การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์

ของ

วัชระ น้อยมี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2551

การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์
ของ
วัชระ น้อยมี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2551
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ

ของ

วัชระ น้อยมี

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2551

วัชระ น้อยมี. (2551). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.* ปริญญานิพนธ์ กศม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล, รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนก่อนทดลองและหลังทดลองและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์ – คณิตฯ โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยการสุ่มแบบแบ่ง กลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มด้วยการจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จาก 2 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ใช้เวลาในการสอน 19 ชั่วโมง แบบแผนการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบ One-Group Pretest-Posttest Design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติ t-test for Dependent Samples และค่าสถิติ t-test One Sample

ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 84.80/87.20

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LEARNING PACKAGES THROUGH INQUIRY ON " REASONING AND MATHEMATICAL PROOF " TO PROMOTE REASONING SKILLS OF MATHAYOM SUKSA IV STUDENTS.

AN ABSTRACT

BY

WATCHARA NOIMEE

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Master of Education Degree in Secondary Education

at Srinakharinwirot University

May 2008

Watchara Noimee. (2008). *The Development of Mathematics Learning Packages Througs Inquiry on "Reasoning Mathematical Proof" to Promote Reasoning Skills of Mathayom Suksa IV Students*. Master thesis. M.ED. (Secondary Education).Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee : Assist. Prof. Chaisak Leelajaruskul, Assoc.Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this Study was three-folds. Firstly, it aimed to develop Mathematics inquiry learning packages on "reasoning and mathematical proof" to promote reasoning skill of Mathayom Suksa IV students, secondly, to compare their learning achievement before and after the experiment and thirdly, to compare that of learning achievement after the experiment and its criteria. The subjects were consisted of 40 Mathayom Suksa IV students cluster random sampling from 2 classes of science-mathematics plan in Nawang Kaksawit School, Nawang District, Nong Bua Lampoo province during the 1st semester of 2007 academic year. The experiment lasted for 19 hours. It was one - group pretest – posttest design. Then data were analyzed and presented by t-test Dependent and t-test One Sample.

The results revealed as follows :

1. The mathematics inquiry learning packages on "reasoning and mathematics proof" to promote reasoning skill of Mathayom Suksa IV students gained the efficiency of 84.80/87.20 higher than the efficiency of 80/80 criteria.

2. After attending the mathematics inquiry learning packages on "reasoning and mathematics proof" to promote reasoning skill of Mathayom Suksa IV students mathematics achievement was significantly higher at .01 level than that of mathematics achievement before the experiment.

3. After attending the mathematics inquiry learning packages on "reasoning and mathematics proof" to promote reasoning skill of Mathayom Suksa IV students mathematics achievement was significantly higher at .01 level (with 60 percents) than that of criteria.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ
วัชระ น้อยมี

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่..... เดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2551

..... ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

..... กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์
(รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการทำวิจัยจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ และอาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม ซึ่งท่านได้สละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาแนะนำในการทำวิจัยนี้ทุกขั้นตอน ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ อาจารย์วิไลวรรณ อำไพพักตร์ และอาจารย์พีระ ฉิมคง ที่ได้กรุณาช่วยแก้ไขข้อบกพร่อง และให้คำแนะนำเป็นอย่างดีในเรื่องเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ นายธวัช มูลเมือง ผู้อำนวยการโรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ครูสุวิทย์ สารีแก้ว ครูพฤทธิ์พล ชารี และคณะครูอาจารย์ทุกท่านที่คอยให้ความช่วยเหลือ และสนับสนุนให้ผู้วิจัยทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจนสำเร็จ ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช ที่ให้ความร่วมมือในการทำวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และครอบครัวผู้เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนแก่ผู้วิจัยจนประสบความสำเร็จ และขอขอบใจเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์)ที่คอยให้กำลังใจตลอดเวลา ผู้วิจัยจักระลึกถึงพระคุณของทุกท่านตลอดไป

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบให้เป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดามารดา ครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

วัชระ น้อยมี

สารบัญ

บทที่ **หน้า**

1 บทนำ..... 1

ภูมิหลัง 1

ความมุ่งหมายของการวิจัย 4

ความสำคัญของการวิจัย 4

ขอบเขตของการวิจัย 4

สมมติฐานในการวิจัย 9

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 11

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการเรียน 12

เอกสารที่เกี่ยวกับการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน..... 45

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน..... 45

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน..... 64

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล..... 72

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกับการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์..... 84

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน..... 94

3 วิธีการดำเนินการวิจัย 100

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง..... 100

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... 100

การเก็บรวบรวมข้อมูล..... 108

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล..... 110

4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 115

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล..... 115

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... 116

5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ..... 119

ความมุ่งหมายของการวิจัย 119

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ) สมมติฐานทางการวิจัย	119
วิธีการดำเนินการวิจัย	120
สรุปผลการวิจัย	122
อภิปรายผล	122
ข้อสังเกตจากการวิจัย	125
ข้อเสนอแนะ	125
บรรณานุกรม	127
ภาคผนวก	137
ภาคผนวก ก	138
ภาคผนวก ข	143
ภาคผนวก ค	155
ภาคผนวก ง	247
ภาคผนวก จ	254
ประวัติย่อผู้วิจัย	256

บัญชีตาราง

ตาราง **หน้า**

1 แบบแผนการทดลอง 108

2 ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 116

3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนก่อนและหลัง ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 117

4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนก่อนและหลัง ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ 118

5 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบปรนัย 139

6 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย 140

7 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัย เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 141

8 ค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่า (α) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 141

9 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 144

10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล 147

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง **หน้า**

11 คะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย..... 150

12 คะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย..... 151

13 คะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง การอ้างเหตุผล..... 152

14 คะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ 153

15 คะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$ 154

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

ประเทศไทยได้ตระหนักถึงความสำคัญของการปฏิรูปการศึกษาโดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ซึ่งมีความมุ่งหมายที่จะพัฒนาคนไทยให้มีความรู้และทักษะด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ และคุณธรรมจริยธรรม (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542 : 12-13) และ ในสังคมปัจจุบันได้มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว จะเห็นได้จากภาวะเศรษฐกิจ สภาพสังคม วัฒนธรรม ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีก่อให้เกิดผลกระทบมากมาย ทั้งต่อสังคม และตัวบุคคล โดยเฉพาะโลกปัจจุบันเป็นโลกที่ไร้พรมแดนเนื่องจากมีการสื่อสารที่ทันสมัย มนุษย์ต้องเผชิญปัญหาต่างๆ อย่างหลากหลาย ซับซ้อนมากขึ้น ดังนั้น การที่มนุษย์จะอยู่ในสังคมได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น จะต้องรู้จักการคิดวิเคราะห์ ในการรับรู้ข่าวสาร และปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยการใช้เหตุผลต่างๆ มาประกอบการแก้ปัญหาให้สำเร็จได้ด้วยดี (กรมวิชาการ. 2544 : 1)

