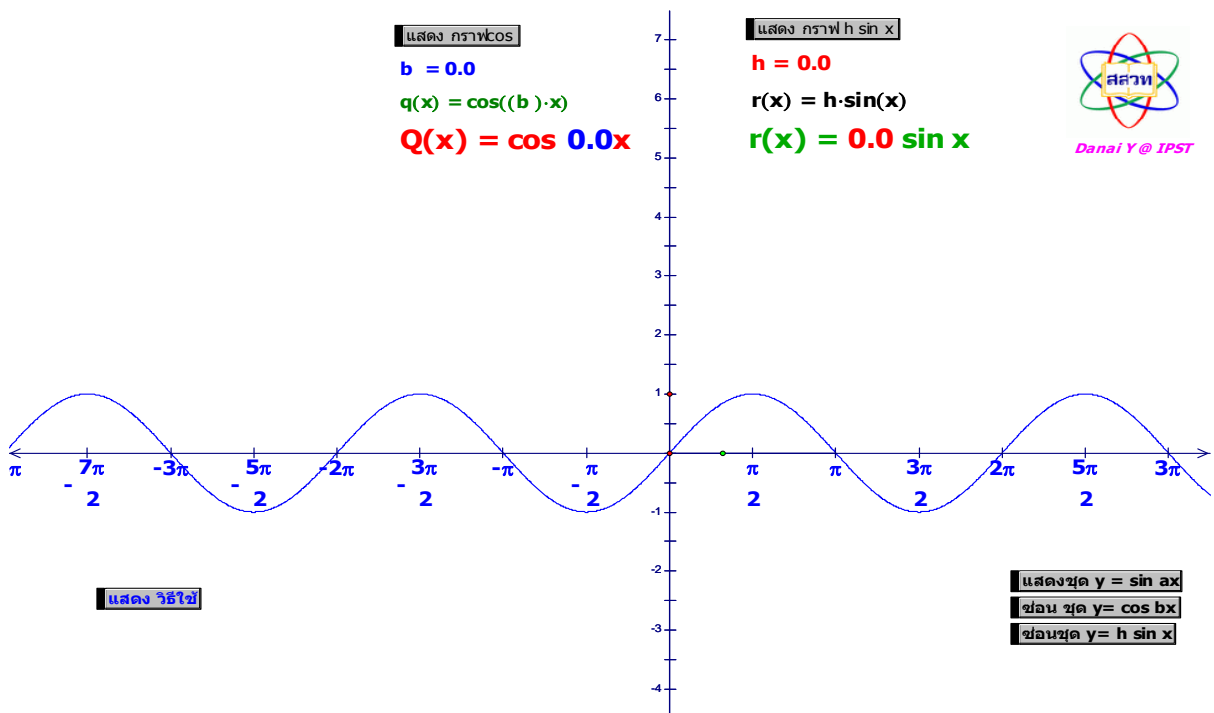
3. การศึกษารูปต่าง ๆ จากหนังสือเรียน

เมื่อเราชำนาญในการใช้ Sketchpad แล้ว จะพบว่าในการสร้างรูปต่าง ๆ บนจอคอมพิวเตอร์ จะใช้เวลาน้อยกว่าการสร้างด้วยมือ นอกจากนั้นในการสร้างรูปด้วย Sketchpad ยังได้เปรียบ

ตรงที่สามารถทำให้รูปนั้นเคลื่อนไหวได้ และสำรวจการเปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นควรพิจารณาใช้ ในการสร้างและศึกษารูปในหนังสือเรียนและในการทำการบ้าน

4. ใช้ Sketchpad ในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์

Sketchpad เป็นเครื่องมือที่จะเป็นอย่างยิ่งในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครู เช่นในพีชคณิต สามารถใช้สำรวจความชันและสมการของเส้นตรง สำรวจสมบัติพาราโบลา และหัวข้ออื่น ๆ ที่สำคัญอีกหลายหัวข้อ ในวิชา algebra และ pre - calculus ทั้งนักเรียนและครูสามารถสำรวจการเคลื่อนไหวของวงค์ของฟังก์ชันด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ จากเมนูกราฟ ใช้กับวิชาตรีโกณมิติ ในวิชาแคลคูลัส ใช้สำรวจอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ด้วยการสร้างเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และใช้คำสั่งอนุพันธ์ หรือ สำรวจปริพันธ์โดยการสร้างพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้ Sketchpad ยังสามารถใช้ประโยชน์ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับวิทยาลัย เช่นวิชา non- Euclidean geometry หรือหัวข้อต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูง

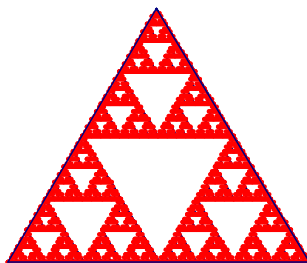


ภาพประกอบ 6 กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ (สสวท. 2549 : Online).

5. การสร้างแฟร็กทัล (Fractal)

แฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่สวยงามสะดุดตาซึ่งพบเห็นได้ในธรรมชาติ และเป็นรากฐานที่สำคัญของโปรแกรมคอมพิวเตอร์กราฟิกหลาย ๆ โปรแกรมแฟร็กทัลเป็นรูปเรขาคณิตที่คล้ายกับ

ตัวเอง มันจะดูเหมือนกันไม่ว่าจะขยายในมุมมองใด ๆ การสร้างแฟร็กทัลเริ่มจากการสร้างรูปง่าย ๆ แล้วทำซ้ำรูปเดิมแต่ให้มีขนาดเล็กลง ๆ การใช้คำสั่งทำซ้ำของ Sketchpad ช่วยให้สามารถสร้างแฟร็กทัลนี้ หรือ การสร้างแบบอื่น ๆ ที่ใช้กระบวนการทำซ้ำได้



ภาพประกอบ 7 การสร้าง fractal : การทำซ้ำ (รูปสามเหลี่ยม) (ภีมวิจน์ ธรรมใจ.2548:35)

6. การวาดภาพที่ได้สัดส่วนเหมือนจริงและรูปศิลปะทางเรขาคณิตแบบต่าง ๆ หากต้องการทำบัตรอวยพร หรือต้องการออกแบบพื้นหลังบน webpage ให้ได้ภาพที่สวยงามไม่ซ้ำแบบใคร สามารถใช้เครื่องมือในเมนูการแปลงของ Sketchpad ร่วมกับเครื่องมือจากเมนูแสดงผลและจากที่ อ่าน ๆ ก็จะช่วยให้เราสร้างภาพได้อย่างวิจิตรงดงาม ตื่นตาตื่นใจ



ภาพประกอบ 8 ตัวอย่างสื่อที่สร้างโดยอาศัยการแปลงทางเรขาคณิต (สสวท. 2549 : Online)

นวลนดา สงวนวงษ์ทอง (2549 : online). กล่าวว่า โปรแกรม Sketchpad สามารถใช้เป็นสื่อภาพในการนำเสนอแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

นารี วงศ์สิโรจน์กุล (2549 : online) กล่าวว่า เราสามารถใช้ โปรแกรม GSP สร้างรูปเรขาคณิตจำนวนมากเพื่อพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ ทั้งยังทบทวนได้ง่ายและบ่อยขึ้น การสอนด้วยโปรแกรม GSP จะทำให้นักเรียนเรียนได้สนุก เข้าใจได้เร็ว นำตื่นเต้น นอกจากนั้นการใช้ GSP สร้างสื่อการสอนและใบงาน ยังทำได้รวดเร็ว สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (animation) มาใช้อธิบายเนื้อหาที่ยาก ๆ เช่น ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ ให้เป็นรูปธรรม และโปรแกรมยังเน้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเองได้

จากความสามารถของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า โปรแกรม GSP มีความสามารถในการนำเสนอภาพเคลื่อนไหว นำมาใช้ในการอธิบายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่าง ๆ สามารถเลื่อน หมุน ยืด หด พลิก ได้ และนักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติ เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

งานวิจัยต่างประเทศ

โฟเลตตา (Foletta. 1994 : 2311 -A) ได้ศึกษาเรื่องการใช้เทคโนโลยี และ แนวทางการตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดของนักเรียนเมื่อใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนวิชาเรขาคณิต ในชั้นเรียน จุดมุ่งหมายของการศึกษาในครั้งนี้เพื่อวาดรูปทรงเรขาคณิตในธรรมชาติ ของนักเรียนเกรด 9 และ เกรด 10 จำนวน 4 คน คำถามที่ใช้เป็นคำถามที่เกี่ยวกับเรขาคณิตในธรรมชาติ สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากการสังเกตวิธีการที่นักเรียนใช้โปรแกรม GSP และจากการปฏิบัติในกลุ่มย่อย มีวิธีการเก็บข้อมูลโดยการสังเกตการทำงานในกลุ่มย่อย การสังเกตในชั้นเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียน การปฏิบัติของนักเรียนจะใช้การลงมือปฏิบัติบนกระดาษ และ จากคอมพิวเตอร์ในการทำงาน ผลการวิจัยพบว่า

1. การวาดรูป การวัด หรือการสำรวจของนักเรียนจะเกิดการผลักดัน และ คำแนะนำจากครู
2. GSP เป็นเครื่องมือใหม่ของการเรียนรู้ทางเรขาคณิต นักเรียนใช้ GSP ในส่วนที่เพิ่มเติมจากกระดาษและปากกา
3. ในการสืบสวนสอบสวนการใช้ GSP นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำสามารถทำได้ดีแต่จะต้องมีขั้นตอนที่มากกว่า
4. นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ ตั้งแต่เริ่มใช้ GSP ในการสืบสวนสอบสวน นักเรียนจะมองหาจุดสำคัญที่ต้องค้นหาเพื่อสรุปข้อมูลบางส่วนของข้อสรุปนี้ นักเรียนจะมีการอธิบายถึง

เครื่องมือ การคิด การมีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มย่อย ปัจจัยที่สนับสนุนการค้นพบของนักเรียนถึงบทบาทของ GSP การออกแบบการสืบสวนสอบสวน และ ธรรมชาติของการมีปฏิสัมพันธ์อย่างแท้จริง

เลสเตอร์ (Lester. 1996 : 2343 – A) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้ GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย สหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1996 ผลวิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติโดยใช้ไม้บรรทัด ดินสอ ไม้โปรแทรกเตอร์ และ วงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อคาดการณ์ทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ยูซิว (Yousif.1997 :1631-A) ได้ศึกษาผลการใช้ GSP มีผลต่อเจตคติของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่ลงทะเบียนเรียนวิชาเรขาคณิตเบื้องต้นที่โรงเรียนเซาท์เวสเทิร์น รัฐโอไฮโอ ประเทศสหรัฐอเมริกา ค.ศ. 1996 – 1997 โดยที่ให้กลุ่มทดลองเรียนด้วยโปรแกรม GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ลิง (Ling. 2004 :1466-A) ได้ศึกษาเรื่อง การเสริมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วยเทคโนโลยี จุดมุ่งหมายของการวิจัยในครั้งนี้ มี 2 ข้อ คือ เพื่อหาแนวทางการใช้เทคโนโลยีที่เพิ่มเติมการเรียนรู้ของนักเรียนในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย และเพื่อศึกษาทัศนคติของนักเรียนหลังใช้เทคโนโลยีในการศึกษา ได้แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 11 คน ในการเรียนการสอนแต่ละกลุ่มมีผู้สอนคนเดียวกัน กลุ่มที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ กลุ่มที่ 2 ใช้คอมพิวเตอร์ซอฟต์แวร์ กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมใช้โปรแกรม GSP ผลการวิจัยพบว่า 2 กลุ่มที่ใช้เทคโนโลยี คะแนนที่ได้ไม่มีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ และ สูงกว่ากลุ่มควบคุม แต่ไม่มีนักเรียนคนใดที่ได้รับคะแนนต่ำลง ทัศนคติของกลุ่มควบคุมสูงกว่าทัศนคติของกลุ่มที่ใช้เทคโนโลยี 2 กลุ่ม อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติ

งานวิจัยในประเทศ

อำนาจ เชื้อบ่อคา (2547 :30) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 48 คน ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบลาลงหลังจากได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอนด้วยโปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ ผู้วิจัยมีความเห็นว่าควรนำโปรแกรม GSP มาใช้ประกอบการเรียนการสอนปฏิบัติการคณิตศาสตร์ เพราะนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม มีอิสระในการคิด ทำให้สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง สามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วย

ตนเองจากการลงมือปฏิบัติ กิจกรรม สื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ และสืบเสาะหาเหตุผลอันจะเป็นพื้นฐาน การศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยง

3.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยง

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (ศศิธร แก้วรักษา. 2547 : 15-16 ; อ้างอิง จาก The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM]. 1991:102) ได้ให้ความหมาย ของการเชื่อมโยง คือการผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่ง แบ่งออกเป็น

3.1.1 การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของ เนื้อหาวิชารวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย

3.1.2 การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้อะไรที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่นวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

กรมวิชาการ (2544 : 20) กล่าวว่า ทักษะการเชื่อมโยง คือ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่ออันจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ใน วิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องเซตในการให้คำจำกัดความบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยง คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น เรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ทักษะการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการนำ ความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ และสามารถ แก้ปัญหาในกิจกรรมที่ครูผู้สอนกำหนดขึ้น ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง ทำให้ผู้เรียนเห็น ความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงประยุกต์ใช้ได้ ชีวิตประจำวัน

3.2 มาตรฐานการเชื่อมโยง

หลักการและมาตรฐานการเชื่อมโยง

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM.2002: 64-66) ได้กำหนดมาตรฐานการเชื่อมโยง (Connection Standard) ไว้ดังนี้

โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นก่อนปฐมวัยถึงเกรด 12 มุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์

การศึกษาคณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงกันได้ ควรสอดแทรกในการเรียนการสอนในโรงเรียนในทุกๆระดับชั้น การให้ประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์กับเด็กในครั้งแรกที่เข้ามาโรงเรียนไม่ควรแยกเป็นเรื่อง ๆ แต่ควรรวมคณิตศาสตร์เข้าหลาย ๆ เหตุการณ์ซึ่งเด็กสามารถเรียนรู้ และจดจำแบบรูปของคณิตศาสตร์จากจังหวะดนตรี เพลงที่ร้อง รูปหกเหลี่ยมในรวงผึ้ง นับจำนวนครั้งที่กระโดดเมื่อขึ้นไปเรียนในระดับเกรด 3 – 5 กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเป็นนามธรรมมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะเริ่มเห็นการเชื่อมโยงระหว่างการดำเนินการทางเลขคณิต ตัวอย่างเช่น การคูณเป็นเหมือนการบวกจำนวนที่ซ้ำกัน รู้ว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มาสามารถนำไปใช้ในเหตุการณ์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ทั้งเรื่องตรรกยะ สัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ควรสอดแทรกเข้ามาในกิจกรรมการเรียนการสอนทุกครั้ง ในเกรด 9 – 12 นักเรียนไม่เพียงต้องรู้ถึงลักษณะของการเชื่อมโยง แต่ต้องสามารถหยั่งรู้ที่จะนำความรู้หนึ่งไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

ตลอดการเรียนตั้งแต่อนุบาลถึงเกรด 12 นักเรียนควรถามตนเองว่า “ปัญหานี้ หรือคณิตศาสตร์เรื่องนี้เหมือนกับปัญหาอื่น หรือเรื่องอื่นที่เคยเรียนมาก่อนหรือไม่ อย่างไร” การเชื่อมโยงเป็นการสร้างแนวคิดใหม่ ๆ ขยายเพิ่มเติมจากคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้ว เรียนรู้ในการเตรียมตัวรับความรู้ใหม่ นักเรียนระดับประถมศึกษา รู้จักนำเรื่องการลบจำนวนเต็มบวกมาโยงเข้ากับการลบทศนิยม และเศษส่วน นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นตระหนักและรู้จักวิธีนำเสนอการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีแนวคิดเดียวกัน เช่น อัตราส่วน ใช้ในการนำเสนออัตราส่วนเปลี่ยนแปลงเพื่อหาความเอียงหรือความชันของเส้นตรง นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายรู้จักเชื่อมโยงแนวคิดในพีชคณิต และเรขาคณิต

กิจกรรมที่ใช้ในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบวงกลม ทำการทดลองโดยวงกลมขนาดต่าง ๆ หลาย ๆ รูป มาวัดความยาวของเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลาง นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น อาจจะนำข้อมูลมาเขียนกราฟ 2 ตัวแปร เส้นรอบวง (c) และเส้นผ่านศูนย์กลาง (d) จะได้แนวเส้นตรงผ่านจุด (0, 0) และ อัตราส่วนของ c/d คงที่ เมื่อเฉลี่ยค่าของ c/d ที่จะได้ค่าอยู่ระหว่าง 3.1 และ 3.2 ซึ่งเป็นค่าประมาณของ π ปัญหานี้ได้นำแนวคิดในเรื่องของการวัด การวิเคราะห์ข้อมูล เรขาคณิต พีชคณิต และจำนวนมาใช้

2. เข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเชื่อมโยงกันได้อย่างไร และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกันได้

เมื่อนักเรียนสั่งสมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่โรงเรียนไปเรื่อย ๆ ความสามารถในการเห็นส่วนที่สามารถเกี่ยวข้องกันได้คณิตศาสตร์ควรมีเพิ่มขึ้น นักเรียนในระดับชั้นอนุบาลถึงเกรด 2 จะตระหนักในเรื่องการนับ รู้จักจำนวน และสัจฐานของวัตถุต่าง ๆ นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาจะได้ค้นหาการดำเนินการทางเลขคณิตแบบต่าง ๆ และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นจะได้ค้นหาตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ รู้จักการสร้างสัดส่วน และความสัมพันธ์เชิงเส้น ส่วนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จะได้ค้นหาการเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ดังตัวอย่างพิระมิดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดยอดสามารถนำมาเป็นแนวทางในการหาสูตรการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

3. ตระหนัก และรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ (NCTM; 2000 p.274)

ในการเรียนคณิตศาสตร์ควรได้ทำงานเกี่ยวกับปัญหาในวิชาอื่น ๆ บ้าง การเชื่อมโยงสามารถทำได้กับวิชาอื่น ๆ ที่เป็นชีวิตประจำวันของนักเรียน ตั้งแต่ระดับอนุบาล ถึงเกรด 2 นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานที่มีการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง นักเรียนในระดับเกรด 3 ถึง เกรด 5 ควรจะได้เรียนการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ที่สำคัญกับวิชาอื่น ๆ และขยายเพิ่มเติมขึ้นไปอีกในระดับเกรด 6 ถึง เกรด 8 และในระดับเกรด 9 – 12 ควรจะใช้คณิตศาสตร์ไปอธิบายปัญหาที่ประยุกต์ซับซ้อนขึ้น

การให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการให้งานถือเป็นเรื่องสำคัญ คณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เกษตรศาสตร์ และ บริหารธุรกิจ การเชื่อมต่อกับคณิตศาสตร์เข้ากับวิทยาศาสตร์ไม่ได้ทำแค่เฉพาะเนื้อหาแต่ยังรวมถึงกระบวนการเนื้อหา และ กระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ได้นำไปประยุกต์ให้เข้ากับการเรียนคณิตศาสตร์ ดังในมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Education Standards) ที่ระบุไว้ใน 1 ปี โรงเรียนประถมศึกษาจะต้องสอนวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง อากาศ โดยนำคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับกิจกรรมการสอนนี้ ซึ่งสามารถทำได้หลากหลาย เช่น นักเรียนอาจจะออกแบบเครื่องมือ หรืออุปกรณ์วัดสภาพอากาศ วางแผนการจัดการและการสื่อสารข้อมูล เป็นต้น

ตัวอย่างของการประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ เป็นเรื่องที่นักเรียนในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายแห่งหนึ่งได้ไปฝึกงานที่บริษัทผลิตยาแห่งหนึ่ง ซึ่งกำลังขยายงานด้วยการตั้งสาขาใหม่ จากข้อมูลที่ทราบทางบริษัทไม่ได้คำนึงถึงแต่เฉพาะยอดขายที่จะได้ในอนาคตในการหาทำเลที่ตั้งร้านเท่านั้น ทีมงานของนักเรียนได้นับความช่วยเหลือให้คำปรึกษา จากผู้เชี่ยวชาญด้านการ

บริหารของบริษัท นักเรียนได้ทำการวิเคราะห์สถิติข้อมูลประชากรและข้อมูลทางเศรษฐกิจที่ทำให้เราทราบถึงอุปสงค์ทางการตลาด นักเรียนได้ทำงานกับพนักงานของบริษัทและร่วมประเมินความเป็นไปได้ของทำเลที่ตั้งสาขาใหม่ นักเรียนได้ทำงานกับสถาปนิกในการออกแบบตัวร้าน และทำงานร่วมกับพนักงานบัญชีในการวางแผนในเรื่องการเงิน

โทมัส และ ซานเตียโก (Thomas and Santiago. 2002 : 484) กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยงปี 1989 และ 2000 ว่า ในปี 1989 มาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผล มาตรฐานการเชื่อมโยงได้กำหนดไว้อย่างมีความหมายเป็น 1 ใน 4 ของมาตรฐานด้านกระบวนการที่เชื่อมต่อนี้ขึ้นเพื่อการผ่านระดับช่วงชั้นทั้งหมด

แต่ละกลุ่มระดับอนุบาล - เกรด 4 , เกรด 5 – เกรด 8 และ เกรด 9 – เกรด 12 ลักษณะเฉพาะของหลักสูตรจะส่งเสริมให้การเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์เป็นการพิสูจน์ว่าระดับช่วงชั้นที่เพิ่มขึ้นจะเพิ่มความลึกซึ้งในการสร้างการเชื่อมโยงให้มากขึ้น

ในระดับอนุบาลถึงเกรด 4 เน้นการกำหนดนี้ถึงความสัมพันธ์ สร้างการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้พวกเขาเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างความคิดในวิชาคณิตศาสตร์ ในเกรด 5 - 8 การสังเกตการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เป็นการเน้นถึงจุดมุ่งหมายอย่างกว้าง ๆ ของนักเรียน เทคนิคการเขียนภาพให้ได้สัดส่วนอย่างเห็นด้วยตาจริงในวิชาคณิตศาสตร์เหมือนกับการรวบรวมสิ่งทั้งหมด หลักสูตรที่สนับสนุนนักเรียน ในเกรด 9 - 12 มีความสำคัญต่อการสืบสวนสอบสวนของการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ต่อไปถึงการรวบรวมความสนใจในความสัมพันธ์ระหว่างหัวข้อคณิตศาสตร์และการประยุกต์

หลักการและมาตรฐานขั้นสูง มาตรฐานการเชื่อมโยงตลอดจนหลักสูตร เป็นตัวบ่งชี้ที่มากกว่าการเข้าใจ(หยั่งรู้) , จุดความสนใจ และการเชื่อมโยงกัน เป็น 1 ใน 5 ของมาตรฐานด้านกระบวนการ มาตรฐานการเชื่อมโยงนิยามอย่างชัดเจน เป็น 1 ในกลุ่มของเกณฑ์ สำหรับนักเรียนระดับอนุบาล – เกรด 12 ในแผนการเรียนรู้อัน

แผนการเรียนรู้อัน จาก ระดับอนุบาล – เกรด 12 ควรจะให้นักเรียนสามารถ

- ตระหนัก และรู้จักเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์
- เข้าใจถึงวิธีการคิดด้านคณิตศาสตร์ เชื่อมระหว่างกัน และการสร้างอีกสิ่ง เพื่อ

ปะติดปะต่อโดยใช้เหตุผล

- ตระหนัก และรู้จักประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543 : 21) กล่าวถึงมาตรฐานการเชื่อมโยงซึ่งสภาครู

คณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้จัดพิมพ์เผยแพร่เอกสารมาตรฐานหลักสูตรแต่การวัดผลในปี ค.ศ.1989 ไว้ดังนี้

มาตรฐานที่ 9 การเชื่อมโยง(Connections)

โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้จัก และ เข้าใจคณิตศาสตร์ และเพื่อให้ นักเรียนทุกคนมีความสามารถ ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยง และความสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ ตลอดจนแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้
2. สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่
3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยในการพิจารณาปัญหาวิธีต่าง ๆ ได้
4. สามารถระลึกถึงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้อันแล้ว และสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนและวิชาอื่น ๆ ได้

กรมวิชาการ (2544 : 25) ได้กล่าวถึงมาตรฐานในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นได้ ในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-3) ดังนี้

1. เชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ
2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

จากหลักการและมาตรฐานการเชื่อมโยงที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงนั้น ต้องการให้นักเรียนเกิดความตระหนักและรู้จักเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีความเข้าใจว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกัน สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นสูงขึ้น ประยุกต์ในวิชาอื่น ๆ และประยุกต์กับชีวิตประจำวันได้ รวมทั้งประเทศไทยได้กำหนดมาตรฐานในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ตามแนวทางของกรมวิชาการ

3.3 การพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา(The National Council of Teachers of mathematics, [NCTM.] 1991: Online) กล่าวถึง การพัฒนาการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ ว่า ครูมีบทบาทในการพัฒนาความคิดรวบยอด กระบวนการ และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- สานิตความรู้ในเรื่องความคิดรวบยอดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- นำเสนอคณิตศาสตร์ในลักษณะเช่นเดียวกับเครือข่ายการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดและกระบวนการร่วมกัน
- เน้นให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และเป็นการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวัน
- ร่วมประดิษฐ์ชิ้นงานกับนักเรียน โดยส่งเสริมความเข้าใจในความคิดรวบยอดกระบวนการ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์
- ร่วมกันอภิปรายคณิตศาสตร์ โดยขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดกระบวนการ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

สิ่งที่มีความสำคัญอันดับแรกในมาตรฐานนี้คือการสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ครูสาธิตความเข้าใจความคิดรวบยอดและหลักการทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เชื่อมโยงความคิดรวบยอดและกระบวนการเชื่อมโยงหัวข้ออื่นในคณิตศาสตร์ (เช่น นำเรขาคณิต มาใช้ในการอธิบายเรื่องความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความน่าจะเป็นหรือตัวประกอบของจำนวนเต็ม) และเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ครูสามารถตอบคำถามของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม สามารถออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ รวมไปถึงการนำเสนอคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย และสามารถร่วมอภิปรายคณิตศาสตร์ในห้องเรียนได้โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสาธิตความรู้ รวมไปถึงการปรับตัวทางคณิตศาสตร์ สิ่งที่มาคือความพยายามของมนุษย์ในการใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตในทางตรงกันข้ามมักเกิดความผิดพลาดทางคณิตศาสตร์บ่อย ๆ โดยมีการนำเสนออย่างจำกัดหรือไม่เหมาะสม หรือนำเสนอคณิตศาสตร์ในลักษณะวิชาที่ตายตัว มีการนำเสนอโดยใช้สัญลักษณ์อย่างเดียว

การเชื่อมโยงที่เกิดขึ้นประจําปีเพื่อส่งผลให้นักเรียนมีความเชื่อมั่นในคุณค่าทางคณิตศาสตร์ในสังคมและมีการส่งเสริมโดยไม่คํานึงถึงว่านักเรียนกำลังเรียนคณิตศาสตร์ถึงตอนใด นักเรียนควรมีโอกาสในการประยุกต์โดยเรียนรู้จากสถานการณ์จริงในโลกนอกเหนือจากสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในหนังสือเรียนปกติ นักเรียนมองคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่อยู่ในสังคมและเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อชีวิตเขา มาตรฐานนี้บอกเป็นนัยว่า กิจกรรมการเรียนการสอนควรมุ่งหมายไปที่การส่งเสริมการตระหนักในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์โดยการนำมาซึ่งประสบการณ์และความสนใจของนักเรียน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา(The National Council of Teachers of mathematics , [NCTM.] 2000 : 360) กล่าวว่า นักเรียนควรได้รับโอกาสในการปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ทั้งในโรงเรียน และในสังคมปัจจุบันมากขึ้น ครูคณิตศาสตร์ต้องคํานึงว่าร่วมมือกับครูในวิชาอื่นเพื่อสำรวจแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปยังปัญหาอื่นซึ่งเกิดขึ้นในห้องเรียน การรวมคณิตศาสตร์เข้าไปในเนื้อหาซึ่งให้สัญลักษณ์และกระบวนการที่มีประโยชน์ เป็นจุดมุ่งหมายที่

สำคัญของมาตรฐานทั้งหมด ทำให้นักเรียนมองเห็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้เข้าใจมันได้ ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา การอภิปราย และแบบจำลองข้อเท็จจริงในโลก และการสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอปัญหาช่วยให้มองสิ่งต่าง ๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้นทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและหาคำตอบได้ ถ้านักเรียนเป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนปรับเปลี่ยนวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายขึ้น และตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างมุมมองที่แตกต่างกัน

การเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างได้หลายแนวทางเมื่อนักเรียนศึกษาหัวข้อหนึ่งสามารถนำไปประยุกต์ในหัวข้ออื่นได้โดยการเชื่อมโยงปรากฏออกมาขณะนักเรียนทำคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

- ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่สามารถช่วยให้เข้าใจในการดำเนินการของเศษส่วน การนำเสนอข้อมูล การแก้ปัญหาสัดส่วน การหาตัวประกอบและความน่าจะเป็น
- บทเรียนเรื่องการวัดต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างสูตรและแก้ปัญหา โดยใช้แนวคิดทางเรขาคณิต การวัด และพีชคณิต

นักเรียนจะได้แนวคิดใหม่ ๆ กระบวนการ และทักษะ จากการแก้ปัญหา แล้วสามารถรวบรวมแนวคิดและความคิดรวบยอดเพื่อส่งเสริมความเชื่อมั่นของนักเรียนในความคิดของเขาเอง เนื้อหาส่งเสริมทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการเชื่อมโยง แต่ครูจะต้องหาโอกาสในการช่วยเหลือนักเรียนให้สร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่สร้างขึ้นต้องเป็นปัญหาที่เน้นให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เอาใจใส่ต่อการตระหนัก และการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อจะค่อย ๆ ซึบซาบเข้าไปในตัวนักเรียน ซึ่งคาดหมายว่าแนวคิดที่พวกเขาจะได้เรียนรู้เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหาและค้นคว้าความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ

กรมวิชาการ (2544 ข : 202-202) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องเซตในการให้คำจำกัดความ หรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลัง และยังมี การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในวิชาชีบบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง การตวง วัด การคำนวณระยะทาง และเวลาที่ใช้ในการเดินทาง

วารภรณ์ มีหนัก (2545 : 35) ได้นำเสนอเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ช่วยพัฒนา/ทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และคณิตศาสตร์อื่น ๆ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องของเชื่อมโยงระหว่างความรู้ และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหา นั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่า มีความเป็นไปได้ หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้น อย่างสมเหตุสมผล

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยงในการจัดการเรียนรู้นั้นครูผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือได้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเล็งเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน

3.4 คณิตศาสตร์กับการเชื่อมโยง

เคนเนดี และ ทิปส์ (สมบัติ แสงทองคำสุก. 2545 : 40-44 ; อ้างอิงจาก Kennedy & Tipps. 1994 : 194-200) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์นั้นนักเรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผัง สัญลักษณ์ และ ภาษา รูปแบบการแสดงความคิดรวบยอดและความเข้าใจเนื้อหาต่าง ๆ ให้รวมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์ พวกเขาจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความเป็นจริง

การเชื่อมโยงนี้มีความเกี่ยวข้องกันในระหว่างการสอน ควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการเรียนการสอน โดยให้นักเรียนปฏิบัติงานหรือกิจกรรม แล้วแปลงกิจกรรมเหล่านั้นออกมาเป็นรูปภาพ แผนภาพ แผนภูมิ กราฟและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ในชั้นเรียนเกรด 3 ครูได้สอนให้นักเรียนสร้างการเชื่อมโยงระหว่าง “คุกกี้” กับเศษส่วน นักเรียนในชั้นเรียนนั้นได้รู้จักการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันด้วยปัญหา “คุกกี้” การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ กับชีวิตจริงเกิดได้อย่างมากมาย ครูสามารถให้นักเรียนปฏิบัติงานที่จะ

เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร และกิจกรรมในวิชาต่าง ๆ บางที่อาจเป็นกิจกรรมในชั้นเรียนและสามารถทำเป็นโครงการรายบุคคลหรือกลุ่มเล็ก ๆ หรือบางที่จะทำในช่วงเวลาที่เหมาะสม

ลักษณะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์รูปแบบต่าง ๆ

1. การเชื่อมโยงสหวิทยาการและโลกแห่งความจริง

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์และหลักสูตรในวิชาอื่น เช่น สังคม ศิลปะ โภชนาการ และหลักสูตร กิจกรรมในวิชาอื่น ๆ ครูสามารถทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และหลักสูตรวิชาอื่น ๆ กับสังคมขนาดใหญ่ และสามารถทำได้ทุก ๆ วัน

1.1 คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

- การโคจรของดวงจันทร์
- การจับบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และความดันอากาศ
- การส่งมนุษย์ไปยังดวงจันทร์ การโคจรของดาวเคราะห์
- การกำหนดมาตราส่วน
- การสร้างระบบไซลาร์เซลล์

1.2 คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา

- นาฬิกาและนาฬิกาทราย
- การสร้างพีระมิดในประเทศอียิปต์
- การออกแบบพรมและตะกร้า ที่ใช้หลักการสมมาตรและทรงลูกบาศก์ของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ของสหรัฐอเมริกา
- การเปรียบเทียบภูมิประเทศ ตำแหน่งที่ราบสูง ที่ราบต่ำ ภูมิประเทศที่สูงที่สุด และ ที่ลึกที่สุดใต้ทะเล

1.3 คณิตศาสตร์และสุขภาพ

- การเรียนรู้เกี่ยวกับระดับคอเลสเตอรอลเพื่อสุขภาพ
- การวัดความสูงของนักเรียน การบันทึกผลในรูปตารางและกราฟ
- การหาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากข้อมูลโภชนาการข้างกล่องผลิตภัณฑ์การวัดระดับคอเลสเตอรอล

1.4 คณิตศาสตร์และศิลปะ

- การวัดรอบขอบกระดาษเพื่อติดขอบผนัง
- การกำหนดมาตราส่วนฉากละครในชั้นเรียน วัด และ เตรียมกระดาษสร้างฉาก การวาดภาพทิวทัศน์ต่าง ๆ

- การอ่านและทำตามคำแนะนำจากการประดิษฐ์ Origami ของชาวญี่ปุ่น

1.5 คณิตศาสตร์และการอ่านและศิลปะทางภาษา

- การหารูปแบบของคำ การแยกประเภทของคำ
- อ่านรายงานการวิจัยและงานเขียนทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง
- เลขวิทยา (Numerology) และ ตัวเลขที่ดังงาม
- การวิจัยและเขียนเรื่องราวของนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง จำนวน และ

ความงามของตัวเลข การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ (เรื่องนี้สามารถเชื่อมโยงกับรายการเกมโชว์ทางโทรทัศน์ของสหรัฐที่ชื่อ Wheel of Fortune)

1.6 คณิตศาสตร์และการศึกษาทางกายภาพ

- นับจำนวนไม้เลื้อยที่ขึ้นตามเชือก
- แบบแผนพื้นที่ในการเล่น
- การนับจำนวนรอบของการกระโดดเชือก การแสดงให้เห็นว่าโอลิมปิก

ยิ่งใหญ่ การจัดวางพื้นที่การเล่น การจับเวลาในการแข่งขัน

นัทเซาลัส (Natsaulas. 2000 : 364-370) กล่าวว่า การเชื่อมโยงระหว่างกลุ่มสมมาตร (Symmetry Groups) ในคณิตศาสตร์ กับศิลปะ และประวัติศาสตร์ ว่า ที่ผ่านมามีการนำเอาวัฒนธรรมจากที่ต่าง ๆ มาเป็นต้นแบบในการผลิตออกแบบสิ่งประดับ และตกแต่ง หรือเป็นภาพสัญลักษณ์ของพิธีการ หรือสัญลักษณ์ทางศาสนา ซึ่งจากที่กล่าวว่า เป็นคณิตศาสตร์ธรรมชาติมีภาพที่สร้างมาจากการสะท้อน และการหมุนภาพบนระนาบ ดังนั้นประวัติศาสตร์และการผสมผสานทางศิลปะ ทำให้นักเรียนได้ศึกษาการสะท้อน และการหมุนบนระนาบได้ เช่นเดียวกับมโนคติของรูปสมมาตร การศึกษารูปสมมาตรเพื่อให้เชื่อมโยงศิลปะ และ ประวัติศาสตร์ ส่งเสริมความเข้าใจ ในการสร้างภาพบนระนาบ

วาเชอร์ และ มิลรอย (Vacher & Mylroie. 2001 : 640 – 641). ได้กล่าวถึง การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับธรณีวิทยา ในการสำรวจถ้ำ ว่าถ้ำนั้นแตกต่างจากภูเขา ทะเลสาบหรือแม่น้ำตรงที่เราไม่สามารถเห็นปากถ้ำได้ในระยะไกล ไม่สามารถทำแผนที่จากภาพถ่ายทางอากาศ หรือภาพถ่ายดาวเทียม ไม่สามารถบอกลักษณะภายในถ้ำได้จนกว่าเราจะเดินเข้าไปสำรวจภายใน ภายในถ้ำนั้นยังทอดยาวออกไปหลายทาง จนไม่อาจทำนายส่วนปลายของถ้ำได้ จึงต้องมีวิธีการในการสำรวจ โดยหาความยาวของระยะทางในถ้ำเป็นส่วน ๆ และทิศทางแล้วเขียนแทนด้วยเวกเตอร์ การเขียนแผนที่ของถ้ำ จึงเป็นการแปลงข้อมูลของระยะทาง และมุมออกมาเป็นเวกเตอร์ในระบบสามมิติ

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับโลกแห่งความจริง

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันเชื่อมโยงกันในหลาย ๆ ด้าน จากบทความในหนังสือพิมพ์หรือนิตยสาร ไม่ว่าจะเป็นทางด้านธุรกิจ แนวโน้มทางเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และข้อมูลทางวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษทั้งในรูปแบบบทความ และภาพข่าว แผนผังการเดินทางที่ท่าเรือ สถานีรถไฟ และสนามบิน ล้วนให้ข้อมูลที่เป็นคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนที่กำลัง ปัญหาทางเศรษฐกิจ ปัญหาการจัดการขยะและมลพิษที่เกิดจากรถยนต์ ของเสียจากโรงงาน ได้ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตปัจจุบัน ครูจึงตรวจสอบโดยการบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือกับปัญหาในชีวิตจริงที่เกิดขึ้นในแต่ละวัน

ดังนั้นนักเรียนต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด ครูจะประสบความสำเร็จเมื่อทำหน้าที่ให้นักเรียนสามารถสร้างการเชื่อมโยงมโนคติเนื้อหาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น เศษส่วนและทศนิยมกับเรื่องของร้อยละ การคูณกับการบวก การหารกับการลบ และการนำการวัดไปใช้ในเรขาคณิต นักเรียนต้องรู้จักการเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงได้

คาร์โรล (Carole.1999: 8 -11) กล่าวว่า การเรียนนอกสถานที่นับว่าเป็นการจัดกิจกรรมการสอนอย่างหนึ่ง เป็นการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนเป็นส่วนหนึ่งในการเรียนรู้ ในขณะที่เขาเก็บรวบรวมข้อมูล ความสัมพันธ์ด้านต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัว ต้องมีการจดบันทึกและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตั้งคำถามตัวเองบ่อย ๆ จะทำให้เข้าใจได้ลึกซึ้งขึ้น

3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่บ้าน

แบบแผนโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ หลังจากทีสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (สมบัติ แสงทองคำสุก. 2545 : 40-44 ; อ้างอิงจาก The National Council of Teachers of Mathematics.1991) ให้คำแนะนำถึงความแตกต่างที่ชัดเจนถึงประเภทของผู้ปกครองทั้งหมดของนักเรียนในการกำหนดประสบการณ์ NCTM. รับรู้ถึงผู้ปกครองคนใดที่คิดว่านักเรียนจะทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ที่โต๊ะมากกว่าการเก็บรวบรวมข้อมูลจริงในการแก้ปัญหาซึ่งจะเป็นเรื่องประหลาด มันเป็นการคัดค้านจากครูที่เคยประสบความสำเร็จ ความช่วยเหลือของผู้ปกครองในการกำหนดรายการใหม่ และเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ในการประชุมผู้ปกครองเพื่อเตรียมการจัดสิ่งแวดล้อมที่เป็นประโยชน์ที่สามารถชี้แจงและแสดงให้เห็นว่าผู้ปกครองที่เสริมกิจกรรมในชั้นเรียนจะได้เห็นถึงประโยชน์โดยตรง ส่วนกิจกรรมที่บ้านจะถูกเลือกอย่างละเอียดและถูกนำเสนอในวิถีทางที่สร้างความรู้สึกที่ดีกับผู้ปกครองจะทำให้คุ้นเคยกับจุดมุ่งหมายของกำหนดการ การบ้าน

ชูลทซ์ (Schultz.1999 : Online) กล่าวว่า สิ่งที่อยู่รอบตัวเรานั้นคือคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้ของนักเรียน ในชีวิตประจำวันของเราพบว่าคณิตศาสตร์ได้เข้ามามีบทบาทในการ

ดำเนินชีวิตตั้งแต่ทักษะคณิตศาสตร์พื้นฐานที่ไม่ซับซ้อนไปจนถึงซับซ้อน และคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เช่น การวางแผนราคาการก่อสร้างโดยประมาณ

ตัวอย่างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การขายอาคารบ้านเรือน

- การคำนวณราคาค่าแรงและวัสดุ เมื่อต้องการคำนวณค่าประมาณทั้งหมด
- รูปทรงที่ใช้ในการคำนวณมุมและพื้นที่

การซ่อมแซมส่วนที่ชำรุดเสียหาย

- การประมาณค่าซ่อม
- การคำนวณราคาโดยเฉลี่ย

ดอสเซย์ และคนอื่น ๆ (Dossey, et al. 2002 : 81-83) กล่าวถึง การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจในคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นได้ในขณะที่มีการเรียนรู้ เป็นการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างความรู้ใหม่และความรู้เก่าในส่วนหนึ่งเราได้เรียนมาแล้ว นักเรียนสามารถจะเชื่อมโยงมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลาย จะพัฒนาความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น การเชื่อมโยงจะทำให้ให้นักเรียนได้แก้ปัญหา และสามารถทำการอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างคล่องแคล่วขึ้น

โทมัส และ ซานเตียโก (Thomas & Santiago.2002 : 484) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ เป็นการปฏิบัติในทางสร้างสรรค์ สร้างความตื่นตัวในชั้นเรียน พัฒนาไปสู่ความรักในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน และสนับสนุนธรรมชาติของนักเรียน นักเรียนมีความรู้ที่ชัดเจนและเข้าใจคณิตศาสตร์มากขึ้น เมื่อพวกเขาสามารถเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2544:200) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานที่จะนำไปศึกษาต่อนั้นจำเป็นต้องมีการบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้เรื่องเซต บอกลีขามของฟังก์ชันในรูปของเซต นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์แล้วยังเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ถ้าครูมีการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ มีวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน นักเรียนจะสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างต่อเนื่อง เกิดมโนคติทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน และเรียนรู้อย่างสนุกสนาน รวมทั้งครูจะประสบความสำเร็จเมื่อทำหน้าที่ให้นักเรียนสามารถสร้างการ

เชื่อมโยงเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้บูรณาการเนื้อหาทั้งหมด มโนคติเนื้อหาต่าง ๆ เข้าด้วยกัน นักเรียนต้องรู้จักการเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และคณิตศาสตร์

3.5 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเชื่อมโยง

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 354-358) กล่าวว่า นักเรียนเกรด 9 -12 ควรได้รับการพัฒนาในเรื่องของการโยงความคิดไปยังแง่มุมต่าง ๆ ทำให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น ดีกว่าคิดถึงวิธีการเดียวในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ผลลัพธ์ที่เหมือนกัน นักเรียนจะได้การหยั่งรู้ที่สามารถบอกได้ว่าปัญหาใดต้องพิสูจน์ ปัญหาใดใช้เพียงการคาดคะเนไม่ต้องพิสูจน์ การโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ทำให้เกิดความเข้าใจปัญหานั้นมากยิ่งขึ้น

กรมวิชาการ (2544 : 200-202) กล่าวว่าในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

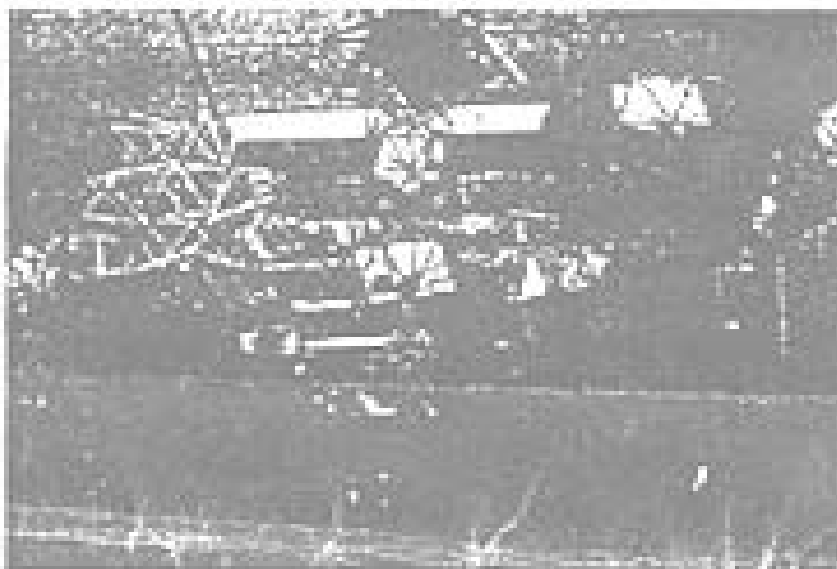
ทรงชัย อักษรคิด.(2547-2548 :33-40) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนครูผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้โดยการเชื่อมโยงเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตเป็นอยู่ประจำวัน ครูผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือกำหนดสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือ เห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

การส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ นั้น มีองค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

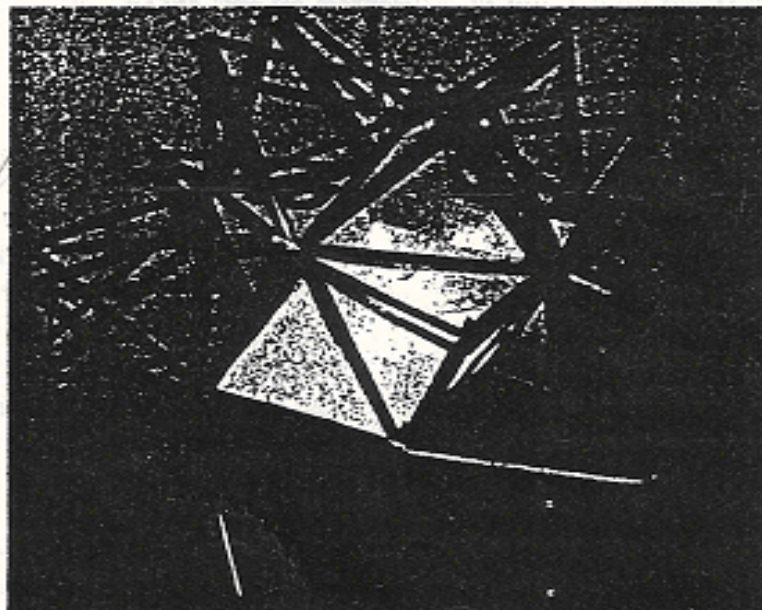
1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็น

อย่างดี

3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหา นั้นกับงานที่เกี่ยวข้อง
 4. มีทักษะในการสร้างตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย
 5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากตัวแบบเชิงทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล
- โทมัส และ ซานเตียโก (Thomas & Santiago. 2002: 484-488) ได้ออกแบบโครงการสอนคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนที่มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยง ดังนี้
- การเตรียมในการสอน เนื้อหาในหลักสูตรของนักเรียนเกรด 7 เกี่ยวกับเรขาคณิต ซานเตียโก (Santiago) ตัดสินใจออกแบบโครงการเพื่อช่วยนักเรียนสร้างการเชื่อมโยง และพัฒนาความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต โครงการนี้เรียกว่า “จากจุดไปสู่ทรงหลายหน้า : ทรงยี่สิบหน้า “ ทำให้ปรากฏขึ้นภายใน 20 วัน



ภาพประกอบ 9 แบบจำลองทั้งหมดของนักเรียนถูกนำมาแสดงโดยแขวนไว้กลางห้องเรียนของนักเรียนเกรด 7 และหลังจากนั้นก็นำไปไว้ที่โรงพยาบาลเด็ก เพื่อใช้ตกแต่งในวันหยุด (Thomas & Santiago. 2002: 484)



ภาพประกอบ 10 นักเรียนประกอบรูปดาวทรงยี่สิบหน้า (Thomas & Santiago, 2002: 484)

เป้าหมายของการสร้างทรงยี่สิบหน้า นักเรียนเป็นองค์กรในทีมการค้นคว้า นักเรียนแต่ละคนที่เป็นตัวแทนจะช่วยเหลือกันเป็นทีมในการสร้างแบบจำลอง มีความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติของเรขาคณิตและความสัมพันธ์ในระหว่งมโนคติ ขยายต่อไปยังความคิดของทีมเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ตลอดจนถึงการวิจัย และการแบ่งปัน และการอภิปรายการเข้าใจอย่างลึกซึ้งซึ่งร่วมกับทีม นักเรียนจะให้ความเห็นว่าพวกเขาควรจะเก็บไว้เป็นแฟ้มประวัติการค้นคว้า สิ่งที่เขาควรจะเก็บ ได้แก่

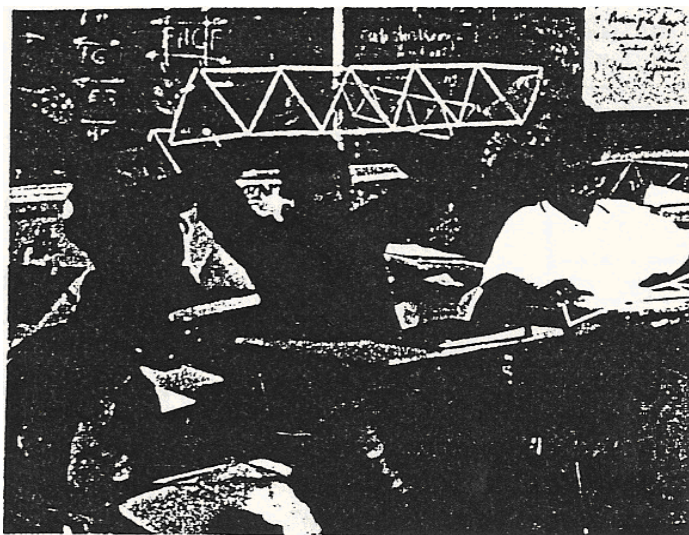
- บันทึกเหตุการณ์ประจำวัน การสำรวจ , ข้อเท็จจริง , และการค้นหา
- เขียนแผนภูมิ แผนภาพ และ บันทึกในชั้นเรียนเพื่อสนับสนุน การสังเกต ข้อเท็จจริง

และการค้นหา

- บันทึกรายการคำศัพท์ ในภาคเรียนใหม่ และ
- เขียนการสะท้อนกลับกิจกรรมในแต่ละวัน

ซานเทียโก ออกแบบรูปดาวของทรงยี่สิบหน้าเป็นเพียงบางส่วนและเขามันไว้กับเพดานแบบจำลองของครูใช้การสืบสวนสอบสวนเกี่ยวกับมโนคติของจุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รั้งสี่ และมุม การเคลื่อนไหวต่อไปอีก 20 วัน ในกลุ่มนี้มีการศึกษาโดยใช้การพัฒนาแบบจำลองของพวกเขาไปสู่การสำรวจรูปสองมิติ ตลอดจนการสืบสวนสอบสวนไปยังรูปหลายเหลี่ยม และ สมบัติของรูปเหล่านั้น ในที่สุดได้ศึกษาข้อมูลอย่างละเอียดต่อไปยังทรงสามมิติ ตลอดจนสืบสวนสอบสวนต่อไปยังทรงหลายหน้า

งานของนักเรียนคือการรวบรวมสิ่งที่ค้นพบจากการเชื่อมโยงที่เป็นไปได้ และการประยุกต์ทฤษฎีสี่เหลี่ยมในสถานการณ์จริง ตลอดจนการค้นคว้า การสำรวจ และ การค้นพบหลักคณิตศาสตร์ หลอด และ เส้นด้าย ทีมค้นคว้าสร้างทฤษฎีสี่เหลี่ยม จากภาพประกอบ 11 นักเรียนใช้เส้นด้ายยึดหลอดเพื่อสร้างรูปสามเหลี่ยม เป็นการสร้างตอนกลางของทฤษฎีสี่เหลี่ยมเหมือนกับสายร้อยของการต่อเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า



ภาพประกอบ 11 นักเรียนกำลังแสดงรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าในแนวระนาบ (Thomas & Santiago, 2002: 485)

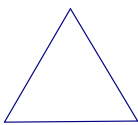
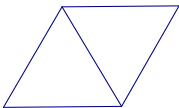
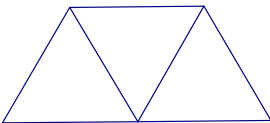
ในการทำงานในครั้งนี พวกเขาจะเหมือนนักคณิตศาสตร์และนักวิจัย และในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ถูกเปลี่ยนแปลงเป็นห้องแสดงศิลปะ และห้องปฏิบัติการเพื่อการทดลอง เหมือนการออกแบบ และการออกแบบของพวกเขาเหมือนการออกแบบทางศิลปะที่ยิ่งใหญ่ , ทฤษฎีสี่เหลี่ยม เป็น 1 ใน 5 ของทรงตันเพลโต นักเรียนจะมีความสุขสนุกสนานในการลงมือปฏิบัติ และในแต่ละวันนักเรียนจะมีการพูดคุยเกี่ยวกับการปฏิบัติกิจกรรม การทดลองคณิตศาสตร์ การใช้เหตุผลเพื่อการคาดเดา ทำให้พวกเขามีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

การสร้างการเชื่อมโยงอย่างชัดเจน

เริ่มพิจารณาจากนักเรียนใช้หลอดเพื่อต่อมุมทั้งสามให้เป็นรูปสามเหลี่ยม ซานเตียโก กล่าวว่า จุดมุ่งหมายเพื่อทดสอบพวกเขาจากภาพ 2 มิติ เชื่อมโยงไปสู่การประยุกต์จากรูปสามเหลี่ยมในแนวระนาบ จากความรู้เดิมเพื่อเรียนรู้มิติใหม่ในวิชาเรขาคณิต ไปสู่ เรื่องการวัด พีชคณิต และ คณิตศาสตร์เต็มหน่วย

เรขาคณิต

การใช้เส้นด้ายยึดหลอด จากหลอด 3 อัน ในการสร้างรูปสามเหลี่ยม 1 รูป นำไปสู่การเพิ่มจำนวนหลอดในแนวระนาบเข้าไปอีก 2 อัน เพื่อสร้างรูปสามเหลี่ยม 2 รูป จำนวนหลอดที่เพิ่มเข้าไปในแต่ละครั้งจะได้รูปสามเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้น ดังแสดงไว้ในตารางที่ 1 จำนวนของรูปสามเหลี่ยมที่เพิ่มขึ้นในแนวระนาบ กล่าวโดยสรุปโครงสร้างจะเปลี่ยนจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าไปสู่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน แล้วต่อไปยังรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และจะมีการเปลี่ยนโครงสร้างจากรูปสี่เหลี่ยมคางหมู กลับไปสู่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

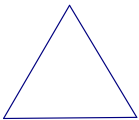
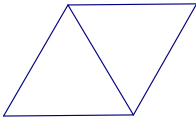
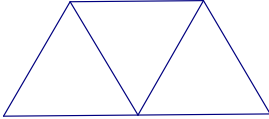
จำนวนรูปสามเหลี่ยม	แผนภาพ	ชนิดของรูป	จำนวนหลอดที่ใช้
1		รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า	3
2		รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	5
3		รูปสี่เหลี่ยมคางหมู	7

ภาพประกอบ 12 การพัฒนารูปสามเหลี่ยมในแนวระนาบ เหมือนกับการเพิ่มจำนวนหลอดเพื่อสร้างเส้นเชื่อมต่อกของทรงยี่สิบหน้า แบบรูปของสามเหลี่ยมจากโครงสร้างที่หลวม ๆ ของหลอดแต่ละช่วงซึ่งแทนที่ด้วยหลอดตามจำนวนที่ต้องการ แต่ละขั้นของสืบสวนสอบสวน (Thomas & Santiago. 2002: 485)

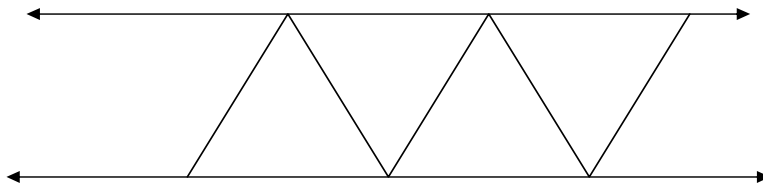
ทีมวิจัยได้สำรวจการเปลี่ยนแปลงจากการสรุปโครงสร้างรูปสามเหลี่ยมในตอนแรก ไปสู่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และ รูปสี่เหลี่ยมคางหมู การวิเคราะห์สมบัติของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และ รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ในการศึกษาที่สูงขึ้นของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และ รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งรวมอยู่ในการศึกษาเรื่องเส้นขนานที่ถูกตัดด้วยเส้นตัดขวาง และตำแหน่งของมุมจากเส้นตรง นักเรียนหาเอกลักษณ์ของมุมทั้งคู่จากการวัดระยะระหว่างเส้นตัด โดยวิธีการสืบสวนสอบสวน พวกเขาค้นหามุมสมภาค มุมแย้งภายใน มุมแย้งภายนอก และ มุมที่สมนัยกัน ผลที่ได้ทำให้เกิดการค้นพบ

มุมประกอบสองมุมฉาก ซึ่งมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดขวางและมุมภายนอกบนข้างเดียวกันของเส้นตัดขวาง ดังภาพประกอบ 13

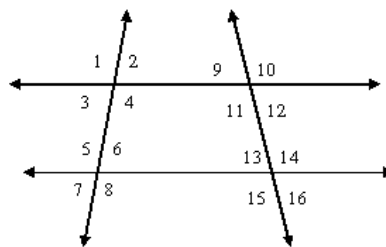
การสืบสวนสอบสวน 1 รูปหลายเหลี่ยม

จำนวนรูป สามเหลี่ยม	แผนภาพ	ชนิดของรูป	สมบัติที่พบ
1		รูปสามเหลี่ยมด้าน เท่า	
2		รูปสี่เหลี่ยมด้าน ขนาน	
3		รูปสี่เหลี่ยมคางหมู	

การสืบสวนสอบสวน 2 การสร้างเส้นขนาน



การสืบสวนสอบสวน 3 จุดตัดที่เกิดจากเส้นตรงใด ๆ ตัดเส้นขนาน



มุมที่สมภาคกัน : มุมตรงข้าม, มุมที่สมนัยกัน, มุมแย้งภายใน, มุมแย้งภายนอก

มุมประกอบสองมุมฉาก : มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด, มุมภายนอกที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ภาพประกอบ 13 วันที่ 4 ของการสืบสวนสอบสวน – การสืบสวนสอบสวนเรื่องเรขาคณิต และ
การวัด (Thomas & Santiago. 2002: 487)

การวัด

การนำเสนอกิจกรรมเพื่อสร้างการเชื่อมโยง ตลอดจนถึงการวัด ครั้งแรกนักเรียนวัดความยาวของหลอด พวกเขาควรจะต้องรู้สิ่งไหนต่อไปเพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทอง ซานเทียโกถามนักเรียนแล้วบันทึกข้อมูลนี้ในเอกสารของพวกเขา พวกเขาต้องมีประสบการณ์อื่นในการวัด รวมถึงการสืบสวน สอบสวนไปสู่การวัดมุม และ การหาผลรวมของพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ลักษณะเฉพาะของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน กิจกรรมการแก้ปัญหา ซานเทียโกท้าทายทีมการค้นคว้า เพื่อนำไปสู่วิธีการหาสูตรการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมคางหมูได้มาจากแบบรูป การเริ่มต้นจากการท้าทายเหมือนการติดตามในแบบรูปซึ่งมองเห็นได้อย่างชัดเจนถึงผลรวมของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า 3 รูป ที่ไม่มีการวางซ้อนทับกันจะมีพื้นที่เท่ากับรูปสี่เหลี่ยมคางหมู การใช้ข้อมูลนี้อาจเป็นไปได้ในการอธิบายถึงวิธีการทั่วไปของการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู สามารถหาได้จากผลรวมของพื้นที่รูปสามเหลี่ยมใด ๆ จำนวน 3 รูป ได้หรือไม่

การให้เหตุผลทางพีชคณิต

นักเรียนจะมีภาระงานเกี่ยวกับการสืบสวน สอบสวน ในพีชคณิต เมื่อซานเทียโก ถามพวกเขาถึงการสร้างแผนผัง และ การมองแบบรูป เพื่อการกำหนดจำนวนของหลอดที่ต้องการเรียงเป็นแถวของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าด้วยความยาวใด ๆ นักเรียนเริ่มต้นจากการนับหลอดจำนวน 3 อัน ในการสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม 1 รูป หลอด 5 อันนำมาสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม 2 รูป หลอดเจ็ดอันสำหรับรูปสร้างสามเหลี่ยม 3 รูป และต่อไปนักเรียนจะนำไปสู่ความต่อเนื่องของแบบรูป ไปถึงรูปสามเหลี่ยม 10 รูป เมื่อสรุปสูตรสำหรับการค้นพบจำนวนหลอดในการสร้างเป็นแนวระนาบของ 3 เหลี่ยมจำนวน n รูป หลังจากการทดสอบครั้งแรก และ การประยุกต์วิธีการแก้ปัญหา ในชั้นเรียนค้นหาหลอดจำนวน $2n + 1$ ที่ต้องการสร้างรูปสามเหลี่ยมในแนวระนาบ จำนวน n รูป

คณิตศาสตร์เต็มหน่วย

จากการทำงานในรูปสองมิติและความรวดเร็วของนักเรียนในการสำรวจการเชื่อมโยงถึงคณิตศาสตร์เต็มหน่วย ซานเทียโก เน้นการสืบสวนสอบสวนเรื่องทฤษฎีกราฟ จากรูปสามเหลี่ยมในแนวระนาบถูกใช้ในการนิยาม และ การสืบสวนสอบสวน ช่างงานก่อนหน้าการสำรวจถึงการปฏิบัติการค้นหาทางอินเทอร์เน็ตของนักคณิตศาสตร์ Leonhard Euler โดยเฉพาะการหาข้อมูลในการทำงานของเขาต่อทฤษฎีกราฟ นักเรียนจะใช้ความสนุกของคณิตศาสตร์ The Joy Mathematics (Pappas 1989) เพื่อสรุปการนำเข้าสู่ทฤษฎีกราฟ และ การเชื่อมโยงสิ่งต่างๆ เพื่อการทำงานกับทงยี่สิบหน้า เวลาในชั้นเรียนถูกใช้อย่างเต็มที่ในการอภิปรายของชิ้นงานของออยเลอร์กับช่างงาน การเน้นความสัมพันธ์ โดยเฉพาะการให้ความรู้ที่มีต่อปัญหาของ Königsberg Bridge

หลังจากได้รับความรู้พื้นฐานมาบ้างแล้วในเรื่องการศึกษาข่ายงาน นักเรียนตรวจสอบแถวของรูปสามเหลี่ยมในแต่ละพจน์ของข่ายงาน ซึ่งสร้างจากจุดยอด การเชื่อมโยงจากสิ่งที่ไม่ใช่เหตุการณ์ร่วมกัน จำนวนด้านที่เชื่อมจากจุดยอด และ จำนวนจุดยอดที่สอดคล้องกัน (จากภาพประกอบ 14)

จุดยอดแต่ละจุด มีการสมนัยกับจำนวนของเส้นขอบในการเชื่อมโยง

A → 3 B → 4 C → 4 D → 4 E → 4 F → 2

G → 3 H → 4 I → 4 J → 4 K → 4 L → 2

นี่คือทางเดินของออยเลอร์ในข่ายงานใช้ไหม

ถ้าใช่ จะมีจำนวนทางเดินเท่าไร ?

ถ้าไม่ใช่ ทำไมถึงไม่ใช่ ?

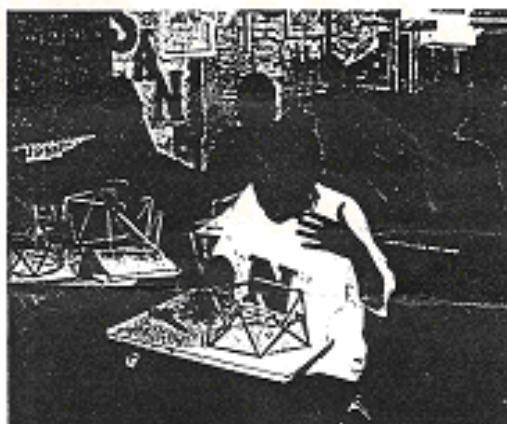
ภาพประกอบ 14 การสืบสวนสอบสวน เพื่อนำไปสู่คณิตศาสตร์เต็มหน่วย (Thomas & Santiago. 2002: 488)

การอธิบายเกี่ยวกับการค้นหา “ทางเดินของออยเลอร์” การเดินผ่านเส้นขอบทั้งหมด โดยไม่มีการใช้ขอบใด ๆ ซ้ำสองครั้ง นักเรียนค้นพบว่าจะต้องเริ่มที่จุดยอดมุมที่แน่นอน เพื่อไปสู่การเดินทางอย่างถูกต้องของข่ายงาน และการเดินผ่านตลอดจนถึงจุดทุกจุด และใช้จุดเพียงครั้งเดียวเท่านั้น กิจกรรมนี้ นำไปสู่การอธิบายสรุป ทฤษฎีของออยเลอร์ ถ้าข่ายงานมี 2 หรือมากกว่า 2 มีจุดยอดคู่ ดังนั้นจะมีทางเดินของออยเลอร์อย่างน้อยที่สุด 1 วิธี

นักเรียนทำการบันทึกสิ่งนั้น การเชื่อมโยงเริ่มต้นจากรูปสามเหลี่ยมในแนวระดับ ขยายไปสู่ ข่ายงานด้วยจุดยอดคู่ 2 จุด และสิ้นสุดที่จุดยอดคู่ กิจกรรมได้ดำเนินไปอย่างไม่รู้ตัวที่นำไปถึงทางเดิน ของออยเลอร์

การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สู่ทรงยี่สิบหน้า

หลังจากเสร็จสิ้นการบรรยายกิจกรรม นอกจากการสร้างจุดเชื่อมต่อ ของทรงยี่สิบหน้า ทีมการค้นคว้าเริ่มต้นจากการสร้างด้านบนของทรงยี่สิบหน้า (ภาพประกอบ 15) แสดงความสมบูรณ์ ของจุดเชื่อมต่อของทรงยี่สิบหน้า และได้ถูกวางไว้บนโต๊ะนักเรียนในชั้นเรียน ทรงยี่สิบหน้าถูก ดำเนินการไปสู่ขั้นตอนสุดท้าย



ภาพประกอบ 15 นักเรียนแสดงการเชื่อมโยงจากหลอดในแนวระนาบในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ไปสู่รูปแบบของจุดที่เชื่อมต่อกันเป็นทรงยี่สิบหน้า (Thomas & Santiago. 2002: 488)

ซานเทียโก ได้รวบรวมความสนใจของทีมค้นคว้า และ สืบสวนไปสู่เนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งขยายไปสู่ธรรมชาติ และการเชื่อมโยงไปสู่ทรงยี่สิบหน้า การสืบสวนสอบสวนนี้ ประกอบด้วย

1. การศึกษาทรงตันทั้ง 5 ของเพลโต
2. กฎของออยเลอร์ สำหรับการค้นหาจำนวนของจุดยอด ด้าน และหน้าของทรงหลาย

เหลี่ยม

3. อัตราส่วนทอง และ เชื่อมโยงไปสู่ทรงยี่สิบหน้า เหมือนกับว่านักเรียนสร้างและ สอดแทรกอัตราส่วนในทรงยี่สิบหน้า และ

4. ลำดับพีโบนักชี และข้อเท็จจริงในการวิเคราะห์แต่ละจำนวนในอนุกรม โดยเริ่มจาก 1 ไปยังผลลัพธ์ของเศษส่วน ซึ่ง มีค่าคงตัวประมาณ 1.6818034 , นอกจากนั้นเชื่อมโยงไปยัง อัตราส่วนของ

นักเรียนเหล่านี้สำรวจมโนคติเรขาคณิต และ มีโอกาสในการศึกษาค้นคว้า และสำรวจความ สมบูรณ์ของคณิตศาสตร์ ตลอดจนถึงการเชื่อมโยง พื้นฐานโครงการนี้เป็นวิธีในการเรียนรู้ที่ กล่าวในมาตรฐานการเชื่อมโยงการให้ความช่วยเหลือนักเรียนเพื่อพัฒนาด้านความเข้าใจในวิชา คณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงในชั้นเรียนถูกเติมเต็มด้วยความตื่นเต้น นักเรียนจะสนุกสนานต่อการ ปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาต่อจากการติดตามภาระงานคณิตศาสตร์ การสืบสวนสอบสวน ที่เข้มข้นจะช่วยนักเรียนไปสู่ความพอใจ เชื่อมโยงไปสู่ความหลากหลายของคณิตศาสตร์และสนับสนุน มาตรฐานการเชื่อมโยง

จากแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเชื่อมโยงที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การ จัดกิจกรรมการเรียนการสอนการเชื่อมโยงนั้น ครูผู้สอนควรมีการวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ แล้ว เรียบเรียงเนื้อหาที่นำมาใช้ในการเชื่อมโยง โดยการออกแบบบทเรียนเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง นักเรียนสามารถเรียนได้อย่างต่อเนื่อง นักเรียนจะได้แนวคิดใหม่ ๆ เกิดกระบวนการและทักษะในการ แก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

งานวิจัยต่างประเทศ

สควอย และ สควอย (Sqroi & Sqroi.1993 : 569-570) กล่าวว่า การสอนพีชคณิต และ เรขาคณิต ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาแต่เดิมนั้นแยกจากกัน ต่อมาเมื่อรัฐบาลรัฐในสหรัฐอเมริกา มีการปรับปรุงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยนำเอาการบูรณาการมาใช้กับพีชคณิต และ เรขาคณิต เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการแสวงหาความรู้ต่อไป โดยที่จริงมโนคติของการเชื่อมโยงระหว่าง พีชคณิตและเรขาคณิต ไม่ใช่เรื่องใหม่ นักคณิตศาสตร์และนักปรัชญาชาวฝรั่งเศส ชื่อ เรเน่ เดสคาร์ทส์ (Rene' Descartes) (1596-1650) ได้พัฒนาเรขาคณิตที่รู้จักกันดี คือเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยการนำภาพเรขาคณิตเข้ามานำเสนอด้วยพีชคณิต โดยใช้ระบบจำนวนจริงและสมการ

นุฑ (Knuth. 2000:48-53) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะเข้าใจความหมายของฟังก์ชันที่ไม่ เพียงแค่รู้ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนมีการนำเสนอวิธีที่ต่างกันในการหาคำตอบให้มีการแสดงสมการใน รูปแบบต่าง ๆ เช่น ให้มีการนำเสนอสมการเชิงเส้น ทั้งในรูป Point-slope และ รูปมาตรฐาน วิธีที่จะ เน้นการนำเสนอด้วยกราฟ ทำให้งานที่แปลงเป็นกราฟไปเป็นสมการ และควรให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยน ความรู้ และ อภิปรายถึงวิธีการได้มาซึ่งคำตอบในแบบต่าง ๆ

ลอร์สัน และ ชินแนพเพน (Lawson & Chinnappan. 2000 : 26-43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานแก้ปัญหากับการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียน และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา และการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ระหว่างนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ขึ้นเองได้มากกว่า และสามารถโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่และตัวชี้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา จุดมุ่งหมายในการศึกษาครั้งนี้เพื่อให้ข้อมูลกับครูในการหาวิธีการสอน เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพได้

พุกาลี (Pugalee.2001:236-243) ได้ศึกษาการเขียนของนักเรียนในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงรูปแบบของการรู้คิดที่ชัดเจน กับนักเรียนเกรด 9 จำนวน 20 คน ที่เรียนวิชาพีชคณิตโดยการทำโจทย์ปัญหา ให้เขียนอธิบายตามกระบวนการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนแสดงรูปแบบการรู้คิดของตนเองออกมาในการเขียนอธิบาย แสดงถึงการมีพฤติกรรมการรู้คิดที่หลากหลาย ทั้งการกำหนดทิศทาง การวางแผนจัดการ การดำเนินการ และรูปแบบการพิสูจน์ในการแก้ปัญหา ซึ่งพฤติกรรมการรู้คิดมีอิทธิพลอย่างมากในการแก้ปัญหา การศึกษานี้ เน้นที่การเขียนเพื่อเป็นแนวทางในการบูรณาการหลักสูตรคณิตศาสตร์และสนับสนุนความต้องการในการวิจัยเรื่องการเขียนในคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002 : 216 - 221) ได้สำรวจการโยงมิติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยให้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน(ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานนิยามของยุคคิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบ ที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่านักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คน ยอมรับว่าแม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต จะไม่ได้ช่วยพิสูจน์ แต่ก็ป็นเครื่องมือช่วยสร้างความรู้สึกรู้สึก (Sense) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบท เพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์

นิโคล และ เครสโป (Nicol & Crespo.2005: 240-251) ได้ศึกษาการค้นหาคณิตศาสตร์จากสถานที่ทางจินตนาการ โดยการทบทวนหาแนวทางที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ การศึกษาดังกล่าวมีความมุ่งหมายที่จะแลกเปลี่ยนความคิด เพื่อที่จะหาหนทางในการทำให้คณิตศาสตร์มีความน่าสนใจมากยิ่งขึ้น เพื่อเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนไม่เพียงแต่ เข้าใจในเรื่องทักษะวิธีการ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เท่านั้น ยังเป็นการทำให้นักเรียนมีความเฉลียวฉลาดในการคิดมากยิ่งขึ้น มีการใช้คณิตศาสตร์มาประยุกต์กับชีวิตประจำวัน และมีความเห็นเรื่องการเรียน

คณิตศาสตร์ภายในโรงเรียนที่ต้องเชื่อมโยงกับงานต่าง ๆ ที่ใช้ในชีวิตประจำวันตามความหลากหลายของอาชีพ เช่น ช่างไม้ ชาวประมง อาชีพค้าขาย ซึ่งแต่ละอาชีพสามารถนำความรู้มาใช้ในการคำนวณและแก้ไขปัญหาในชีวิต งานชิ้นนี้ได้อ้างถึงสิ่งที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนนำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในชีวิตจริง ผลการศึกษาเป็นเครื่องชี้ให้เห็นว่าแบบทดสอบทางจินตนาการเป็นตัวเสนอถึงโอกาสในการใช้สติปัญญาและอารมณ์ความรู้สึกที่เกิดขึ้นบ่อยครั้งจากการเรียนคณิตศาสตร์ นี่คือรูปแบบของการรวมกลุ่มกันที่จะให้คุณค่ากับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ การทำให้คณิตศาสตร์เป็นที่น่าสนใจต่อนักเรียนเป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อนักเรียน การศึกษาทำให้มีการสำรวจคำถามว่าอะไรที่ทำให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อนักเรียน และหาแนวทางที่ทำให้มีการพัฒนาต่อไป และทำให้อยู่ในรูปแบบที่สละสลวยที่จะช่วยให้การสอบเข้าถึงความท้าทายและคุณภาพของการทำงานร่วมกันของนักเรียนด้วยความแตกต่างของชนิดของบทเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้เห็นถึงความตั้งใจของรูปแบบของการรวมตัว ในการศึกษาทางสติปัญญาและอารมณ์

งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุก(2545 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา จำนวน 45 คน พบว่ารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84/82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร แก้วรักษา. (2547 : บทคัดย่อ) ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบ (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องสถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนละหานทรายรัชดาภิเษก จังหวัดบุรีรัมย์ จำนวน 45 คน ดำเนินการทดลองสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบชิปปา (CIPPA MODEL) ใช้เวลาในการสอน 15 ชั่วโมง ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องสถิติเบื้องต้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียน

การสอนแบบซีปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นงลักษณ์ แก้วมาลา.(2547 : บทคัดย่อ) ศึกษาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนหนองแค สรรกิจพิทยา “ อำเภอหนองแค จังหวัดสระบุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ที่ได้จากการสุ่มอย่างง่าย จำนวน 39 คน ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ ดำเนินการสอนด้วยตนเอง ใช้เวลาในการสอน 12 ชั่วโมง ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ จะเห็นได้ว่าการเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ จะมีการเชื่อมโยงต่อเนื่องอย่างกลมกลืนกันทั้งเรื่องใกล้ตัว สิ่งแวดล้อม ที่อยู่อาศัย แนวโน้มต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในสังคมโลก มีผลต่อความเข้าใจของผู้เรียน ที่จะเรียนรู้ได้อย่างชัดเจน ลึกซึ้ง ครอบคลุม ซึ่งเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมายต่อผู้เรียน นำความรู้ไปใช้ในการดำรงชีวิต และในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะช่วยให้ผู้เรียนได้รู้จักสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงความรู้กับสถานการณ์ และสิ่งแวดล้อม เพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างเข้าใจ และเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้จริง

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นักวิชาการให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544 : 23). กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ความสำเร็จ ความสมหวังในด้านการเรียนรู้ ด้านความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถ และทักษะด้านวิชาการของแต่ละบุคคลที่จะประเมินได้จากแบบทดสอบหรือการทำงานที่ได้รับมอบหมาย และผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้น จะทำให้แยกกลุ่มของนักเรียนที่ถูกประเมินออกเป็นระดับ ต่าง ๆ เช่น สูง ปานกลาง ต่ำ เป็นต้น

อัญชญา โพธิพลากร (2545 :93) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประเมินได้จากการทำ

แบบทดสอบวัดผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรม ด้านความรู้ ความคิด (Cognitive Domain)

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิลสัน (Wilson.1971: 643-696) ได้จำแนก พฤติกรรมทางการเรียนรู้ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาไว้เป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ ความจำ ด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมระดับนี้ถือเป็น พฤติกรรมระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็น ความหมายที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็น ความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณ ตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้เป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับ ตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมา คิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ ความจำ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคตินามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการ ตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นได้โดยใช้คำพูดของตน หรือเลือกความหมายที่ กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่าง ไปจากที่เคยเรียนในชั้น มิฉะนั้นจะ จัดเป็นความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงในกรณี ทั่วไป (Principles, Rules, and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และ ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับการโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถาม นี้เป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเห็นเป็นครั้งแรก

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้าง (Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดไว้ เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมท้ายที่สุดของพฤติกรรมกับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability of Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่าน และ ตีความโจทย์ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application)

ความสามารถในการแก้ปัญหาในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือ แบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problem) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบที่กำลังประสบอยู่หรืออาจต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบรูป ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphism, and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดให้จากโจทย์ปัญหาที่พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis)

เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพทางสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ชั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซ้ำซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ และสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมา แล้วใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในชั้นนี้ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ย่างยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุผลด้วย คือการจะถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ความสามารถ หรือ ความสำเร็จในด้านต่าง ๆ ของนักเรียน เช่น ความรู้ความเข้าใจ ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำไปใช้ รวมถึงประสิทธิภาพที่ได้จากการเรียนรู้ซึ่งได้รับการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

4.2 องค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตท์ (Prescott. 1961 : 14 - 16) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนและสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ดังนี้

องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพด้านร่างกาย และบุคลิกท่าทาง

1. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดา มารดา ความสัมพันธ์ของบิดา มารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
2. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และ ฐานะทางบ้าน
3. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
4. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียนต่อการเรียน
5. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์

แครร์รอล (Carroll.1963 : 726-733) ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนโดยครู นักเรียน และหลักสูตร มาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญโดยเชื่อว่า เวลาและคุณภาพของการสอนมีผลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนได้รับ

วิมล พงษ์पालิต (2541 : 49) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นประกอบด้วยคุณลักษณะของตัวผู้เรียน ซึ่งได้แก่พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด รวมถึงลักษณะนิสัยทางจิตพิสัยของนักเรียน คุณภาพการสอนของครูและสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ซึ่งคุณลักษณะของตัวผู้เรียนมีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากที่สุด รองลงมาคือคุณภาพการสอนของครูและปัจจัย อื่น ๆ ตามลำดับ

อัญชานา โภธิพลากร (2545: 95) กล่าวว่า องค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือด้านตัวนักเรียน เช่น สติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน ด้านตัวครู เช่น คุณภาพของครู การจัดระบบ การบริหารของผู้บริหาร ด้านสังคม เช่น สภาพเศรษฐกิจและสังคมของครอบครัวของนักเรียน เป็นต้น แต่ปัจจัยที่มีผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนของนักเรียนก็คือการสอนของครูนั่นเอง

จากการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลนั้นมาจากตัวผู้เรียนเอง สภาพสังคม ครอบครัว ตัวครูผู้สอน รวมทั้งวิธีการสอนของตัวครูผู้สอน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจนวิทยา อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี ทั้งหมดจำนวน 4 ห้องเรียน 140 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจนวิทยา อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 30 คน ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ซึ่งผลการเรียนไม่แตกต่างกัน และนักเรียนมีความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ เนื่องจากทางโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียน

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีดังนี้

- 2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 2.2 บทเรียนปฏิบัติการโดยโปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
- 2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาเรขาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – 3) ตามหลักสูตรสถานศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 เรื่อง การวัด

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ทำการทดลองภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ใช้เวลาในการทดลอง 11 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน 9 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest)	จำนวน 1 ชั่วโมง
2. ใช้บทเรียนปฏิบัติการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง	จำนวน 9 ชั่วโมง
ชุดที่ 1 เรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และโปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad)	3 ชั่วโมง
ชุดที่ 2 การวัด กับการหาพื้นที่ รูปเรขาคณิต และการหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต	2 ชั่วโมง
ชุดที่ 3 การวัด กับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ	2 ชั่วโมง
ชุดที่ 4 การวัดสู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	2 ชั่วโมง
3. ทดสอบหลังเรียนหลังเรียน (Posttest)	จำนวน 1 ชั่วโมง
รวมทั้งหมด	11 ชั่วโมง

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การวัด มีลำดับขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

- 1) ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 2 (ม.1 – ม.3) คู่มือการสอนคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 2 เกี่ยวกับเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง การวัด
- 2) ศึกษารายละเอียดของมาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ และ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยง เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad) และ การเรียนรู้ เรื่อง การวัด รูปเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 3) วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยง และ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 4) ศึกษาวิธีการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำมาเป็นพื้นฐานในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม
- 5) จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง การวัด ซึ่งประกอบด้วย

5.1 จุดประสงค์การเรียนรู้

- (1) ด้านความรู้
- (2) ด้านทักษะ/กระบวนการ
- (3) ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

5.2 สาระการเรียนรู้

5.3 กิจกรรมการเรียนรู้

- (1) ช้้นนำ
- (2) ช้้นกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- (3) ช้้นสร้างองค์ความรู้

5.4 สื่อการเรียนรู้

5.5 การวัดผล และ การประเมินผลการเรียนรู้

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจพิจารณา

7) นำแผนการจัดการเรียนรู้ มาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจพิจารณาความเหมาะสม ในการกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง การแบ่งเนื้อหา และการจัด กิจกรรมการเรียนรู้

8) นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขแล้ว นำเสนออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ตรวจพิจารณา

9) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2.2 บทเรียนปฏิบัติการโดยโปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การวัด มีลำดับขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชั้นเตรียมงานด้านวิชาการ

- 1) ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การวัด
- 2) ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างบทเรียน
- 3) กำหนดเนื้อหา ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เรื่อง การวัด

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหา เรื่อง การวัด ดังนี้

3.1 การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ 3 ชั่วโมง

โปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad)

3.2 การวัด กับการหาพื้นที่ รูปเรขาคณิต และ 2 ชั่วโมง

การหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต

3.2.1 การวัด		
3.2.2 การพื้นที่รูปเรขาคณิต		
3.2.3 การหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต		
3.3 การวัด กับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ	2	ชั่วโมง
3.3.1 พื้นที่ผิวทรงพีระมิด ทรงกระบอก		
3.3.2 ทรงกรวย ทรงกลม		
3.4 การวัด สู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	2	ชั่วโมง
ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด	9	ชั่วโมง

ขั้นที่ 2 การสร้างบทเรียนปฏิบัติการ โดยโปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีองค์ประกอบ ดังนี้

1) การสร้างบทเรียนปฏิบัติการ

1.1. เลือกหัวข้อเรื่อง การวัด ที่จะนำมาสร้างบทเรียนปฏิบัติการ เป็นเนื้อหาที่นักเรียนสามารถหาข้อสรุปโดยใช้โปรแกรม GSP จากการลงมือปฏิบัติ และเป็นเรื่องที่สามารถนำมาเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์

1.2 เขียนความคิดรวบยอด หรือเนื้อหา ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1.3 เลือกอุปกรณ์ที่นักเรียนใช้ในการทำกิจกรรม ได้แก่ เครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีโปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad) , กระดาษ ฯลฯ

1.4 กำหนดข้อปฏิบัติ (Lab Direction) เป็นคำชี้แจงในการปฏิบัติงานอย่างมีระบบและเขียนเป็นข้อ ๆ ตามลำดับอย่างชัดเจน

1.5 ในการปฏิบัติกิจกรรมบทเรียนปฏิบัติการ ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเป็นคู่ โดยนักเรียน 2 คน ต่อเครื่องคอมพิวเตอร์ 1 เครื่อง เพราะจำนวนเครื่องคอมพิวเตอร์มีจำนวนไม่เพียงพอต่อจำนวนนักเรียน และ เพื่อให้นักเรียนได้มีการช่วยเหลือกันระหว่างปฏิบัติกิจกรรมโดยให้นักเรียนที่เรียนเก่งนั่งคู่กับนักเรียนที่เรียนอ่อน นักเรียนที่เรียนปานกลางคู่กับนักเรียนที่เรียนปานกลาง ได้ดำเนินการจัดเรียงลำดับตามคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่าง 30 คน ดังนี้

ลำดับที่ (จากคะแนนสอบ)

ลำดับ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ลำดับ	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
คู่มือ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

1.6 สรุปผลจากการปฏิบัติในบทเรียน

1.7 การประเมินผล เป็นแบบทดสอบหลังการใช้บทเรียนปฏิบัติการ

2) นำบทเรียนปฏิบัติการเสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจพิจารณา เพื่อพิจารณาความเหมาะสม และปรับปรุงแก้ไข

3) นำบทเรียนปฏิบัติการที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของกิจกรรม ลำดับขั้นการเรียนรู้ และรูปแบบ แล้วปรับปรุงแก้ไข

4) ปรับปรุงบทเรียนปฏิบัติการตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำบทเรียนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง

5) นำบทเรียนปฏิบัติการไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2.3 การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด

เป็นแบบทดสอบอัตนัย ชนิดแสดงวิธีทำ จำนวน 10 ข้อ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.3.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนไตรโยค มณีกาญจน์วิทยา พุทธศักราช 2546 คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 แบบเรียนคณิตศาสตร์ และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.3.2 วิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ร่วมกับครูผู้สอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 3 ท่าน

2.3.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยร่วมกับครูผู้สอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 3 ท่าน

2.3.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การวัด แบบอัตนัย ชนิดแสดงวิธีทำ จำนวน 15 ข้อ และเกณฑ์การประเมิน โดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนประยุกต์จากคู่มือการวัดผลประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ของ สสวท. (2546 : 73) ดังนี้