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทในการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรับผิดชอบ รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีวินัยในตนเอง คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และรู้จักประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสิ่งเหล่านี้เป็นปัจจัยสำคัญในการพัฒนาคุณภาพของคน ส่งผลในการพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้า นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานในการศึกษาขั้นสูงและวิทยาการต่างๆ แต่ผู้เรียนส่วนมากยังไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของสำนักทดสอบทางการศึกษา ที่ได้ประเมินคุณภาพการศึกษาด้านความรู้ ความคิดของผู้เรียนในระดับชั้น ป.6, ม.3และ ม.6 ประจำปีการศึกษา 2544 และ 2545 จากการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นพบว่าผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ประจำปีการศึกษา 2545 จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน ผู้เรียนในระดับชั้น ม.3 ได้คะแนนเฉลี่ย 15.628 คะแนน อยู่ในเกณฑ์ต้องปรับปรุง ส่วนในระดับชั้น ม.6 ใช้การทดสอบด้วย Scholastic Aptitude Test (SAT) ซึ่งเป็นข้อสอบที่วัดความสามารถทางภาษา ความสามารถทางการคิดคำนวณ และความสามารถเชิงวิเคราะห์ พบว่าจากคะแนนเต็ม 35 คะแนน ได้คะแนนเฉลี่ย 13.310 ซึ่งต้องปรับปรุง (กรมวิชาการ.2546 : ออนไลน์) จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ซึ่งอาจมาจากสาเหตุหลายประการ แต่ประการหนึ่งที่สำคัญคือครูผู้สอน ดังนั้นจึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องมีการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนเทคนิคและวิธีการต่างๆ โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลตามแนวการจัดการศึกษาของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติพุทธศักราช 2542 (ยุทธกร ถามา.2546 : 2) และการสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงไปเพื่อพัฒนาศักยภาพทางสมองในการคิด

การให้เหตุผล ตลอดจนการรู้จักแก้ปัญหาให้สูงขึ้น เพราะผู้คนในยุคข้อมูลข่าวสารจำเป็นต้องเป็นผู้มีศักยภาพทางสมองสูงจึงจะสามารถดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีประสิทธิภาพ (ดวงเดือน อ่อนน่วม. 2531 : 51)

การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน (Inquiry Method) ก็เป็นอีกรูปแบบหนึ่งที่สามารถพัฒนาผู้เรียนให้สามารถในการสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญซึ่งมีหลักสำคัญ 5 ขั้นตอน คือ *1.* **“** *ขั้นเตรียมความพร้อม* **”** คือขั้นของการเตรียมความพร้อมทางการเรียนให้กับผู้เรียน โดยการเอาความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่สอนมาให้สัมพันธ์กันรวมทั้งปูพื้นฐานความรู้ใหม่ที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ *2.* **“** *ขั้นสังเกต* **”** คือ ขั้นของการสังเกตสถานการณ์ที่เป็นปัญหาในขั้นนี้จะสร้างสถานการณ์ปัญหาขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนสังเกตและวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหา *3.* **“** *ขั้นอธิบาย* **”** คือ เป็นขั้นที่ครูผู้สอนกระตุนให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ โดยอาศัยความสามารถในการหาเหตุผลมาอธิบายถึงสาเหตุของปัญหา ปรากฏการณ์ต่างๆ *4.* **“** *ขั้นทดสอบและทำนายผล* **”** คือ เป็นขั้นที่นำข้อมูลที่ได้มาอภิปรายปัญหาหรือข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ และพยากรณ์ผลหรือทำการทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้นำไปสู่ข้อสรุปเป็นขั้นซึ่งผู้เรียนเกิดการค้นพบ *5. ขั้น “ควบคุมและนำไปใช้”* คือ การส่งเสริมให้ผู้เรียนนำหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีการแก้ปัญหามาใช้ประโยชน์ในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้ในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ลักษณะพิเศษของวิธีสอนแบบนี้คือ ก้าวไกลกว่าการสอนแบบวิทยาศาสตร์ ในด้านที่คิดไปถึงการใช้ประโยชน์ต่อไปด้วย ไม่จำกัดเฉพาะแต่การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นเท่าไร (สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ ; 2545:138-141) การสอนแบบสืบสวนสอบสวน เป็นการสอนที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ โดยใช้กระบวนการคิดหาเหตุผล จนค้นพบความรู้หรือแนวทางแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยครูตั้งคำถามประเภทกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาและสามารถนำวิธีการแก้ปัญหานั้นมาแก้ปัญหา (กรมวิชาการ. 2544 : 36) และจากงานวิจัยของ อรอุมา ไชยโยธา (2547) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง แบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่องระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน จึงน่าจะเป็นรูปแบบการสอนที่เหมาะสมรูปแบบหนึ่งที่จะนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้บรรจุสาระการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผล ไว้ในสาระที่ 4 พีชคณิต โดยในเรื่องดังกล่าวได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6) ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 18-19) 1. เข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้ 2. บอกได้ว่าการ

อ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพแทนเซต (Venn – Euler Diagram) และประเสริฐ เสียงดี (2527 : 1) กล่าวว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการให้เหตุผลที่สำคัญอันหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ ที่จะพัฒนาข้อคาดคะเนในระบบคณิตศาสตร์เรื่องนั้นๆ ว่าเป็นข้อความที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลจนยอมรับเป็นทฤษฎีบท เพื่อนำไปเป็นเหตุในการสรุปข้อความใหม่ในเรื่องที่จะศึกษากว้างขวางยิ่งขึ้น และถ้าหากขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มโนมติ เรื่องโครงสร้างของคณิตศาสตร์นั้น จะเกิดขึ้นไม่ได้ เซอิด (Saeed. 1997 : 4300-A) กล่าวว่า ความสามารถในการพิสูจน์ และความเข้าใจในธรรมชาติของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเทคนิควิธีในการพิสูจน์เป็นองค์ประกอบในการวิเคราะห์ที่สำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการเรียนคณิตศาสตร์นั้นต้องอาศัยขั้นตอนการพิสูจน์อย่างมีเหตุผลเป็นสำคัญ