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	<ul style="list-style-type: none"> - คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำที่มีประสิทธิภาพโดยแสดงถึงการคิดอย่างมีระบบ การคิดวิเคราะห์ - แสดงความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาวิชาได้ชัดเจน - ลงข้อสรุปที่ถูกต้องชัดเจน - นำเสนอผลงานได้อย่างเหมาะสม
1	<ul style="list-style-type: none"> - คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำยังไม่สมบูรณ์ - แสดงความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาวิชาได้ไม่ชัดเจน - ลงข้อสรุปบางส่วนผิดพลาด - นำเสนอผลงานได้ไม่ชัดเจน
0	<ul style="list-style-type: none"> - คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง - แสดงความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาวิชาได้ไม่ชัดเจน - ลงข้อสรุปไม่ถูกต้อง - นำเสนอผลงานได้ไม่ถูกต้อง

2.3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเกณฑ์การประเมินที่สร้างไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณาและให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ และ ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบแต่ละข้อโดยใช้เกณฑ์ IOC เพื่อพิจารณาแล้วนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ยให้ได้ค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป และภาษาสำนวน ตลอดจนความถูกต้องเหมาะสมตามหลักการเขียนข้อสอบ

2.3.6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้งหนึ่ง นำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อยแล้วนำเสนออาจารย์ที่ปรึกษาพิจารณา

2.3.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญและอาจารย์ที่ปรึกษาแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียน ไทรโยคมนตรีกาญจนวิทยา จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.3.8 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์การประเมินที่กำหนดไว้

2.3.9 นำผลการทดลองมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ ได้ค่าความยาก(P_E) อยู่ระหว่าง 0.56 – 0.72 และ ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.38 – 0.78 โดยใช้วิธีของ D.R. Whitney and D.L. Sabers จากนั้นคัดเลือกข้อสอบ จำนวน 10 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์ที่ต้องการวัด

2.3.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้คัดเลือกแล้ว จำนวน 10 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนไทรโยคมนตรีกาญจนวิทยา อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ โดยใช้วิธีของครอนบัค ได้ค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) เท่ากับ 0.87

2.3.11 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญ แล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนไทรโยคมนตรีกาญจนวิทยา จังหวัดกาญจนบุรี ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในครั้งนี

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เป็นการสร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อเน้นทักษะการเชื่อมโยง ซึ่งผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ (One-Group Pretest Posttest Design) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 249)

ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_1	X	T_2

E แทน กลุ่มทดลอง

T_1 แทน การสอบก่อนการจัดกระทำทดลอง (Pre – test)

X แทน การจัดกิจกรรมโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยโปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด

T_2 แทน การสอบหลังการจัดกระทำทดลอง (Post – test)

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยปฏิบัติ ดังนี้

1. ดำเนินการเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยการสุ่มอย่างง่าย ด้วยวิธีการเลือก จำนวน 1 ห้องเรียน จากทั้งหมด 4 ห้องเรียน
2. ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนไทรโยคมนตรี กาญจนวิทยา อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 30 คน ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง
3. ดำเนินการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กับกลุ่มตัวอย่าง รวมระยะเวลา 9 ชั่วโมง
4. ทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน โดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง
5. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบแล้วบันทึกไว้ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ประยุกต์ จาก คู่มือการวัดผลประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ของ สสวท. (2546 : 73)
6. เปรียบเทียบคะแนนที่ได้ แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

4. การจัดการทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ คะแนนเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. หาค่าสถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ
3. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่างระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียนจากบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER 'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ใช้สถิติ แบบ t - test dependent

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 306)

$$\text{สูตร} \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ	\bar{x}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 308)

$$\text{สูตร } s = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	$\sum x^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	$(\sum x)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

2.1 การหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	หมายถึง	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
	$\sum R$	หมายถึง	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	หมายถึง	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าดัชนีความยาก (P_E) และ ค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตรที่ D.R. Whitney and D.L. Sabers, 1970 ได้เสนอไว้ ดังนี้ (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 199 - 201; อ้างอิงจาก Whitney; & Sabers. 1970.)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ค่าดัชนีความยาก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัก (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ	α	หมายถึง	ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
	n	หมายถึง	จำนวนข้อสอบของเครื่องมือวัด
	s_i^2	หมายถึง	คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	s_t^2	หมายถึง	คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนี้ทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ก่อนกับหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด คำนวณจากสูตร t-test dependent (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \quad ; \quad df = N-1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ในการพิจารณาใน t - Distribution
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการอ่านผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้แทนความหมาย ดังต่อไปนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
\bar{x}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ในการพิจารณาใน t - Distribution
$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบก่อนและหลังใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบก่อนและหลังใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนกับหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง โดยนำคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t-test dependent ปรากฏในตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 2 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอน
ด้วยบทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD)
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

	N	\bar{x}	$\sum D$	$\sum D^2$	t
Pre-test	30	4.56			
			299	3283	16.88**
Post-test	30	14.53			

** มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

$$T_{(.01,29)} = 2.462$$

จากตาราง 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการใช้บทเรียน
ปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง
การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01
แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S
SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
หลังทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองใช้บทเรียนปฏิบัติการคณิตศาสตร์ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 %
ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงทดลองมีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด ซึ่งสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนกับหลังได้รับการสอนโดยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจนวิทยา อำเภอไตรโยค จังหวัดกาญจนบุรี ทั้งหมดจำนวน 4 ห้องเรียน 140 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจนวิทยา อำเภอไตรโยค จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน 30 คน ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ซึ่งผลการเรียนไม่แตกต่างกัน และนักเรียนมีความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบ คณะความสามารถของนักเรียน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาเรขาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – 3) ตามหลักสูตรสถานศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 เรื่อง การวัด

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ใช้เวลาในการทดลอง 11 ชั่วโมง (ปฏิบัติบทเรียน 9 ชั่วโมง และ ทดสอบก่อนและหลังเรียน 2 ชั่วโมง)

4. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีดังนี้

4.1 แผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขเกี่ยวกับความถูกต้องโดยผู้เชี่ยวชาญ พร้อมทั้งปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้

4.2 บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 4 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 เรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรม GSP (Geometer's sketchpad)

ชุดที่ 2 การวัด กับการหาพื้นที่ รูปเรขาคณิต และการหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต

ชุดที่ 3 การวัด กับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ

ชุดที่ 4 การวัดสู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขเกี่ยวกับความถูกต้องและความสอดคล้องแต่ละขั้นตอนครบทั้ง 4 ชุด โดยผู้เชี่ยวชาญ พร้อมทั้งปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

4.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ นำไปหาค่าดัชนีความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยได้ดัชนีความยาก (P_E) อยู่ระหว่าง 0.56 – 0.72 และค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.38 – 0.78 และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) เท่ากับ 0.87

5. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บข้อมูลตามลำดับดังนี้

- 5.1 ก่อนดำเนินการทดลองผู้วิจัยได้แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง การวัด และ จุดมุ่งหมายของการทดลองให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทราบ
- 5.2 ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) กับกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และบันทึกผลการทดสอบที่ได้จากการทดลองครั้งนี้เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre-test)
- 5.3 ดำเนินการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สอนนักเรียนเอง ระยะเวลาในการทดลอง 9 ชั่วโมง
- 5.4 ทำการทดสอบหลังเรียน (Post - test) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทดสอบหลังจัดการเรียนการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน แล้วบันทึกผลการสอบให้คะแนนหลังเรียน
- 5.5 เปรียบเทียบคะแนนที่ได้ แล้วนำคะแนนที่ได้วิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการใช้ค่าสถิติ t -test dependent เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนกับหลังการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐาน และงานวิจัยของ ลอนดอน (London.1978 : 2113-A) ซัคเกอร์ (Zucker.1978 : 2804-A) เรณู สวयงาม (2543 : บทคัดย่อ) วงเดือน อินทนิเวศน์.(2544 : บทคัดย่อ) อรรถัย ศรีอุทธา.(2547 : บทคัดย่อ) ฌยศ สงวนสิน.(2547 : บทคัดย่อ) และ วัฒนศิริ ชมหนู.(2548 : บทคัดย่อ) ซึ่งพอสรุปได้ว่ามาจากสาเหตุต่อไปนี้

1. บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ มีลักษณะเป็นสื่อการสอนที่มีกิจกรรมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงทีละขั้นตอน โดยครูเป็นผู้คอยแนะนำและช่วยเหลือ ซึ่งในบทเรียนแต่ละชุดนั้นนักเรียนจะศึกษาและลงมือปฏิบัติ เพื่อสร้างข้อคาดการณ์ แนวทางหาคำตอบ การหาคำตอบ และ สรุปการให้เหตุผลจนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นโดยใช้โปรแกรม GSP ซึ่งเป็นการท้าทายความสามารถของนักเรียนในการทำกิจกรรม จนนักเรียนสามารถสังเกตและสรุปผลจากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมมาเป็นความคิดรวบยอดของตนเองได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 7) ที่กล่าวว่า บทเรียนปฏิบัติการเป็นสื่อการเรียนการสอนหนึ่งที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้ทำจริง ๆ เป็นการเรียนตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ (laboratory direction) ทำการทดลองบันทึกข้อมูล แล้วสรุปหาข้อเท็จจริง หรือ สูตร กฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้น ด้วยความคิดของตนเองสามารถถ่ายโยงความรู้ไปในใช้ได้ สถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเรณู สวयงาม (2543 : 49-60) ได้ทำการศึกษาคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยบทเรียนปฏิบัติการเชิงคอนสตรัคติวิซซิม ฌยศ สงวนสิน (2547 : 54) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย - นิรนัย เรื่อง พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ วัฒนศิริ ชมหนู (2548 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาบทเรียนปฏิบัติการเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยทั้งสามฉบับสรุปได้ว่าการสอนแบบปฏิบัติการ การสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมปฏิบัติการและบทเรียนปฏิบัติการในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อการเรียน และ ความคิดสร้างสรรค์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความสนใจต่อบทเรียน การหาแนวทางการแก้ปัญหา และไม่ทำให้เกิดการเบื่อหน่าย

2. บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ได้นำโปรแกรม GSP มาใช้เป็นสื่อประกอบกับบทเรียนปฏิบัติการ เนื่องจากโปรแกรม GSP เป็นโปรแกรมที่ง่ายต่อการใช้งาน สื่อภาพในการนำเสนอแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และจากการลงมือปฏิบัติ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2548 : 1-2) นักเรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอดในการวัดพื้นที่รูปเรขาคณิตใด ๆ จากการเปลี่ยนมุมมองรูปเรขาคณิตใด ๆ มาเป็นรูปเรขาคณิตพื้นฐานโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต ทำให้สามารถวัดพื้นที่รูปเรขาคณิตได้ง่ายขึ้น นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยทำให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการนิยาม ทักษะการเชื่อมโยงและทักษะกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ยูซิฟ (Yousif.1997 : 1631-A) ลิง (Ling 2004 : 1466-A) และ อำนาจ เต๋อบ่อคา (2547 : 30) ซึ่งจากการวิจัยทั้งสามฉบับ สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้นหลังจากได้รับการสอนโดยโปรแกรม GSP เพราะการนำโปรแกรม GSP มาใช้ประกอบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม มีอิสระในการคิด ทำให้สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง สามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเอง

3. บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เป็นบทเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ เรื่องการวัดพื้นที่ การแปลงทางเรขาคณิต พื้นที่ผิวรูปเรขาคณิตสามมิติ และ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น รวมทั้งได้เชื่อมโยงกับชีวิตปัจจุบันและภูมิปัญญาท้องถิ่น นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง ทำให้การเรียนของผู้เรียนมีความหมายมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002 : 216-221) ศศิธร แก้วรักษา (2547 : บทคัดย่อ) และ นางลักษณีย์ แก้วมาลา (2547 : บทคัดย่อ) ซึ่งจากงานวิจัยทั้งสามฉบับสรุปได้ว่าการเรียนรู้ต่าง ๆ จะมีการเชื่อมโยงต่อเนื่องอย่างกลมกลืนกัน ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนได้รู้จักสร้างความสัมพันธ์เชื่อมโยงความรู้กับสถานการณ์ และสิ่งแวดล้อม ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้จริง

4. หลังจากนักเรียนได้ศึกษาบทเรียนปฏิบัติการแต่ละชุดจบแล้ว นักเรียนทุกคนต้องทำแบบฝึกทำบทเรียนปฏิบัติการ ซึ่งทำให้นักเรียนรู้ว่าตนเองพัฒนาขึ้นมากน้อยเพียงใด ทราบข้อบกพร่องของตนเอง และ พร้อมที่จะแก้ไขในสิ่งที่ตนเองบกพร่อง ซึ่งสอดคล้องกับ แนวคิดของประสาธ สอำนาจค์ (นางลักษณีย์ แก้วมาลา, 2547 : อ้างอิงจาก ประสาธ สอำนาจค์. 2544 : 152) ที่กล่าวว่า

การแก้ไขข้อบกพร่องของการเรียนที่ทดสอบความรู้เป็นระยะ สามารถทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้ดีกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการแก้ไขข้อบกพร่อง

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากผลของการใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยพบข้อสังเกตบางประการจากการศึกษาค้นคว้า สรุปได้ดังนี้

1. การรู้จักโปรแกรม GSP ของนักเรียน นักเรียนมีความตื่นตัวกับการสร้างรูปเรขาคณิต ซึ่งสังเกตจากการตั้งใจในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนเมื่อนักเรียนเกิดปัญหาจะคอยสอบถามครูผู้สอน เมื่อนักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมได้สำเร็จจะมีการนำผลงานมาแลกเปลี่ยนและนำเสนอให้กับนักเรียนคนอื่น ๆ

2. ในช่วงแรกของการปฏิบัติตามบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ค่อยเข้าใจแนวทางในการเรียน ประกอบกับยังไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดพื้นทีเรขาคณิตพื้นฐาน และการแปลงทางเรขาคณิตมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ จึงทำให้นักเรียนเกิดความสับสนและเรียนรู้ได้ค่อนข้างช้า ผู้วิจัยจึงต้องคอยให้คำแนะนำในการทำกิจกรรมต่าง ๆ เกือบทุกกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนทราบแนวทางในการดำเนินกิจกรรมและสามารถร่วมมือกันทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้

3. นักเรียนจะมีทักษะในการทำงานเป็นคู่ ร่วมคิดร่วมวิเคราะห์ ร่วมสร้างข้อความคาดการณ์ เมื่อได้รับแจกบทเรียนปฏิบัติการ นักเรียนจะลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยความสนุกสนานและด้วยความตั้งใจ และนักเรียนแต่ละคู่จะตื่นตัวเมื่อคู่ของตัวเองได้ลงมือปฏิบัติจนเกิดผลสำเร็จ และถ้าเพื่อนนักเรียนคนอื่น ๆ เกิดปัญหาให้คำแนะนำได้ทันที

4. ในการทำกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนแต่ละคู่จะให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ เป็นอย่างดี มีความตั้งใจในการปฏิบัติกิจกรรม แต่นักเรียนไม่ค่อยกล้านำเสนอผลงาน ครูต้องคอยแนะนำนักเรียนทุกคู่ให้กล้าแสดงแนวคิดของตนเอง และสามารถทำกิจกรรมต่าง ๆ ได้

5. เมื่อนักเรียนเข้าใจแนวทางการเรียนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด แล้วพบว่านักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น โดยสังเกตจากการทำกิจกรรมต่าง ๆ นักเรียนกล้าแสดงแนวคิด และขอทำกิจกรรมต่อไปเลยหลังจากทำกิจกรรมที่กำหนดให้เสร็จ

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจเป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการศึกษาค้นคว้าในครั้งต่อไป ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

1.1 ผู้ที่จะทำบทเรียนปฏิบัติการคณิตศาสตร์ ควรศึกษาวิธีการสร้างบทเรียน เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และ โปรแกรม GSP ที่สามารถนำมาสร้างบทเรียนปฏิบัติการ และ ควรทดลองใช้บทเรียนปฏิบัติการก่อนนำไปสอนจริง เพื่อให้ผู้สอนเกิดความเข้าใจในเทคนิค ขั้นตอนและวิธีการต่างๆ ได้ถูกต้อง จึงจะทำให้การเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอน

1.2 ครูผู้สอนควรเตรียมห้องปฏิบัติการ บทเรียนปฏิบัติการให้พร้อม เพื่อความสะดวกในการปฏิบัติ อันส่งผลต่อการบรรลุตามจุดประสงค์ที่ได้กำหนดไว้

1.3 นักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการต้องใช้เวลา ความเข้าใจในเนื้อเรื่องเกี่ยวกับการวัดพื้นที่ และการแปลงทางเรขาคณิต ครูจึงต้องทบทวนเนื้อหาเรื่องการวัดพื้นที่ รูปเรขาคณิต และการแปลงทางเรขาคณิตให้นักเรียนเข้าใจเสียก่อน

1.4 นักเรียนที่เรียนโดยบทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง การวัด เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาด้วยตนเอง และ ปฏิบัติตามขั้นตอน ดังนั้นครูผู้สอนควรดูแลนักเรียนและให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรจะมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับบทเรียนปฏิบัติการคณิตศาสตร์ โดยใช้ โปรแกรม GSP มาทดลองสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรื่องอื่น ๆ และ ควรมีการวัดทักษะ /กระบวนการคณิตศาสตร์ ด้านอื่น ๆ ของนักเรียน เช่น ทักษะด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.2 ควรมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักเรียนหลังใช้บทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้ โปรแกรม GSP เรื่อง การวัด เพื่อนำข้อมูลไปปรับปรุงให้เหมาะสม ไปศึกษากับตัวแปรอื่น ๆ บ้าง เช่น ด้านเจตคติ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ กรมวิชาการ. (2535). **รายงานการวิเคราะห์รูปแบบนวัตกรรมการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพระดับมัธยมศึกษา.**
- _____. (2544). **หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.** พิมพ์ครั้งที่ 3
กรุงเทพฯ ฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- _____. (2545). **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ ฯ :
โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- ณยศ สงวนสิน. (2547). **การสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นินัย เรื่อง พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.** สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.ถ่ายเอกสาร.
- ทรงชัย อักษรคิด. (2547 – 2548 พุทธศักราช – ธันวาคม). **การส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์.**วารสารคณิตศาสตร์.: 33-40.
- นงลักษณ์ แก้วมาลา. (2547). **ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.** สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- นวลนดา สงวนวงศ์ทอง. (2549). **แนะนำให้รู้จักโปรแกรม Sketchpad.** สืบค้นเมื่อวันที่ 4 กันยายน 2549 ; จาก [http:// www.ipst.ac.th/article/math/bar.html](http://www.ipst.ac.th/article/math/bar.html).
- นารี วงศ์สิโรจน์กุล. (2549). **สสวท. ชวนครูคณิตศาสตร์อบรม GSP ช่วงปิดเทอม.** สืบค้นเมื่อวันที่ 4 กันยายน 2549 ; จาก [http:// www.blogth.com/blog/Science/Science/3081.html](http://www.blogth.com/blog/Science/Science/3081.html).
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). **กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.** ปริญญาานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา).กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.ถ่ายเอกสาร.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม – มีนาคม). “ ความเคลื่อนไหว.....เกี่ยวกับ NCTM : Principles and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000, . **วารสาร สสวท.** 28(108) : 14-22.

- กีมวัจจน์ ธรรมใจ. (2548 ?). คู่มือการใช้งานโปรแกรม GSP 4.06 (Thai Version).
- เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการเรขาคณิตแบบพลวัต.** กรุงเทพฯ ฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท).
- รวีวรรณ ชุ่มชัย. (2537). **วิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.** กรุงเทพฯ ฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- เรณู สวยงาม. (2543). **การศึกษาความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยบทเรียนปฏิบัติการเชิงคอนสตรัคติวิซซิม.** สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). **เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.** กรุงเทพฯ ฯ : สุวีริยาสาส์น.
- _____ . (2543). **เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ ฯ : ชมรมเด็ก.
- ลาวัลย์ พลกล้า. (2523). **การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ.** กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วงเดือน อินทนิเวศน์. (2544). **การพัฒนาชุดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ภายใต้สิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน ด้วยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง เศษส่วนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.** ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วราภรณ์ มีหนัก. (2545 , พฤษภาคม – กรกฎาคม). “การตั้งคำถาม “ยุทธศาสตร์การจัดการเรียนการสอน. **วารสารคณิตศาสตร์.** 46(524-526) : 38.
- วิมล พงษ์पालิต. (2541). **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา กับการสอนตามคู่มือครู.** ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัฒน์ศิริ ชมหมู่. (2548). **บทเรียนปฏิบัติการ เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.** สารนิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. จัดสำเนา.

- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). **การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบซีปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพร หงส์พันธุ์.(2542). **การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้านสิ่งแวดล้อมศึกษาในโรงเรียน**. โปรแกรมวิชาวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันราชภัฏ นครราชสีมา.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). **คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ ฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2546). **คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ ฯ : ศรีเมืองการพิมพ์.
- _____. (2548). **คู่มือแนะนำการใช้งาน The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต**. กรุงเทพฯ ฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2548). **คู่มืออ้างอิง The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต**. กรุงเทพฯ ฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2549). **ตัวอย่างชิ้นงานจากโปรแกรม GSP**. สืบค้นเมื่อ วันที่ 9 กันยายน 2549 ; [http:// www.thaigsp.ipst.ac.th](http://www.thaigsp.ipst.ac.th).
- สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). **การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการ เชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). **หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ ฯ : สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- อรรถัย ศรีอุทธา. (2547). **ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต สองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. จัดสำเนา.

- อารีย์ คงสวัสดิ์. (2544). **การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ อัดสำเนา.
- อารีย์ คำปลั่งง. (2536). **การสอนแบบปฏิบัติการ เรื่อง คุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ อัดสำเนา.
- อุษา คำประกอบ. (2530). **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติทางวิทยาศาสตร์ด้านความมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาวิทยาศาสตร์ โดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองกับการสอนตามคู่มือครู**. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อำนาจ เชื้อบ่อคา. (2547). **ผลของการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อัญชนา โพธิพลากร. (2545). **การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร.
- Blount, Morris Alenzo. (1980). "Effect of a Recycling Laboratory on Attitude Towards and Achievement on Mathematics Among College Freshmen," in *Dissertation Abstracts International*. 41(5) : 1990 A ; November.
- Carrol, G. Basile. (1999, September). "Collecting Data Outdoors: Making Connections to the Real World," *Teaching Children Mathematics*. 6(1) : 8 – 11.
- Carrol, John B. (1963, May). "A Model of Learning," *Teacher College Record*. 64 : 726 – 733.
- Dossey, John A. et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom. A Contemporary Approach to Teaching Grade 7 – 12*. Pacific Grove : BROOKS/COLE.

- Foletta , Gina Marie. (1994, February). Technology and Guided Inquiry Understanding of Students' Thinking While Using a Cognitive Computer Tool, the Geometer's Sketchpad, in a Geometry Class. *Dissertation Abstracts International*. 55(8) : 2311-A.
- Johnson, Donovan A. & Rising ,Gerald R. (1972). *Guidelines for Teaching Mathematics*. New York : Wadsworth Publishing Company.
- Kennedy, Leonard M. & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. California: Wadsworth Publishing Company.
- Knuth, Eric J. (2000, January). Understanding Connections between Equation and Graphs. *The Mathematics Teacher*. 93(1) : 48-53.
- Lawson, Michael J. & Chinnappan , Mohan. (2000, January). Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1) : 26-43.
- Lester, Margaret Lynn. (1996, December). The Effects of the Geometer's Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students. *Dissertation Abstracts International*. 57(6) :2611-A.
- Ling, Shirley. (2004,October). Enhancing the Learning of Conic with Technology. *Dissertation Abstracts International*. 1499-A.
- London, Ernest. (1978, October.) " A Comparative Study of the Achievement of Urban Eighth Grade Mathematics Students Using An Activity Oriented Mode of Instruction and a Conventional Textbook Mode," *Dissertation Abstracts International*. 39(4) : 2113-A.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. New York.
- _____. (1991). "Evaluation of Teaching: Standard 4 – Mathematical Concepts, Procedures, and Connections," *Principles and Standards for School Mathematics*.(Online). Available : <http://standards.nctm.org/document/chapter6/com.html>. Retrieved April , 25 : 2003.

- _____. (2000). : "Connections Standard for Grades 6 – 8, " *Principles and Standards for School Mathematics. (Online)*. Available : <http://standards.nctm.org/document/chapter6/com.html>. 274 , 277-278. Retrieved December, 22 : 2002.
- _____. (2002). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Natsaulas, Anthula. (2000,May). Group Symmetries Connect Art and History with Mathematics. *Mathematics Teacher*. **93(5)** :364-370.
- Nicol , Cynthia & Cespo, Sanda. (2005). Exploring Mathematics in Imaginative Places: Rethinking What Counts as Meaningful Contexts for Learning Mathematics. *School Science and Mathematics*. 240 – 251.
- Orton – Flynn, Susan Jane. (1997). "The Design of a Multimedia Calculator and Its Use in Teaching Numerical to Those With learning Difficulties," *Dissertation Abstracts Online*. 59 - 0A.
- Pandiscio , Eric A. (2002, October). Effects of Differing Emphases in the Use of Multiple Representation and Technology on Students' Understanding of Calculus Concept. *Focus on Learning Problems in Mathematics Summer Edition*. 21(3) : 216 – 221.
- Prescott, Daniel A. (1961). Report of Conference on Child Study. *Education Bulletin*. Bangkok : Faculty of Education. Chulalongkorn University.
- Pugalee, David K. (2001, May). Writing , Mathematics, and Metacognition : Looking for Connections Through Student's Work in Mathematical Problem Solving. *School Science and Mathematics*. 101(5) : 236 – 243.
- Schultz, Natalie. (1999). *Making the Connection. (Online)*. Available: <http://www.jusb.edu/~natschul/connecting.html>. Retrieved July, 15 : 2003.
- Sqroi, Richard J. & Sqroi, Laura Shannon. (1993). *Mathematics for Elementary School Teacher Problem Solving Investigation*. Boston : PWS.
- Thomas , Christine D. & Santiago, Carmelita. (2002, May). Building Mathematically Powerful Students through Connections. National Council of Teachers of Mathematics. *Mathematics Teaching in the Middle School*. (484-488).

- Vacher, H.L. & Mylroie, John E. (2001, November). Connecting with Geology:
Where's the End of Cave?. *Mathematics Teacher*. 94(8) : 640 - 641.
- Wilson, Jame W. (1971). Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics.
In *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*,
PP. 643 – 696. New York : McGraw – Hill Book.
- Yousif , Adil Eltayeb. (1997, November). The Effect of the Geometer's Sketchpad on the
Attitude Toward Geometry of High School Students. *Dissertation Abstracts
International*.
- Zucker. Andrew Arthur. (1978. November). "Laboratory Activities and Reading in
High School Geometry." *Dissertation Abstracts International*. 39(5) : 2804 A – 2805 A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. ตารางค่าดัชนีความยาก (P_E) และ ค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้วิธีของวิทเนย์และซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L. Sabers) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ
2. ตารางค่า X และ X^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient)
3. ตารางค่า s_i และ s_i^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ

ตาราง 3 ค่าดัชนีความยาก (P_E) และ ค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้วิธีของวิทเนย์และซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L. Sabers) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	ค่าดัชนีความยาก (P_E)	ค่าอำนาจจำแนก (D)
1	0.72	0.44
2	0.72	0.56
3	0.63	0.38
4	0.60	0.48
5	0.70	0.60
6	0.56	0.68
7	0.70	0.52
8	0.61	0.78
9	0.65	0.50
10	0.66	0.68

ตาราง 4 ค่า X และ X^2 ในการหาค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ
ที่ใช้ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient)

นักเรียนคนที่	X	X ²	นักเรียนคนที่	X	X ²
1	20	400	26	19	20
2	20	400	27	19	20
3	20	400	28	19	20
4	20	400	29	19	20
5	20	400	30	19	20
6	20	400	31	19	20
7	20	400	32	18	20
8	20	400	33	18	20
9	19	361	34	17	19
10	19	361	35	17	19
11	19	361	36	15	19
12	19	361	37	15	19
13	19	361	38	16	19
14	19	361	39	15	19
15	19	361	40	15	19
16	19	361	41	14	19
17	19	361	42	13	19
18	19	361	43	12	19
19	19	361	44	12	19
20	17	289	45	13	17
21	17	289	46	13	17
22	17	289	47	13	17
23	16	256	48	12	16
24	16	256	49	12	16
25	15	225	50	12	15

ตาราง 4 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	X	X ²	นักเรียนคนที่	X	X ²
51	13	169	76	9	81
52	13	169	77	9	81
53	12	144	78	9	81
54	13	169	79	9	81
55	12	144	80	9	81
56	11	121	81	9	81
57	12	144	82	8	64
58	11	121	83	8	64
59	11	121	84	8	64
60	11	121	85	8	64
61	11	121	86	8	64
62	11	121	87	8	64
63	11	121	88	8	64
64	12	144	89	8	64
65	12	144	90	8	64
66	11	121	91	7	49
67	11	121	92	7	49
68	11	121	93	7	49
69	11	121	94	7	49
70	10	100	95	6	36
71	8	64	96	6	36
72	8	64	97	6	36
73	9	81	98	6	36
74	8	64	99	4	16
75	8	64	100	4	16
รวม				1250	17464

ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ ที่ใช้ในการหาความเชื่อมั่น (α - Coefficient)

$$s^2 = \frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}$$

$$s^2 = \frac{100(17464) - (1250)^2}{100(99)}$$

$$= \frac{1746400 - 1562500}{9,900}$$

$$= 18.58$$

ตาราง 5 ค่า s_i และ s_i^2 ในการหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบ
 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
 ปีที่ 2 จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	s_i	s_i^2
1	0.57	0.33
2	0.57	0.33
3	0.52	0.27
4	0.61	0.37
5	0.61	0.38
6	0.70	0.49
7	0.57	0.33
8	0.74	0.55
9	0.70	0.49
10	0.64	0.41
$\sum s_i^2$		3.95

การคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

$$= \frac{10}{10-1} \left[1 - \frac{3.95}{18.58} \right]$$

$$= \frac{10}{9} (1 - 0.212)$$

$$= \frac{10}{9} (0.787)$$

$$= 0.87$$

ภาคผนวก ข

- ตารางคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง จำนวน 30 คน
(คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

ตาราง 6 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียน
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง จำนวน 30 คน
 (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

นักเรียน คนที่	คะแนน ก่อน เรียน	คะแนน หลัง เรียน	D	D ²	นักเรียน คนที่	คะแนน ก่อน เรียน	คะแนน หลัง เรียน	D	D ²
1	6	10	4	16	16	8	18	10	100
2	6	10	4	16	17	6	20	14	196
3	6	18	12	144	18	6	12	6	36
4	5	18	13	169	19	5	10	5	25
5	4	16	12	144	20	4	12	8	64
6	3	19	16	256	21	2	12	10	100
7	3	15	12	144	22	2	14	12	144
8	5	12	7	49	23	2	14	12	144
9	8	13	5	25	24	3	12	9	81
10	6	15	9	81	25	4	16	12	144
11	2	16	14	196	26	3	16	13	169
12	4	16	12	144	27	4	16	12	144
13	8	16	8	64	28	2	12	10	100
14	4	16	12	144	29	4	10	6	36
15	10	18	8	64	30	2	14	12	144
รวม								299	3,283

การวิเคราะห์ข้อมูลคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด
ของกุ่มทดลอง ก่อนเรียนและหลังเรียน สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ สูตร t - test dependent

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \quad ; \quad df = N-1$$

$$t = \frac{299}{\sqrt{\frac{30(3283) - (299)^2}{29}}} \quad ; \quad df = 30 - 1$$

$$t = \frac{299}{\sqrt{\frac{98490 - 89401}{29}}} \quad ; \quad df = 29$$

$$t = \frac{299}{\sqrt{\frac{9089}{29}}}$$

$$t = \frac{299}{\sqrt{313.413}}$$

$$t = \frac{299}{17.703}$$

$$t = 16.88^{**}$$

$$T_{0.1} = 2.462 \quad , \quad df = 29$$

ภาคผนวก ค

1. โครงการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. ตัวอย่างบทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

โครงการสอน หน่วยการเรียนรู้เรื่อง การวัด

หน่วยการเรียนรู้เรื่องการวัด เรื่องการหาพื้นที่รูปเรขาคณิตสองมิติ และพื้นที่ผิวรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต และ ความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทพีทาโกรัส เวลา 11 ชั่วโมง

สัปดาห์ที่	แผนการเรียนรู้ที่	แผนการเรียนรู้	จำนวนชั่วโมง
1	-	ทดสอบก่อนเรียน	1
1 - 2	1	เรื่อง การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และโปรแกรม GSP (THE GEOMETER'S SKETCHPAD)	3
2	2	เรื่อง การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต	2
3	3	เรื่อง การวัดกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และ รูปเรขาคณิตสามมิติ	2
3 - 4	4	เรื่อง การวัดสู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	2
4	-	ทดสอบหลังเรียน	1

ตาราง 7 การวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ย่อยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

หน่วยย่อย ที่	หน่วยการเรียนรู้ ย่อย	จุดประสงค์การเรียนรู้		
		ด้านความรู้	ด้านทักษะ / กระบวนการ	ด้าน คุณลักษณะ อันพึงประสงค์
1	การเรียนรู้การใช้งาน คอมพิวเตอร์และ โปรแกรม GSP	1. ใช้งานคอมพิวเตอร์โปรแกรม GSP และเมนูคำสั่ง ต่าง ๆ ได้ 2. สร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้ โปรแกรม GSP และ หาพื้นที่ โดยประมาณได้	1. การแก้ปัญหา 2. การให้เหตุผล 3. การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ	1. ทำงานได้อย่าง เป็นระบบ 2. มีระเบียบวินัย 3. มีความ รับผิดชอบ
2	การวัดกับการหา พื้นที่รูปเรขาคณิต และ การหาพื้นที่ โดยใช้การแปลงทาง เรขาคณิต	2. สร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้ โปรแกรม GSP และ หาพื้นที่โดยประมาณได้ 3. ใช้ความรู้เรื่องการวัดพื้นที่ แก้ปัญหา ในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้	4. การเชื่อมโยงความรู้ ทางคณิตศาสตร์	
3	การวัดกับ ความสัมพันธ์ ระหว่าง รูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิต สามมิติ	4.หาพื้นที่รูปเรขาคณิต โดยใช้สมบัติของการแปลง ทางเรขาคณิตได้ 5. หาพื้นที่ผิวรูปเรขาคณิต สามมิติ โดยใช้สมบัติ ของการแปลงทาง เรขาคณิตได้		
4	การวัด สู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	6. ใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบท พีทาโกรัส และการวัด พื้นที่มาแก้ปัญหาได้ 7. นำความรู้เรื่องทฤษฎีบท พีทาโกรัสไปประยุกต์ใช้ใน ชีวิตประจำวันได้		



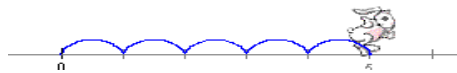
การใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD)
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด

คำชี้แจง ขอให้นักเรียนทำความเข้าใจบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการวัด ดังต่อไปนี้

1. ส่วนประกอบของบทเรียนปฏิบัติการ ประกอบด้วย
 - 1.1 แผนการสอนที่ 1 – 4
 - 1.2 ใบบันทึกผลการเรียน
 - 1.3 บทเรียนปฏิบัติการ เรื่องการวัด มีทั้งหมด 4 ชุด
 - ชุดที่ 1 เรื่อง การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรม GSP
 - ชุดที่ 2 เรื่อง การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต
 - ชุดที่ 3 เรื่อง การวัดกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ
 - ชุดที่ 4 เรื่อง การวัดสู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
 - 1.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การวัด
2. วิธีการใช้บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด
 - 2.1 ศึกษาบทเรียนปฏิบัติการอย่างละเอียดและปฏิบัติตามบทเรียนปฏิบัติการ
 - 2.2 ก่อนทำแบบฝึกทักษะต่าง ๆ ต้องอ่านคำชี้แจงวิธีการทำให้เข้าใจเสียก่อน
 - 2.3 ในขณะที่นักเรียนทำแบบฝึกหัด ครูจะเป็นผู้ให้คำปรึกษาเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย
 - 2.4 เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกทักษะเสร็จ ให้นักเรียนนำเสนองาน และครูจะตรวจและบันทึกผลในใบบันทึกผลการเรียน
 - 2.5 หลังจากเรียนจบแผนการสอนที่ 4 ครูจะทำการประเมินด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การวัด



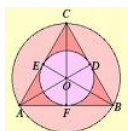
บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD)
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง การวัด



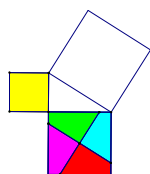
ชุดที่ 1 เรื่อง การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรม GSP
(The Geometer's Sketchpad)



ชุดที่ 2 เรื่อง การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต



ชุดที่ 3 เรื่อง การวัดกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และ รูปเรขาคณิตสามมิติ



ชุดที่ 4 เรื่อง การวัดสู่ทฤษฎีบทพีทาโกรัส



กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 3 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การวัด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	รายวิชาคณิตศาสตร์	ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรม GSP		ปีการศึกษา 2550
(The Geometer's Sketchpad)		จำนวน 3 ชั่วโมง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1.1 ใช้งานคอมพิวเตอร์ โปรแกรม GSP และเมนูคำสั่งต่าง ๆ ได้
- 1.1.2 สร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP และ หาพื้นที่โดยประมาณได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

- 1.2.1 แก้ปัญหาได้
- 1.2.2 ให้เหตุผลได้
- 1.2.3 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

- 1.3.1 ทำงานได้อย่างเป็นระบบ
- 1.3.2 มีระเบียบวินัย
- 1.3.3 มีความรับผิดชอบ

2. สาระการเรียนรู้

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ

โปรแกรม GSP มีลักษณะเป็น Dynamic software ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ หรือสร้างความคิดรวบยอดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรม GSP ผู้ใช้สามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิต และผู้ใช้สามารถมีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกับโปรแกรมได้

โปรแกรม GSP สามารถนำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ จำนวนและการดำเนินการ กราฟของสมการชนิดต่าง ๆ การแสดงการเคลื่อนไหวของรูปเรขาคณิตเพื่อการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนให้สามารถเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็ว

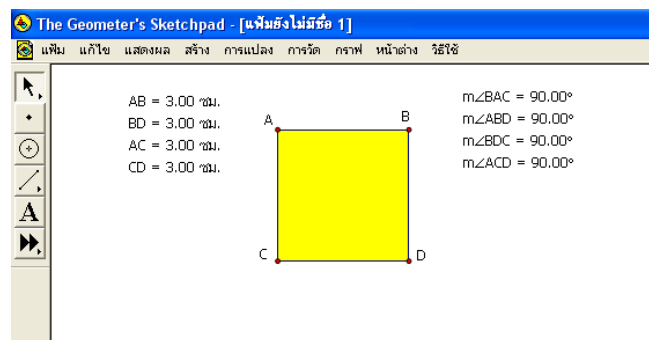
ผู้ใช้โปรแกรม GSP ในฐานะผู้เรียน จะช่วยทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหาและพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาสาระต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส ได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้สำหรับผู้สอนสามารถนำโปรแกรม GSP มาเป็นสื่อในการสร้างบรรยากาศของการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนมีการนำเสนอที่น่าตื่นตาตื่นใจ ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถาม การโต้ตอบ ซึ่งจะทำให้นักเรียนตั้งข้อคำถามและหาข้อสรุปในเวลาเรียนหรือในช่วงเวลาที่นำเสนอได้

โปรแกรม GSP มีความสามารถในการนำเสนอภาพเคลื่อนไหว นำมาใช้ในการอธิบายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ สามารถสร้างรูปเรขาคณิต กราฟต่าง ๆ สามารถ เลื่อน หมุน ยืด หด พลิกได้ และนักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติ เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการนิรนัย ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 (บทเรียนปฏิบัติการชุดที่ 1 กิจกรรมที่ 1 เรื่อง รู้จักโปรแกรม GSP) ชั้นนำ (10 นาที)

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้และเกณฑ์การประเมินผลในการเรียนให้นักเรียนทุกคนทราบ
2. ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยร่วมกันอภิปรายเพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับการใช้งานคอมพิวเตอร์เบื้องต้น เกี่ยวกับเมนูคำสั่ง การทำงาน และการจัดเก็บข้อมูล
3. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตในชีวิตประจำวัน และให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตที่นักเรียนยกตัวอย่าง
4. ครูอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับการสร้างรูปเรขาคณิต ว่าสามารถใช้คอมพิวเตอร์สร้างรูปเรขาคณิตตามสมบัติของรูปเรขาคณิตแต่ละรูปได้หรือไม่ ครูยกตัวอย่างการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยโปรแกรม GSP เพื่อเชื่อมโยงให้นักเรียนเห็นถึงการนำโปรแกรมมาใช้ในวิชาคณิตศาสตร์



ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน (40 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียน โดยให้นักเรียนใช้วิธีการจับคู่เรียน และอธิบายวิธีการเรียน โดยใช้บทเรียนปฏิบัติการ
2. ครูอธิบายเกี่ยวกับโปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad) ให้นักเรียนรู้จัก และชี้แจงรายละเอียดเกี่ยวกับบทเรียนปฏิบัติการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ชุดที่ 1 เรื่อง การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad) จะมีทั้งหมด 3 กิจกรรม
3. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ชุดที่ 1 กิจกรรมที่ 1 เรื่อง มารู้จักโปรแกรม GSP ให้นักเรียนทุกคนศึกษา
4. นักเรียนแต่ละคู่ศึกษา บทเรียนปฏิบัติการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง ชุดที่ 1 กิจกรรมที่ 1 เรื่อง มารู้จักโปรแกรม GSP และ ปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียนปฏิบัติการ โดยมีครูคอยช่วยเหลือ และแนะนำอย่างใกล้ชิด

ขั้นสร้างองค์ความรู้ (10 นาที)

1. นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานของแต่ละคู่ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสาระสำคัญที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม “รู้จักโปรแกรม GSP”
2. นักเรียนทำแบบฝึกหัด

ชั่วโมงที่ 2 (บทเรียนปฏิบัติการชุดที่ 1 กิจกรรมที่ 2 การแปลงทางเรขาคณิต)

ขั้นนำ (10 นาที)

1. ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยทบทวนความรู้ในเรื่องเมนูคำสั่ง และ โปรแกรม GSP
2. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้ แล้วอภิปรายร่วมกับนักเรียน



จากรูปข้างต้นเกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์หรือไม่ เกี่ยวข้องในเรื่องใดบ้าง และ
สิ่งของ / วัสดุ/อุปกรณ์ / กิจกรรมอะไรในชีวิตประจำวันของเราที่เกี่ยวข้องกับการแปลงทางเรขาคณิต

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)

1. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง **ชุดที่ 1**
กิจกรรมที่ 2 การแปลงทางเรขาคณิต

2. นักเรียนแต่ละคู่ศึกษา ในบทเรียนปฏิบัติการ ชุดที่ 1 **กิจกรรมที่ 2 การแปลง**
ทางเรขาคณิต นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ในบทเรียนปฏิบัติการ โดยมีครูดูแลอย่างใกล้ชิด
คอยช่วยเหลือและแนะนำ

3. นักเรียนแต่ละคู่ศึกษาบทเรียนปฏิบัติการ และ ปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียนปฏิบัติการ
โดยมีครูดูแลอย่างใกล้ชิด คอยช่วยเหลือและแนะนำ

ขั้นสร้างองค์ความรู้ (10 นาที)

1. ให้นักเรียนแต่ละคู่แสดงผลงาน พร้อมการอธิบายขั้นตอนการทำงาน
2. นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานของแต่ละคู่ จากนั้นครูและนักเรียนสรุป
สาระสำคัญที่ได้จากการร่วมกันทำกิจกรรม

ชั่วโมงที่ 3 (บทเรียนปฏิบัติการชุดที่ 1 กิจกรรมที่ 3 รูปเรขาคณิต และการเคลื่อนที่) ช้่นนำ (10 นาที)

1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต และวิธีการสร้างรูปเรขาคณิต
2. ครูอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตที่สร้างในชั่วโมงที่ 2 ถ้าต้องการสร้างให้รูปเหล่านั้นเคลื่อนที่ได้หรือไม่ อย่างไร

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)

1. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงชุดที่ 1 กิจกรรมที่ 3 รูปเรขาคณิต และการเคลื่อนที่ ให้กับนักเรียนทุกคนศึกษา
2. นักเรียนแต่ละคู่ศึกษา บทเรียนปฏิบัติการ ชุดที่ 1 กิจกรรมที่ 3 รูปเรขาคณิต และการเคลื่อนที่ และปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียนปฏิบัติการ โดยมีครูคอยช่วยเหลือ และ แนะนำอย่างใกล้ชิด

ขั้นสร้างองค์ความรู้ (10 นาที)

1. ให้นักเรียนแต่ละคู่แสดงผลงาน พร้อมการอธิบายขั้นตอนการทำงาน
2. นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานของแต่ละคู่ จากนั้นครูและนักเรียนสรุปสาระสำคัญที่ได้จากการร่วมกันทำกิจกรรม

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. บทเรียนปฏิบัติการคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงชุดที่ 1 เรื่อง การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad)
 - กิจกรรมที่ 1 มารู้จักโปรแกรม GSP
 - กิจกรรมที่ 2 การแปลงทางเรขาคณิต
 - กิจกรรมที่ 3 รูปเรขาคณิต และการเคลื่อนที่
2. บทเรียนโปรแกรม GSP
3. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์สาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ และเพิ่มเติมในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
4. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์สาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ และเพิ่มเติมในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

5. สืบค้นข้อมูลทางเว็บไซต์
6. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
7. แบบประเมินคุณลักษณะ
8. แบบประเมินทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

แหล่งการเรียนรู้

1. ห้องสมุด
2. ห้องคอมพิวเตอร์
3. ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้
1. ตรวจสอบการทำบทเรียนปฏิบัติการ กิจกรรมที่ 1 กิจกรรมที่ 2 กิจกรรมที่ 3	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	บทเรียนปฏิบัติการ ชุดที่ 1 กิจกรรมที่ 1 กิจกรรมที่ 2 กิจกรรมที่ 3
2. ตรวจสอบทำแบบฝึกทักษะ ระหว่างเรียน ชุดที่ 1	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน ชุดที่ 1
3. สังเกตการร่วมกิจกรรม การเรียนรู้	คะแนนรวมร้อยละ 80 ขึ้นไป	1. แบบประเมินคุณลักษณะ 2. แบบประเมินทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

6. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

7. ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ชุดกิจกรรม ที่..... เรื่อง

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน									รวม
		ทำงานได้ อย่างมีระบบ			มีระเบียบวินัย			มีความ รับผิดชอบ			
		3	2	1	3	2	1	3	2	1	
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											

ผู้ประเมิน.....