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ได้บรรจุวิชาที่ฝึกให้ผู้เรียนพิสูจน์ตั้งแต่ระดับมัธยมศึกษา เช่น ผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาจะได้เริ่มเรียนการพิสูจน์ในวิชาเรขาคณิต ส่วนในระดับอุดมศึกษา นิสิตที่เรียนวิชาเอกคณิตศาสตร์จะต้องศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นการพิสูจน์และเขียนแสดงการพิสูจน์ เช่น วิชาทฤษฎีจำนวน (Theory of Number) และวิชาทฤษฎีเซต (Set Theory) วิชาคณิตศาสตร์วิเคราะห์ (Mathematical Analysis) วิชาพีชคณิตนามธรรม (Abstract Algebra) และวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์อื่นๆ เป็นต้น ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการพิสูจน์นั้นจะเริ่มสอนอย่างจริงจังในระดับนี้ หลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิตและ หลักสูตรการศึกษาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ได้บรรจุรายวิชา คณ 241 ชื่อรายวิชาหลักการและวิธีการของคณิตศาสตร์ (Principle of Mathematics) ให้เป็นวิชาบังคับ ซึ่งมีเนื้อหาประกอบด้วย ตรรกศาสตร์ เซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ระบบจำนวนจริง วิชานี้จะเน้นการให้เหตุผล และหลักการในการพิสูจน์ (มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. 2526 : 6) เนื้อหาที่เรียนไม่ใช่เรื่องใหม่เมื่อเทียบกับวิชาคณิตศาสตร์บางวิชาที่นิสิตเคยเรียนในระดับมัธยมศึกษา หรือวิชาพื้นฐานทางคณิตศาสตร์บางวิชาที่เรียนในระดับอุดมศึกษา แต่วิชานี้เป็นการเรียนที่เน้นการให้เหตุผลและฝึกการพิสูจน์ ให้นิสิตสามารถพัฒนาตนเองในการให้เหตุผลและการเขียนการพิสูจน์

การนำเอาเนื้อหาคณิตศาสตร์บางเนื้อหาที่ใช้สอนในระดับอุดมศึกษามาดัดแปลงเพื่อใช้สอนในระดับที่ต่ำกว่า โดยปรับปรุงเนื้อหาให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียนสามารถทำได้ แต่ต้องปรับปรุงเนื้อหาให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียนดังคำกล่าวของบรูเนอร์ (Bruner. 1966 : 33) ที่กล่าวว่าครูสามารถสอนวิชาใดๆ ให้แก่ผู้เรียนระดับใดก็ได้ แต่ต้องปรับปรุงเนื้อหา และวิธีสอนที่เหมาะสมกับสติปัญญาของผู้เรียนในระดับนั้นๆ เสียก่อน

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมา ทำให้ผู้วิจัยได้ตระหนักถึงภาระหน้าที่ของครูผู้สอน และความสำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยจึงสนใจ ที่จะนำการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวน (Inquiry Method) มาใช้ในการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตลอดจนส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีโอกาสพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น ได้ศึกษาค้นคว้าอย่างมี ทักษะ /กระบวนการ และมีวิธีการที่หลากหลายในการ

แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดขึ้น ผลที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับครูและผู้มีส่วนเกี่ยวข้องในการจัดการศึกษา เพื่อจะได้นำมาปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
3. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์

ความสำคัญของการวิจัย

จากผลการวิจัยครั้งนี้ทำให้ได้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งมีประโยชน์ต่อการนำไปใช้ดังนี้

1. ผลของการวิจัยในครั้งนี้ สามารถใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และยังเป็นแนวทางในการทำวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ในลำดับต่อไป
2. ได้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งจะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนสำหรับครูผู้สอน

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 แผนการเรียนวิทย์ – คณิตฯ โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 2 ห้องเรียนห้องเรียนละ 40 คน รวม 80 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 แผนการเรียนวิทย์– คณิตฯ จากโรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ได้มาจากการสุ่มกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากจำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งผู้เรียนทุกห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดผู้เรียน ของแต่ละห้องแบบคละความสามารถของผู้เรียน

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นสาระการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ตามแนวทางของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4) โดยผู้วิจัยได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การให้เหตุผล	8 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	8 ชั่วโมง

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 ใช้เวลาทดลองทั้งหมด 19 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง ทดลองสอน 16 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ชุดของประสบการณ์ที่จัดเตรียมไว้ให้ผู้เรียน ซึ่งเป็นการนำเอาสื่อหลายๆ อย่าง มาใช้ร่วมกันโดยให้สอดคล้องกับวิชา เนื้อหา วัตถุประสงค์ ที่ให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำปรึกษาและกระตุ้น จนกระทั้งผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หรือมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ ซึ่งชุดการเรียนนี้ ผู้วิจัยได้นำแนวคิดของคาร์ดาเรลลี่ (Cardarelli. 1973 : 150) ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2523 : 120) และกิดานันท์ มลิทอง (2531 : 18) มาประยุกต์ใช้โดยชุดการเรียนที่สร้างจะประกอบไปด้วย

1.1 คู่มือใช้ชุดการเรียน เป็นส่วนที่อธิบายรายละเอียดการใช้ชุดการเรียน

1.2 ชื่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์

1.3 คำชี้แจง อธิบายจุดมุ่งหมายของชุดการเรียนและลักษณะของชุดการเรียน

1.4 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เป็นสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากการศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์นี้จบลง

1.5 เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำชุดการเรียน

1.6 สื่อการเรียนรู้ บอกถึงในชุดการเรียนนั้นมีวัสดุ – อุปกรณ์ อะไรบ้าง

1.7 สาระการเรียนรู้ อธิบายความรู้กับผู้เรียน

1.8 กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นส่วนกำหนดที่ให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์

1.9 การประเมินผลการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ผู้เรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองจากการทำกิจกรรมในแต่ละชุดการเรียน

2. วิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน หมายถึง วิธีการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยอาศัยหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์ ในการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น โดยครูผู้สอนมีหน้าที่คอยแนะนำปรึกษา ส่งเสริม ช่วยเหลือ และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้ค้นพบวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์นั้นๆ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ยึดแนวทางของ สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545:138-141) วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 17) และเบล (Bell.1978 : 240 – 258) สรุปขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ 5 ขั้นดังต่อไปนี้

2.1 ขั้นเตรียมความพร้อม คือ เป็นขั้นการเตรียมความพร้อมทางการเรียนให้กับผู้เรียน โดยการนำเอาความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่สอนมาให้สัมพันธ์กันรวมทั้งปูพื้นฐานความรู้ใหม่ที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ ในลักษณะร่วมของสถานการณ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

2.2 ขั้นสังเกต เป็นขั้นที่ครูผู้สอนกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือเรื่องราวที่น่าสนใจ ขั้นนี้จะสร้างสถานการณ์ปัญหาขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนสังเกตและวิเคราะห์องค์ประกอบและ

ธรรมชาติของปัญหาอย่างละเอียดการเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้ในลักษณะร่วมของสถานการณ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