...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

1. ทำงานได้อย่างเป็นระบบ หมายถึง มีการนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการปฏิบัติงาน การเตรียมงานอย่างเป็นระบบทุกขั้นตอน

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	มีการนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการปฏิบัติงาน การเตรียมงานอย่างเป็นระบบทุกขั้นตอน และถูกต้อง
2 ดี	มีการนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการปฏิบัติงาน การเตรียมงานไม่ครบทุกขั้นตอน และมีผิดพลาดบ้าง
1 พอใช้	มีการวางแผนการปฏิบัติงาน แต่การทำงานไม่เป็นตามขั้นตอน มีข้อผิดพลาด ที่ต้องแก้ไข

2. มีระเบียบวินัย หมายถึง มีการปฏิบัติงาน มีสมุดงาน ชี้นงาน และปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลง

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	สมุดงาน ชี้นงาน สะอาดเรียบร้อย และปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันทุกครั้ง
2 ดี	สมุดงาน ชี้นงาน ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย และปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันเป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	สมุดงาน ชี้นงาน ไม่ค่อยเรียบร้อย และปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันเป็นบางครั้ง ต้องอาศัยการแนะนำ

3. ความรับผิดชอบ หมายถึง มีการส่งงานตรงกำหนดเวลา และปฏิบัติจนเป็นนิสัย

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมายรับผิดชอบ และปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย แนะนำชักชวนให้ผู้อื่นปฏิบัติตาม
2 ดี	ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงโดยมีเหตุผลรับฟังได้ รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย
1 พอใช้	ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ คำแนะนำ และการตักเตือน

แบบประเมินทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ชุดกิจกรรม ที่..... เรื่อง

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน															รวม
		การแก้ปัญหา			การให้เหตุผล			การสื่อสาร สื่อ ความหมาย การนำเสนอ			การเชื่อมโยง			ความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์			
		2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	
กลุ่ม																	
1																	
2																	
กลุ่ม																	
1																	
2																	
กลุ่ม																	
1																	
2																	
กลุ่ม																	
1																	
2																	

ผู้ประเมิน.....

...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

1. การแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้วิธีดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าว

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	ความสามารถในการใช้วิธีดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจ และชัดเจน
1	ความสามารถในการใช้วิธีดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เพียงบางส่วน
0	ไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา หรือ ทำได้ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ข้างต้น

2. การให้เหตุผล หมายถึง การอ้างอิงการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล
1	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และ เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0	ไม่มีการอ้างอิง หรือแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

3. การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ หมายถึง การใช้รูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ รวมทั้งบันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	ใช้รูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการเหมาะสมชัดเจน รวมทั้งบันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
1	ใช้รูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสมได้เพียงบางส่วน และบันทึกผลงานทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
0	ไม่นำเสนอ และไม่มีการบันทึกผลงาน

4. การเชื่อมโยง หมายถึง มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้เหมาะสม
1	มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน
0	ไม่มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์

5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หมายถึง แนวคิด / วิธีการที่แปลกใหม่ที่สามารถนำไปปฏิบัติ

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	มีแนวคิด / วิธีการที่แปลกใหม่สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้องสมบูรณ์
1	มีแนวคิด / วิธีการที่ไม่แปลกใหม่ แต่ สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง
0	ไม่มีผลงาน

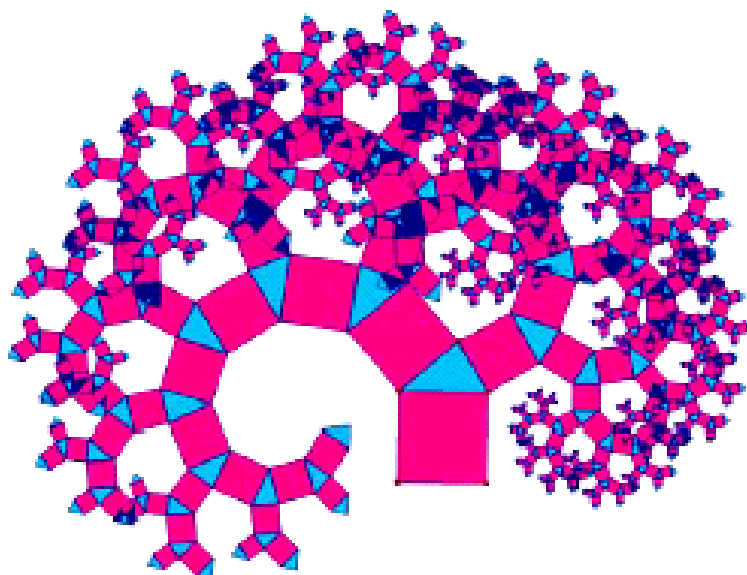
การแปลผล ใช้เกณฑ์ ดังนี้

คะแนน 8 – 10	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน 6 – 7	หมายถึง	ดี
คะแนน 4 - 5	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน 0 – 3	หมายถึง	ควรปรับปรุง

บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP
(GEOMETER'S SKETCHPAD)
ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

ชุดที่ 1

การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรม GSP
(*The Geometer's Sketchpad*)



The Geometer's Sketchpad

โดย นางสาววิมล อยู่พิพัฒน์

นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์)

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad) เรื่อง การวัด

ชุดที่ 1 การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

และ โปรแกรม GSP (The Geometer's sketchpad)

กลุ่มที่ สมาชิกคนที่ 1 ชื่อ.....

สมาชิกคนที่ 2 ชื่อ.....

คำชี้แจง

บทเรียนปฏิบัติการชุดนี้เป็นบทเรียนเกี่ยวกับการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากในปัจจุบันเทคโนโลยีมีความก้าวหน้าและพัฒนาอย่างรวดเร็ว การนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะช่วยให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ซึ่งการที่นักเรียนได้มองเห็น การเคลื่อนไหว การเคลื่อนที่ต่าง ๆ จะนำไปสู่ความเข้าใจและสร้างความคิดรวบยอดได้อย่างรวดเร็ว นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถใช้โปรแกรมในการสำรวจ ตรวจสอบ พิสูจน์สมมติฐาน ทฤษฎีบทที่น่าสนใจ รวมทั้งยังสร้างแนวทางใหม่ ๆ ในการพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ ได้อย่างมากมาย

บทเรียนปฏิบัติการชุดที่ 1 เรื่อง *การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad)* จะมีทั้งหมด 3 กิจกรรม

- กิจกรรมที่ 1 รู้จักโปรแกรม GSP
- กิจกรรมที่ 2 การแปลงทางเรขาคณิต
- กิจกรรมที่ 3 รูปเรขาคณิตและการเคลื่อนที่

จุดประสงค์

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. ใช้งานคอมพิวเตอร์ โปรแกรม GSP และเมนูคำสั่งต่าง ๆ ได้
2. สร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP และ หาพื้นที่โดยประมาณได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. แก้ปัญหาได้
2. ให้เหตุผลได้
3. สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผลงานได้

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. ทำงานได้อย่างเป็นระบบ
2. มีระเบียบวินัย
3. มีความรับผิดชอบ

สื่อและอุปกรณ์

1. บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง

ชุดที่ 1 เรื่อง การเรียนรู้การใช้งานคอมพิวเตอร์ และโปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad)

กิจกรรมที่ 1 รู้จักโปรแกรม GSP

กิจกรรมที่ 2 การแปลงทางเรขาคณิต

กิจกรรมที่ 3 รูปเรขาคณิตและการเคลื่อนที่

2. โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad)

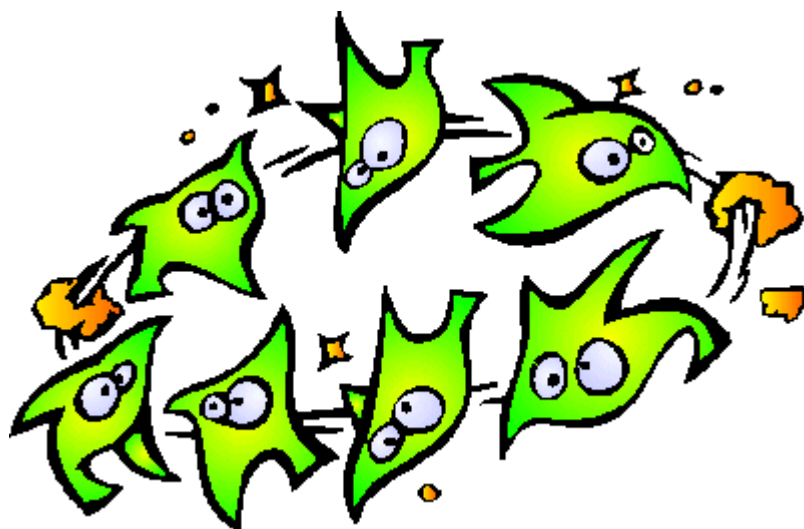
3. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

4. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



กลุ่มที่ สมาชิกคนที่ 1 ชื่อ.....
สมาชิกคนที่ 2 ชื่อ.....



รู้จักโปรแกรม GSP



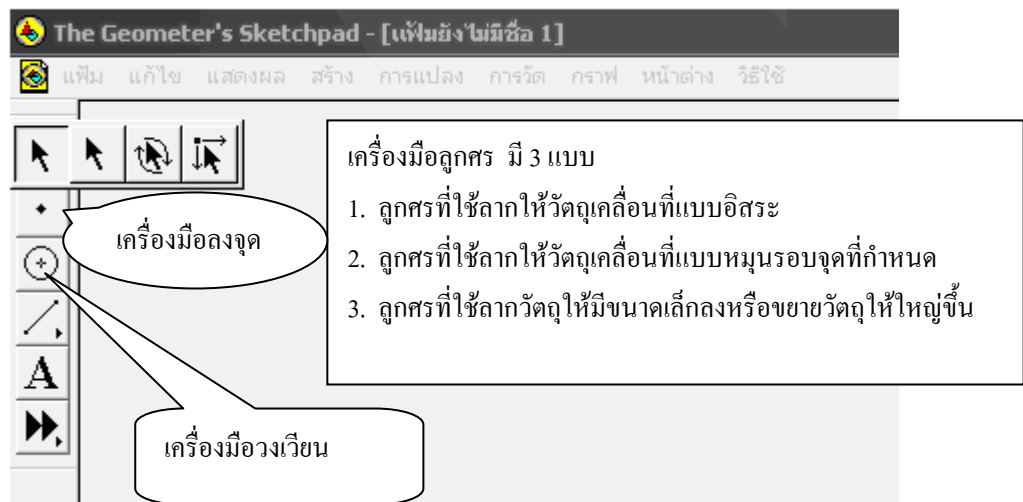
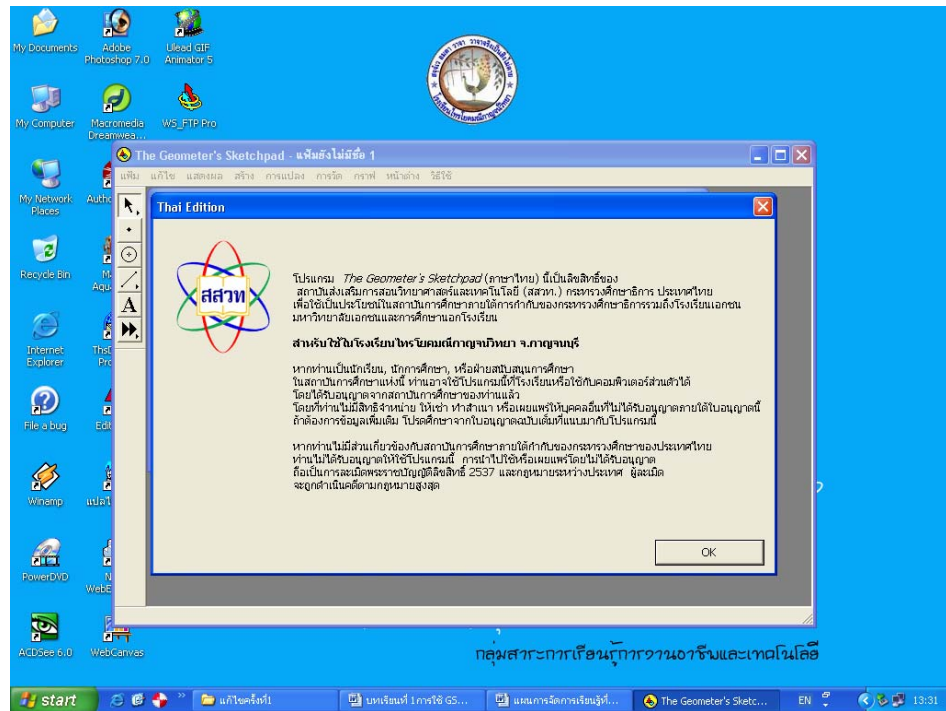
โปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้คณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยีเข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และด้านศิลปะ

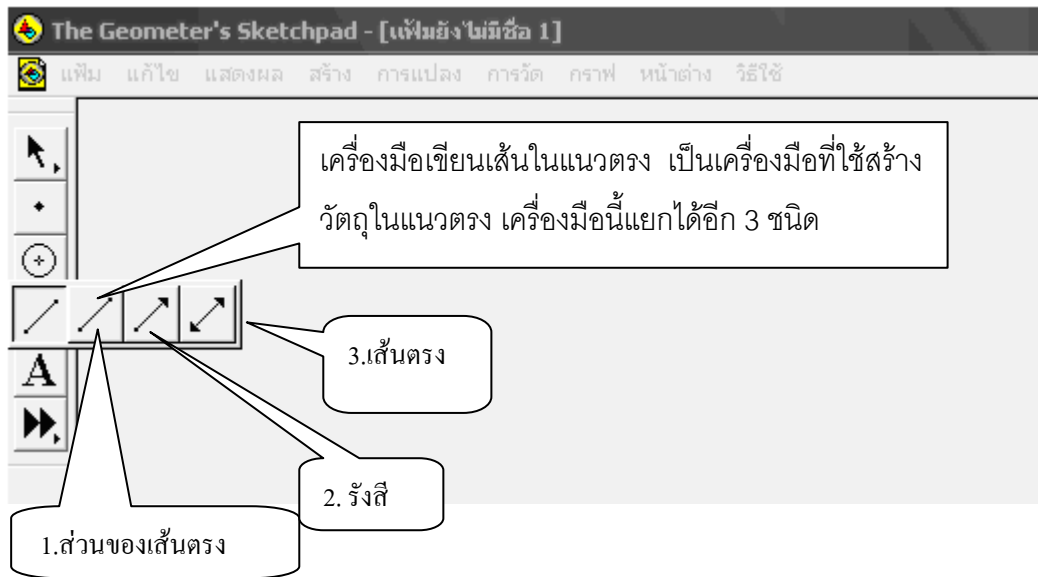
โปรแกรม GSP มีลักษณะเป็น Dynamic software ที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ใหม่ ๆ หรือสร้างความคิดรวบยอดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากเวลาใช้โปรแกรม GSP ผู้ใช้สามารถสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์ (Mathematics Model) ที่ทำให้เกิดการเคลื่อนไหวเชิงเรขาคณิต และผู้ใช้สามารถมีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกับโปรแกรมได้ โปรแกรม GSP สามารถนำมาใช้ในการสำรวจเบื้องต้นเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ จำนวนและการดำเนินการกราฟของสมการชนิดต่าง ๆ ตลอดจนถึงการแสดงการเคลื่อนไหวของรูปเรขาคณิตเพื่อการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนให้สามารถเข้าใจได้ง่ายและรวดเร็ว

ผู้ใช้โปรแกรม GSP ในฐานะผู้เรียน จะช่วยทำให้ผู้เรียนสำรวจเนื้อหาและพัฒนาความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาสาระต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น เรขาคณิต พีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัส ได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้สำหรับผู้สอนสามารถนำโปรแกรม GSP มาช่วยเป็นสื่อในการสร้างบรรยากาศของการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้มีการนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนมีการนำเสนอที่น่าตื่นตาตื่นใจซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีการซักถาม การโต้ตอบ ซึ่งจะทำให้นักเรียนตั้งข้อาคาดเดาเหตุการณ์และหาข้อสรุปในเวลาเรียนหรือในช่วงเวลาที่นำเสนอได้

กล่องเครื่องมือ

เมื่อเปิดโปรแกรม *The Geometer's Sketchpad* จะพบกล่องเครื่องมือ ที่อยู่ทางด้านซ้ายมือของหน้าจอ เครื่องมือ มีทั้งหมด 6 ชนิดด้วยกัน คือ





การเลื่อนเอกสาร : กดปุ่ม Alt ค้างไว้ ที่หน้าจอจะมีรูปมือเกิดขึ้น แล้วเลื่อนเอกสารไปในทิศทางที่ต้องการ

เครื่องมือการลงจุด



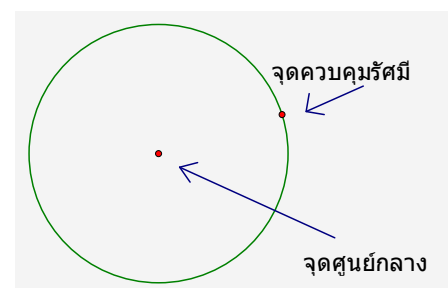
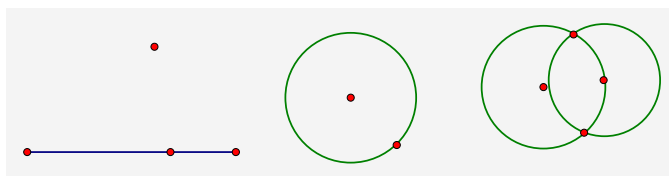
เครื่องมือลงจุด ใช้เพื่อสร้างจุดอิสระ จุดบนวัตถุ หรือจุดที่เกิดจากการตัดกันโดยการคลิก เครื่องมือนี้ไปที่ว่างของหน้าจอเพื่อสร้างจุดอิสระ คลิกบนทางเดินของวัตถุ

เช่น ส่วนของเส้นตรง วงกลม หรือเส้นขอบของรูปหลายเหลี่ยมเพื่อสร้างจุดบนวัตถุ

เครื่องมือวงเวียน




เครื่องมือวงเวียน ใช้เพื่อเขียนวงกลม ที่กำหนดโดยจุดศูนย์กลาง และจุดอีกจุดหนึ่งซึ่งอยู่บนเส้นรอบวง เรียกว่าจะควบคุมรัศมี ทั้งนี้เพราะจุดนี้เป็นจุดที่กำหนดความยาวรัศมีของวงกลม

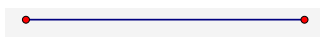



การสร้างวงกลม

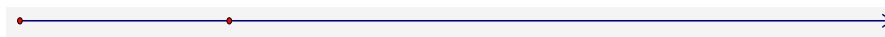
1. เลือกรุ่นเครื่องมือ
2. กำหนดตำแหน่งจุดศูนย์กลางของวงกลม โดยคลิกที่ว่าง เพื่อให้มีจุดปรากฏอีกหนึ่งจุดบนวงกลม
3. เลื่อนเมาส์ออกจะได้วงตามขนาดที่ต้องการ แล้วคลิกอีกครั้งหนึ่งเพื่อกำหนดตำแหน่งของจุดควบคุมรัศมี

เครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง

 เครื่องมือส่วนของเส้นตรง ใช้เพื่อสร้างส่วนของเส้นตรง



 เครื่องมือรังสี ใช้เพื่อสร้างรังสีจากจุดปลายจุดหนึ่งผ่านไปยังอีกจุดหนึ่ง



 เครื่องมือเส้นตรง ใช้เพื่อสร้างเส้นตรงผ่านจุดสองจุด

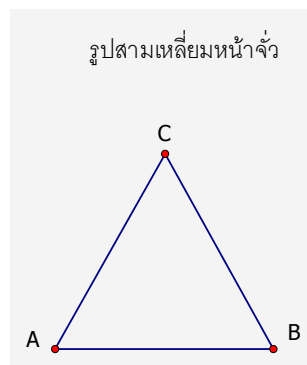
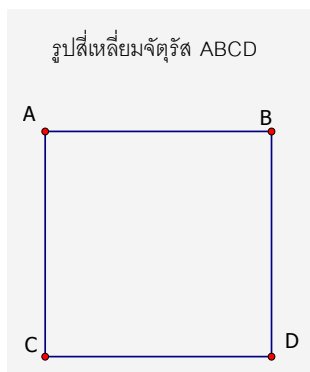


เครื่องมือสร้างวัตถุเส้นตรงและมุมตามที่กำหนด

เมื่อเราสร้างเส้นให้อยู่ในแนวนอน หรือแนวตั้ง เราสามารถกด Shift ค้างไว้ เพื่อให้วัตถุที่จะสร้างนั้นอยู่ในแนวนอน แนวตั้ง หรือสร้างวัตถุที่ทำมุม 15° 30° 45° 60° หรือ 75° โดยการคลิกจุดที่หนึ่งกดปุ่ม Shift และคลิกจุดที่สองก่อน แล้วค่อยปล่อยปุ่ม Shift

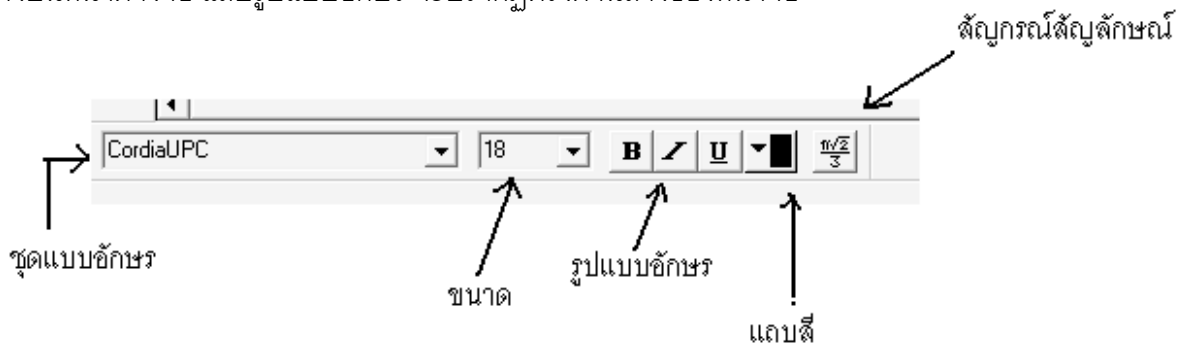
เครื่องมือสร้างข้อความ

ใช้เครื่องมือสร้างข้อความ เพื่อแสดงการดำเนินการที่หลากหลายที่เป็นตัวอักษร เช่น การเขียนข้อความ การตั้งชื่อจุด และวัตถุอื่น ๆ ที่แสดงผลเป็นข้อความ



แถบรูปแบบอักษร

ใช้แถบรูปแบบอักษร ดังแสดงในภาพ ใช้เพื่อเปลี่ยนชุดแบบอักษร(Font) ขนาด (size) แบบ (style) และ สีของป้าย ข้อความ และการวัด คลิกที่เครื่องมือ พิมพ์ข้อความ แล้วดับเบิลคลิก ตรงที่ว่างบนหน้าต่างต่างจอ แถบรูปแบบอักษร จะปรากฏตรงด้านล่างของหน้าจอ



สัญลักษณ์สัญลักษณ์

เครื่องมือกำหนดเอง



เป็นเครื่องมือ ที่นักเรียนสามารถที่จะสร้างต้นแบบ แบบร่างอื่น ๆ ไว้ใช้ต่อไป เช่นเดียวกับ เครื่องมือวงเวียนเขียนวงกลมซึ่งกำหนดจุดศูนย์กลางและรัศมี

แถบคำสั่ง (Menu bar)

1. เมนูเพิ่ม

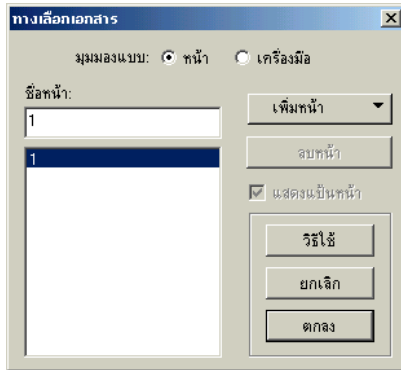
เพิ่ม	แก้ไข	แสดงผล	สร้าง	การ
เพิ่มใหม่			Ctrl+N	
เปิด...			Ctrl+O	
บันทึก...			Ctrl+S	
บันทึกเป็น...				
ปิด...			Ctrl+W	
ทางเลือกเอกสาร...				
ตั้งค่ากระดาษ...				
ตัวอย่างก่อนพิมพ์...				
พิมพ์...				
จบการทำงาน			Ctrl+Q	

- ◀ เป็นคำสั่งเปิดหน้าเอกสารใหม่
- ◀ เป็นคำสั่งเพื่อเปิดไฟล์ที่มีอยู่ในเครื่องคอมพิวเตอร์
- ◀ เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการบันทึกเอกสาร
- ◀ เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการบันทึกเอกสารตามเงื่อนไขต่างๆได้
- ◀ เป็นคำสั่งปิดหน้าต่างเอกสารปัจจุบัน
- ◀ เป็นคำสั่งใช้จัดการเกี่ยวกับหน้าเอกสาร
- ◀ เป็นคำสั่งที่ใช้จัดขนาดของกระดาษที่ต้องการใช้ในการพิมพ์
- ◀ เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการดูงานทั้งหมดก่อนพิมพ์
- ◀ เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการพิมพ์งาน
- ◀ เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการออกจากโปรแกรม



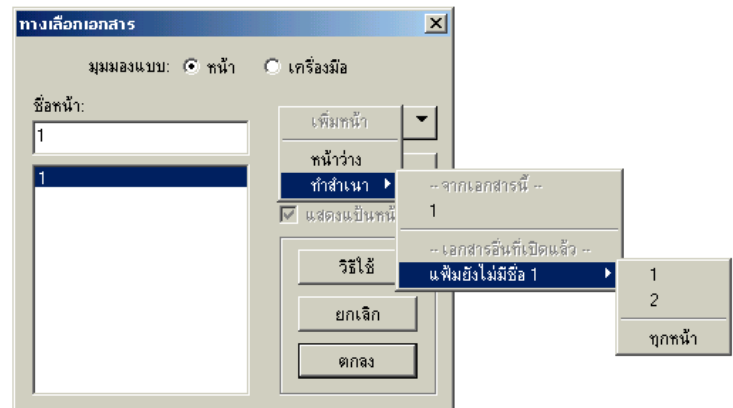
ตัวเลือกเอกสาร

เป็นเครื่องมือที่ใช้สร้างสารบัญเกี่ยวกับหน้าต่างของงาน และเครื่องมือกำหนดเอง

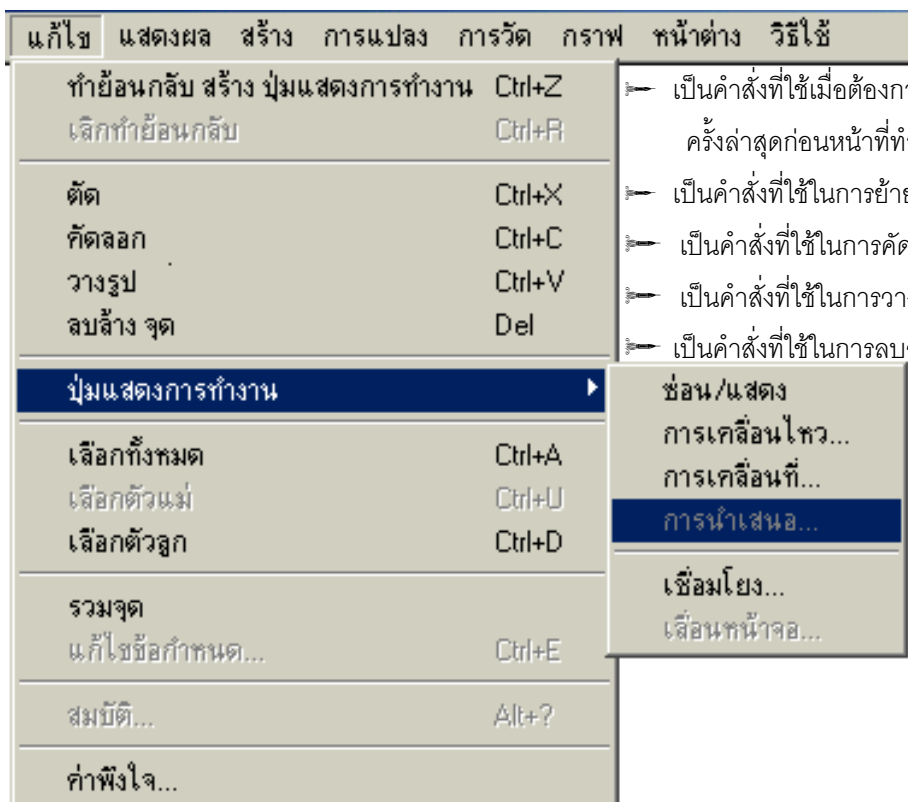


การเพิ่มหน้ามี 2 ทางเลือก

1. การเพิ่มหน้าว่าง
2. การเพิ่มหน้าที่เป็นสำเนา

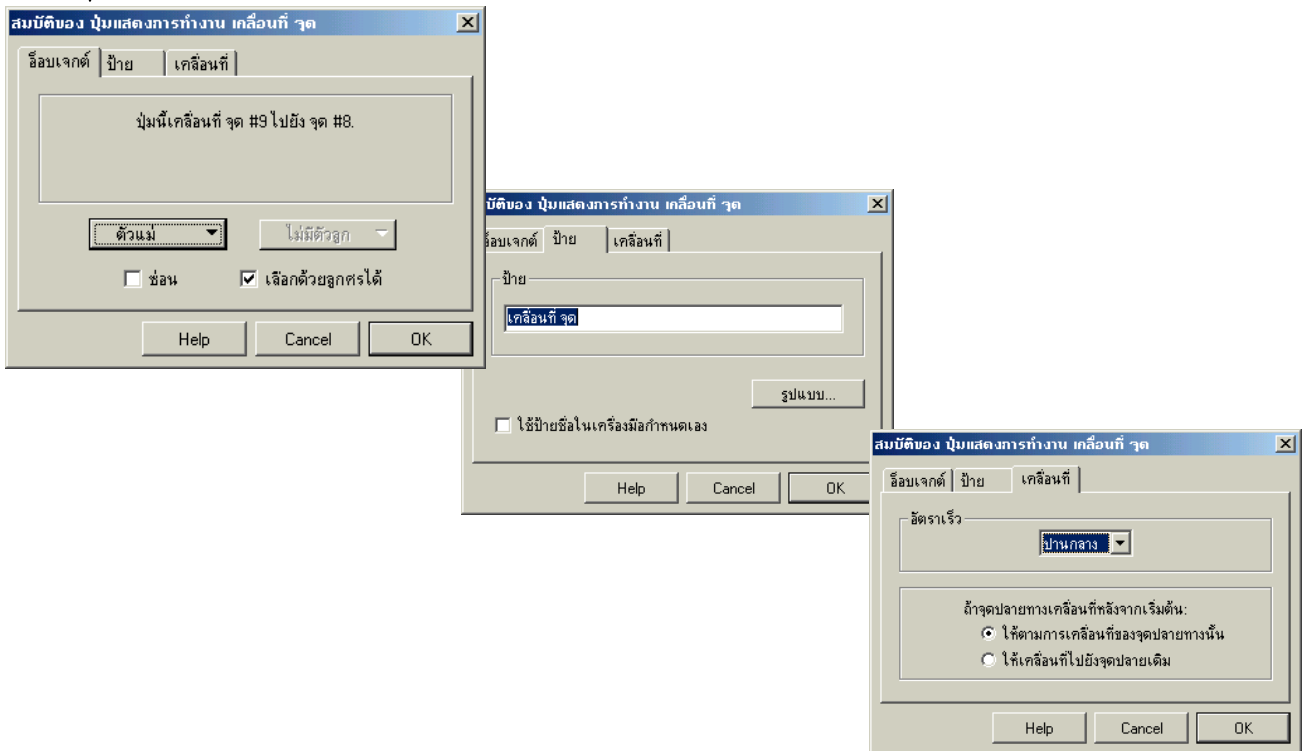


2. เมนูแก้ไข

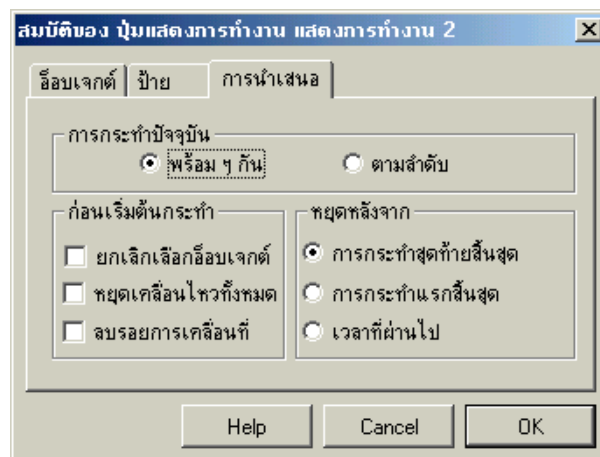


- เป็นคำสั่งที่ใช้เมื่อต้องการกลับไปยังงานที่แก้ไขครั้งล่าสุดก่อนหน้าที่ทำงานอยู่
- เป็นคำสั่งที่ใช้ในการย้ายงานไปไว้ที่อื่น
- เป็นคำสั่งที่ใช้ในการคัดลอกขอบเจ็ทต์
- เป็นคำสั่งที่ใช้ในการวางอ็อบเจกต์ที่เป็นสำเนา
- เป็นคำสั่งที่ใช้ในการลบอ็อบเจกต์

เมนูย่อย การเคลื่อนที่



เมนูย่อย การนำเสนอ



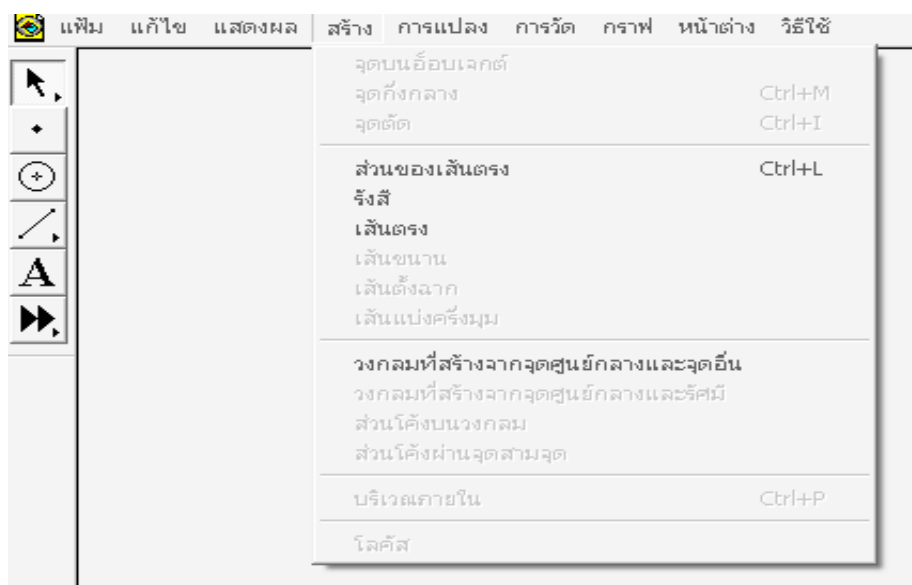
3. เมนูแสดงผล

แสดงผล	สร้าง	การแปลง	การวัด	กราฟ	หน้าต่าง
เส้น					
สี					
ข้อความ					
ซ่อน ปุ่มแสดงการทำงาน					
แสดงสิ่งที่ซ่อนไว้ทั้งหมด					
แสดงป้าย					
กำหนดชื่อ ปุ่มแสดงการทำงาน...					
รอย					
ลบรอย					
เคลื่อนไหว					
เพิ่มอัตราเร็ว					
ลดอัตราเร็ว					
หยุดการเคลื่อนไหว					
แสดงแถบรูปแบบอักษร					
แสดงคำสั่งควบคุมการเคลื่อนไหว					
ซ่อนกล่องเครื่องมือ					

เมนูแสดงผลมีคำสั่งเกี่ยวกับการควบคุมภาพที่ปรากฏของวัตถุในแบบร่างและเครื่องมือที่ใช้ ด้วยคำสั่งเหล่านี้เราสามารถให้อ็อบเจกต์มีความสวยงามมากยิ่งขึ้นและยังช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการนำเสนอเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง เช่น การใช้ขนาดของเส้นและสีที่เหมาะสมพร้อมกับการเลือกซ่อน/แสดงอ็อบเจกต์เพื่อเน้นความสนใจไปยังจุดสำคัญต่าง ๆ นอกจากนี้ยังสามารถสร้างรอยติดตามการเคลื่อนที่ซึ่งจะช่วยแสดงให้เห็นภาพที่เกิดจากร้อยรอยของการเคลื่อนที่ได้อีกด้วย

4. เมนูสร้าง

เมนูนี้จะมีคำสั่งเกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตที่สำคัญ หลายประการ คำสั่งนี้สามารถทำได้เช่นเดียวกับเครื่องมือวงเวียน และเครื่องมือวาดเส้นในแนวตรง แต่ในเมนูสร้างจะใช้งานง่ายและสะดวกรวดเร็วกว่าในการใช้คำสั่งต่าง ๆ ในเมนูกล่องเครื่องมือ



จุดบนอ็อบเจกต์ (Point On Object) ใช้เมื่อต้องการสร้างจุดบนวัตถุที่เป็นทางเดิน อย่างน้อยหนึ่งทางเดิน (เลือกวัตถุอย่างน้อย หนึ่งวัตถุ)

จุดกึ่งกลาง (Midpoint) ใช้เมื่อต้องการสร้างจุดที่อยู่กึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง (เลือกเส้นตรง อย่างน้อยหนึ่งเส้น)

จุดตัด (Intersection) ใช้เมื่อต้องการสร้างจุดที่เกิดจากการตัดกันของเส้นอย่างน้อยสองเส้น (เลือกเส้นสองเส้น)

ส่วนของเส้นตรง รังสี หรือ เส้นตรง (Segment, Ray or Line) ใช้เมื่อต้องการสร้างเส้น ในแนวตรงที่เกิดจากจุดสองจุด (เลือกจุดสองจุดขึ้นไป)

เส้นขนาน (Parallel Line) ใช้เมื่อต้องการสร้างเส้นขนาน (เลือกจุดอย่างน้อยหนึ่งจุด และ เส้นหนึ่งเส้น)

เส้นตั้งฉาก (Perpendicular Line) ใช้เมื่อต้องการสร้างเส้นตั้งฉาก (เลือกจุดอย่างน้อยหนึ่งจุด และเส้นหนึ่งเส้น)

เส้นแบ่งครึ่งมุม (Angle Bisector) ใช้เมื่อต้องการแบ่งครึ่งมุมโดยการกำหนดจุดสามจุด โดยที่จุดที่สองต้องเป็นจุดยอดมุม ซึ่งจุดทั้งสามต้องไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี (Circle By Center + Point) เป็นการสร้าง วงกลม โดยกำหนดจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดแรกกับจุดที่สองซึ่งเป็นจุดควบคุมรัศมี (สิ่งจำเป็นคือต้องกำหนด จุดสองจุด)

วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น (Circle by Center + Radius) เป็นการสร้าง วงกลมจากจุดศูนย์กลางที่เลือก ส่วนรัศมีจะถูกกำหนดโดยวัตถุที่เลือก (เลือกจุดหนึ่งจุดและส่วนของ เส้นตรงหนึ่งเส้นค่าพารามิเตอร์ หรือระยะทางที่ได้จากการวัดหรือการคำนวณ)

ส่วนโค้งบนวงกลม (Arc on Circle) เป็นการสร้างส่วนโค้งบนวงกลมหรือจุดศูนย์กลาง ที่กำหนด ซึ่งส่วนโค้งนั้นจะถูกสร้างขึ้นตามเข็มนาฬิกาจากจุดที่หนึ่งไปยังจุดที่สองบนเส้นรอบวง (สิ่งจำเป็นคือวงกลมหนึ่งวงและจุดสองจุดบนวงกลม หรือจุดศูนย์กลางและจุดสองจุดซึ่งมีระยะห่าง จากจุดศูนย์กลางเท่ากัน)

ส่วนโค้งผ่านจุดสามจุด (Arc through 3 Point) เป็นการสร้างส่วนโค้งด้วยจุดที่เลือก สามจุด โดยที่จุดทั้งสามไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

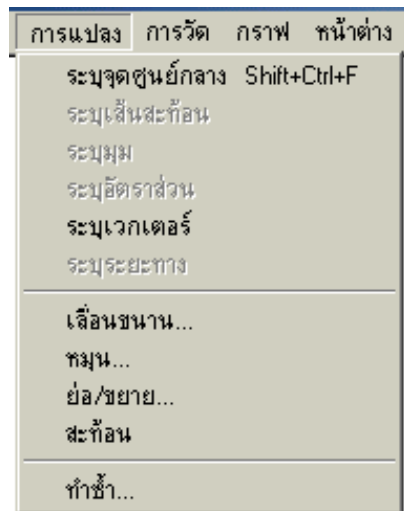
ภายใน (Interior) สร้างพื้นที่ภายในโดยคำนวณจากวัตถุที่เลือก ซึ่งกำหนดเบื้องต้นอาจ เปลี่ยนไปตามชนิดของพื้นที่ภายในที่ต้องการสร้าง ถ้าผ่านเลือกจุดตั้งแต่สามจุดขึ้นไป (เรียงตามลำดับ ทวนเข็มนาฬิกาหรือตามเข็มนาฬิกาก็ได้) คำสั่งนี้จะเปลี่ยนเป็น Polygon Interior หรืออาจจะเป็น

Circle Interior ถ้าเลือกวงกลมตั้งแต่หนึ่งวงขึ้นไป สามารถเลือกใช้คำสั่งภายในอาร์กเซนเตอร์ หรือ อาร์กเซนเมนต์ได้ (โดยการเลือกส่วนโค้งตั้งแต่หนึ่งเส้นขึ้นไป)

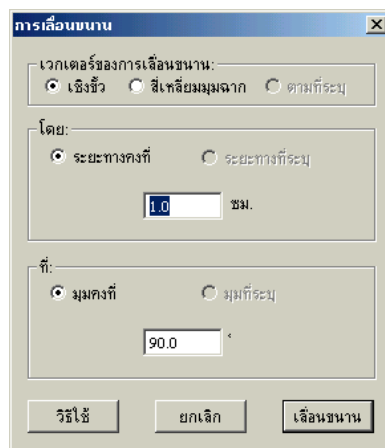
โลคัส (Locus) เป็นคำสั่งที่ใช้สร้างโลคัสของวัตถุที่เลือกบนเส้นทางการเคลื่อนที่บนเส้นทาง (เลือกจุดบนเส้นทางและวัตถุที่ขึ้นกับจุดนั้น หรือจุดอิสระ เส้นทางที่สามารถเคลื่อนที่ได้ และวัตถุที่ขึ้นกับจุดนั้น)

5. เมนูการแปลง

เมนูการแปลงเป็นการกำหนดการเปลี่ยนแปลงกับวัตถุที่สร้างขึ้น เช่น การเลื่อนขนาน การหมุน การย่อ-ขยาย การพลิก และนอกจากนี้ยังสามารถทำซ้ำวัตถุ (Iterate) ที่ต้องการได้

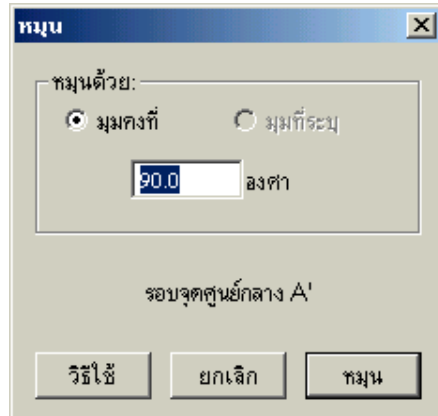


เลื่อนขนาน (Translate) คือการเลื่อนขนานวัตถุที่เลือกด้วยเวกเตอร์ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (ระบุระยะทางและมุม) เวกเตอร์ในระยะพิกัดฉาก (ระบุระยะทางในแนวตั้งและแนวนอน) หรือระยะเวกเตอร์จากค่าพารามิเตอร์



เมนูย่อย หมุน

หมุน (Rotation) คือการหมุนวัตถุที่เลือกตามจุดศูนย์กลางที่ระบุ ถ้าไม่ระบุจุดศูนย์กลาง Sketchpad จะระบุให้เองเมื่อมีการเลือกคำสั่งนี้



เมนูย่อย สะท้อน

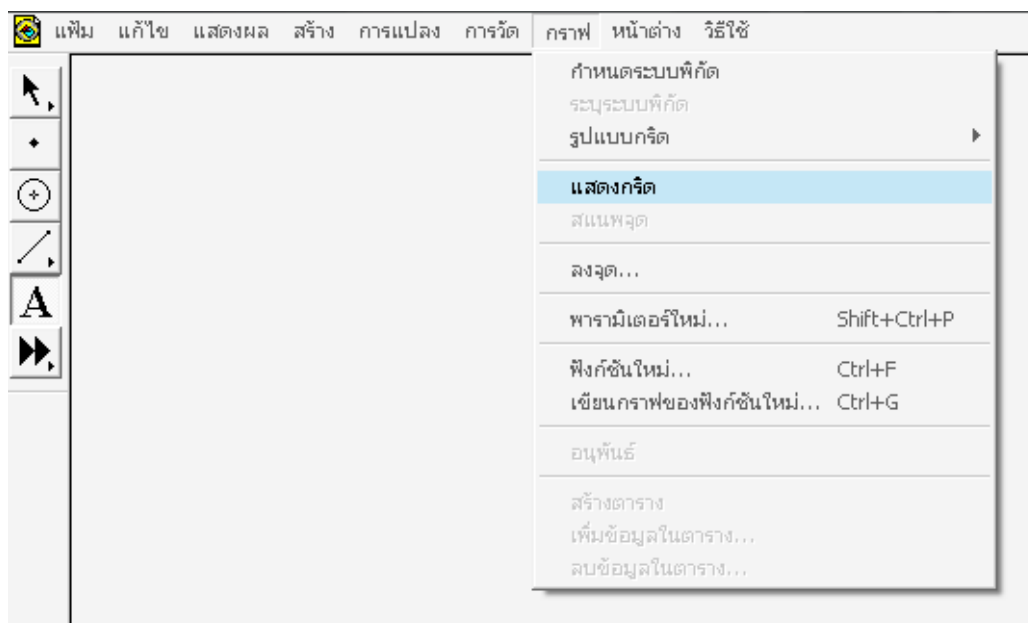
ในการสะท้อนอ็อบเจกต์ใด ๆ จะต้องกำหนดเส้นสะท้อน และเลือกอ็อบเจกต์จากนั้น
เลือกรายการ การแปลง -> สะท้อน

5. เมนูการวัด



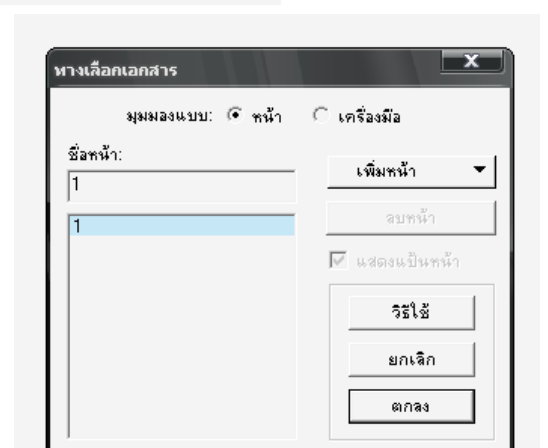
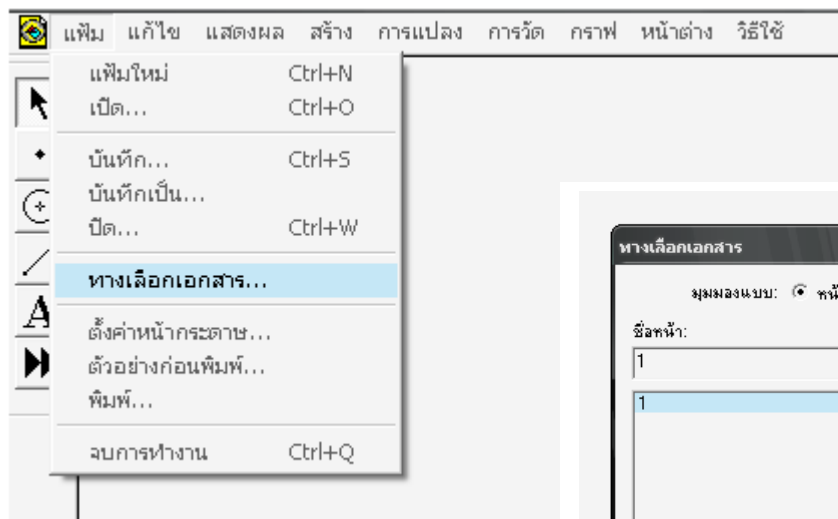
6. เมนูกราฟ

เมนูกราฟใช้ในการสร้างกราฟ และใช้ระบบพิกัดจากสร้างพารามิเตอร์



คำสั่งที่ใช้เสมอ

1. การเลือกอ็อบเจกต์ ใช้เครื่องมือ คลิกบริเวณที่ต้องการเลือก สามารถเลือกได้มากกว่าหนึ่งอ็อบเจกต์ อ็อบเจกต์ใดที่ถูกเลือกแล้วจะเป็นสีแดง
2. การไม่เลือกอ็อบเจกต์ ใช้ลูกศรคลิกที่บริเวณที่ว่างบนหน้าจอ เมื่อยกเลิกคำสั่งการเลือก ให้สังเกตคูสีแดงที่อยู่บนอ็อบเจกต์ ที่ถูกเลือกจะหายไป
3. การเพิ่มหน้า หรือการทำสำเนาในแฟ้มเดียวกัน เปิดแฟ้มใหม่ หรือในแฟ้มที่กำลังทำงานอยู่ไปที่เมนู เลือกคำสั่ง ตัวเลือกเอกสาร เลือกเพิ่มหน้า หรือทำสำเนา คลิก ตกลง หน้าที่ตั้งเพิ่มจะไปต่อหน้าสุดท้าย

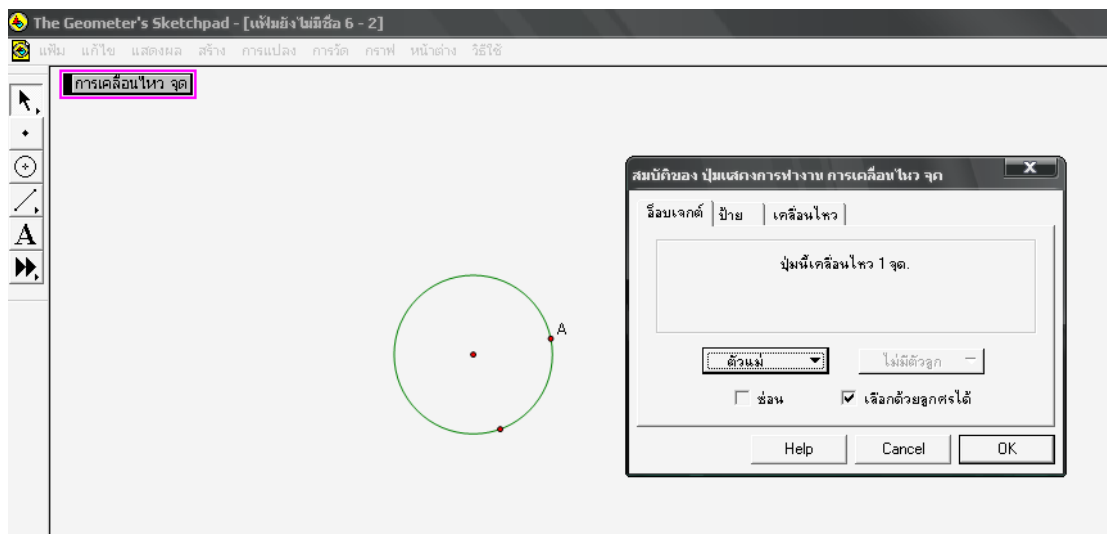


4. การใช้ปุ่มแสดงการทำงาน จากเมนูแก้ไข

✿ คำสั่ง ซ่อน/แสดง ใช้เครื่องมือลูกศรเลือกสิ่งที่ต้องการซ่อน เพื่อเรียกมาแสดงที่หลัง ไปที่เมนูแก้ไข คลิกที่ปุ่มแสดงการทำงาน คลิกคำสั่ง ซ่อน/แสดง ปุ่มคำสั่ง ซ่อน/แสดง จะปรากฏที่หน้าจอ

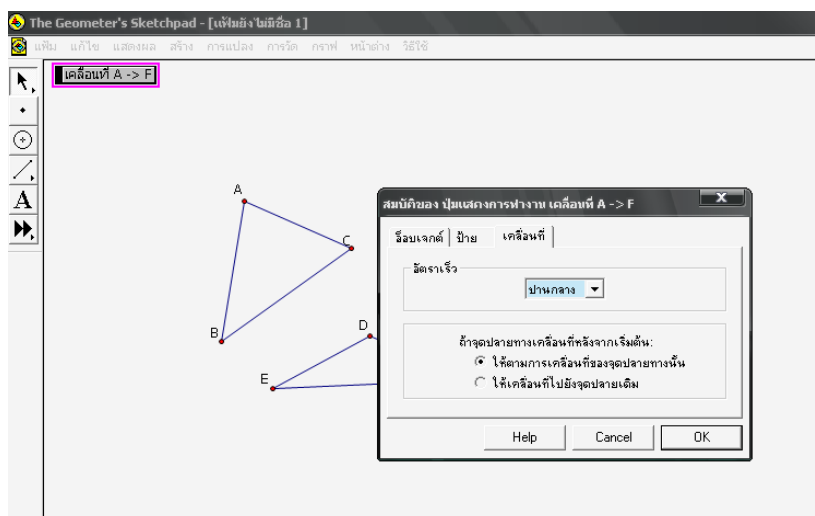
✿ คำสั่งการเคลื่อนไหว (Animation) ใช้คำสั่งนี้ เมื่อต้องการให้อ็อบเจกต์อิสระเคลื่อนไหวไปบนวิถีใดวิถีหนึ่ง เช่น เคลื่อนไหวจุดอิสระบนส่วนของเส้นตรง หรือเคลื่อนไหวจุดอิสระบนวงกลมเริ่มต้นนี้

➤ ใช้เครื่องมือลูกศรเลือก จุดอิสระ A ที่ต้องการให้มีการเคลื่อนไหว คลิกที่ **เมนูแก้ไข** -> ปุ่มแสดงการทำงาน -> การเคลื่อนไหว -> ตกลง



✿ คำสั่งการเคลื่อนที่ (Animation) คำสั่งการเคลื่อนที่นี้ ทำให้รูปต้นทางมีขนาดเดิมหรืออาจจะมีการเปลี่ยนแปลงก็ได้ ใช้คำสั่งนี้เมื่อต้องการให้อ็อบเจกต์เคลื่อนที่จากจุดต้นทางจุดหนึ่งไปยังจุดหนึ่งซึ่งเป็นจุดปลายทางและต้องเลือกรูปต้นทางก่อนเสมอ เริ่มจากจุดต้นทาง ที่ต้องการให้เคลื่อนที่ และ จุดปลายทางที่ต้องการทำทีละคู่ เช่นการเคลื่อนที่จากรูปสามเหลี่ยมต้นทาง ABC ไปยังรูปสามเหลี่ยมปลายทาง DEF เริ่มจาก

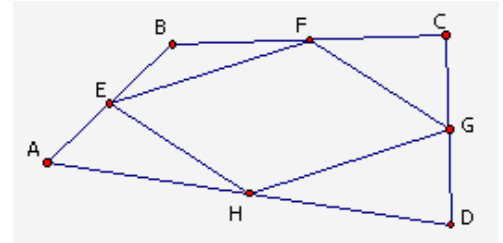
- คลิกจุดต้นทาง A และจุดปลายทาง B
 - คลิกจุดต้นทาง B และจุดปลายทาง D
 - จุดต้นทาง C และจุดปลายทาง E เสร็จแล้วคลิกที่
- เมนูแก้ไข -> ปุ่มแสดงการทำงาน -> การเคลื่อนที่ -> ตกลง



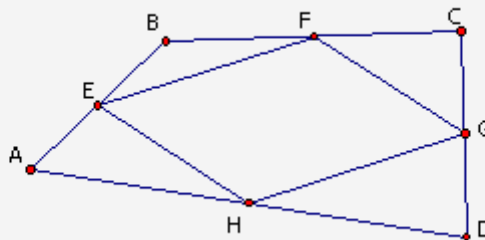


ให้นักเรียนปฏิบัติ ดังนี้

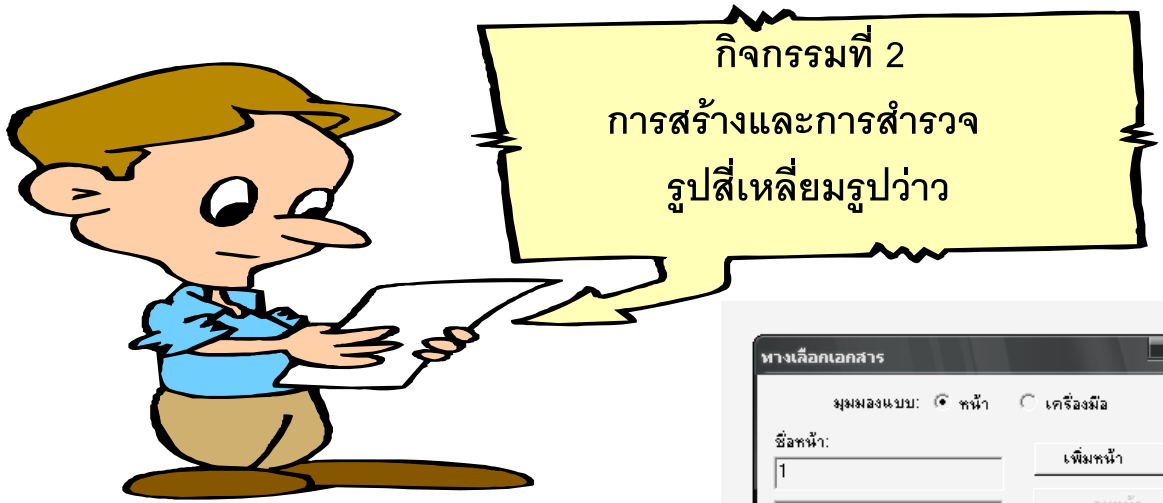
1. เปิดโปรแกรม The Geometer's Sketchpad และ เลือกเมนู แฟ้ม แล้วเลือกคำสั่งแฟ้มใหม่
2. เลือกเครื่องมือส่วนของเส้นตรง สร้างรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ
3. กำหนดจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสี่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ
 $ABCD$ ใช้เครื่องมือลูกศรคลิกที่ด้าน \overline{AB}
 เลือกเมนู สร้าง และเลือกคำสั่งจุดกึ่งกลาง ทำเช่นนี้
 ให้ครบทั้งสี่ด้าน ตั้งชื่อจุดใหม่ที่ได้เป็นจุด E, F, G และ H
4. ลากเส้นเชื่อมระหว่างจุด \overline{EF} , \overline{FG} , \overline{GH} และ \overline{HE} จะเกิดรูปสี่เหลี่ยม $EFGH$
5. ใช้คำสั่งลูกศรคลิกที่ด้าน EF เลือกเมนู แสดงผล แล้วเลือก คำสั่ง เส้น เลือกเส้นหนา หรือเลือก คำสั่งสีเพื่อเปลี่ยนสีตามต้องการ
6. การวัด ด้าน และ มุม ของรูปสี่เหลี่ยม $EFGH$
7. ใช้เครื่องมือลูกศรลากจุด A, B, C และ D ไปมา และตั้งข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยม $EFGH$



$m \overline{EF} = 3.38$ ซม.
 $m \overline{FG} = 2.68$ ซม.
 $m \overline{GH} = 3.38$ ซม.
 $m \overline{HE} = 2.68$ ซม.



$m\angle HEF = 50.70^\circ$
 $m\angle EFG = 129.30^\circ$
 $m\angle FGH = 50.70^\circ$
 $m\angle GHE = 129.30^\circ$



ให้นักเรียนปฏิบัติ ดังนี้


1. การเพิ่มหน้าในแฟ้มเดียวกัน
 - คลิกที่เมนูแฟ้ม เลือกคำสั่ง ทางเลือกเอกสาร/ เพิ่มหน้า เลือก หน้าว่าง คลิกตกลง
2. รูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ABCD
 - สร้างจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว ABCD
 - ใช้เครื่องมือลูกศรคลิกที่ด้าน เลือกเมนู สร้างและเลือกคำสั่ง จุดกึ่งกลาง ทำเช่นนี้ให้ครบทั้งสี่ด้าน ตั้งชื่อจุดใหม่ที่ได้เป็นจุด E, F, G และ H
 - ทำเส้นทแยงมุม และ ให้เป็นเส้นประ และ เปลี่ยนสีใด ๆ ตามใจชอบ จากเมนู แสดงผล เส้น และ สี
3. ทำการวัดด้าน และ มุมของรูปสี่เหลี่ยม EFGH
 - ใช้เครื่องมือลูกศรคลิกที่ด้าน เลือกเมนู วัด และ เลือกคำสั่ง ความยาว ทำเช่นนี้ให้ครบทั้งสี่ด้าน
 - ใช้เครื่องมือลูกศรคลิกที่จุด E, F, G และ H เลือกเมนู วัด และเลือกคำสั่งมุม ทำเช่นนี้ให้ครบทั้งสี่มุม
4. ใช้เครื่องมือลูกศรลากจุด A, B, C และ D ไปมา และตั้งข้อความคาดการณ์ เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยม EFGH
5. อธิบายและสรุปข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยม EFGH



อธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมที่เมื่อลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านต่าง ๆ ของรูปสี่เหลี่ยมนั้นแล้วทำให้เกิดรูปสี่เหลี่ยมต่อไปนี้

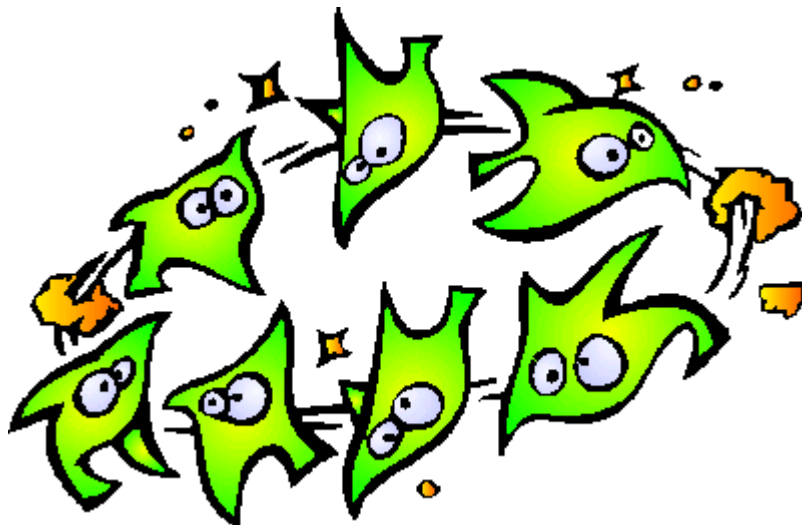
- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
- รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน
- รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า





กิจกรรมที่ 2 การแปลงทางเรขาคณิต

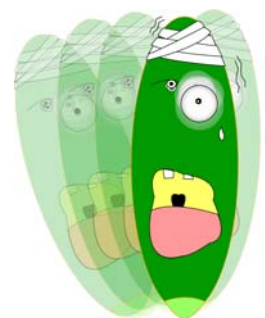
กลุ่มที่ สมาชิกคนที่ 1 ชื่อ.....
สมาชิกคนที่ 2 ชื่อ.....



การแปลงทางเรขาคณิต

การแปลงเป็นวิธีการที่ทำให้วัตถุมีการเคลื่อนที่ แต่ยังคงมีขนาดเท่าเดิม การแปลงแบ่งออกเป็น 3 ชนิด ดังนี้

1. การเลื่อนขนาน (Translation)
2. การสะท้อน (Reflection)
3. การหมุน (Rotation)



การเลื่อนขนาน

ข้อตกลงการใช้สัญลักษณ์ เมื่อ a, b เป็นจำนวนบวก

$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$	หมายถึง การเลื่อนขนานทางขวาตามแนวแกน X	X	ด้วยระยะทาง a หน่วย
	และ เลื่อนขนานขึ้นตามแนวแกน Y	Y	ด้วยระยะทาง b หน่วย

$\begin{bmatrix} -a \\ b \end{bmatrix}$	หมายถึง การเลื่อนขนานทางซ้ายตามแนวแกน X	X	ด้วยระยะทาง a หน่วย
	และ เลื่อนขนานขึ้นตามแนวแกน Y	Y	ด้วยระยะทาง b หน่วย

$\begin{bmatrix} a \\ -b \end{bmatrix}$	หมายถึง การเลื่อนขนานทางขวาตามแนวแกน X	X	ด้วยระยะทาง a หน่วย
	และ เลื่อนขนานลงตามแนวแกน Y	Y	ด้วยระยะทาง b หน่วย

$\begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$	หมายถึง การเลื่อนขนานทางซ้ายตามแนวแกน X	X	ด้วยระยะทาง a หน่วย
	และ เลื่อนขนานลงตามแนวแกน Y	Y	ด้วยระยะทาง b หน่วย

กิจกรรมที่ 1 การเลื่อนขนาน

1. จงหาจุดที่ได้จากการเลื่อนขนาน จุด A (3,2)

(1) ภายใต้การเลื่อนขนาน $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

เลื่อนขนานจุด A (3,2) ทางขวาตามแนวแกน X ด้วยระยะทาง 2 หน่วย
และเลื่อนขนานขึ้นตามแนวแกน Y ด้วยระยะทาง 1 หน่วย
จะได้ ผลลัพธ์อยู่ที่ตำแหน่ง A' (5,2)

(2) ภายใต้การเลื่อนขนาน $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ จะได้

เลื่อนขนานจุด A (3,2) ทางขวาตามแนวแกน X ด้วยระยะทาง หน่วย
และเลื่อนขนานขึ้นตามแนวแกน Y ด้วยระยะทาง หน่วย
จะได้ ผลลัพธ์อยู่ที่ตำแหน่ง A' (.....,.....)

(3) ภายใต้การเลื่อนขนาน $\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$ จะได้ ผลลัพธ์อยู่ที่ตำแหน่ง C (..... ,)

เลื่อนขนานจุด A (3,2) ทางขวาตามแนวแกน X ด้วยระยะทาง หน่วย
และเลื่อนขนานขึ้นตามแนวแกน Y ด้วยระยะทาง หน่วย
จะได้ ผลลัพธ์อยู่ที่ตำแหน่ง A' (.....,.....)

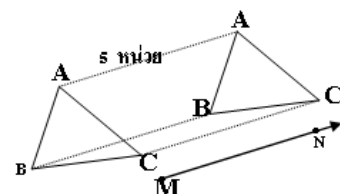
(4) ภายใต้การเลื่อนขนาน $\begin{bmatrix} -4 \\ -4 \end{bmatrix}$ จะได้ ผลลัพธ์อยู่ที่ตำแหน่ง D (..... ,)

เลื่อนขนานจุด A (3,2) ทางขวาตามแนวแกน X ด้วยระยะทาง หน่วย
และเลื่อนขนานขึ้นตามแนวแกน Y ด้วยระยะทาง หน่วย
จะได้ ผลลัพธ์อยู่ที่ตำแหน่ง A' (.....,.....)

กิจกรรมที่ 2 การเลื่อนขนานด้วยโปรแกรม GSP

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มใหม่
2. แสดงกริดของกราฟ
3. กำหนดจุด A , B และ C ตามลำดับ
4. ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสาม
5. แสดงพิกัดของจุด A , B และ C
6. เลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยมตามเวกเตอร์ที่กำหนด
7. แสดงจุดที่เกิดขึ้นใหม่จากการเลื่อนขนานเป็น A' , B' และ C'
8. บันทึกผลที่เกิดขึ้นลงในตารางต่อไปนี้



พิกัดบนภาพ	พิกัดบนภาพ เลื่อนขนานด้วย เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$	พิกัดบนภาพ เลื่อนขนานด้วย เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix}$	พิกัดบนภาพ เลื่อนขนานด้วย เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$	พิกัดบนภาพ เลื่อนขนานด้วย เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$
A(2 , 1)	A'(..... ,)	A'(..... ,)	A'(..... ,)	A'(..... ,)
B(3 , 4)	B'(..... ,)	B'(..... ,)	B'(..... ,)	B'(..... ,)
C(5 , 3)	C'(..... ,)	C'(..... ,)	C'(..... ,)	C'(..... ,)

จากความสัมพันธ์ดังกล่าว สรุปได้ว่า กำหนดจุด A(m,n) เลื่อนขนานด้วยเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ จะได้พิกัดใหม่ที่เกิดขึ้น คือ



ตรวจสอบความเข้าใจ

เมื่อกำหนดจุดของรูปต้นแบบ $A(-6,3)$ และจุดที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ $A'(11,-7)$ นักเรียนคิดว่า การเลื่อนขนานนี้ใช้เวกเตอร์การเลื่อนขนานอย่างไร





กิจกรรมที่ 3 สํารวจจุด

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มใหม่
2. แสดงกริดของกราฟ
3. กำหนดจุด A, B และ C
4. ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสาม
5. แสดงพิกัดของจุด A, B และ C
6. เลือกแกน X เป็นเส้นสะท้อน
7. สะท้อนรูปสามเหลี่ยม ABC ข้ามแกน X
8. กำหนดจุดสะท้อนที่เกิดขึ้นใหม่เป็น A', B' และ C'
9. แสดงพิกัดของจุด A', B' และ C'
10. บันทึกผลที่เกิดขึ้นลงในตารางต่อไปนี้

พิกัดบนภาพ	พิกัดบนภาพ
A(..... ,)	A'(..... ,)
B(..... ,)	B'(..... ,)
C(..... ,)	C'(..... ,)

คำถาม พิกัดที่หนึ่งของจุดต้นแบบกับจุดที่สะท้อน มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

คำตอบ

คำถาม พิกัดที่สองของจุดต้นแบบกับจุดที่สะท้อน มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

คำตอบ
.....

จากความสัมพันธ์ดังกล่าว สรุปได้ว่า

.....
.....



ตรวจสอบความเข้าใจ

จงเติมพิกัดของภาพของจุดเมื่อสะท้อนด้วยแกน X

ข้อที่	พิกัดของจุดบนภาพ	พิกัดของภาพเมื่อสะท้อนด้วยแกน X
1	(1,9)	
2	(-4,-7)	
3	(3,-5)	
4	(8,-11)	

กิจกรรมเสนอแนะ

ให้ลองเปลี่ยนเส้นสะท้อนแล้วสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดของจุดต้นแบบ กับพิกัดของจุดที่สะท้อนที่เกิดขึ้น



กิจกรรมที่ 4 การสะท้อนหรรษา

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. เปิดแฟ้มใหม่
2. แสดงกริดของกราฟ
3. กำหนดจุด A, B, C และ D
4. ลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดทั้งสี่
5. แสดงพิกัดของจุด A, B, C และ D
6. เลือกเส้นตรงที่กำหนดเป็นเส้นสะท้อน
7. สะท้อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD ข้ามเส้นตรงที่กำหนด
8. แสดงจุดสะท้อนที่เกิดขึ้นใหม่เป็น A', B', C' และ D'
9. บันทึกผลที่เกิดขึ้นลงในตารางต่อไปนี้

พิกัดบนภาพ	พิกัด บนภาพสะท้อน ข้ามเส้นตรง $x = -2$	พิกัด บนภาพสะท้อน ข้ามเส้นตรง $x = 5$	พิกัด บนภาพสะท้อน ข้ามเส้นตรง $y = -3$	พิกัด บนภาพสะท้อน ข้ามเส้นตรง $y = 6$
A(2, 1)	A'(.....,)	A'(.....,)	A'(.....,)	A'(.....,)
B(3, 4)	B'(.....,)	B'(.....,)	B'(.....,)	B'(.....,)
C(5, 3)	C'(.....,)	C'(.....,)	C'(.....,)	C'(.....,)
D(5, 2)	D'(.....,)	D'(.....,)	D'(.....,)	D'(.....,)

คำถาม พิกัดที่หนึ่งของจุดต้นแบบกับจุดที่สะท้อน มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

คำตอบ

คำถาม พิกัดที่สองของจุดต้นแบบกับจุดที่สะท้อน มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

คำตอบ
.....

จากความสัมพันธ์ดังกล่าว สรุปได้ว่า

กำหนดจุด $A(m,n)$ และเส้นตรง $x = h$ แล้วพิกัดที่เกิดจากการสะท้อนจุด A ข้ามเส้นตรง $x = h$

คือ

กำหนดจุด $A(m,n)$ และเส้นตรง $y = k$ แล้วพิกัดที่เกิดจากการสะท้อนจุด A ข้ามเส้นตรง $y = k$

คือ



ตรวจสอบความเข้าใจ

1. พิกัดที่เกิดจากการสะท้อนจุด $B(-6,4)$ ข้ามเส้นตรง $x+3 = 0$

คือ

2. พิกัดที่เกิดจากการสะท้อนจุด $C(-5,-1)$ ข้ามเส้นตรง $y = 10$

คือ



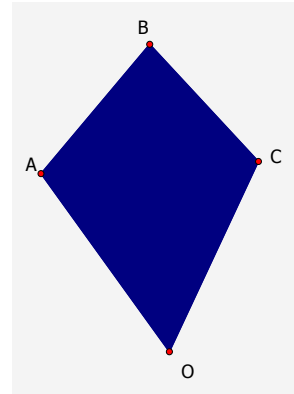
การหมุน

การหมุนเป็นการเคลื่อนที่ของอ็อบเจกต์ไปรอบ ๆ จุด ๆ หนึ่ง ทิศทางของการหมุนอาจจะ หมุนตามเข็มนาฬิกา หรือทวนเข็มนาฬิกาก็ได้

กิจกรรมที่ 5 การหมุนด้วยมุมคงที่

ให้นักเรียนปฏิบัติ ดังนี้

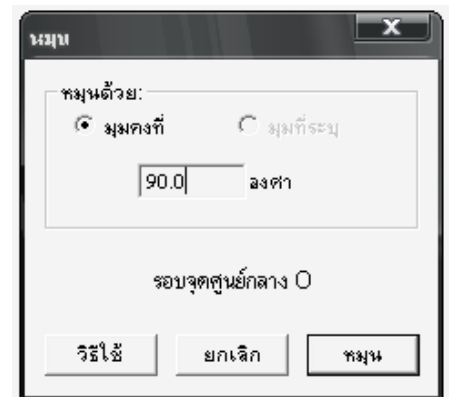
1. เปิดแฟ้มใหม่ของโปรแกรม GSP หรือ เพิ่มหน้าว่าง โดยการเลือกเมนูเพิ่ม เลือกคำสั่ง ทางเลือกเอกสาร แล้วคลิกที่แถบ เพิ่มหน้า เลือก หน้าว่าง
 - สร้างรูปสี่เหลี่ยม ABCO โดยใช้เครื่องมือ จุด และ สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดเหล่านั้น ดังรูป



2. การสร้างบริเวณภายในรูปหลายเหลี่ยม
 - ใช้เครื่องมือลูกศรคลิกบนจุด A, B, C และ O ตามลำดับ
 - เลือกคำสั่ง ภายในรูปหลายเหลี่ยม จากเมนู สร้าง

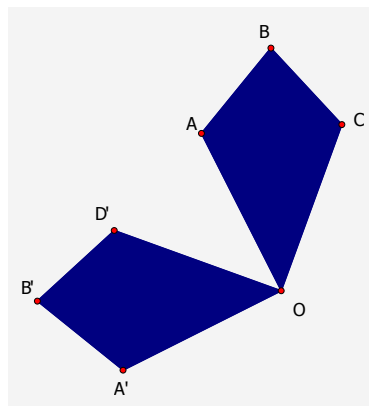
กรณีที่ 1 : จุดหมุนอยู่บนรูปต้นแบบ

- คลิกที่จุด O ไปที่เมนูการแปลง เลือกคำสั่ง ระบุจุดศูนย์กลาง
- เลือกรูป ABCO ทั้งหมด (จุด ด้าน และ ภายในรูปสี่เหลี่ยม) ทำการหมุนรูป ABCO โดยใช้คำสั่ง หมุน จากเมนูการแปลง
- คลิกเลือก มุม คงที่ แล้วพิมพ์ค่ามุม ที่ต้องการหมุนรอบ จุดศูนย์กลางการหมุน O เช่น 90 ลงในช่อง ดังรูปขวามือ



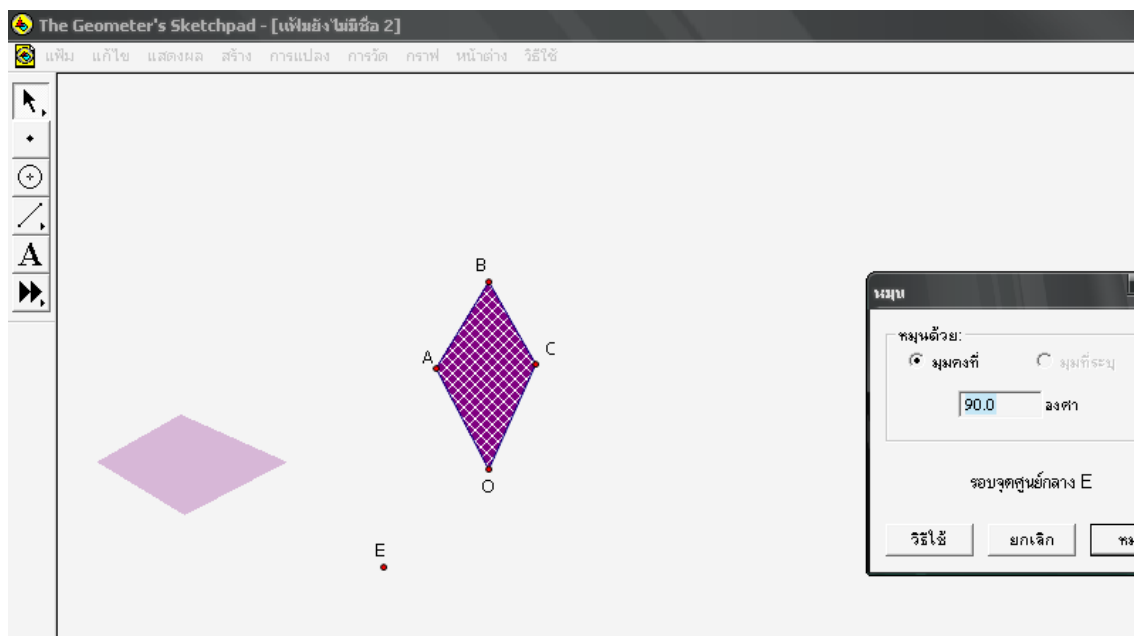
จะเกิดภาพ $A' B' C' O$ ที่ได้จากการการหมุนรูป ABCO

ที่มีขนาดเท่ากัน กับรูปต้นแบบ ทุกประการ



กรณีที่ 2 : จุดหมุนไม่อยู่บนรูปต้นแบบ

- สร้างจุดใหม่อีกหนึ่งจุด ตั้งชื่อเป็นจุด E
- คลิกที่จุด E ไปที่เมนู การแปลง เลือก คำสั่ง ระบุจุดศูนย์กลาง
- เลือกรูป ABCO ทั้งหมด (จุด ด้าน และ ภายในรูปสี่เหลี่ยม) ทำการหมุนรูป ABCO โดยใช้คำสั่ง หมุน จาก เมนูการแปลง
- คลิกเลือก มุม คงที่ แล้วพิมพ์ค่ามุม ที่ต้องการหมุนรอบจุดศูนย์กลาง การหมุน E เช่น 90 ลงในช่อง ดังรูป

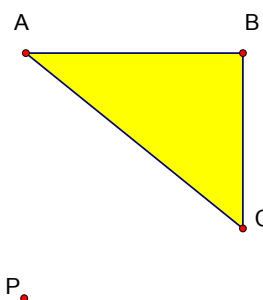
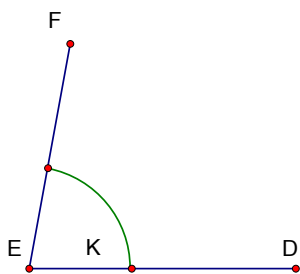


- คลิก หมุน

กิจกรรมที่ 6 การหมุนด้วยมุมที่กำหนดให้

กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ACB เป็นรูปต้นแบบ มีจุด P เป็นจุดหมุน ให้นักเรียนหา รูปสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการหมุนรูปสามเหลี่ยม ACB ทวนเข็มนาฬิกาด้วยมุมที่มีขนาด k°

1. เพิ่มหน้าในแฟ้มเดียวกัน โดยการเลือกเมนูแฟ้ม เลือกคำสั่ง ทางเลือกเอกสาร แล้วคลิกที่แถบ เพิ่มหน้า เลือกหน้าว่าง
2. สร้างรูปสามเหลี่ยม ABC โดยใช้เครื่องมือ จุด และ สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดเหล่านั้น
3. สร้างบริเวณภายในรูปสามเหลี่ยม
4. สร้างมุม DEF ให้มีค่า เท่ากับ k องศา
5. ระบุจุดศูนย์กลางของการหมุน สร้างจุดอีกหนึ่งจุด ตั้งชื่อเป็น P กำหนดให้จุด P เป็นจุด ศูนย์กลาง ของการหมุน โดยใช้เมนูการแปลง เลือกคำสั่ง ระบุจุดศูนย์กลาง

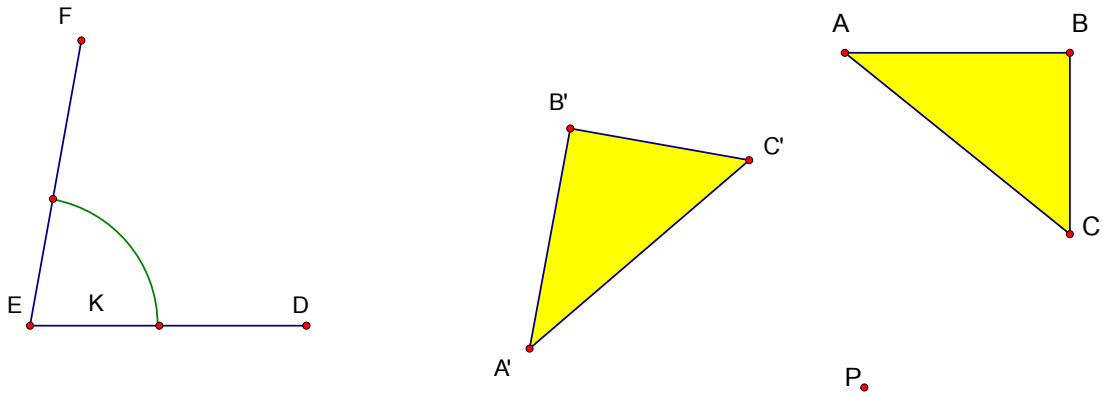


6. การระบุมุม

- คลิกที่จุด D , E และ F ตามลำดับ ไปที่เมนู การแปลง เลือกคำสั่ง ระบุมุม
- เลือกรูปสามเหลี่ยม ABC ทั้งหมด
ทำการหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC โดยใช้คำสั่งหมุน จาก เมนูการแปลง
- คลิก หมุน



จะเกิดภาพ $A'B'C'$ ที่ได้จากการหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีขนาดเท่ากับกับรูปต้นแบบทุกประการ



7. สร้างวงกลมโดยมีจุด P เป็นจุดศูนย์กลาง และมีรัศมี \overline{PA} , \overline{PB} และ \overline{PC}

- คลิกที่จุด P และ A เลือกคำสั่ง วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น จากเมนูสร้าง
- คลิกที่จุด P และ B เลือกคำสั่ง วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น จากเมนูสร้าง
- คลิกที่จุด P และ C เลือกคำสั่ง วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น จากเมนูสร้าง

8. สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุด PA , PB , PC , PA' , PB' และ PC' พร้อมทั้งวัดความยาว

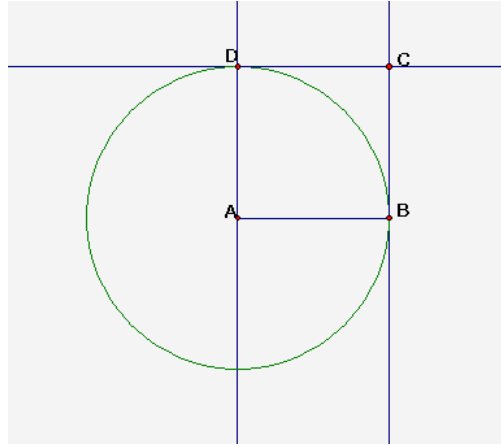
$PA = 5.02$ ซม.
 $PB = 5.88$ ซม.
 $PC = 3.82$ ซม.

 $PC' = 3.82$ ซม.
 $PB' = 5.88$ ซม.
 $PA' = 5.02$ ซม.