2.3 ขั้นอธิบาย เป็นขั้นที่ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ โดยอาศัยความสามารถในการหาเหตุผลมาอธิบายถึงสาเหตุของปัญหา ส่วนมากการอธิบายมักจะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างเหตุผลแบบฟังก์ชัน ขั้นนี้เป็นขั้นรวบรวมความรู้และข้อมูลเพื่อนำมาแก้ปัญหาหรืออธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ การเรียนที่สำคัญที่สุดในขั้นนี้คือการเรียนรู้หลักว่า เมื่อปรากฏผลออกมาในรูปของปัญหาอย่างนี้ ว่ามีอะไรเป็นสาเหตุ เพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น โดยพยายามหาแนวทางในการอธิบายไว้หลายๆ ทางตามแนวทางในการอธิบายไว้หลายๆ ทาง หรืออาจเรียกขั้นนี้ว่า ขั้น “ *การตั้งสมมุติฐาน* ”

2.4 ขั้นทดสอบและทำนายผล คือ เป็นขั้นที่นำข้อมูลที่ได้มาอภิปรายปัญหาหรือข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ และพยากรณ์ผลหรือทำการทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้นำไปสู่ข้อสรุปเป็นขั้นซึ่งผู้เรียนเกิดการค้นพบ เป็นการสร้างหลักการและความสัมพันธ์ต่างๆ แยกแยะโครงสร้างและนำไปสู่ข้อสรุป การเรียนที่สำคัญในขั้นนี้คือ เป็นการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักวิธีการในการแก้ปัญหาหรือวิธีการที่จะพิสูจน์ทำนายผลหรือพยากรณ์ได้ว่า ผลจะเป็นอย่างไร จะเกิดอะไรขึ้น เป็นการทดสอบสมมุติฐาน เพื่อจะทดสอบดูว่าคำอธิบาย ขั้นที่ 3 ว่าถูกต้องมากน้อยเพียงใด และยังเป็นการให้ผู้เรียน สรุปว่า ปัญหานั้นมีคำตอบหรือข้อสรุปอย่างไรอาจสรุปในรูปของรายงานหรือเอกสารหรืออาจเรียกขั้นนี้ว่า ขั้น “ *สรุปผล* ”

2.5 ขั้นควบคุมและนำไปใช้ คือ ขั้นการส่งเสริมให้ผู้เรียนนำหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีการแก้ปัญหามาใช้ประโยชน์ในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้ในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ลักษณะพิเศษของวิธีสอนแบบนี้คือ ก้าวไกลกว่าการสอนแบบวิทยาศาสตร์ ในด้านที่คิดไปถึงการใช้ประโยชน์ต่อไปด้วย ไม่จำกัดเฉพาะแต่การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นเท่าไร

3. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน หมายถึง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ดำเนินการสอนตามขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน โดยกิจกรรมของผู้เรียนอาจเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม หากพบปัญหาสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ซึ่งกันและกันกับสมาชิกในกลุ่มหรือครูผู้สอน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ชุดการเรียนที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น มี 5 ชุด ดังนี้

ชุดการเรียนที่ 1 เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย
ชุดการเรียนที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย
ชุดการเรียนที่ 3 เรื่อง การอ้างเหตุผล
ชุดการเรียนที่ 4 เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$
ชุดการเรียนที่ 5 เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประเมินได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามตารางการวิเคราะห์หลักสูตร ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญา เป็นข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือกและอัตนัยที่ได้ตรวจสอบคุณภาพแล้ว โดยแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด (Cognitive Domain) ตามที่วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ ความรู้ความจำ (Computation) ด้านความเข้าใจ (Comprehension) การนำไปใช้ (Application) และการวิเคราะห์ (Analysis)

5. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน หมายถึง คุณภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เมื่อนำไปสอนแล้วทำให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกกิจกรรมประจำชุดการเรียนทั้งหมดของผู้เรียน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง ได้จากการประเมินหลังจากที่ผู้เรียนเสร็จสิ้นการศึกษาชุดการเรียนในแต่ละชุด โดยพิจารณาจากผลการทำแบบประเมินกิจกรรมรวมประจำชุดการเรียน นำคะแนนของผู้เรียนมารวมกันทั้งหมดคิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ถือค่าความแปรปรวน 2.5% คือ ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ไม่ควรต่ำกว่าเกณฑ์ 2.5% (ฉลอง สุรวัฒนบูรณ์. 2528 : 215)

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่าผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ โดยที่ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวม ซึ่งปรับปรุงมาจากเกณฑ์การตัดสินผลการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสำนักนิเทศและพัฒนามาตรฐานการศึกษา (2545 : 126)

คะแนนร้อยละ 80 – 100 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ดีมาก

คะแนนร้อยละ 70 – 79 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ดี

คะแนนร้อยละ 60 – 69 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ปานกลาง

คะแนนร้อยละ 50 – 59 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ พอใช้

คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 หมายถึง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับ ต้องปรับปรุง