กิจกรรมที่ 7 เจ้าช่างน้อย

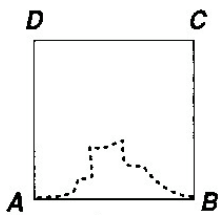
ขั้นที่ 1 สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD



เมื่อได้รูปสี่เหลี่ยม ABCD ตามต้องการแล้ว ให้ทำการซ่อนอ็อบเจกต์ที่ไม่เกี่ยวข้อง โดยการเลือกอ็อบเจกต์ที่ต้องการซ่อน แล้ว เลือก เมนู แสดงผล -> ซ่อนอ็อบเจกต์ หรือ คลิกขวา เลือกรายการ ซ่อน

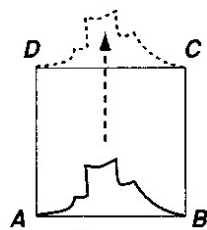
หมายเหตุ : ในการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD สามารถใช้การเลื่อนขนานช่วยในการสร้างได้

ขั้นที่ 2 สร้างรอยจุด ดังรูป



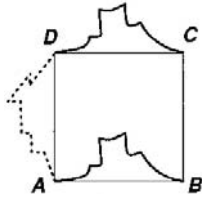
รอยจุดที่สร้างขึ้นอาจไม่จำเป็นต้องกำหนดถี่จนเกินไป เมื่อกำหนดจุดเป็นที่เรียบร้อยแล้ว ให้ทำการลากเส้นเชื่อมจุดเหล่านั้น

ขั้นที่ 3 เลื่อนขนานรูป



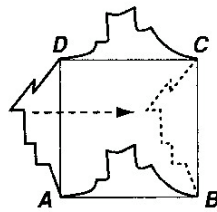
เมื่อลากเส้นต่อจุดเป็นที่เรียบร้อยแล้ว ให้เลือกอ็อบเจกต์ที่ต้องการเลื่อนขนาน จากนั้น เลือกเมนู การแปลง -> เลื่อนขนาน (ให้ระยะแกนแนวตั้งเท่ากับ ความยาวของด้าน AD)

ขั้นที่ 4 สร้างรอยจุด ดังรูป



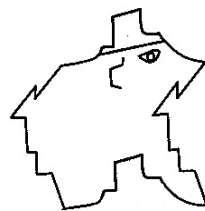
กำหนดจุดเป็นที่เรียบร้อยแล้วให้ทำการลากเส้นเชื่อมจุดเหล่านั้น

ขั้นที่ 5 เลื่อนขนาน ดังรูป

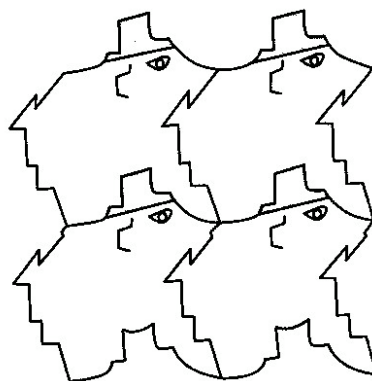


เมื่อลากเส้นต่อจุดเป็นที่เรียบร้อยแล้วให้เลือก
อ็อบเจกต์ที่ต้องการเลื่อนขนาน จากนั้น เลือกเมนู
การแปลง -> เลื่อนขนาน (ให้ระยะแกนแนวนอนเท่ากับ
ความยาวของด้าน AB)

ขั้นที่ 6 เมื่อได้รูปข้างตามต้องการให้ซ่อนอ็อบเจกต์ที่ไม่เกี่ยวข้อง พร้อมทั้งแต่งรูปให้สวยงาม ดังรูป



ขั้นที่ 7 ทำการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ จนเกิดลวดลายที่สวยงาม ดังรูป





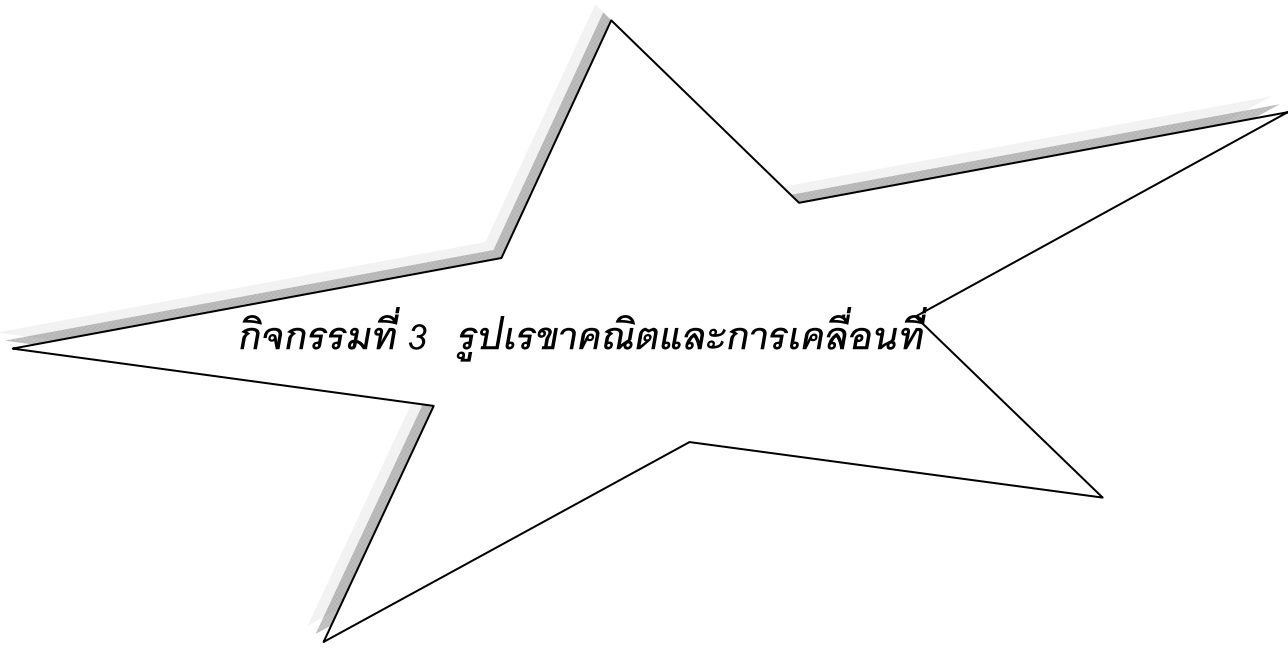
กิจกรรมเสนอแนะ

1. ให้นักเรียนสร้างภาพ **Tessellations** ที่เกิดจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า หรือรูปเรขาคณิตอื่น ๆ

<p>ขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2 ขั้นที่ 3</p> <p>ขั้นที่ 4</p> <p>ชื่อภาพ</p>	<p>ขั้นที่ 1 ขั้นที่ 2 ขั้นที่ 3</p> <p>ขั้นที่ 4</p>
--	---

รูปเรขาคณิตที่นำมาใช้เป็นรูปต้นแบบ

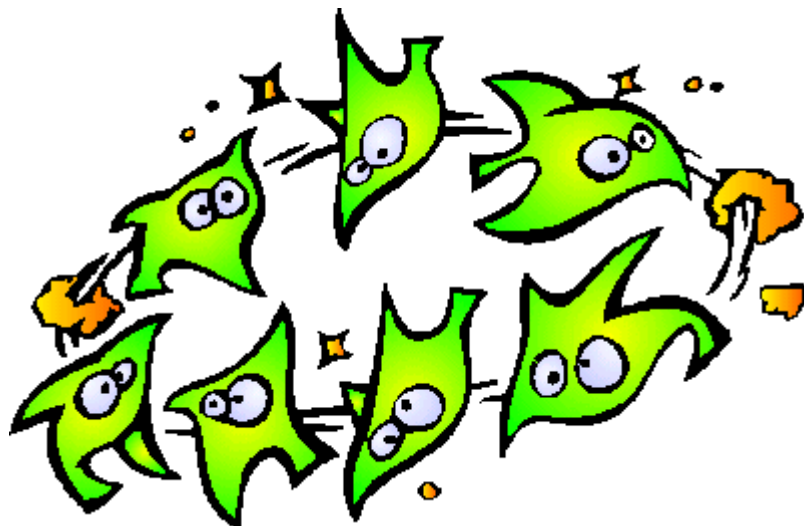
ใช้การแปลงทางเรขาคณิต เรื่อง.....



กิจกรรมที่ 3 รูปเรขาคณิตและการเคลื่อนที่

กลุ่มที่ สมาชิกคนที่ 1 ชื่อ.....

สมาชิกคนที่ 2 ชื่อ.....



กิจกรรม ที่ 1 การสร้างส่วนของเส้นตรงให้มีความยาวเท่ากับ ความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้

ขั้นที่ 1 คลิก จุด ลงบนพื้นที่ที่ต้องการวาด

ขั้นที่ 2 คลิกเมนู กราฟ เลือก พารามิเตอร์ใหม่ แล้วกำหนดค่าพารามิเตอร์

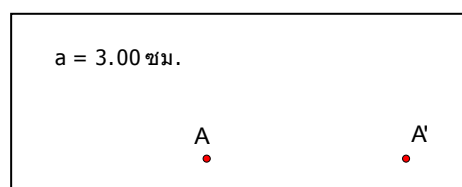
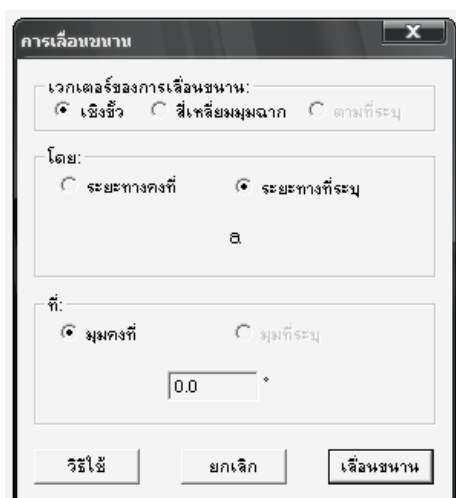
(กำหนดความยาวของส่วนของ

เส้นตรง เช่น $a = 3$ เซนติเมตร)



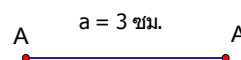
ขั้นที่ 3 สร้างส่วนของเส้นตรง โดยคลิกเลือกจุดที่สร้างไว้

แล้วเลือกคำสั่ง การแปลง เลือก การเลื่อนขนาน จากนั้นใส่ค่าความยาวที่ต้องการโดยคลิก ที่พารามิเตอร์ $a = 3$ เซนติเมตร แล้วใส่ค่ามุมของการเลื่อนขนานเป็น 0 องศา กดปุ่ม เลื่อนขนาน จะได้จุดสองจุดอยู่ห่างกัน 3 เซนติเมตร ดังรูป



ขั้นที่ 4 คลิกที่จุด สอง จุด เลือกคำสั่ง สร้าง เลือกส่วนของเส้นตรง จะได้ส่วนของเส้นตรงยาว 3 เซนติเมตร

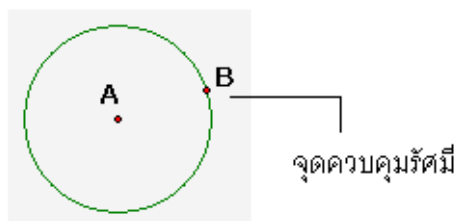
ขั้นที่ 5 ถ้าต้องการเปลี่ยนความยาวของส่วนของเส้นตรงตามที่กำหนด ให้ดับเบิลคลิกที่ ค่าพารามิเตอร์ a แล้วใส่ค่าความยาวของด้านตามที่ต้องการ



การสร้างรูปวงกลม

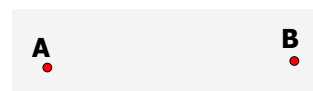
วิธีที่ 1 สร้างโดยใช้เครื่องมือวงเวียน

คลิกเครื่องมือวงเวียน คลิกเมาส์ค้างไว้ ที่พื้นที่ที่ต้องการวาด เมื่อเลื่อนเมาส์ออกจะได้วงกลมขนาดตามต้องการ จะได้รูปวงกลมที่กำหนดขนาดโดยการเลื่อนจุดควบคุมรัศมีที่อยู่บนเส้นรอบวงของรูปวงกลม



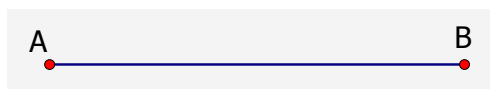
วิธีที่ 2 สร้างโดยการกำหนดจุดใด ๆ สองจุด

1. คลิกที่เครื่องมือลงจุดใด ๆ สองจุด บนพื้นที่ที่ต้องการวาด
2. จุดแรก ให้เป็น จุด A และ จุดที่สอง ให้เป็นจุด B
3. คลิกเมาส์ที่จุด A และ B ตามลำดับ โดยจุด A ที่เลือกเป็นจุดศูนย์กลาง และ B เป็นจุดควบคุมรัศมี รัศมีของวงกลมยาวเท่ากับ \overline{AB}
4. คลิกเมนู สร้าง เลือก วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและจุดอื่น
5. จะได้รูปวงกลมตามต้องการ



วิธีที่ 3 สร้างโดยการกำหนดจุด ๆ หนึ่ง และส่วนของเส้นตรง

1. เลือกเครื่องมือเขียนเส้นในแนวตรง วาดส่วนของเส้นตรง AB 1 เส้น
2. คลิกเลือกจุด A จุดนี้จะเป็นจุดศูนย์กลาง และคลิกที่เส้น เลือกคำสั่ง สร้าง เลือกวงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี จะได้รูปวงกลมตามต้องการ

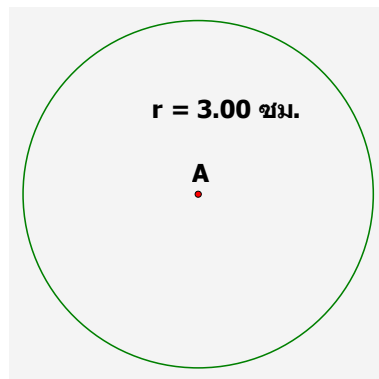


วิธีที่ 4 สร้างโดยการกำหนดจากจุดหนึ่งและค่าพารามิเตอร์

1. คลิกเครื่องมือลงจุด A บนพื้นที่ที่ต้องการวาด
2. กำหนดค่าพารามิเตอร์ โดยใช้คำสั่ง กราฟ เลือกร พารามิเตอร์ใหม่
แล้วกำหนดค่าพารามิเตอร์ เช่น $r = 3$ เซนติเมตร จะได้ค่าพารามิเตอร์
 $r = 3$ เซนติเมตร



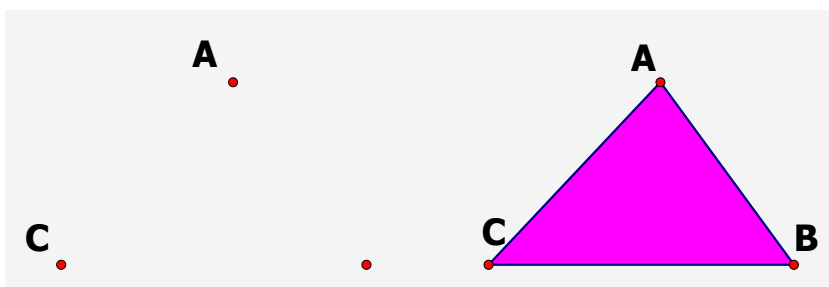
3. คลิกเลือกจุด A แล้วเลือกค่าพารามิเตอร์ แล้วเลือกคำสั่ง สร้าง
เลือกร วงกลมที่สร้างจากจุดศูนย์กลางและรัศมี จะได้รูปวงกลมตามต้องการ
4. ถ้าต้องการเปลี่ยนขนาดของวงกลมให้ดับเบิลคลิกที่ค่าพารามิเตอร์ ใ้รัศมีตามต้องการ
เลือกตกลง



การสร้างรูปสามเหลี่ยม

วิธีที่ 1 สร้างรูปสามเหลี่ยมใด ๆ โดยใช้จุดสามจุด

1. คลิกเครื่องมือลงจุด 3 จุด ให้เป็นจุด A, B และ C ตามลำดับ
2. คลิกเลือกจุดทั้ง 3 จุด แล้วไปที่คำสั่ง สร้าง เลือก ส่วนของเส้นตรง



วิธีที่ 2 สร้างรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ให้ได้ขนาดตามที่กำหนด

เช่น สร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมภายใน มุมหนึ่งทาง 80 องศา โดยที่ด้านประกอบมุมนั้น ยาว 3 เซนติเมตร และ 5 เซนติเมตร ตามลำดับ

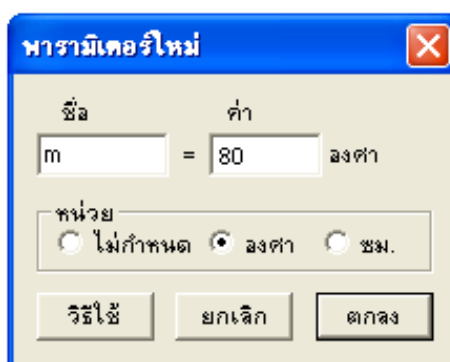
1. เลือกเครื่องมือลงจุด A
2. กำหนดค่าพารามิเตอร์ โดยไปที่คำสั่งกราฟ เลือก พารามิเตอร์ใหม่

กำหนดค่าพารามิเตอร์ สามตัว คือ มุมหนึ่งมุม (กำหนดมุมขนาด 80 องศา :

ใส่ค่าพารามิเตอร์ $m = 80$ องศา ดังรูป) และความยาวของด้านอีกสองด้าน

(กำหนดความยาวของด้านสองด้าน : ใส่ค่าพารามิเตอร์ $a = 3$ เซนติเมตร และ $b = 5$ เซนติเมตร)

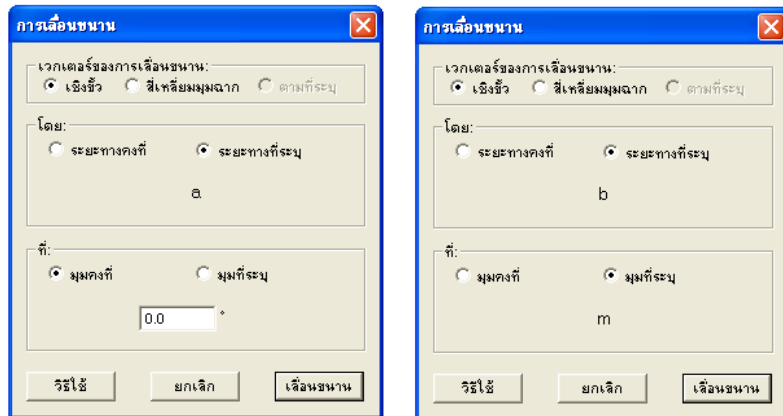
จะได้ค่าพารามิเตอร์ 3 ตัว คือ $m = 80$ องศา $a = 3$ เซนติเมตร และ $b = 5$ เซนติเมตร



3. คลิกเลือกจุด A ไปที่คำสั่ง การแปลง เลือก เลื่อนขนาน ใส่ค่าการเลื่อนขนานของระยะทางการเลื่อน โดยคลิกที่ค่าพารามิเตอร์ $a = 3$ และใส่ค่าองศาของการเลื่อนขนาน โดยการ

ใส่เลขค่ามุม 0 องศา ดังรูป แล้วเลือก เลื่อนขนาน จากนั้นใส่ค่าองศาของการเลื่อนขนานของระยะทางการเลื่อน โดยการคลิกที่ ค่าพารามิเตอร์ $b = 5$ เซนติเมตร และใส่ค่าองศาของการเลื่อนขนานโดยคลิกที่ค่าพารามิเตอร์ $m = 80$ องศา กดปุ่ม เลื่อนขนาน จะได้จุดสามจุดดังรูป

$$\begin{aligned} m &= 80.00^\circ \\ b &= 4.00 \text{ ซม.} \\ a &= 3.00 \text{ ซม.} \end{aligned}$$



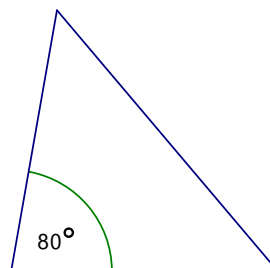
$$\begin{aligned} m &= 80.00^\circ \\ a &= 3.00 \text{ ซม.} \\ b &= 4.00 \text{ ซม.} \end{aligned}$$

A

4. คลิกเลือกจุดทั้งสามจุด แล้วไปที่คำสั่ง สร้าง เลือก ส่วนของเส้นตรง จะได้รูปสามเหลี่ยมที่มุมและขนาดตามที่กำหนด ดังรูป

5. ถ้าต้องการเปลี่ยนขนาดของมุม ให้ดับเบิลคลิกที่ค่าพารามิเตอร์ m แล้วใส่ค่ามุมตามต้องการหรือ ถ้าต้องการเปลี่ยนความยาวของด้านประกอบมุมภายในที่กำหนด ให้ดับเบิลคลิกที่ค่าพารามิเตอร์ a หรือ b แล้วใส่ค่าความยาวที่ต้องการ

$$\begin{aligned} m &= 80.00^\circ \\ b &= 4.00 \text{ ซม.} \\ a &= 3.00 \text{ ซม.} \end{aligned}$$

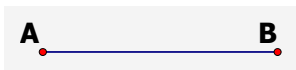


การสร้างสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

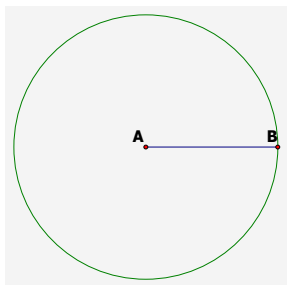
ใน Sketchpad “การวาดรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน” (Drawing a rhombus) กับ “การสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (Constructing a rhombus) นั้นแตกต่างกัน เมื่อครูสั่งให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ในบทเรียนเรื่องสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน นักเรียนควรจะรู้ว่าคุณครูสอนต้องการให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมที่มีสมบัติที่ทำให้รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ไม่ใช่เพียงแค่วาดรูปสี่เหลี่ยมที่ดูเหมือนกับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนโดยการสร้างส่วนของเส้นตรงขนาดเท่ากันสี่เส้นแล้วนำมาประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยม จากนั้นดึงมุมต่างๆ ของรูปสี่เหลี่ยมจนกระทั่งได้ออกมาเป็นรูปร่างที่ต้องการ รูปสี่เหลี่ยมที่ได้นั้นจะไม่คงเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเมื่อมุมต่าง ๆ ของรูปสี่เหลี่ยมถูกดึง เพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น เพราะว่ารูปสี่เหลี่ยมรูปนี้ไม่ได้ถูกสร้างขึ้นโดยใช้สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมดังกล่าวถูกสร้างขึ้นโดยใช้ส่วนของเส้นตรงที่เท่ากันสี่เส้นเท่านั้น รูปที่ได้จึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าซึ่งมิได้หมายความว่าจำเป็นต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนด้วย การจะสร้างรูปสี่เหลี่ยมที่เราต้องการก็คือรูปสี่เหลี่ยมที่ไม่ว่าจะถูกดึงมุมใดหรือด้านใดก็ตามก็ยังคงเป็นสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน การจะสร้างรูปสี่เหลี่ยมนี้ได้ นักเรียนจะต้องเข้าใจถึงสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน มาถึงตอนนี้เราจะเห็นข้อได้เปรียบของการใช้ Sketchpad ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ขั้นตอนต่อไปเป็นวิธีการสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนตามขั้นตอน ดังกล่าว โดยใช้ Sketchpad ดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างส่วนของเส้นตรง



ขั้นที่ 2 สร้างวงกลม โดยใช้ A เป็นจุดศูนย์กลาง และส่วนของเส้นตรง AB เป็นรัศมี

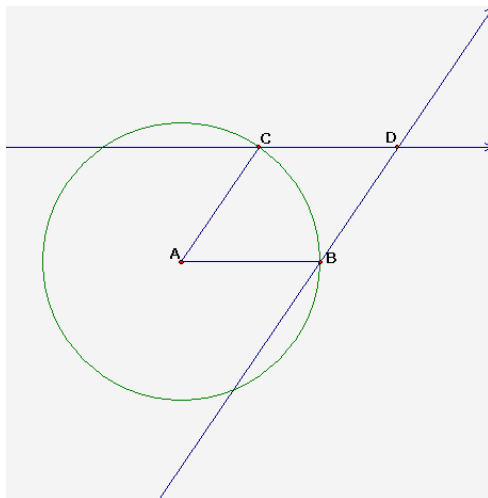


ขั้นที่ 3 สร้างส่วนของเส้นตรง AC โดย C เป็นจุดใด ๆ บนรูปวงกลม

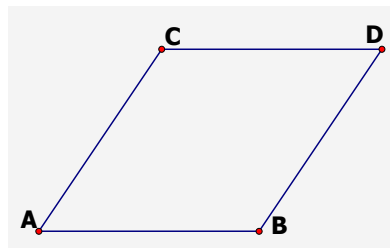
ขั้นที่ 4 สร้างเส้นตรงผ่านจุด C และ ขนานกับส่วนของเส้นตรง AB

ขั้นที่ 5 สร้างเส้นตรงผ่านจุด B และ ขนานกับส่วนของเส้นตรง AC

ขั้นที่ 6 สร้างส่วนของเส้นตรง CD โดยที่ D เป็นจุดตัดของเส้นตรงที่ลากผ่านจุด B และ C



ขั้นที่ 7 ซ่อนวงกลมและเส้นตรงทั้งสองเส้น



ขั้นที่ 8 สร้างส่วนของเส้นตรง BD

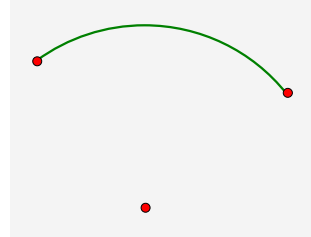
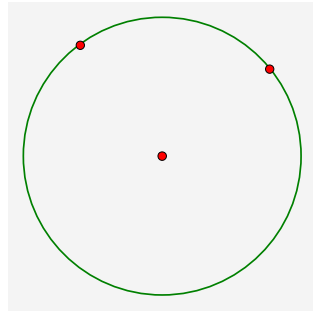
นักเรียนสามารถตรวจสอบรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนหรือไม่ โดยการใช้สมบัติรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือ “ด้านตรงข้ามขนานกันและยาวเท่ากัน และมุมทุกมุม ไม่เป็นมุมฉาก “

- การแสดงว่าด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมยาวเท่ากันสามารถทำได้โดยใช้คำสั่งระยะทางในเมนูวัด

- การแสดงว่าด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมขนานกันสามารถทำได้ใน Sketchpad โดยอาศัยสมบัติของเส้นขนาน ที่ว่า “มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน” ซึ่งเราสามารถแสดงให้เห็นว่ามุมแย้งมีขนาดเท่ากัน และมุมทุกมุมไม่เป็นมุมฉากโดยเลือก คำสั่งเมนูใน เมนูวัด

การสร้างส่วนโค้ง

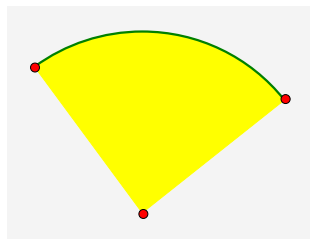
สร้างวงกลมวงหนึ่งและลงจุดบนเส้นรอบวงสองจุด จากนั้นคลิกเลือกจุดบนเส้นรอบวงจุดที่หนึ่ง เส้นรอบวงและจุดอีกจุดหนึ่งบนเส้นรอบวง แล้วไปที่คำสั่งสร้าง เลือก ส่วนโค้งบนวงกลม จากนั้นช้อนเส้นรอบวงจะได้ส่วนโค้งตามต้องการ



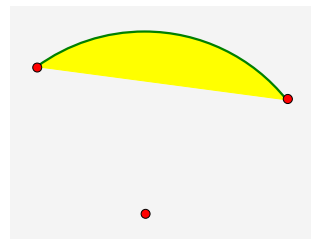
ถ้าต้องการสร้างพื้นที่(ระบายนี่) ส่วนโค้ง

ให้คลิกที่ส่วนโค้งนั้น แล้วไปที่คำสั่ง สร้าง เลือก ภายในส่วนโค้ง แล้วเลือก อาร์กเซกเตอร์ หรือ อาร์กเซกเมนต์ แล้วจะได้รูป

อาร์กเซกเตอร์



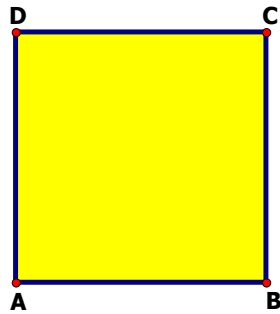
อาร์กเซกเมนต์



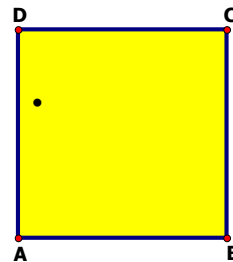
การเคลื่อนที่รูปเรขาคณิตในลักษณะต่าง ๆ

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง

ขั้นที่ 1 สร้างรูปสี่เหลี่ยม ABCD

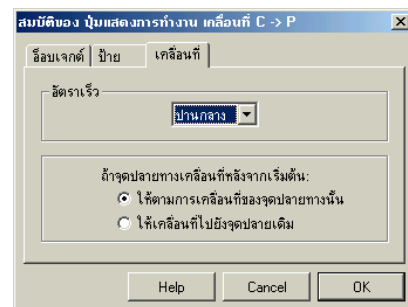
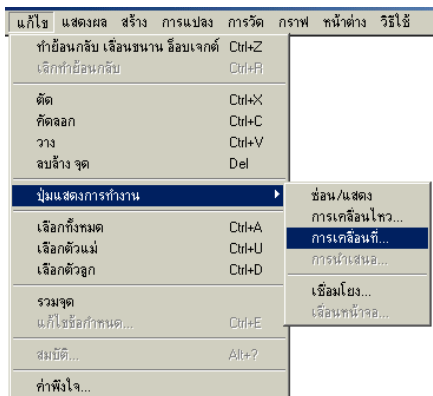


ขั้นที่ 2 กำหนดจุด P



P

ขั้นที่ 3 ทำการเคลื่อนรูปสี่เหลี่ยม ABCD ไปยังจุด P โดยการ เลือกจุด C และเลือกจุด P ตามลำดับ จากนั้นเลือกเมนู แก้ไข ดังรูป



เคลื่อนที่ C -> P

เมื่อกำหนดค่าการทำงานเรียบร้อยแล้ว จะปรากฏปุ่มแสดงการเคลื่อนที่

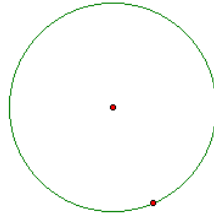


กิจกรรมเสนอแนะ

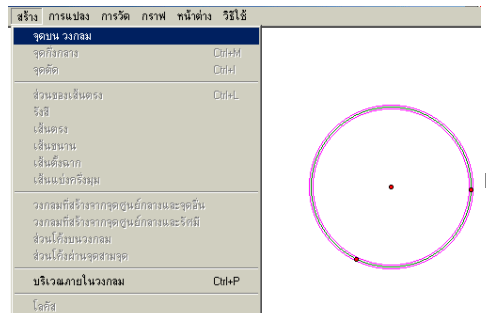
ให้นักเรียนออกแบบปุ่มการทำงานให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD ย้อนกลับไปยังตำแหน่งเดิม

การเคลื่อนที่ในแนวเส้นโค้ง

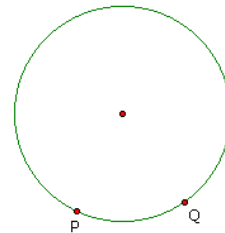
ขั้นที่ 1 สร้างวงกลม



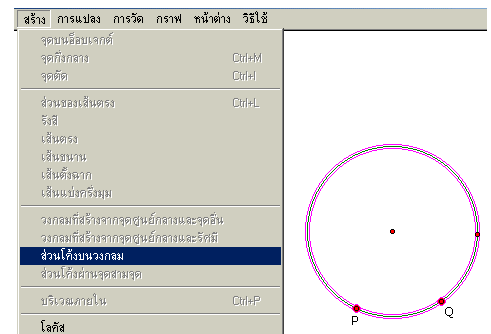
ขั้นที่ 2 กำหนดจุด P บนวงกลม



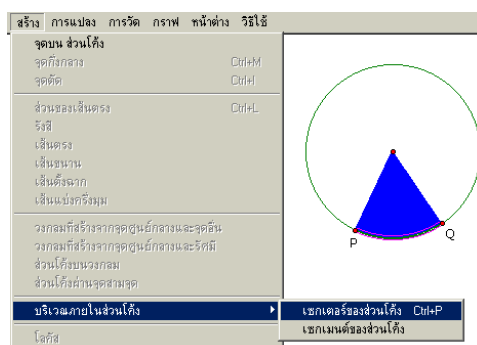
ขั้นที่ 3 แปลงจุด P ด้วยการหมุน ทำมุม 60 องศา
โดยใช้จุดศูนย์กลางเป็นจุดหมุน



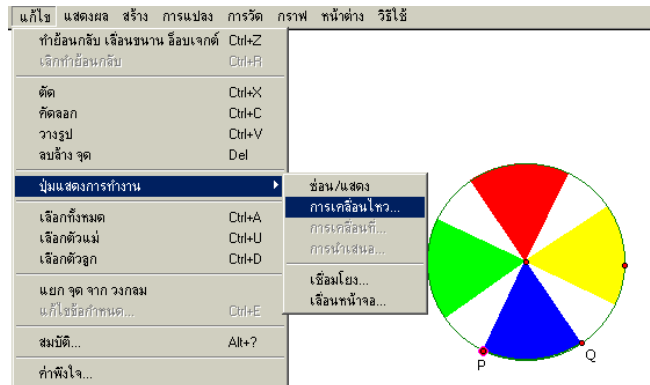
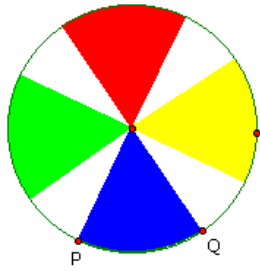
ขั้นที่ 4 สร้างส่วนโค้ง PQ โดยการเลือกจุด P และ จุด Q
แล้วเลือกส่วนโค้งบนวงกลม ดังรูป



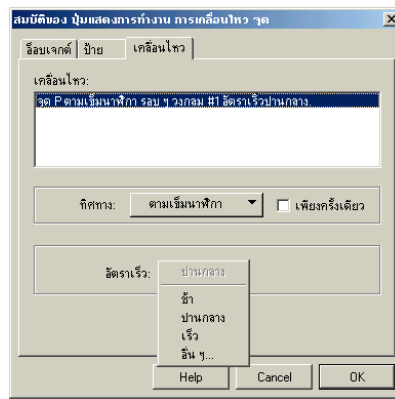
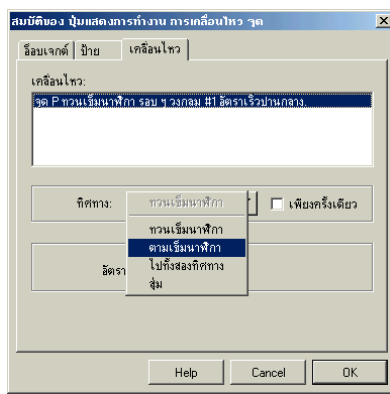
ขั้นที่ 5 ระบายสีเซกเตอร์ ดังรูป



ขั้นที่ 6 ทำการแปลงส่วนโค้ง และระบายสีให้สวยงาม ดังรูป



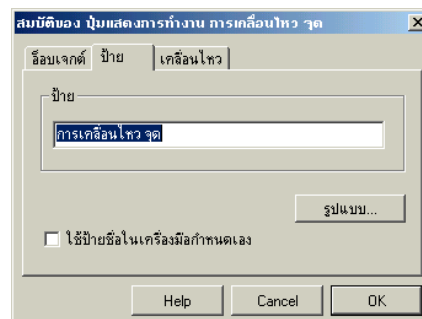
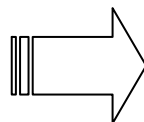
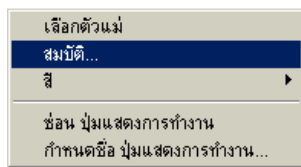
ขั้นที่ 7 เคลื่อนที่จุด P ในแนววงกลม ดังรูป



ขั้นที่ 8 เมื่อกำหนดค่าต่าง ๆ เรียบร้อยแล้ว ตอบ OK จะปรากฏปุ่ม

การเคลื่อนไหว จุด

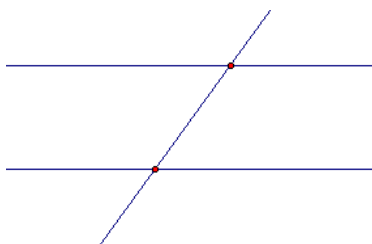
หมายเหตุ ชื่อปุ่มแสดงการทำงานอาจเปลี่ยนแปลงแก้ไขได้ โดยการเลือกปุ่มแสดงการเคลื่อนไหวจุด จากนั้น Click ขวา จะปรากฏ



บทพิสูจน์บางประการทางเรขาคณิต

กิจกรรมที่ 1 เส้นขนาน

คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้างเส้นขนาน พร้อมทั้งเขียนขั้นตอนการสร้างพอสังเขป



ขั้นตอนการสร้าง

คำถาม มุมแย้งที่เกิดขึ้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

คำตอบ

.....

คำถาม ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

คำตอบ

.....

คำถาม นักเรียนเห็นความสัมพันธ์อื่น ๆ อีกหรือไม่ อย่างไร

คำตอบ

.....

จากความสัมพันธ์ดังกล่าว สามารถสรุปสมบัติของเส้นขนานดังนี้

.....

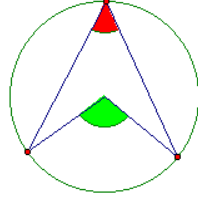
.....

.....

.....

กิจกรรมที่ 2 มุมพี้น้อง

คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้างรูปตามที่กำหนด พร้อมทั้งเขียนขั้นตอนการสร้างพอสังเขป



ขั้นตอนการสร้าง

คำถาม มุมที่ส่วนโค้งกับมุมที่จุดศูนย์กลางมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

คำตอบ

.....

คำถาม นักเรียนเห็นความสัมพันธ์อื่น ๆ อีกหรือไม่ อย่างไร

คำตอบ

.....

.....

จากความสัมพันธ์ดังกล่าว สรุปได้ว่า

.....

.....

.....

.....

ใบความรู้ที่ 1 เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

การแปลงทางเรขาคณิต

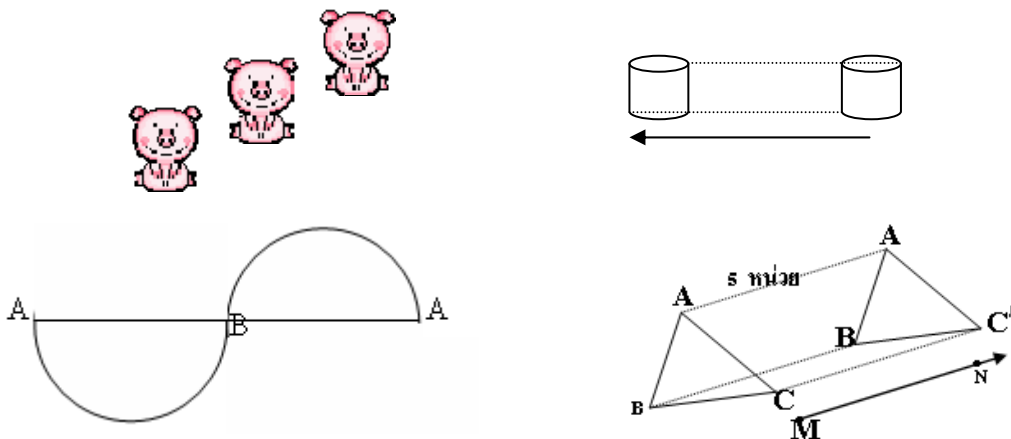
การแปลงเป็นวิธีการที่ทำให้วัตถุมีการเคลื่อนที่ แต่ยังคงมีขนาดเท่าเดิม การแปลงแบ่งออกเป็น 3 ชนิด ดังนี้

1. การเลื่อนขนาน (Translation)
2. การสะท้อน (Reflection)
3. การหมุน (Rotation)



การเลื่อนขนาน

การเลื่อนขนานต้องมีรูปต้นแบบ ทิศทางและระยะทางที่ต้องการเลื่อนรูป การเลื่อนขนานเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่ได้จากการเลื่อนรูปต้นแบบไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่งด้วยระยะทางที่กำหนด จุดแต่ละจุดบนรูปที่ได้จากการเลื่อนขนานจะห่างจากจุดที่สมนัยกันบนรูปต้นแบบเป็นระยะทางเท่ากัน การเลื่อนในลักษณะนี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า “สไลด์ (slide)”



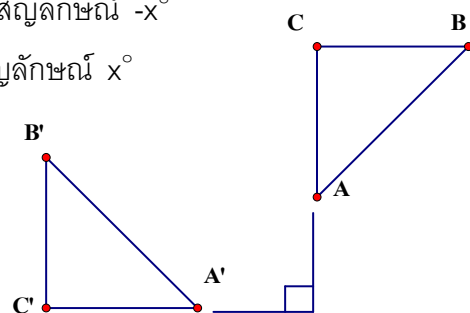
การหมุน

การหมุนเป็นการเคลื่อนที่ของอ็อบเจกต์ไปรอบ ๆ จุด ๆ หนึ่ง ทิศทางของการหมุนอาจจะตามเข็มนาฬิกา หรือทวนเข็มนาฬิกาก็ได้

การหมุนจะต้องมีรูปต้นแบบ จุดหมุนและขนาดของมุมที่ต้องการในรูปนั้น การหมุนเป็นการแปลงที่จับคู่จุดแต่ละจุดของรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดของรูปที่ได้จากการหมุน โดยที่จุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนด จุดหมุนจะเป็นจุดที่อยู่นอกรูปหรือบนรูปก็ได้ การหมุนจะหมุนทวนเข็มนาฬิกาหรือตามเข็มนาฬิกาก็ได้ โดยทั่วไปเมื่อไม่ระบุไว้การหมุนรูปจะเป็นการหมุนทวนเข็มนาฬิกา

บางครั้งถ้าการหมุนตามเข็มนาฬิกา อาจใช้สัญลักษณ์ $-x^\circ$

หรือ ถ้าการหมุนทวนเข็มนาฬิกา อาจใช้สัญลักษณ์ x°



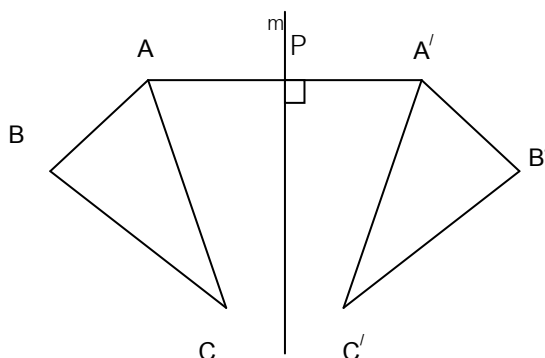
จากรูป เป็นการหมุนรูปสามเหลี่ยม ABC ในลักษณะทวนเข็มนาฬิกา โดยมีจุด O เป็นจุดหมุน ซึ่งจุดหมุนเป็นจุดที่อยู่บนรูปสามเหลี่ยม ABC รูป $A'B'C'$ เป็นรูปที่ได้จากการหมุน 90° และจะได้ว่าขนาดของมุม AOA' เท่ากับ 90° BOB' เท่ากับ 90° COC' เท่ากับ 90°

การสะท้อน

การสะท้อนต้องมีรูปต้นแบบที่ต้องการสะท้อนและเส้นสะท้อน (Reflection line) การสะท้อนรูปข้ามเส้นสะท้อนเสมือนกับการพลิกรูปข้ามเส้นสะท้อนหรือการดูเงาสะท้อนบนกระจกเงาที่วางบนเส้นสะท้อน การสะท้อนเป็นการแปลงที่มีการจับคู่กันระหว่างจุด แต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อน โดยที่

1. รูปที่เกิดจากการสะท้อนมีขนาดและรูปร่างเช่นเดิม หรือกล่าวได้ว่ารูปที่เกิดจากการสะท้อนเท่ากันทุกประการกับรูปเดิม
2. เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนรูปสะท้อนที่สมนัยกัน นั่นคือระยะระหว่างจุดต้นแบบและเส้นสะท้อนเท่ากับระยะระหว่างจุดสะท้อนและเส้นสะท้อน

ตัวอย่าง



จากรูป รูปสามเหลี่ยม $A'B'C'$ เป็นรูปสะท้อนของรูปสามเหลี่ยม ABC ข้ามเส้นสะท้อน m รูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม $A'B'C'$ ส่วนของเส้นตรง AA' ตั้งฉากกับเส้นสะท้อน m ที่จุด P และระยะจากจุด A ถึงเส้น m เท่ากับระยะจากเส้น m ถึงจุด A' ($AP = PA'$)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 3 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง การวัด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
 เรื่อง การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต ปีการศึกษา 2550
 จำนวน 2 ชั่วโมง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1.1 สร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP และหาพื้นที่โดยประมาณได้

1.1.2 ใช้ความรู้เรื่องการวัดพื้นที่แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1.2.1 แก้ปัญหาได้

1.2.2 ให้เหตุผลได้

1.2.3 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ นำเสนอได้

1.2.4 เชื่อมโยงความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กับการวัดพื้นที่รูปเรขาคณิต

และทรงเรขาคณิตได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1.3.1 ทำงานได้อย่างเป็นระบบ