สมมุติฐานการวิจัย

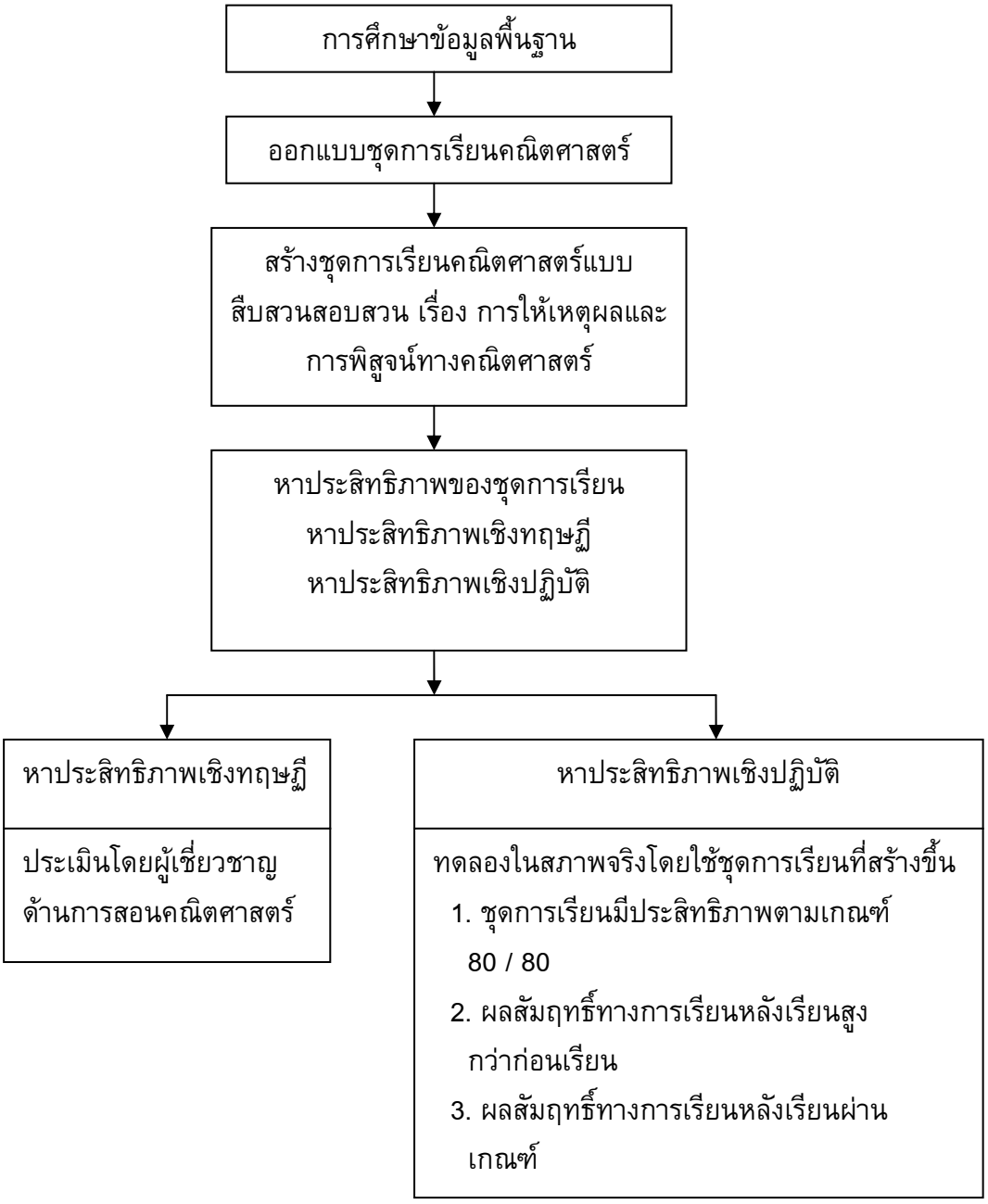
1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียน

3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไป

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ผู้วิจัยนำแนวคิดของ ลาร์ดิซาบอลและคณะ (Lardizabal ,et al. 1970 : 142) และสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 279 - 283) เป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน
    1.1 ความหมายของชุดการเรียน
    1.2 ประเภทของชุดการเรียน
    1.3 องค์ประกอบของชุดการเรียน
    1.4 หลักการ แนวคิด และทฤษฎีที่นำไปสู่การสร้างชุดการเรียน
    1.5 ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียน
    1.6 คุณค่าของชุดการเรียน
    1.7 การใช้ชุดการเรียน
    1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน
2. เอกสารที่เกี่ยวกับการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน
    2.1 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพชุดการเรียน
    2.2 วิธีคำนวณหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน
    2.3 การทดลองหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
    3.1 ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
    3.2 เป้าหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
    3.3 รูปแบบและขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
    3.4 บทบาทของครูในการจัดการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
    3.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
    3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
    4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
    4.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
    4.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
    4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องการผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล
    5.1 สาระการเรียนรู้ การให้เหตุผล
    5.2 ความหมายของการให้เหตุผล
    5.3 ความสำคัญของการให้เหตุผล

5.4 รูปแบบการให้เหตุผล

5.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

5.6 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

6. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

6.1 ความหมายของการพิสูจน์

6.2 การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

6.3 การพิสูจน์โดยใช้ข้อแย้ง (Contradiction)

6.4 เทคนิคที่ช่วยในการพิสูจน์

6.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

7. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน

7.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6)

7.2 หลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศสหรัฐอเมริกา

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน

1.1 ความหมายของชุดการเรียน

ชุดการสอนและชุดการเรียน(Instructional Package and Learning Package) ทั้งสองคำนี้หมายถึง ระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนต่างๆที่สัมพันธ์กับเนื้อหามาส่งเสริมให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามจุดประสงค์อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้นความแตกต่างของคำว่าชุดการสอน (Instructional Package) กับชุดการเรียน (Learning Package) คือชุดการสอนเป็นคำที่ใช้มาดั้งเดิม แต่การใช้คำว่าชุดการสอนทำให้ครูเกิดแนวคิดว่าสื่อการเรียนทั้งหลายที่จัดรวบรวมไว้เพื่อครูเป็นคนลงมือใช้ ดังนั้นผู้ทำกิจกรรมก็คือครู ผู้เรียนเป็นฝ่ายฟังและสังเกตในปัจจุบันนักการศึกษาจึงหันมาใช้คำว่าชุดการเรียน (Learning Package) เพื่อย้ำถึงแนวการสอนยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางให้ผู้เรียนมีโอกาสใช้สื่อต่างๆในชุดการเรียนเพื่อการศึกษาด้วยตัวเองจึงจะช่วยให้ครูลดบทบาทในการบอกลง (กาญจนา เกียรติประวัติ. ม.ป.ป. : 60-61) สอดคล้องกับ บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542 : 91) ได้กล่าวไว้ว่าการเรียนรู้ที่ดีควรให้ผู้เรียนได้เรียนเอง จึงมีผู้นิยมเรียกชุดการสอนเป็นชุดการเรียนมากขึ้น บางคนอาจเรียกรวมกันไปเลยว่า ชุดการเรียนการสอนเพื่อให้สอนคล้องกับการจัดการเรียนการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “ชุดการเรียน”

มีผู้ให้ความหมายของชุดการเรียนไว้ดังนี้

ฮุสตัน และคนอื่นๆ (Houston and others. 1972 : 10-15) ให้ความหมายว่า ชุดการเรียนเป็นชุดของประสบการณ์ที่จัดเตรียมไว้ให้กับผู้เรียน เพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่เตรียมไว้

แคปเฟอร์ และแคปเฟอร์ (Kapfer and Kapfer. 1972 : 3-10) ให้ความหมายว่า ชุดการเรียนเป็นรูปแบบของการสื่อสารระหว่างครูและผู้เรียน ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำที่ให้ผู้เรียนได้ทำ

กิจกรรมจนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลของการเรียนรู้ และรวบรวมเนื้อหาที่นำมาสร้างเป็นชุดการเรียนนั้นได้มาจากขอบข่ายของความรู้ที่หลักสูตรต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเนื้อหาจะต้องตรงและชัดเจนที่จะสื่อความหมายให้ผู้เรียนได้เกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

กู๊ด (Good. 1973 : 136) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนว่า เป็นโปรแกรมทางการเรียนที่ทุกอย่างจัดไว้โดยเฉพาะ ประกอบด้วยวัตถุประสงค์ที่ใช้ในการเรียน คู่มือ เนื้อหาแบบทดสอบและมีการกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนไว้ครบถ้วน

มัวร์ (Moore. 1974 : 24) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนว่า เป็นการศึกษารายบุคคลที่เป็นระบบที่ผู้เรียนสามารถบรรลุเป้าประสงค์ในการเรียนต่อเนื่องกันไปอย่างมีประสิทธิภาพโดยใช้สื่อและกิจกรรมที่จัดไว้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 12-13) กล่าวถึงชุดการเรียนการสอนว่า เป็นกระบวนการสอนแบบโปรแกรมชนิดหนึ่ง อาศัยระบบสื่อประสมที่สอดคล้องกับเนื้อหาและประสบการของแต่ละหน่วยมาช่วยในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185) ได้ให้ความหมายชุดการเรียนไว้ว่า เป็นการนำเอาวัสดุอุปกรณ์และวิธีการเรียนการสอนในรูปแบบสื่อการเรียนแบบประสมมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2526 : 196) ให้ความหมายชุดการเรียนว่าหมายถึง ระบบการนำสื่อประสมที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา และประสบการณ์ของแต่ละหน่วย มาช่วยในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคนให้บรรลุจุดมุ่งหมาย

วีระ ไทยพานิช (2529 : 134) กล่าวว่า ชุดการเรียนมีชื่อเรียกต่างๆกัน เช่น ชุดการสอน ชุดการเรียนเบ็ดเสร็จ (Individualized learning package) ซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (self-instruction package) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียน หัวข้อ เนื้อหา และอุปกรณ์ของแต่ละหน่วยได้จัดไว้เป็นชุดหรือกล่องหรือซอง ชุดการเรียนอาจเป็นรูปแบบ (formats) ที่แตกต่างกันออกไป ซึ่งส่วนมากจะประกอบด้วยคำชี้แจง หัวข้อ จุดมุ่งหมายของการประเมินผลเบื้องต้น การกำหนดกิจกรรม และการประเมินผลขั้นสุดท้าย จุดมุ่งหมายสำคัญเพื่อการสอนผู้เรียนเป็นรายบุคคล ให้ผู้เรียนมีความรับผิชอบในการเรียนของตนเอง

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง (2531 : 181) ได้กล่าวถึงความหมายของชุดการเรียนว่า ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนการสอนนี้จะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรม บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลย บัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนการสอนนั้นจะมีสื่อการเรียนการสอนไว้พร้อม เพื่อให้ผู้เรียนใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้นๆ

จากการศึกษาความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า ชุดการเรียนหมายถึง ชุดของประสบการณ์ที่จัดเตรียมไว้ให้ผู้เรียน ซึ่งเป็นการนำเอาสื่อหลายๆ อย่าง มาใช้ร่วมกันโดยให้สอดคล้องกับวิชา เนื้อหา วัตถุประสงค์ ที่ให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้

จนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำปรึกษาและกระตุ้น จนกระทั้งผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หรือมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้

1.2 ประเภทของชุดการเรียน

ก่อนที่จะสร้างชุดการเรียน ผู้สร้างจะต้องศึกษาประเภทของชุดการเรียนก่อนว่า ชุดการเรียนในแต่ละประเภทนั้นมีจุดมุ่งหมายในการใช้แตกต่างกันอย่างไร ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนไว้ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2523 : 118) ได้แบ่งชุดการเรียนออกเป็น 4 ประเภทใหญ่ คือ

1. ชุดการเรียนประเภทการบรรยาย เป็นชุดการเรียนที่มุ่งช่วยขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น ช่วยให้ผู้สอนพูดน้อยลง และให้สื่อการสอนทำหน้าที่แทน ชุดการสอนแบบบรรยายนิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในอุดมศึกษาที่ยังถือว่าการสอนแบบบรรยายยังมีบทบาทสำคัญในการถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียน

2. ชุดการเรียนแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดการสอนที่มุ่งให้ผู้ผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมกลุ่มร่วมกัน เช่นในการสอนแบบศูนย์การเรียนหรือกลุ่มกิจกรรม การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์เป็นต้น

3. ชุดการเรียนแบบเอกัตภาพหรือชุดการสอนแบบรายบุคคล เป็นชุดการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ความแตกต่างระหว่างบุคคลอาจเป็นการเรียนที่โรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้เพื่อให้ผู้เรียนก้าวไปข้างหน้าตามความสามารถ ความสนใจและความพร้อมของผู้เรียน ชุดการสอนรายบุคคลอาจออกมาในรูปของหน่วยการสอนย่อยหรือโมดูล

4. ชุดการเรียนทางไกล เป็นชุดการสอนทีสอนกับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่นต่างเวลากัน มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาได้ด้วยตนเองโดยไม่ต้องเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการส่งเสริมตามศูนย์บริการทางการศึกษา เช่น ชุดการสอนทางไกลมหาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช นอกจากนี้ยังมีชุดการฝึกอบรม ชุดการสอนของผู้ปกครอง ชุดการสอนทางไปรษณีย์ เป็นต้น

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 250-251) ได้แบ่งประเภทชุดการเรียนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนสำหรับครู เป็นชุดสำหรับจัดให้ครูโดยเฉพาะ มีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมไว้ทั้งหมด ผู้เรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู

2. ชุดการเรียนสำหรับผู้เรียน เป็นชดการที่จัดให้สำหรับผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดการเรียนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดการเรียนนี้จะฝึกการเรียนด้วยตนเอง เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้ว ก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนที่ครูและผู้เรียนใช้รวมกันชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดแบบที่ 1 และชุดแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้ผู้เรียนดูและกิจกรรมบางอย่างผู้เรียนต้องทำด้วยตนเอง ชุดการเรียนแบบนี้เหมาะอย่างยิ่งที่จะใช้กับผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักฝึกให้รู้จักการเรียนด้วยตนเองภายใต้การดูแลของครู

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 174 -175) ได้แบ่งชุดการเรียนการสอนตามลักษณะของการใช้ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนการสอนสำหรับการแบบบรรยาย หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าชุดการสอนสำหรับครูใช้ คือชุดการเรียนการสอนสำหรับกำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนให้ครูใช้ประกอบคำบรรยาย เพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้ลดน้อยลง และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนร่วมกิจกรรมการเรียนมากยิ่งขึ้น ชุดการเรียนการสอนนี้จะมีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับผู้เรียนทั้งชั้น