1.3.2 มีระเบียบวินัย

1.3.3 มีความรับผิดชอบ

2. สาระการเรียนรู้

2.1 พื้นที่รูปเรขาคณิต

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความยาวด้าน \times ความยาวด้าน

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = ความกว้าง \times ความยาว

พื้นที่รูปสามเหลี่ยม = $\frac{1}{2} \times$ ความยาวฐาน \times ความสูง

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน = ความยาวฐาน \times ความสูง

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู} &= \frac{1}{2} \times (\text{ผลบวกความยาวของด้านคู่ขนาน}) \times \text{ความสูง} \\ \text{พื้นที่รูปวงกลม} &= \pi r^2 \quad \text{โดยที่ } \pi \approx \frac{22}{7} \\ &\text{หรือ } \pi \approx 3.14159 \end{aligned}$$

2.2 การแปลงทางเรขาคณิต (Transformation)

- การเลื่อนขนาน (Translation)
- การสะท้อน (Reflection)
- การหมุน (Rotation)
- การทำเทสเซลเลชัน (Tessellation)

ตัวอย่างที่ 1. ให้นักเรียนหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



3. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

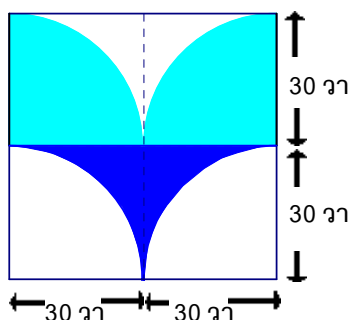
ชั้นนำ (10 นาที)

1. ครูสนทนาซักถามนักเรียน โดยสุ่มให้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับลักษณะของพื้นที่ที่ดินในการทำไร่ของผู้ปกครองนักเรียนแต่ละคนว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร ให้นักเรียนวาดพื้นที่ที่ดินของนักเรียนลงบนกระดาษ ให้นักเรียนแต่ละคนบอกลักษณะพื้นที่ที่ดินของนักเรียนว่ามีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

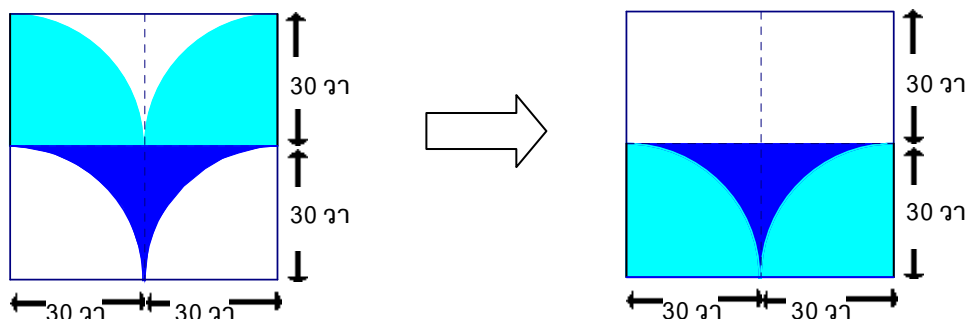
2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเปรียบเทียบลักษณะพื้นที่ ที่นักเรียนแต่ละคนวาด มีลักษณะเป็นอย่างไร แต่ละรูปมีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร ถ้าพื้นที่ดินเป็นรูปเหลี่ยมใด ๆ เราสามารถหาพื้นที่ได้หรือไม่ ครูแจกใบความรู้ที่ 2 เรื่อง พื้นที่รูปเรขาคณิต ให้นักเรียน เพื่อทบทวนเรื่องพื้นที่รูปเรขาคณิตและเชื่อมโยงให้นักเรียนเห็นถึงความเชื่อมโยงของการหาพื้นที่รูปเรขาคณิตกับการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ (35 นาที)

1. ครูแจกใบกิจกรรม เรื่อง พื้นที่รูปเรขาคณิต ให้นักเรียนแต่ละคู่ลงมือปฏิบัติ เพื่อทบทวนความรู้เกี่ยวกับพื้นที่รูปเรขาคณิต แล้วสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย
2. ครูยกตัวอย่างโจทย์ให้นักเรียนหาพื้นที่ วนิดามีที่ดินอยู่แปลงหนึ่ง ดังภาพ ถ้าต้องการนำที่ดินที่มีมาจัดทำเป็นไร่นาสวนผสมตามหลักเศรษฐกิจพอเพียง อยากทราบวนิดามีที่ดินจำนวนเท่าไร



วนิดาต้องการนำที่ดินที่มีมาจัดทำเป็นไร่นาสวนผสมตามหลักเศรษฐกิจพอเพียง แต่ก่อนจะจัดได้วนิดาต้องหาพื้นที่ทั้งหมดที่มีอยู่ก่อน



$$\text{พื้นที่รวม} = 60 \times 60 = 3,600 \text{ ตารางวา}$$

ดังนั้น วนิดามีที่ดินจำนวน 3,600 ตารางวา

3. ครูอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับแนวทางการวิเคราะห์ปัญหาว่าจะเริ่มต้นแก้ปัญหาอย่างไร มีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นอย่างไร ปัญหานั้นมีการเชื่อมโยงเนื้อหาเรื่องใดบ้างเพื่อให้นักเรียนทุกคนเข้าใจ
4. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการชุดที่ 2 การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต กิจกรรมที่ 1 การหาพื้นที่รูปเรขาคณิต ให้นักเรียนแต่ละคู่ลงมือปฏิบัติโดยใช้ โปรแกรม GSP หาพื้นที่และแสดงวิธีหาพื้นที่

5. ครูสุ่มนักเรียนแต่ละคู่ออกมานำเสนอวิธีการหาพื้นที่ พร้อมทั้งอธิบาย
6. ครูอภิปรายร่วมกับนักเรียนถึงวิธีการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต
7. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการ ชุดที่ 2 การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต กิจกรรมที่ 2 การหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต ให้นักเรียนศึกษา และ ปฏิบัติการสร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม GSP และหาพื้นที่โดยประมาณ โดยมีครูคอยช่วยเหลือ และ แนะนำอย่างใกล้ชิด
8. ครูอภิปรายร่วมกับนักเรียนถึงขั้นตอนการหาพื้นที่รูปเรขาคณิตโดยประมาณจากการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP

ขั้นสร้างองค์ความรู้ (15 นาที)

1. นักเรียนแต่ละคู่ร่วมกันอภิปราย และแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับลำดับขั้นตอนในการสร้างรูปเรขาคณิต การหาพื้นที่รูปเรขาคณิตที่สร้างโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต
2. นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ว่าลำดับขั้นตอนในตัวอย่างข้อ 1 นั้น เราจะมีลำดับขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตเพื่อหาพื้นที่ที่แตกต่างไปจากขั้นตอนของตัวอย่างนี้หรือไม่ อย่างไร ให้นักเรียนแสดงลำดับขั้นตอน และร่วมอภิปรายถึงประโยชน์ที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นนำ (10 นาที)

1. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนองานจากการทำแบบฝึกหัด อภิปรายถึงการวิเคราะห์ข้อมูล และการหาพื้นที่
2. ครูทบทวนลำดับขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตด้วยโปรแกรม GSP และหาพื้นที่โดยประมาณ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิต

ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้ (40 นาที)

1. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการ ชุดที่ 2 เรื่อง การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต กิจกรรมที่ 2 การหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต ข้อ 2 ให้นักเรียนแต่ละคู่ลงมือปฏิบัติสร้างรูปเรขาคณิตลำดับขั้นตอนการสร้าง และ หาพื้นที่รูปเรขาคณิตที่สร้างขึ้น
2. ครูดูแลนักเรียนในระหว่างปฏิบัติกิจกรรม คอยช่วยเหลือและแนะนำอย่างใกล้ชิด
3. ให้นักเรียนแต่ละคู่นำเสนอขั้นตอนวิธีการการสร้างรูป และการหาพื้นที่รูปเรขาคณิตโดยประมาณ

ขั้นสร้างองค์ความรู้ (10 นาที)

1. นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานของแต่ละคู่ จากนั้นครูและนักเรียนสรุปสาระสำคัญที่ได้จากการร่วมกันทำกิจกรรม

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้

1. บทเรียนปฏิบัติการคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม GSP ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง
ชุดที่ 2 การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต

กิจกรรมที่ 1 การหาพื้นที่รูปเรขาคณิต

กิจกรรมที่ 2 การหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต

2. บทเรียนโปรแกรม GSP

3. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์สาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

4. หนังสือวิชาคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3

5. สืบค้นข้อมูลทางเว็บไซต์

6. แบบประเมินคุณลักษณะ

7. แบบฝึกทักษะ

8. แบบประเมินทักษะ /กระบวนการทางคณิตศาสตร์

แหล่งการเรียนรู้

3. ห้องสมุด

4. ห้องคอมพิวเตอร์

5. ห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้
1. ตรวจสอบการทำบทเรียนปฏิบัติการ กิจกรรมที่ 1 กิจกรรมที่ 2	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	บทเรียนปฏิบัติการ ชุดที่ 2 กิจกรรมที่ 1 กิจกรรมที่ 2
2. ตรวจสอบการทำแบบฝึกทักษะ ระหว่างเรียน ชุดที่ 2	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน ชุดที่ 2

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ชุดกิจกรรม ที่..... เรื่อง

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน									รวม
		ทำงานได้ อย่างมีระบบ			มีระเบียบวินัย			มีความ รับผิดชอบ			
		3	2	1	3	2	1	3	2	1	
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											
	กลุ่ม.....										
1											
2											

ผู้ประเมิน.....

...../...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

1. ทำงานได้อย่างเป็นระบบ หมายถึง มีการนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการปฏิบัติงาน การเตรียมงานอย่างเป็นระบบทุกขั้นตอน

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	มีการนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการปฏิบัติงาน การเตรียมงานอย่างเป็นระบบทุกขั้นตอน และถูกต้อง
2 ดี	มีการนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการปฏิบัติงาน การเตรียมงานไม่ครบทุกขั้นตอน และมีผิดพลาดบ้าง
1 พอใช้	มีการวางแผนการปฏิบัติงาน แต่การทำงานไม่เป็นตามขั้นตอน มีข้อผิดพลาด ที่ต้องแก้ไข

2. มีระเบียบวินัย หมายถึง มีการปฏิบัติงาน มีสมุดงาน ชี้นงาน และปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลง

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	สมุดงาน ชี้นงาน สะอาดเรียบร้อย และปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันทุกครั้ง
2 ดี	สมุดงาน ชี้นงาน ส่วนใหญ่สะอาดเรียบร้อย และปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันเป็นส่วนใหญ่
1 พอใช้	สมุดงาน ชี้นงาน ไม่ค่อยเรียบร้อย และปฏิบัติตนอยู่ในข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันเป็นบางครั้ง ต้องอาศัยการแนะนำ

3. ความรับผิดชอบ หมายถึง มีการส่งงานตรงกำหนดเวลา และปฏิบัติจนเป็นนิสัย

คะแนน/ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	ส่งงานก่อนหรือตรงกำหนดเวลานัดหมายรับผิดชอบ และปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย แนะนำชักชวนให้ผู้อื่นปฏิบัติตาม
2 ดี	ส่งงานช้ากว่ากำหนด แต่ได้มีการติดต่อชี้แจงโดยมีเหตุผลรับฟังได้ รับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย
1 พอใช้	ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ คำแนะนำ และการตักเตือน

แบบประเมินทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ชุดกิจกรรม ที่..... เรื่อง

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ - สกุล	รายการประเมิน															รวม	
		การแก้ปัญหา			การให้เหตุผล			การสื่อสาร สื่อ ความหมาย การนำเสนอ			การเชื่อมโยง			ความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์				
		2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0		
กลุ่ม																		
1																		
2																		
กลุ่ม																		
1																		
2																		
กลุ่ม																		
1																		
2																		
กลุ่ม																		
1																		
2																		

ผู้ประเมิน.....
/...../.....

เกณฑ์การให้คะแนน

1. การแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้วิธีดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าว

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	ความสามารถในการใช้วิธีดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจ และชัดเจน
1	ความสามารถในการใช้วิธีดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เพียงบางส่วน
0	ไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา หรือ ทำได้ไม่เป็นไปตามเกณฑ์ข้างต้น

2. การให้เหตุผล หมายถึง การอ้างอิงการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล
1	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และ เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0	ไม่มีการอ้างอิง หรือแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

3. การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ หมายถึง การใช้รูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ รวมทั้งบันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	ใช้รูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการเหมาะสมชัดเจน รวมทั้งบันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
1	ใช้รูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสมได้เพียงบางส่วน และบันทึกผลงานทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
0	ไม่นำเสนอ และไม่มีการบันทึกผลงาน

4. การเชื่อมโยง หมายถึง มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้เหมาะสม
1	มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหา หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน
0	ไม่มีการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์

5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ หมายถึง แนวคิด / วิธีการที่แปลกใหม่ที่สามารถนำไปปฏิบัติ

คะแนน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
2	มีแนวคิด / วิธีการที่แปลกใหม่สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้องสมบูรณ์
1	มีแนวคิด / วิธีการที่ไม่แปลกใหม่ แต่ สามารถนำไปปฏิบัติได้ถูกต้อง
0	ไม่มีผลงาน

การแปลผล ใช้เกณฑ์ ดังนี้

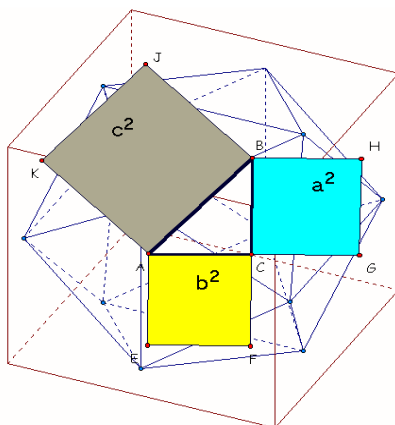
คะแนน 8 – 10	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน 6 – 7	หมายถึง	ดี
คะแนน 4 - 5	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน 0 – 3	หมายถึง	ควรปรับปรุง

บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP

(GEOMETER'S SKETCHPAD)

ชุดที่ 2

การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต
และ
การหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต



โดย นางสาววิมล อยู่พิพัฒน์
นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์)
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) เรื่อง การวัด

ชุดที่ 2 การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมที่ 1 การหาพื้นที่

กลุ่มที่ สมาชิกคนที่ 1 ชื่อ.....

สมาชิกคนที่ 2 ชื่อ.....

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1.1 สร้างรูปเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP และหาพื้นที่โดยประมาณได้

1.1.2 ใช้ความรู้เรื่องการวัดพื้นที่ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียน สามารถ

1.2.1 แก้ปัญหาได้

1.2.2 ให้เหตุผลได้

1.2.3 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ นำเสนอได้

1.2.4 เชื่อมโยงความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กับการวัดพื้นที่รูปเรขาคณิตสองมิติ

และรูปเรขาคณิตสามมิติได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1.3.1 ทำงานได้อย่างเป็นระบบ

1.3.2 มีระเบียบวินัย

1.3.3 มีความรับผิดชอบ

2. เวลา 1 ชั่วโมง

3. สื่อและอุปกรณ์

1. บทเรียนปฏิบัติการ โดยใช้โปรแกรม GSP

2. ชุดบทเรียนปฏิบัติการ

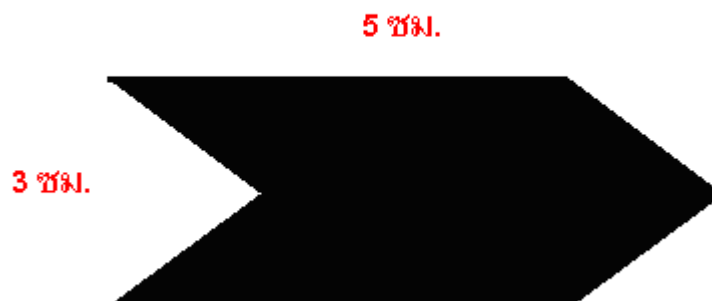
ขั้นตอนปฏิบัติการ

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอน ต่อไปนี้

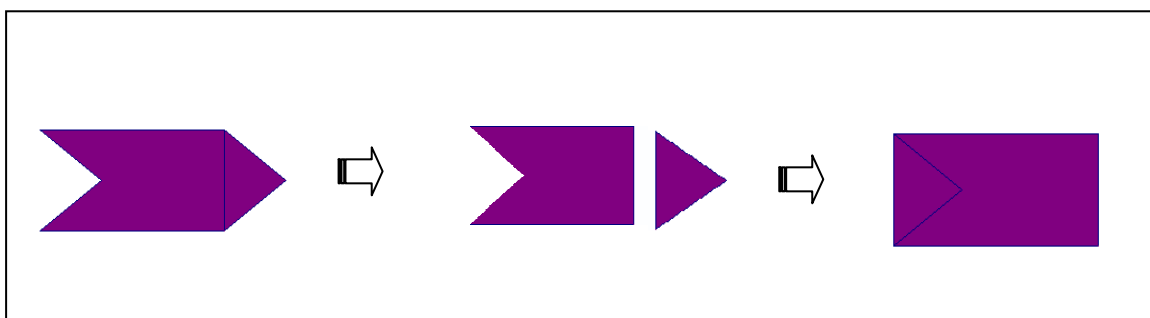
1. เปิดโปรแกรม GSP แล้ว เลือก ไฟลเดอร์ บทเรียนปฏิบัติการชุดที่ 2 การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต กิจกรรมที่ 1 การหาพื้นที่รูปเรขาคณิต
2. ให้นักเรียนศึกษาการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต จากโปรแกรม GSP
3. ให้นักเรียนวิเคราะห์ความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้อง แสดงขั้นตอนการหาคำตอบที่ถูกต้อง แล้วตอบคำถามลงในชุดบทเรียน จำนวน 11 ข้อ



1. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ



วิเคราะห์ปัญหา



ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

1. การเลื่อนขนาน
2. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

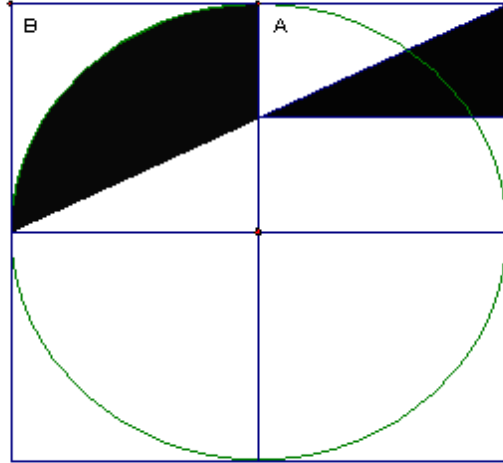
การหาคำตอบ

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \\
 &= 3 \times 5 \\
 &= 15 \text{ ตารางเซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

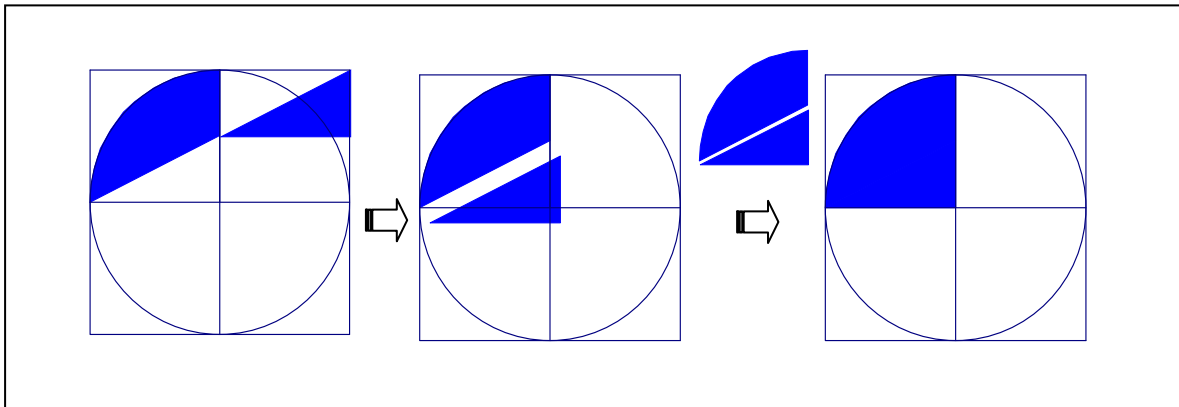


2. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ

$$BA = 3.50 \text{ ซม.}$$



วิเคราะห์ปัญหา



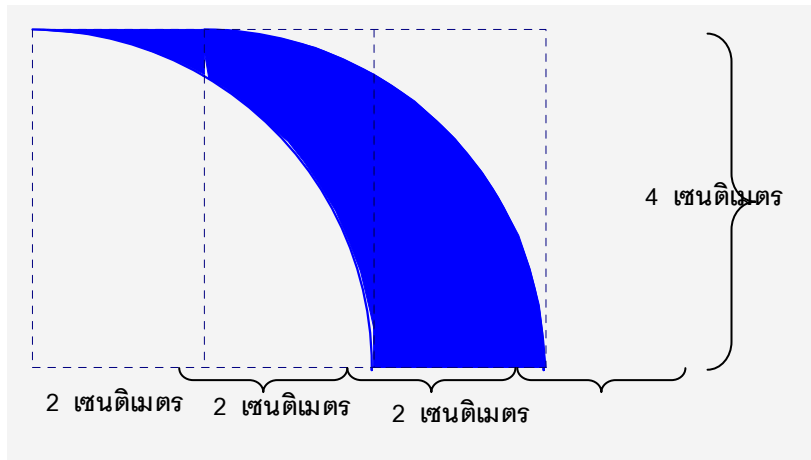
ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

- การเลื่อนขนาน
- พื้นที่รูปวงกลม

การหาคำตอบ



3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ



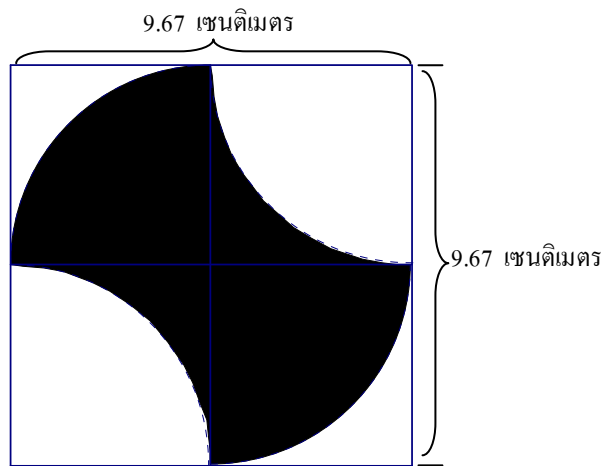
วิเคราะห์ปัญหา

ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



4. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ



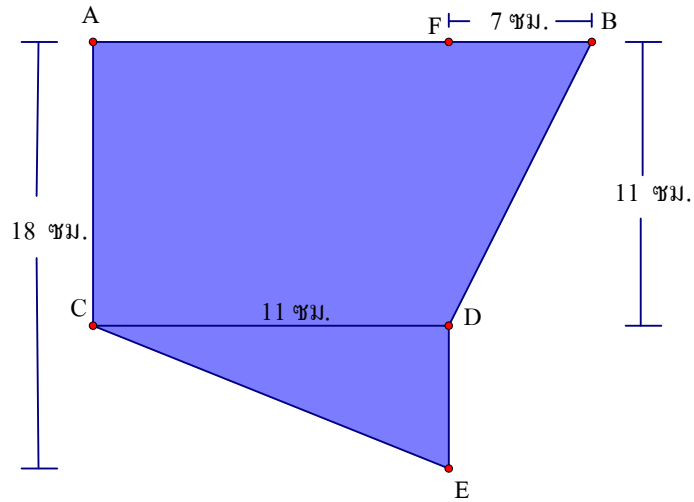
วิเคราะห์ปัญหา

ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



5. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ



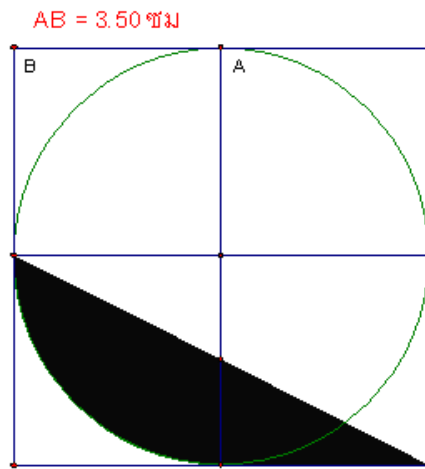
วิเคราะห์ปัญหา

ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



6. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ



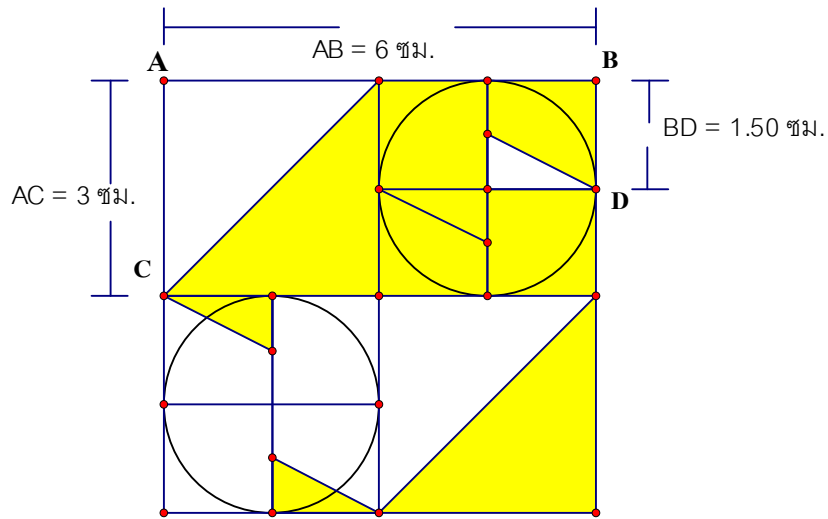
วิเคราะห์ปัญหา

ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



7. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ



วิเคราะห์ปัญหา

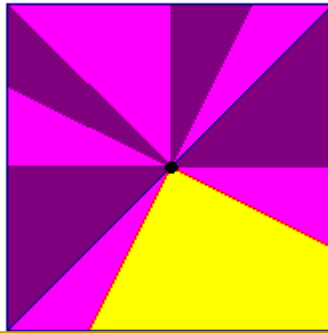
ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



8. กลุ่มแม่บ้านอำเภอไทรโยค ได้ออกแบบฉลากติดข้างกล่องสินค้ากล้วยกวนสามรส แผ่นฉลากที่ติดข้างกล่องสินค้าจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีขนาดและสีดังรูป โดยฉลาก 1 แผ่น จะมี 3 สี ประกอบด้วย สีม่วง สีชมพู และ สีเหลือง ทุกสีจะตัดกันที่จุดศูนย์กลาง ให้นักเรียนหาพื้นที่ส่วนที่เป็นสีเหลืองของฉลากติดสินค้ากล้วยกวนสามรส

7 เซนติเมตร



7 เซนติเมตร

วิเคราะห์ปัญหา

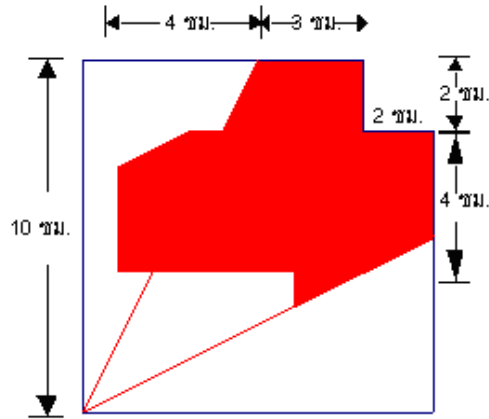
ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



9. บริเวณที่แรเงาคือแผนผังแสดงบริเวณที่มีผักหวานป่าขึ้นมากที่สุดในเขตตำบลลุ่มสุ่ม อำเภอไทรโยค

ถ้ารูปนี้ใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 10 กิโลเมตร ให้นักเรียนหาพื้นที่บริเวณที่ผักหวานป่าขึ้น



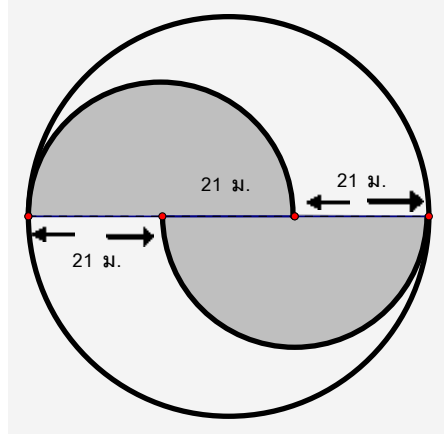
วิเคราะห์ปัญหา

ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



10. สวนสาธารณะหน้าเทศบาลตำบลวังโพธิ์ มีลักษณะดังรูป บริเวณที่แรเงาทางเทศบาลต้องการปลูกคอนกรีตแบบผสมเสร็จ ให้มีความหนา 10 เซนติเมตร เพื่อทำเป็นลานกีฬา เอนกประสงค์ ทางเทศบาลต้องใช้ปูนคอนกรีตในการเทพื้น ทั้งหมดกี่คิว



โดย ปูนคอนกรีต 1 คิว จะสามารถ
เทพื้นหนา 10 เซนติเมตร ได้ 10 ตาราง



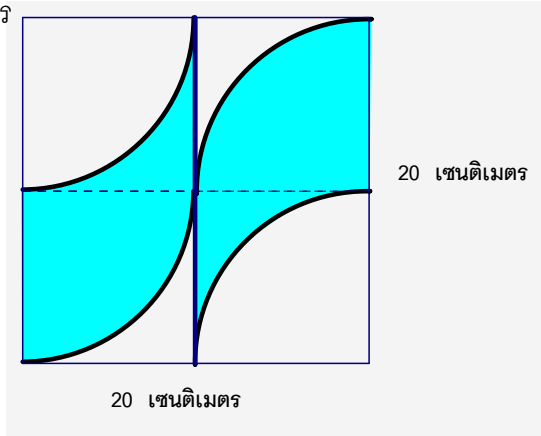
วิเคราะห์ปัญหา

ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



11. มนัสต้องการปูกระเบื้องพื้นห้องน้ำ จึงให้ช่างคำนวณจำนวนกระเบื้องที่ใช้ในการปูพื้น ครั้งนี้ปรากฏว่า ใช้กระเบื้องประมาณ 80 แผ่น ถ้ากระเบื้องที่ใช้ปูพื้นห้องน้ำ 1 แผ่น มีลักษณะลายเป็นสี่ฟ้า ดังภาพ ให้นักเรียนหาว่าในการปูพื้นห้องน้ำครั้งนี้ บริเวณส่วนที่เป็นลายกระเบื้อง สี่ฟ้าทั้งหมดมีพื้นที่เท่าไร



วิเคราะห์ปัญหา

ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



บทเรียน GSP ประกอบบทเรียนปฏิบัติการ
ชุดที่ 2 การวัดกับการหาพื้นที่รูปเรขาคณิต
กิจกรรมที่ 1 การหาพื้นที่รูปเรขาคณิต

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 ส่วน 1 - 1]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิดีโอ

1. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ

6 เซนติเมตร

3 เซนติเมตร

เริ่มต้น

เลื่อนแปลงรูป

การหาค่าตอบ

การหาค่าของพื้นที่ที่แรเงา
เราสมารถหาพื้นที่รูปที่แรเงา
โดยใช้ความรู้ที่เกี่ยวกับเรื่อง คือ

1. เลื่อนขนาดรูปตามเหลี่ยม
2. การหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่ต้องการหาเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
พื้นที่ส่วนที่แรเงา = ความกว้าง x ความยาว
= 3×6
= 18 ตารางเซนติเมตร

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12

start | บทเรียนGSP 2.1 | แผนการจัดการเรี... | ในความรู้ที่2 เรื่อง... | บทเรียน GSP ปร... | The Geometer's... | EN | 12:37

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ_GSP บทที่ 2 จำนวน - 2]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิสัย

2. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ

AB = 3.50 ซม.

เริ่มค้น

การแปลงทางเรขาคณิต แบบที่ 1

การแปลงทางเรขาคณิต แบบที่ 2

การวิเคราะห์ปัญหา

รูปที่แรเงาไม่ใช่รูปเรขาคณิตพื้นฐาน
ใช้ความรู้ที่เกี่ยวข้อง คือ

1. เดือนขนาบรูปสามเหลี่ยม
2. การหาพื้นที่รูปวงกลม

การหาค่าตอบ

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่แรเงา} &= \frac{1}{4} \text{ ของพื้นที่รูปวงกลม} \\ &= \frac{1}{4} \pi r^2 \\ &= \frac{1}{4} \pi (3.50)^2 \\ &= 9.625 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

start | [Icons] | บทเรียนGSP 2.1 | แผนการวัดการเร... | ไปความรู้ที่2 เรื่อง... | บทเรียน GSP ปจ... | The Geometer's ... | EN | 12:41

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 จำนวน - 3]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิดีโอ

3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ

ภาพต้นแบบ
การแปลงรูป

4 เซนติเมตร

2 เซนติเมตร 2 เซนติเมตร 2 เซนติเมตร

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

start

บทเรียนGSP 2.1

แผนการจัดการเรี...

ใบความรู้ที่2 เรื่อง...

บทเรียน GSP ปร...

The Geometer's ...

EN

12:43

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ_GSP บทที่ 2 ส่วนหา - 4]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิถีใช้

4. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ

เริ่มต้น 1
 เริ่มต้น 2
 การแปลงรูป
 การแปลงรูป 2

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

start | บทเรียนGSP 2.1 | แผนการจัดการเรื่... | ในควมวิท่2 เรื่ง... | บทเรียน GSP ป่ร... | The Geometer's ... | EN | 12:43

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 จำนวน - 5]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วัสดุ

5. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ

เริ่มต้น
การแปลง

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

start | ... | บทเรียนGSP 2.1 | ... | The Geometer's ... | EN | 12:44

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 จำนวน - 6]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิดีโอ

6. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ

AB = 3.50 ซม.

เริ่มค่า

การแปลง

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

start | < > >> | บทเรียนGSP 2.1 | แทนการวัดการเห... | ในความรู้ที่2 เหือ... | บทเรียน GSP นร... | The Geometer's... | EN | 12:44

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 ส่วน 7]

พื้นที่ แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วัสดุ

7. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยประมาณ

A — 6 เซนติเมตร — B

1.5 เซนติเมตร

c

การแปลง

เริ่มต้น

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

start | บทเรียนGSP 2.1 | แผนการจัดการเรี... | ใบความรู้ที่ ๒ เรื่อง... | บทเรียน GSP ปร... | The Geometer's ... | EN | 12:45

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 หน้า 8]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิดีโอ

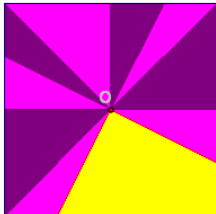
8. กลุ่มแม่น้ำเจ้าพระยาได้ออกแบบจลาจลคึกขำงกลางลีนค้ำกั้วชกวนสามรส แผ่นจลาจลที่คึกขำงกลางลีนค้ำกั้วชกวนสามรสมีซึ่มจตุรัสมีซึ่มบาศและสี่จัรูป โยชจลาจล 1 แผ่น จะมี 3 สี ประกอบคั้วช สีม่วง สีส้ม และ สีเหลือง ทุกสีจะคั้วชกับที่จุกศูนย์กลาง ให้บักเรียนหาพื้นที่ส่วนที่เป็นสีเหลืองของจลาจลคึกขำงกลางลีนค้ำกั้วชกวนสามรส

4 เซนติเมตร

การแปลงรูป

เริ่มต้น

4 เซนติเมตร



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

ลากหรือเลือก ส่วนขยาย

start | โบนเจ็มGSP 2.1 | แผนการวัดการเจ... | ในความถี่ที่2 เจ็อง... | โบนเจ็ม GSP ปร... | The Geometer's... | EN | 12:45

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 ส่วนที่ 9]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิดีโอ

9. บริเวณที่แรงคือแผนผังแสดงบริเวณที่มีผักหวานป่าขึ้นมากที่สุดในเขตตำบลมุ่มส้ม อำเภอไทรโยค
ถ้ารูปนี้ใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร : 10 กิโลเมตร ให้นักเรียนหาพื้นที่บริเวณที่มีผักหวานป่าขึ้น

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 | <

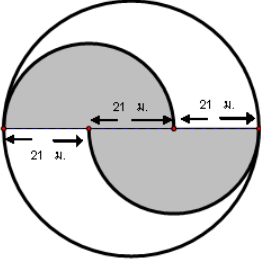
ลากหรือเลือก สำหรับขยาย

start | > | บทเรียนGSP 2.1 | แผนการจัดการเรื่... | บทความรู้ที่2 เรื่อก... | บทเรียน GSP ปรี... | The Geometer's ... | EN | 12:45

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 ส่วน 10]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธใช้

10. สวนสาธารณะหน้าเทศบาลตำบลวังโพธิ์ มีลักษณะดังรูป บริเวณที่แรเงาทางเทศบาลต้องการทปูนคอนกรีตแบบผสมเสร็จ ให้มีความหนา 10 เซนติเมตร เพื่อทำเป็นลานกีฬาเอนกประสงค์ ทางเทศบาลต้องใช้ปูนคอนกรีตในการทพื้นที่ทั้งหมดกี่คิว



เริ่มต้น

พื้นที่แรเงา

ปูนคอนกรีต 1 คิว จะสามารถเทพื้นหนา 10 เซนติเมตร ได้ 10 ตารางเมตร

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

start | [Icons] | บทเรียนGSP 2.1 | [Icons] | [Icons] | [Icons] | [Icons] | The Geometer's ... | EN | [Icons] | 12:45

The Geometer's Sketchpad - [ภาพประกอบ.GSP บทที่ 2 จำนวน - 11]

เพิ่ม แก้ไข แสดงผล สร้าง การแปลง การวัด กราฟ หน้าต่าง วิธใช้

11. มนัสต้องการปูกระเบื้องพื้นห้องน้ำ จึงให้ช่างคำนวณจำนวนกระเบื้องที่ใช้ในการปูพื้นครั้งนี้ ปรากฏว่าใช้กระเบื้องประมาณ 80 แผ่น ถ้ากระเบื้องที่ใช้ปูพื้นห้องน้ำ 1 แผ่น มีลักษณะลายเป็นสี่เหลี่ยม ดังภาพ ให้นักเรียนหาว่าในการปูพื้นห้องน้ำครั้งนี้ บริเวณส่วนที่เป็นลายกระเบื้องสี่เหลี่ยมทั้งหมดมีพื้นที่เท่าไร

กลับ

พื้นที่แรงงา

20 เซนติเมตร

20 เซนติเมตร

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 |<

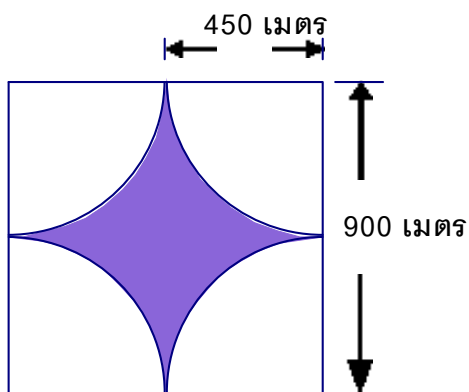
start | [Taskbar icons: มทเรียน 2, แผนการจัดก..., ในความรัฐที่2..., มทเรียน GS..., มทเรียน2 - ..., The Geomet..., EN] | 12:53



แบบฝึกหัดที่ 2.1



1. แปลงนาสาริตการปลูกข้าวเจ้าพันธุ์ข้าวเหลืองไร่ บนที่ดินของชาวบ้านบึงดี มีบริเวณเป็นพื้นที่ส่วนที่แฉะดังรูป ให้นักเรียนหาพื้นที่ปลูกข้าว โดยประมาณ



วิเคราะห์ปัญหา

.....

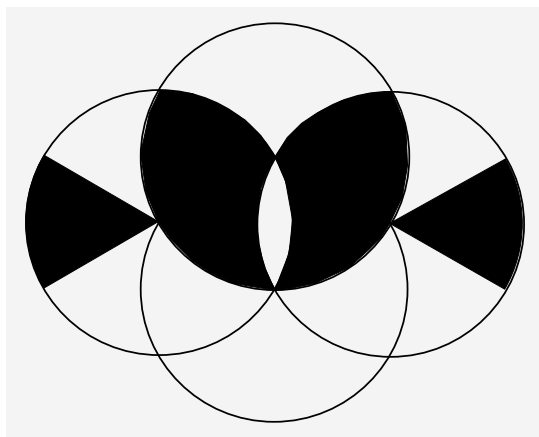
.....

ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



2. สนามหญ้าหน้าเทศบาลอำเภอไทรโยค มีลักษณะดังรูป บริเวณที่แรเงาเป็นบริเวณที่เตรียมไว้สำหรับปลูกหญ้ามาเลเซีย ถ้าทราบว่าวงกลมแต่ละรูปมีพื้นที่ 32 ตารางหน่วย แล้วบริเวณที่เตรียมไว้สำหรับปลูกหญ้ามาเลเซียมีพื้นที่เท่าไร



วิเคราะห์ปัญหา

.....

.....



ความรู้ที่เกี่ยวข้อง

การหาคำตอบ



บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (Geometer's Sketchpad) เรื่อง การวัด

ชุดที่ 2 การวัด กับพื้นที่รูปเรขาคณิตจากการแปลงทางเรขาคณิต ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กิจกรรมที่ 2 การหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต

กลุ่มที่ สมาชิกคนที่ 1 ชื่อ.....

สมาชิกคนที่ 2 ชื่อ.....

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1.1.1 สร้างรูปเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม GSP และหาพื้นที่โดยประมาณได้

1.1.2 ใช้ความรู้เรื่องการวัดพื้นที่ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1.2.1 แก้ปัญหาได้

1.2.2 ให้เหตุผลได้

1.2.3 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ การนำเสนอได้

1.2.4 เชื่อมโยงความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต กับการวัดพื้นที่รูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1.3.1 ทำงานได้อย่างเป็นระบบ

1.3.2 มีระเบียบวินัย

1.3.3 มีความรับผิดชอบ

เวลา 1 ชั่วโมง

สื่อและอุปกรณ์

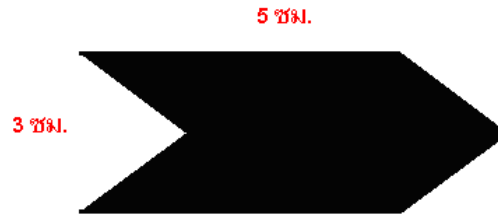
1.บทเรียนปฏิบัติการ

ขั้นตอนปฏิบัติการ

-
1. ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม กิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาพื้นที่จากการแปลงทางเรขาคณิต
ข้อที่ 1 โดยลงมือปฏิบัติที่ละขั้นตอน
 2. นักเรียนร่วมกันอภิปราย และเขียนแนวคิดในการหาคำตอบในเรื่องการหาพื้นที่
โดยประมาณจากตัวอย่างที่ 1
 3. ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมข้อที่ 2 เพื่อแสดงขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิต และ หาพื้นที่รูป
เรขาคณิตที่นักเรียนสร้าง
 4. ให้นักเรียนนำเสนอผลงาน

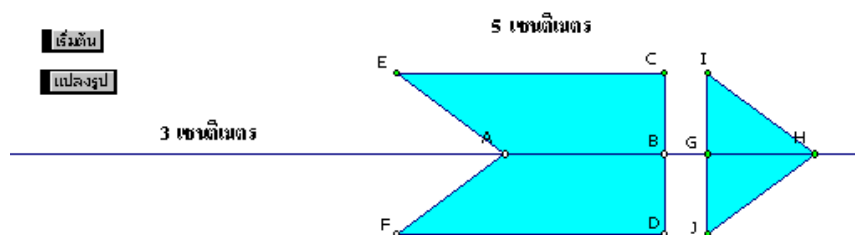


1. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการสร้างรูปเรขาคณิตตามที่กำหนด พร้อมทั้งหาพื้นที่โดยประมาณ



ขั้นตอนการสร้าง

- สร้างเส้นตรง 1 เส้น แล้วช้อนจุดควบคุมเส้นทั้ง 2 จุด
- กำหนดจุด A บนเส้นตรง แล้วเลื่อนขนานจุด A ด้วยขนาดมุม 0 องศา เป็นระยะทาง 3 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด B
- เลือกจุด B เลื่อนขนานจุด B ด้วยขนาดมุม 90 องศา เป็นระยะทาง 1.5 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด C
เลือกจุด B เลื่อนขนานจุด B ด้วยขนาดมุม (-90) หรือ 270 องศา เป็นระยะทาง 1.5 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด D
- เลือกจุด C เลื่อนขนานจุด C ด้วยขนาดมุม 180 องศา เป็นระยะทาง 5 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด E
- เลือกจุด D เลื่อนขนานจุด D ด้วยขนาดมุม 180 องศา เป็นระยะทาง 5 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด F
- ลาก \overline{AF} , \overline{AE} , \overline{CE} , \overline{CD} และ \overline{DF}
- ระบายสีรูปห้าเหลี่ยม $AFDCE$
- กำหนดจุด G บนเส้นตรง เลื่อนขนานจุด G ด้วยขนาดมุม 0 องศา เป็นระยะทาง 2 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด H
- เลื่อนขนานจุด G ด้วยขนาดมุม 90 องศา เป็นระยะทาง 1.5 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด I
- เลื่อนขนานจุด G ด้วยขนาดมุม (-90) หรือ 270 องศา เป็นระยะทาง 1.5 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด J
- ลาก \overline{IJ} , \overline{JH} และ \overline{HI}
- ระบายสีรูปสามเหลี่ยม IHJ
- เคลื่อนที่จุด G ไปยังจุด B จากเมนูคำสั่ง แก้ไข เลือก การเคลื่อนที่ ตั้งชื่อปุ่มรูปเริ่มต้น
- เคลื่อนที่จุด H ไปยังจุด A จากเมนูคำสั่ง แก้ไข เลือก การเคลื่อนที่ ตั้งชื่อปุ่มแปลงรูป
- ซ่อนอ็อบเจกต์ที่ไม่เกี่ยวข้องทั้งหมด



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1) จากรูปต้นแบบเราสามารถหาพื้นที่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....
.....
.....
.....