2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดการเรียนการสอนนี้มุ่งเน้นที่ตัวผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน และอาจจัดการการเรียนการสอนในรูปศูนย์การเรียน ชุดการเรียนการสอนแบบกลุ่มจะประกอบด้วย ชุดการเรียนการสอนย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์การเรียนที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีสื่อการเรียนหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น สื่อการเรียนอาจจัดอยู่ในรูปของการเรียนการสอนรายบุคคลหรือผู้เรียนทั้งศูนย์ใช้ร่วมกันก็ได้ ผู้เรียนที่เรียนจากชุดการเรียนการสอนแบบกิจกรรมกลุ่ม อาจจะต้องขอความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มต้นเท่านั้นหลังจากเคยชินกับวิธีการใช้แล้วผู้เรียนสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เอง ในขณะทำกิจกรรมการเรียนหากมีปัญหาผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนแต่ละศูนย์แล้ว ผู้เรียนอาจจะสนใจการเรียนเสริมเพื่อเจาะลึกถึงสิ่งที่เรียนรู้ได้อีกจากศูนย์สำรองที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อเป็นการไม่เสียเวลาที่จะต้องรอคอยคนอื่น

3. ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นตามความสามารถของแต่ละบุคคล เมื่อศึกษาครบแล้ว จะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้าและศึกษาชุดการเรียนการสอนชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหาผู้เรียนจะปรึกษากันได้ในระหว่างผู้เรียน และผู้สอนพร้อมจะให้ความช่วยเหลือทันที่ในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทาง การเรียนด้วยชุดการเรียนการสอนนี้จัดทำขึ้นเพื่อส่งเสริมศักยภาพการเรียนรู้ของตนเองไปจนเต็มสุดขีดความสามารถ โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่น ชุดการเรียนการสอนแบบนี้บางครั้งเรียกว่า บทเรียนโมดูล

วีระ ตันตระกูล และปรีชา นิพนธ์พิทยา (2533 : 92-94) ได้แบ่งชุดการเรียนไว้ 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนสำหรับครู เป็นชุดการสอนประกอบการบรรยายของครู เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ครูในการสอน

2. ชุดการเรียนแบบศูนย์การเรียน เป็นชุดการสอนใช้สำหรับการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่ม นอกจากจะให้ประสบการเรียนรู้โดยการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองแล้วยังส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความซื่อสัตย์ สามัคคี เอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ในหมู่คณะ ตลอดจนเสริมสร้างวินัยและประชาธิปไตยในระบบกลุ่มด้วย

3. ชุดการเรียนรายบุคคล เป็นชุดการสอนสำหรับผู้เรียนใช้ศึกษาค้นคว้าเป็นรายบุคคล

สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ (2543 : 12) ได้สรุปไว้ว่า ชุดการเรียนแต่ละประเภทนั้น จะเป็นตัวกำหนดบทบาทของครูและผู้เรียนแตกต่างกัน ดังนั้นรูปแบบการสร้างชุดการเรียนจะเน้นที่ตัวผู้เรียน ผู้เรียนเป็นผู้ทำการศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียนด้วยตนเอง โดยมีการปรึกษาหารือกันเป็นคู่ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างผู้เรียนด้วยกัน ครูผู้สอนมีบทบาทเป็นผู้ชี้แนะหรือเป็นที่ปรึกษาเมื่อผู้เรียนพบปัญหาหรือมีข้อสงสัยขณะที่ทำการศึกษาชุดการเรียนนั้น

สิริมา สาระพล (2547 : 16) ได้สรุปไว้ว่า ชุดการเรียนการสอนได้แบ่งออกเป็นรายประเภท ซึ่งครูและผู้เรียนมีบทบาทที่แตกต่างกันไปแต่ละประเภท ดังนั้นการเลือกสรรแต่ละประเภท ครูควรเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน เพื่อช่วยให้การเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ตามหลักสูตรให้มากที่สุด การสร้างชุดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง และในบางครั้งก็จะมีการปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน โดยมีครูเป็นผู้คอยให้คำชี้แนะและดูแลอย่างใกล้ชิด เป็นผู้นำในการปฏิบัติกิจกรรมบางกิจกรรมบางกิจกรรมร่วมกับผู้เรียน

จากการศึกษาค้นคว้าประเภทของชุดการเรียน สรุปได้ว่า ชุดการเรียนได้แบ่งออกเป็นหลายประเภทซึ่งครูและผู้เรียนมีบทบาทที่แตกต่างกันออกไปในแต่ละประเภท ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสรุปประเภทของชุดการเรียนออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดการเรียนสำหรับครู เป็นชุดสำหรับจัดให้ครูโดยเฉพาะ มีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมไว้ทั้งหมด ผู้เรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู

2. ชุดการเรียนสำหรับผู้เรียน เป็นชดการที่จัดให้สำหรับผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดการเรียนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดการเรียนนี้จะฝึกการเรียนด้วยตนเอง เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้ว ก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนที่ครูและผู้เรียนใช้รวมกันชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดแบบที่ 1 และชุดแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้ผู้เรียนดูและกิจกรรมบางอย่างผู้เรียนต้องทำด้วยตนเอง ชุดการเรียนแบบนี้เหมาะอย่างยิ่งที่จะใช้กับผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักฝึกให้รู้จักการเรียนด้วยตนเองภายใต้การดูแลของครู

1.3 หลักการ แนวคิด และทฤษฎีที่นำไปสู่การสร้างชุดการเรียน

ในการศึกษาหลักการ แนวคิด และทฤษฎีที่นำไปสู่การสร้างชุดการเรียน มีนักการศึกษาได้ให้แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการเรียนดังนี้

เคมป์และเดย์ตัน (Kemp and Dayton . 1985 : 13-15) กล่าวถึง แนวคิดทางทฤษฎีการเรียนรู้ที่เป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนที่มีประสิทธิภาพมี 3 กลุ่ม คือ

1. กลุ่มพฤติกรรมนิยม (Behaviorism) เป็นกลุ่มที่กำหนดพฤติกรรมของมนุษย์ว่าเป็นการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้า (Stimulus) และการตอบสนอง (Response) บางทีจะเรียกว่า การ

เรียนรู้แบบ S – P สิ่งเร้าก็คือข่าวสารหรือเนื้อหาวิชาที่ส่งไปให้ผู้เรียน โดยผ่านกระบวนการเรียนการสอนโปรแกรมการเรียนการสอนอิงหลักการและทฤษฎีนี้มาก โดยจะแยกลำดับขั้นของการเรียนรู้ออกเป็นขั้นย่อยๆ และเมื่อผู้เรียนเกิดการตอบสนอง ก็จะสามารถทราบผลได้ทันทีว่าเกิดการเรียนรู้หรือไม่ถ้าตอบสนองถูกต้อง ก็จะมีการเสริมแรง โปรแกรมการสอนเป็นรายบุคคลอิงทฤษฎีนี้มาก

2. กลุ่มเกสตัลท์หรือความรู้ความเข้าใจ (Gestalt Cognitive Theories) เป็นกลุ่มที่เน้นกระบวนการความรู้ความเข้าใจหรือการรู้จักคิดซึ่งได้แก่ การรับรู้อย่างมีความหมาย ความเข้าใจและความสามารถในการจัดกระทำอันเป็นคุณสมบัติพื้นฐานของพฤติกรรมมนุษย์ ทฤษฎีนี้ถือว่าการเรียนรู้ของมนุษย์ขึ้นอยู่กับคุณภาพของสติปัญญา และความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์