2) นักเรียนสามารถเปลี่ยนรูปต้นแบบเป็นรูปเรขาคณิตอื่น ๆ ได้หรือไม่ พร้อมทั้งยกตัวอย่าง

.....
.....
.....
.....

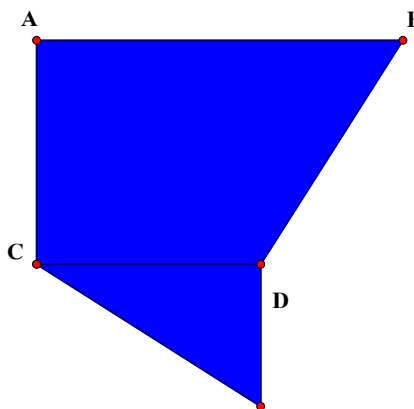
3) สรุปความคิดรวบยอดในการหาพื้นที่โดยประมาณ

.....
.....
.....
.....

4) นักเรียนคิดว่ามีวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ อีกหรือไม่

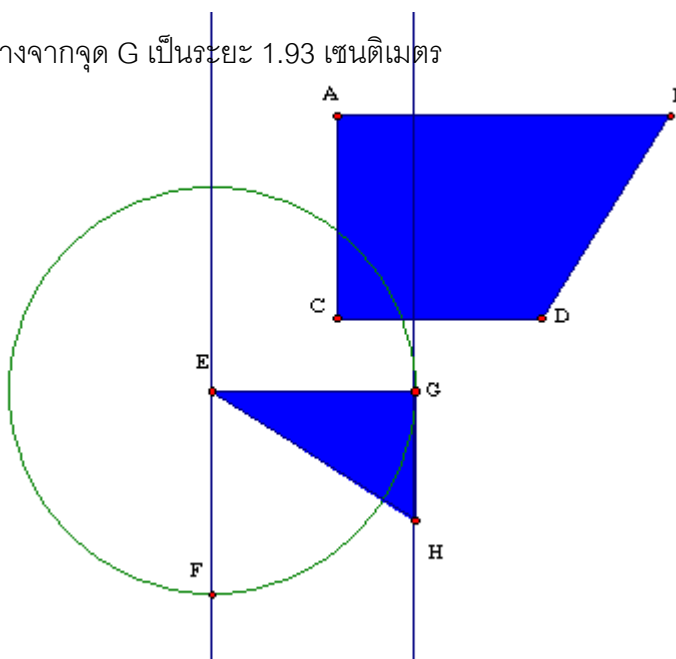
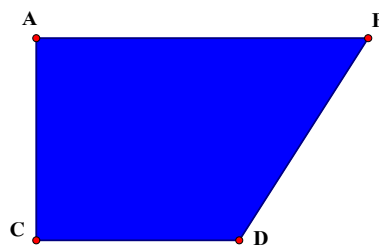
.....
.....
.....
.....

2. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนในการสร้างรูปเรขาคณิตตามที่กำหนด พร้อมทั้งหาพื้นที่โดยประมาณ

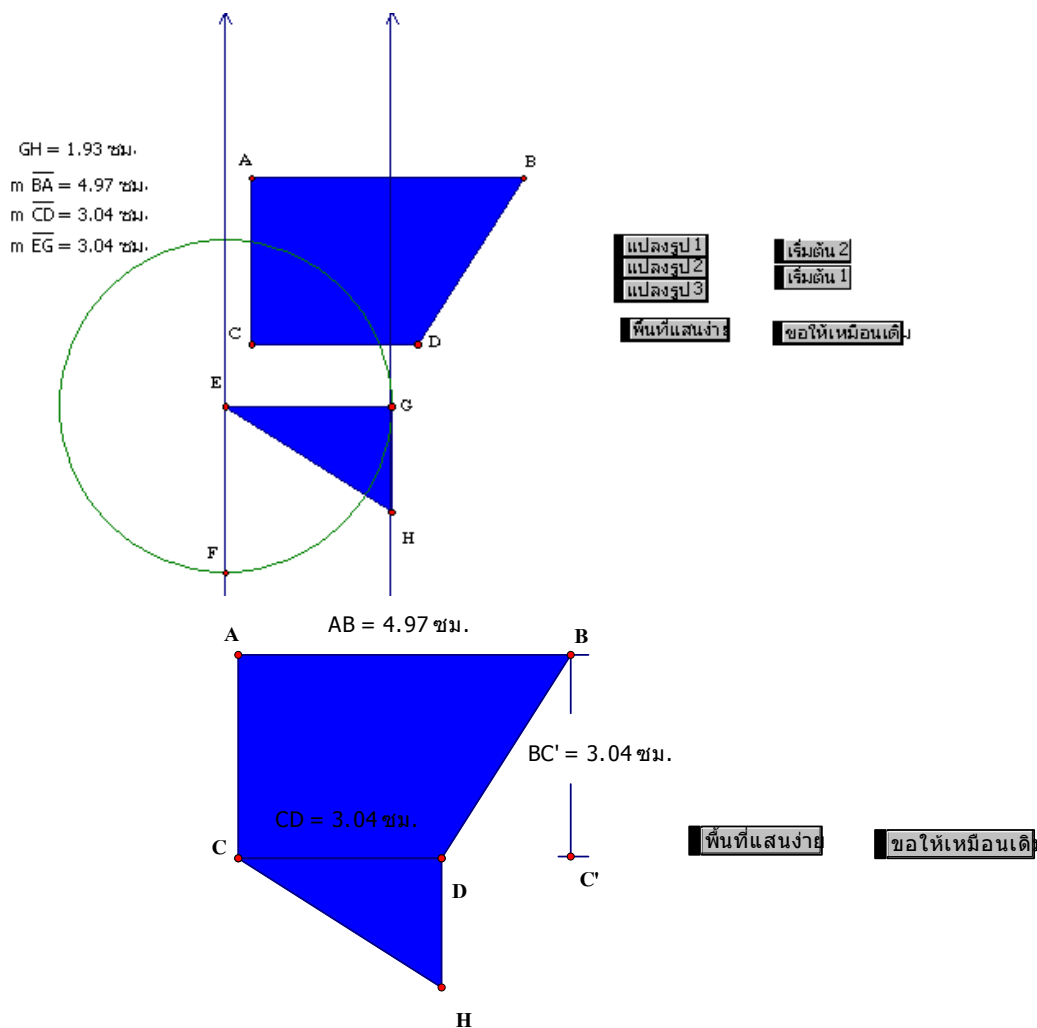


ขั้นตอนการสร้าง

- 1) กำหนดจุด A และ เลื่อนขนานจุด A ด้วยขนาดมุม 0 องศา เป็นระยะทาง 4.97 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด B
- 2) เลื่อนขนานจุด A ด้วยขนาดมุม 270 องศา (-90 องศา)
เป็นระยะ 3.04 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด C
- 3) เลื่อนขนานจุด C ด้วยขนาดมุม 0 องศา
เป็นระยะ 3.04 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด D
- 4) สร้าง \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{CD} และ \overline{BD}
- 5) ระบายสีรูปสี่เหลี่ยม ABCD
- 6) กำหนดจุด E เลื่อนขนานจุด E ด้วยขนาดมุม 270 องศา (-90 องศา)
เป็นระยะทาง 3.04 เซนติเมตร ตั้งชื่อจุด F
- 7) สร้างวงกลม โดยมีจุด E เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากับ \overline{EF} และสร้างเส้นตรงผ่าน จุด E และ จุด F
- 8) กำหนดจุด G บนวงกลม E ลากเส้น \overline{EG}
- 9) สร้างเส้นตั้งฉาก \overline{EG} ที่จุด G
- 10) กำหนดจุด H บนเส้นตั้งฉาก และห่างจากจุด G เป็นระยะ 1.93 เซนติเมตร
- 11) สร้าง \overline{EH} \overline{HG} และ \overline{EG}
- 12) ระบายสีรูปสามเหลี่ยม EGH



- 13) เคลื่อนที่จุด E ไปยังจุด C และเลื่อนจุด G ไปยังจุด D ไปที่เมนูแก้ไข คำสั่งปุ่มแสดงการทำงาน เลือกรการเคลื่อนที่ ตั้งชื่อปุ่มแปลงรูป 1
- 14) เคลื่อนที่จุด G ไปยังจุด F ไปที่เมนูแก้ไข คำสั่งปุ่มแสดงการทำงาน เลือกรการเคลื่อนที่ ตั้งชื่อปุ่ม แปลงรูป 2
- 15) เคลื่อนที่จุด E ไปยังจุด A และเลื่อนจุด G ไปที่จุด C ไปที่เมนูแก้ไข คำสั่งปุ่มแสดงการทำงาน เลือกรการเคลื่อนที่ ตั้งชื่อปุ่ม แปลงรูป 3
- 16) เคลื่อนที่จุด E ไปยังจุด C ตั้งชื่อปุ่ม เริ่มต้น 1
- 17) เคลื่อนที่จุด G ไปยังจุด D ตั้งชื่อปุ่ม เริ่มต้น 2
- 18) รวมปุ่มนำเสนอ แปลงรูป 1 แปลงรูป 2 และ แปลงรูป 3 แล้วตั้งชื่อ พื้นที่สามง่าย
- 19) รวมปุ่มนำเสนอ เริ่มต้น 1 และ เริ่มต้น 2 แล้วตั้งชื่อ ขอให้เหมือนเดิม
- 20) ซ่อนอ็อบเจกต์ที่ไม่เกี่ยวข้องทั้งหมด



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1) จากรูปต้นแบบเราสามารถหาพื้นที่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

2) นักเรียนสามารถเปลี่ยนรูปต้นแบบเป็นรูปเรขาคณิตอื่น ๆ ได้หรือไม่ พร้อมทั้งยกตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

3) สรุปความคิดรวบยอดในการหาพื้นที่โดยประมาณ

.....

.....

.....

.....

4) นักเรียนคิดว่ามีวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ อีกหรือไม่

.....

.....

.....

.....

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1) จากรูปต้นแบบเราสามารถหาพื้นที่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

2) นักเรียนสามารถเปลี่ยนรูปต้นแบบเป็นรูปเรขาคณิตอื่น ๆ ได้หรือไม่ พร้อมทั้งยกตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

3) สรุปความคิดรวบยอดในการหาพื้นที่โดยประมาณ

.....

.....

.....

.....

4) นักเรียนคิดว่ามีวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ อีกหรือไม่

.....

.....

.....

.....

ใบความรู้ที่ 2 เรื่องพื้นที่รูปเรขาคณิต

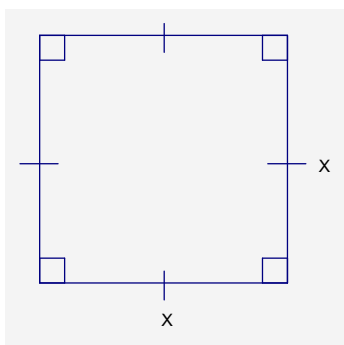
การคำนวณเกี่ยวกับพื้นที่



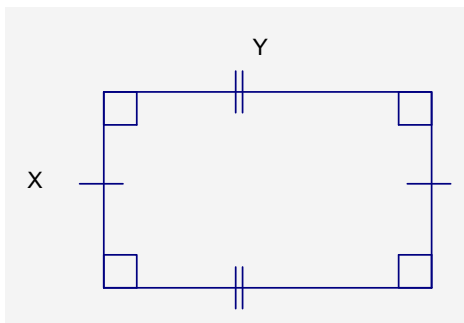
1. พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านเท่ากันทุกด้าน คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (SQUARE)



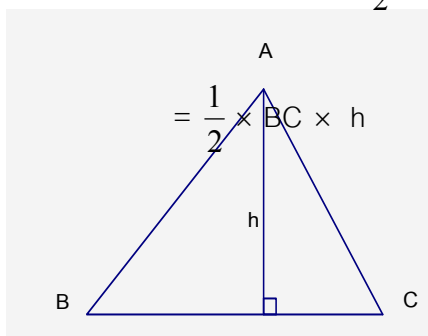
รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (RECTANGLE)



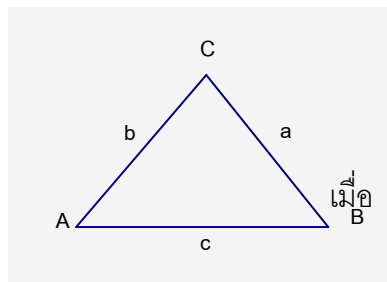
พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก = ความยาวฐาน \times ความสูง

รูปสามเหลี่ยม คือ รูปสามเหลี่ยมที่จะประกอบด้วยด้านสามด้านและมุมสามมุม

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมทั่วไป = $\frac{1}{2} \times$ ฐาน \times สูง



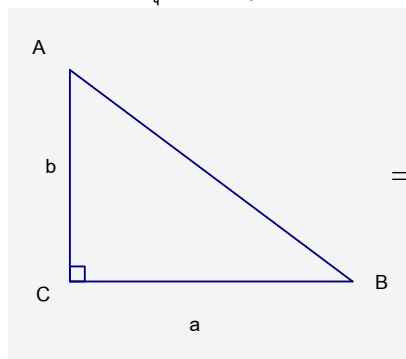
พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม เมื่อทราบความยาวของด้านทั้งสาม



$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

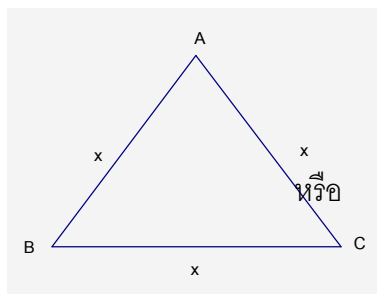
$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (RIGHT TRIANGLE)



$$= \frac{1}{2} \times a \times b$$

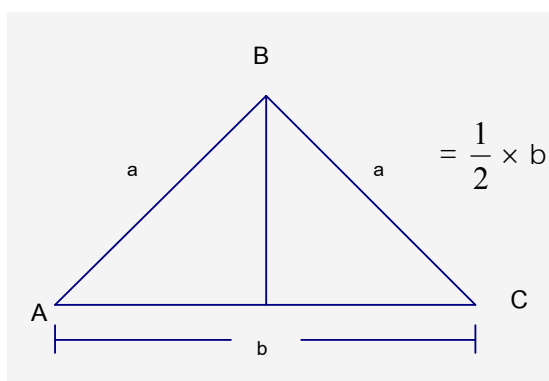
พื้นที่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (EQUILATERAL TRIANGLE)



$$= \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

$$= \sqrt{s(s-x)^3} \text{ เมื่อ } s = \frac{3x}{2}$$

พื้นที่รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (ISOSCELES TRIANGLE)

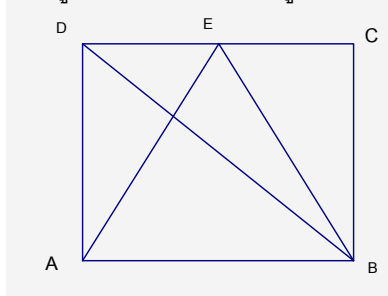


$$= \frac{1}{2} \times b \times \sqrt{4a^2 - b^2}$$



จะสังเกตว่า พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมจะเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเสมอ

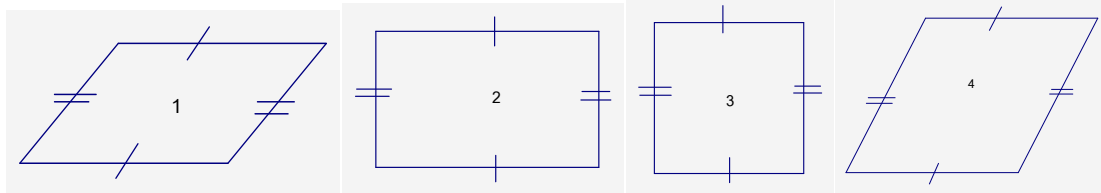
เมื่อรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม มีความสูงและความยาวของฐานเท่ากัน ดังนี้



$$\text{พื้นที่ } \triangle ABD = \triangle ABE = \frac{1}{2} \square ABCD$$

2. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม

- รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน (PARALLELOGRAM) คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันสองคู่
ตัวอย่าง รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน



สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

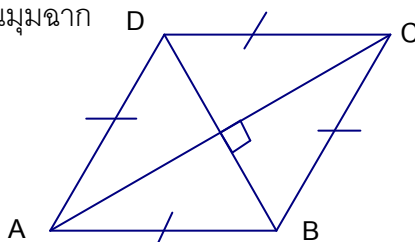
- ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน
- มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน
- เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

* รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน เส้นทแยงมุมจะตั้งฉากซึ่งกันและกัน

พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	=	ความยาวฐาน × ความสูง
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	=	ความยาวด้าน × ความยาวด้าน
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	=	ความกว้าง × ความยาว

- รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน (RHOMBUS)

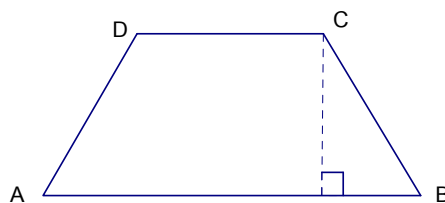
รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านเท่ากันทุกด้านแต่มุมจะไม่เป็นมุมฉาก



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน} &= \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง} \\ \text{หรือ} &= \frac{1}{2} \times \text{ผลคูณของเส้นทแยงมุม} \end{aligned}$$

3. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู (TRAPEZOID)

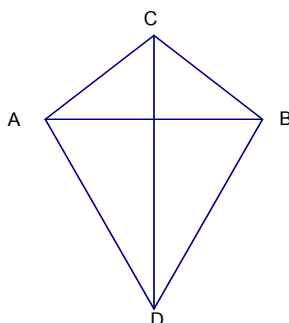
รูปสี่เหลี่ยมคางหมู คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันคู่หนึ่งเท่านั้น



$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู} = \frac{1}{2} \times \text{ความสูง} \times \text{ผลบวกความยาวของด้านคู่ขนาน}$$

4. รูปสี่เหลี่ยมรูปร่างว (KITE)

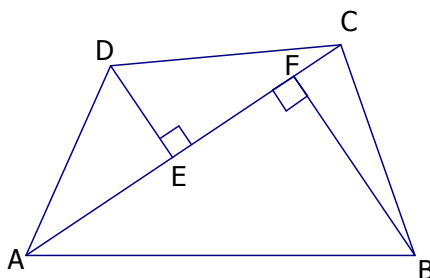
รูปสี่เหลี่ยมรูปร่างว คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านประชิดกันยาวเท่ากันสองคู่



$$\text{พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมรูปร่างว} = \frac{1}{2} \times \text{ผลคูณของความยาวเส้นทแยงมุม}$$

5. รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ (QUADRILATERAL)

รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านไม่เท่ากันเลย



พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมใด ๆ

$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวเส้นทแยงมุม} \times \text{ผลบวกความยาวของเส้นกึ่งที่ตั้งฉากกับเส้นทแยงมุมนั้น}$$

ใบกิจกรรม เรื่องพื้นที่รูปเรขาคณิต



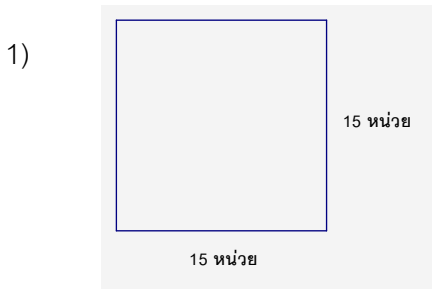
กลุ่มที่ สมาชิกคนที่ 1 ชื่อ.....
 สมาชิกคนที่ 2 ชื่อ.....

คำชี้แจง...

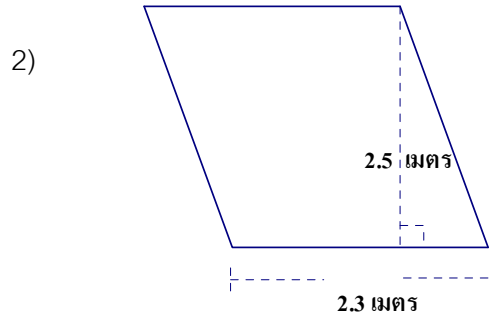
- ให้นักเรียนหาพื้นที่รูปเรขาคณิตแต่ละข้อ โดยวิเคราะห์การหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิตจากโจทย์ที่กำหนดให้ หาความสัมพันธ์เพื่อสร้างข้อคาดการณ์ ละลำดับขั้นตอนในการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา
- แสดงขั้นตอนการหาคำตอบที่ถูกต้อง



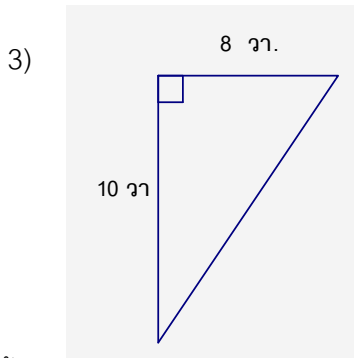
ตอนที่ 1. ให้นักเรียนหาพื้นที่รูปเรขาคณิต



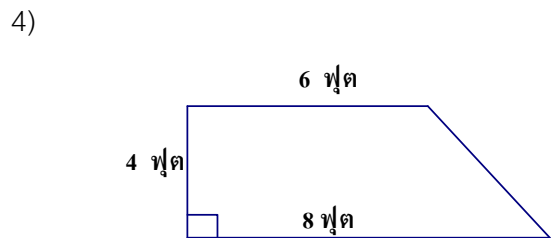
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
 = ความยาวด้าน × ความยาวด้าน
 = ตารางหน่วย



พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
 =
 =

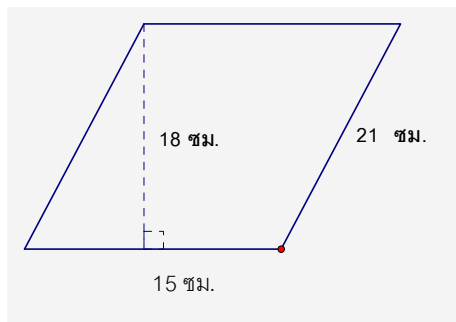


พื้นที่รูปสามเหลี่ยม =
 พื้นที่ =



พื้นที่ =
 พื้นที่ =

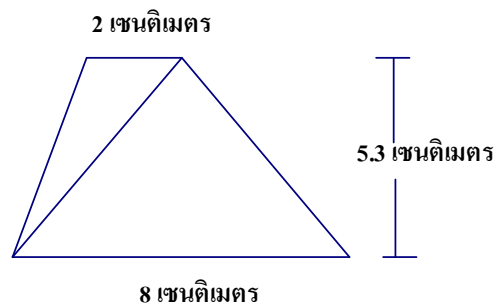
5)



พื้นที่ =

.....

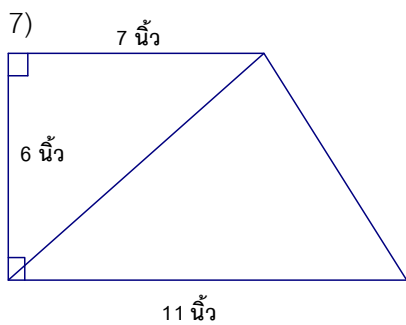
6)



พื้นที่ =

.....

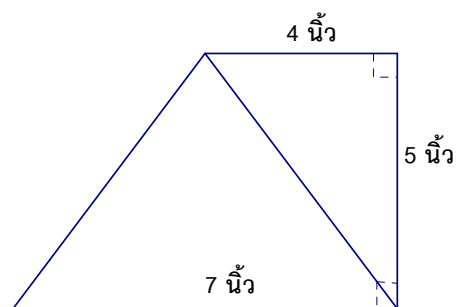
7)



พื้นที่ =

.....

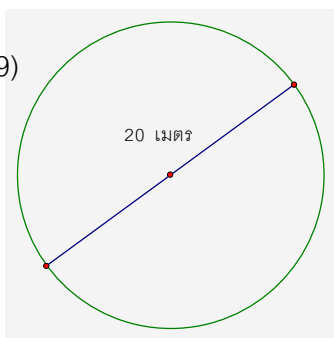
8)



พื้นที่ =

.....

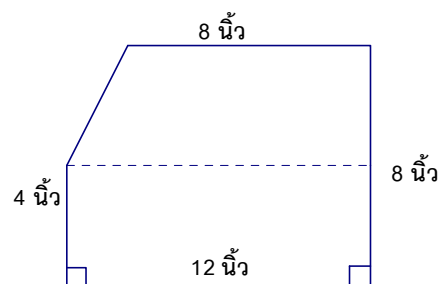
9)



พื้นที่ =

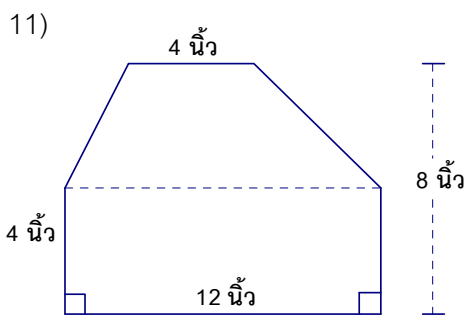
.....

10)



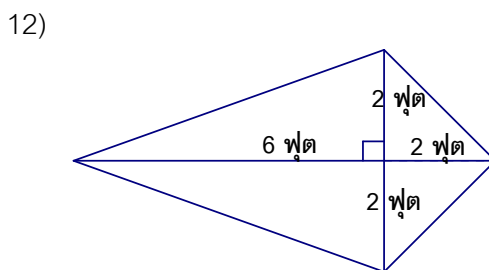
พื้นที่ =

.....



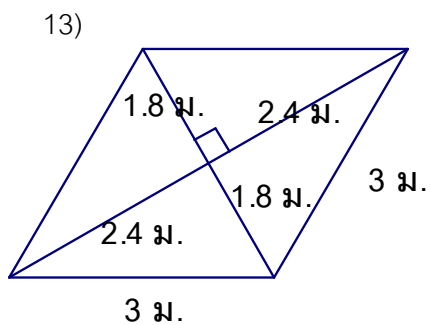
พื้นที่ =

.....



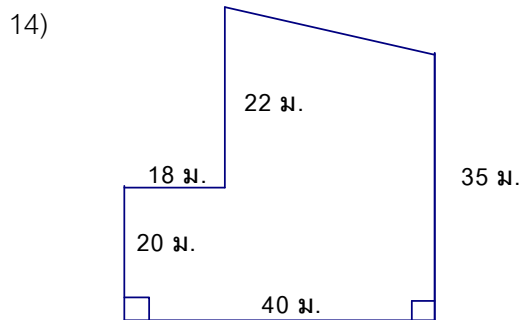
พื้นที่ =

.....



พื้นที่ =

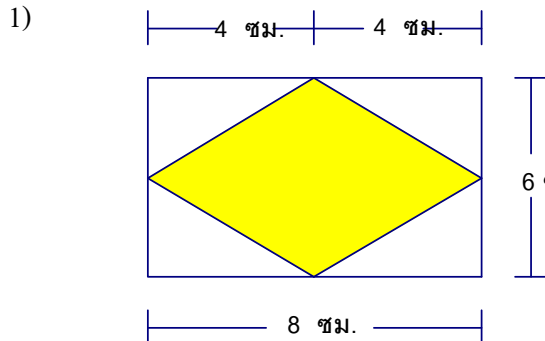
.....



พื้นที่ =

.....

ตอนที่ 2. ให้นักเรียนหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



วิเคราะห์โจทย์

จากรูป ต้องการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา

ใช้ความรู้ - เรื่องพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

- พื้นที่รูปสามเหลี่ยม

ข้อความคาดการณ์

พื้นที่ส่วนที่แรเงาเราหาได้จาก

- พื้นที่รูปสามเหลี่ยม 4 รูป

(พื้นที่ที่ไม่ได้แรเงา) หักออกจาก พื้นที่รูป

สี่เหลี่ยมผืนผ้า (พื้นที่ทั้งหมด)

ขั้นตอนการหาพื้นที่

- พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (พื้นที่ทั้งหมด)

$$= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว}$$

$$= 6 \times 8 = 48 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

- พื้นที่รูปสามเหลี่ยม 4 รูป (พื้นที่ส่วนที่ไม่ได้แรเงา)

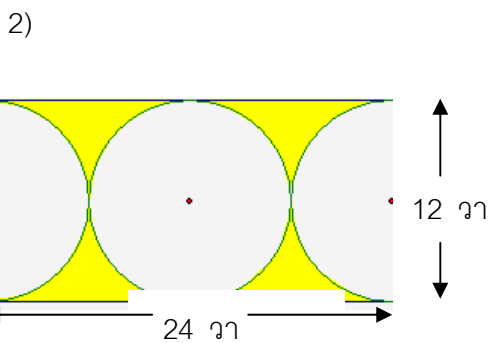
$$= \frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง} \times 4$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 4$$

$$= 24 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ดังนั้น

พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับ $48 - 24 = 24$ ตารางเซนติเมตร



วิเคราะห์โจทย์

จากรูป ต้องการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา

ใช้ความรู้ - พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า - พื้นที่รูปวงกลม

ข้อความคาดการณ์

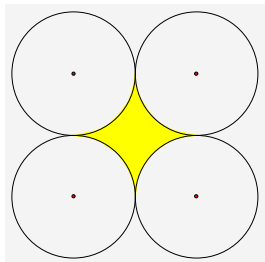
พื้นที่ส่วนที่แรเงาเราหาได้จาก

-

-

ขั้นตอนการหาพื้นที่

3) กำหนดวงกลมแต่ละวงมีรัศมียาว 14 นิ้ว ส่วนที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับ.....



วิเคราะห์โจทย์

จากรูป ต้องการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา

ใช้ความรู้ -

-

ข้อความคาดการณ์

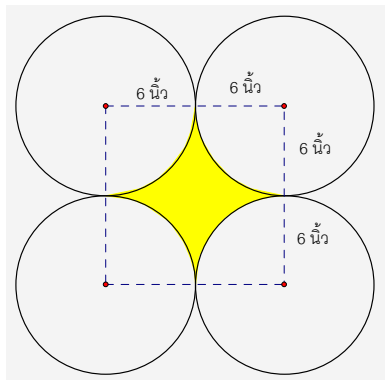
พื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จาก

-

-

ขั้นตอนการหาพื้นที่

4)



วิเคราะห์โจทย์

จากรูป ต้องการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา

ใช้ความรู้ -

-

ข้อความคาดการณ์

พื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จาก

-

-

ขั้นตอนการหาพื้นที่

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง การวัด ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เวลา 60 นาที

คำชี้แจง

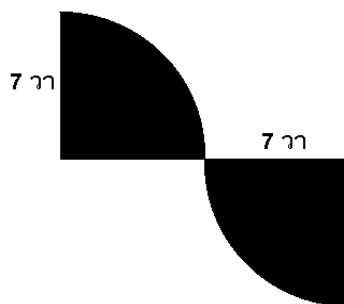
- (1) แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การวัด ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- (2) แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำลงในกระดาษคำตอบ
- (3) แบบทดสอบอัตนัยมีคะแนนข้อละ 2 คะแนน รวมทั้งสิ้น 20 คะแนน และมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	<ul style="list-style-type: none"> - คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำที่มีประสิทธิภาพโดยแสดงถึงการคิดอย่างมีระบบ การคิดวิเคราะห์ - แสดงความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาวิชาได้ชัดเจน - ลงข้อสรุปที่ถูกต้องชัดเจน - นำเสนอผลงานได้อย่างเหมาะสม
1	<ul style="list-style-type: none"> - คำตอบถูกต้อง แสดงวิธีทำยังไม่สมบูรณ์ - แสดงความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาวิชาได้ไม่ชัดเจน - ลงข้อสรุปบางส่วนผิดพลาด - นำเสนอผลงานได้ไม่ชัดเจน
0	<ul style="list-style-type: none"> - คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง - แสดงความเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาวิชาได้ไม่ชัดเจน - ลงข้อสรุปไม่ถูกต้อง - นำเสนอผลงานได้ไม่ถูกต้อง

- (4) เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 60 นาที



1. บริเวณการจัดจำหน่ายพันธุ์ไม้ดอกของกลุ่มแม่บ้านอำเภอไทรโยค ในงานสัปดาห์สะพานข้ามแม่น้ำแคว มีพื้นที่ดังรูป



ถ้าต้องเสียค่าเช่าพื้นที่ตารางวาละ 150 บาท (ตลอดงาน) นักเรียนคิดว่ากลุ่มแม่บ้านอำเภอไทรโยค จะต้องเสียค่าเช่าพื้นที่เป็นเงินเท่าไร

วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปการให้เหตุผล



.....

.....

.....

.....

.....

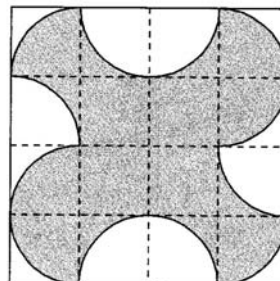
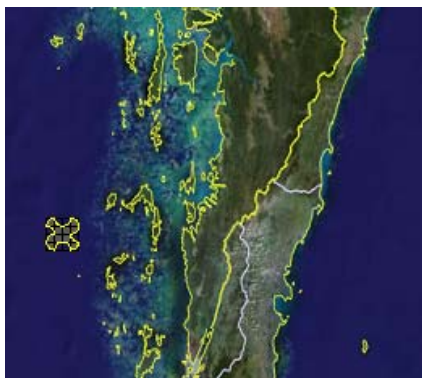
.....

.....

.....

2. จากรูปข้างล่างเป็นภาพถ่ายทางอากาศของเกาะแห่งหนึ่งทางภาคใต้ของประเทศไทย

ถ้ากำหนดให้พื้นที่ 1 ตารางกิโลเมตร มีประชากรอาศัยอยู่ได้ประมาณ 120 คน ให้นักเรียนหาว่าเกาะแห่งนี้จะมีประชากรอาศัยอยู่ได้ประมาณ



วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปการให้เหตุผล



.....

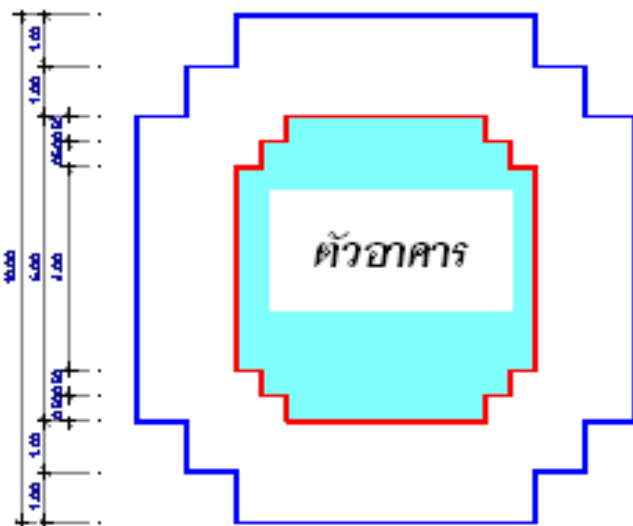
.....

.....

.....

.....

3. หอคำหลวง (Royal Pavilion) คือ พื้นที่จัดแสดงส่วนกลางที่โดดเด่นที่สุดของงานมหกรรม
 พืชมสวนโลกเฉลิมพระเกียรติฯ ราชพฤกษ์ 2549 ตั้งอยู่บนเนินดิน เนื้อที่ประมาณ 3,000
 ตารางเมตร ส่วนตัวอาคารเป็นเรือนไม้ครึ่งตึก 2 ชั้น ที่มีความสง่างามสวยงามด้วยสถาปัตยกรรม
 แบบล้านนา ดังภาพ



อยากทราบว่า
 ถ้าปูกระเบื้องรอบแปลนพื้นที่ด้านใน
 บริเวณที่ปูกระเบื้องมีพื้นที่เท่าไร ให้นำหน่วยความยาวในแปลนมีหน่วยเป็นเมตร

วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปการให้เหตุผล

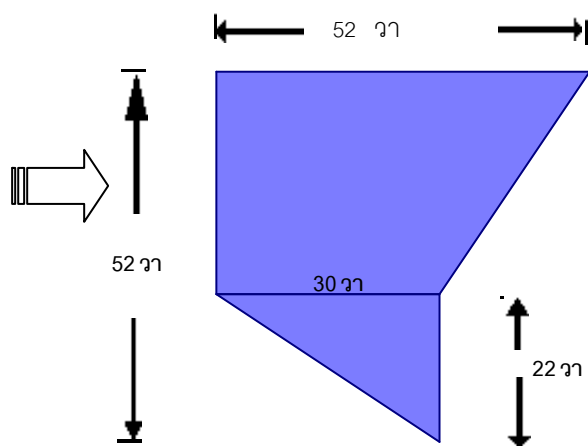


.....

.....

.....

4. นางสาวน้ำทิพย์ ได้รับมรดกเป็นที่ดิน ดังรูป จึ่คิดที่จะนำที่ดินผืนนี้ มาจัดสรรเป็นไร่นาสวนผสม ตามหลักเศรษฐกิจพอเพียง ซึ่งในการหาพื้นที่ของที่ดินมรดกนี้ นางสาวน้ำทิพย์ควรเลือกใช้ การแปลงทางเรขาคณิตแบบใดจึงจะเหมาะสม เขียนอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบด้วย



วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปการให้เหตุผล



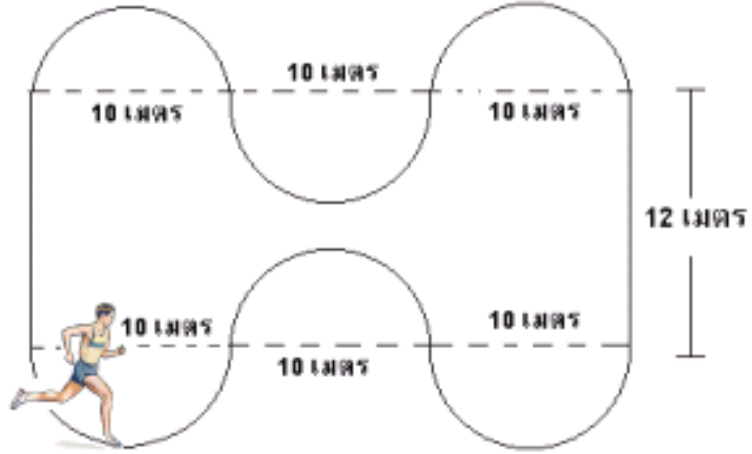
.....

.....

.....

.....

5. เด็กชายต้นวิ่งออกกำลังกายตอนเช้าที่สวนสาธารณะของเทศบาลตำบลวังโพธิ์ โดยวิ่งสองรอบตามแผนผังด้านล่างนี้ อยากทราบว่า ในแต่ละวันเด็กชายต้นวิ่งได้ระยะทางทั้งสิ้นเท่าใด ($\pi \approx 3.14$)



วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปการให้เหตุผล



.....

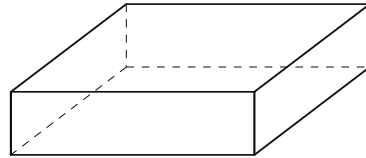
.....

.....

.....

.....

7. นิดาต้องการห่อของขวัญให้คุณแม่ โดยกล่องของขวัญมีลักษณะเป็นกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีขนาดกว้าง 12 นิ้ว ยาว 18 นิ้ว สูง 6 นิ้ว นิดาจะต้องใช้กระดาษสาที่มีพื้นที่อย่างน้อยเท่าไร เพื่อนำมาห่อกล่องของขวัญกล่องนี้



วิธีคิด



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปการให้เหตุผล



.....

.....

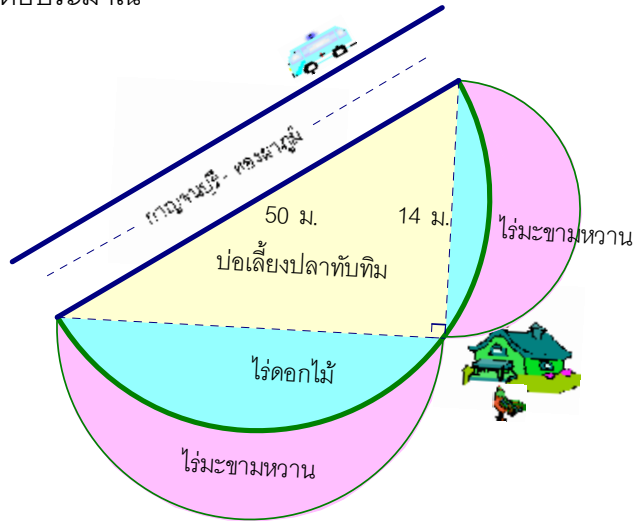
.....

.....

.....

.....

9. เด็กชายรามได้เข้าแข่งขันการออกแบบจัดที่ดินเพื่อการเพาะปลูกและเลี้ยงสัตว์ ในกิจกรรม สัปดาห์วิทยาศาสตร์ ของโรงเรียนไตรโยคมนตรีกาญจนวิทยา โดยเขาได้ออกแบบ จัดสรรพื้นที่ เพื่อขุดบ่อเลี้ยงปลาทำบ่อ ไร่ดอกไม้ และ ไร่มะขามหวาน ดังภาพ อยากทราบว่าไร่มะขามหวาน ของเด็กชายรามมีพื้นที่เท่าไรโดยประมาณ



วิธีคิด 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปการให้เหตุผล



.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ บทเรียนปฏิบัติการโดยใช้โปรแกรม GSP (GEOMETER'S SKETCHPAD) แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องการวัด และ แบบทดสอบ

1. อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์
ข้าราชการบำนาญ
สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ จิตรา เพ็ชรสุข
ภาควิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏกาญจนบุรี จังหวัดกาญจนบุรี
3. อาจารย์เสริม จันทร์ทวี
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง จังหวัดราชบุรี
4. อาจารย์ชนธิชา เศตะพราหมณ์
ครูโรงเรียนบางปะกอกวิทยา

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาววิมล อยู่พิพัฒน์
วันเดือนปีเกิด	20 เมษายน 2517
สถานที่เกิด	อำเภอดำเนินสะดวก จังหวัดราชบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	50/12 ตำบลลุ่มสุ่ม อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	ครู คศ. 2 วิทยฐานะชำนาญการ
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนไทรโยคพัฒนศึกษา อำเภอไทรโยค จังหวัดกาญจนบุรี
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2531	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนตรงจิตวิทยา จังหวัดสมุทรสาคร
พ.ศ. 2534	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสายธรรมจันทร์ จังหวัดราชบุรี
พ.ศ. 2538	ค.บ. (คณิตศาสตร์) สถาบันราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง จังหวัดราชบุรี
พ.ศ. 2551	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) สาขาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