3. กลุ่มจิตวิทยาทางสังคมหรือการเรียนรู้ทางสังคม (Social Psychology of Social Learning Theory) เป็นกลุ่มที่ได้รับความสนใจมากขึ้น ทฤษฎีนี้เน้นปัจจัยทางบุคลิกภาพและปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์ การเรียนรู้ส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับการกระทำทางสังคม โดยเรียนรู้จากประสบการณ์โดยตรงหรือผ่านสื่อการเรียนการสอน

ทฤษฎีทั้ง 3 กลุ่มต่างมีความคล้ายคลึงกัน หรือจุดเน้นที่เกี่ยวกับการออกแบบและการใช้สื่อการเรียนการสอนดังนี้

1. แรงจูงใจ (Motivation) หากผู้เรียนมีความต้องการ ความสนใจหรือความปรารถนาที่จะเรียนรู้ก็จะทำให้การเรียนการสอนบรรลุผลสำเร็จ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องสร้างให้ผู้เรียนเกิดความสนใจโดยการเสนอสื่อการสอนที่ก่อให้เกิดแรงจูงใจ คือ จัดประสบการณ์หรือกิจกรรมในการเรียนรู้ซึ่งมีความหมาย หรือน่าสนใจสำหรับผู้เรียน

2. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) ผู้เรียนแต่ละคนต่างมีอัตราและวิธีการเรียนรู้ต่างกัน ดังนั้นการจัดสื่อการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงประเด็นนี้ด้วย

3. วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ (Learning Objectives) ในการจัดการเรียนการสอนหากผู้เรียนทราบจุดประสงค์ในการเรียนรู้ ก็จะทำให้ผู้เรียนมีโอกาสบรรลุจุดประสงค์ได้มากกว่าที่ไม่ทราบ นอกจากนี้วัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ยังช่วยในการวางแผนสร้างสื่อการเรียนการสอนซึ่งจะทำให้ทราบว่าควรจะบรรลุเนื้อหาอะไรในสื่อ

4. การจัดเนื้อหา (Organization of Content) การเรียนรู้จะง่ายขึ้นหากมีการจัดลำดับเนื้อหาสาระในการเรียนรู้เป็นลำดับขั้นตอนและสมเหตุสมผล

5. การจัดเตรียมการเรียนรู้ที่มาก่อน (Pre-learning Preparation) บางครั้งการเรียนรู้สาระหนึ่งๆ จำเป็นต้องอาศัยประสบการณ์การเรียนรู้ที่มาก่อน ดังนั้นการสร้างชุดการเรียนควรคำนึงถึงธรรมชาติและระดับการเรียนรู้ของแต่ละกลุ่ม เพื่อจัดเตรียมความพร้อมให้กับกลุ่มผู้เรียน

6. อารมณ์ (Emotion) การเรียนรู้เกี่ยวข้องกับอารมณ์ และความรู้สึกของบุคคลพอๆ กับความสามารถของสติปัญญา ดังนั้นการสร้างชุดการเรียนการสอนควรตอบสนองอารมณ์ ซึ่งก่อให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้เป็นสำคัญ

7. การมีส่วนร่วม (Participation) การเรียนรู้จะเกิดผลอย่างรวดเร็ว และคงทนหากให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งทางสติปัญญาและทางกายภาพ และควรจัดเป็นเวลายาวนานกว่าการเรียนรู้ โดยการฟังหรือการดู

8. การสะท้อนกลับ (Feedback) การเรียนรู้เพิ่มขึ้น หากผู้เรียนไม่ทราบความก้าวหน้าในการเรียนรู้ ซึ่งเป็นการสร้างแรงจูงใจ

9. การเสริมแรง (Reinforcement) เมื่อผู้เรียนบรรลุผลในการเรียนรู้เนื้อหาสาระใดแล้วก็จะถูกกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้นี้เป็นรางวัลที่สร้างความเชื่อมั่นและส่งผลให้เกิดพฤติกรรมในทางบวกแก่ผู้เรียน

10. การฝึกปฏิบัติและการกระทำซ้ำ (Practice and Repetition) บุคคลจะเกิดการเรียนรู้ในเรื่องของความรู้และทักษะได้ จะต้องอาศัยการฝึกปฏิบัติและการทำซ้ำอยู่เสมอซึ่งจะนำไปสู่ความคงทนในการเรียนรู้

11. การนำไปประยุกต์ใช้ (Application) ผลลัพธ์ที่พึงปรารถนาของการเรียนรู้ คือ การเพิ่มความสามารถของแต่ละบุคคล ในการประยุกต์หรือการถ่ายโยงการเรียนรู้ ซึ่งสามารถนำไปปรับใช้กับปัญหาหรือสภาพการณ์ใหม่ได้

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 292-293) กล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการผลิตชุดการเรียนดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยาในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคลมาใช้ เพราะถือว่าการสอนนั้นไม่สามารถปั้นผู้เรียนให้เป็นแม่พิมพ์เดียวกันได้ในช่วงเวลาที่เท่ากัน เพราะผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้ตามวิถีทางของเขาและใช้เวลาเรียนในเรื่องหนึ่งๆที่แตกต่างกันไปความแตกต่างเหล่านี้มีความแตกต่างในด้านความสามารถ (Ability) สติปัญญา (Intelligence) ความต้องการ (Need) ความสนใจ (Interest) ร่างกาย (Physical) อารมณ์ (Emotion) และสังคม (Social) ด้วยเหตุผลที่คนเรามีความแตกต่างกันดังกล่าว ผู้สร้างชุดการเรียนจึงพยายามที่จะหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุด ในการที่ให้ผู้เรียนได้เรียนอย่างบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ในชุดนั้นๆ ซึ่งวิธีที่เหมาะสมวิธีหนึ่งก็คือ การสอนรายบุคคล หรือการจัดการสอนตามเอกัตภาพหรือการศึกษาด้วยตนเอง ซึ้งล้วนแต่เป็นวิธีสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามความแตกต่างของแต่ละคน

2. การนำสื่อประสมมาใช้ (Multi – Media Approach) เป็นการนำเอาสื่อการสอนหลายประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบ ความพยายามอันนี้ก็เพื่อเพื่อจะเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนจากเดิมที่เคยยึดครูเป็นแหล่งให้ความรู้หลัก มาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนด้วยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อประเภทต่างๆ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ (Learning Theory) จิตวิทยาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้

3.1 การเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยตนเอง

3.2 ตรวจสอบผลการเรียนของตนเองว่าถูกหรือผิดได้ทันที

3.3 มีการเสริมแรง คือ ผู้เรียนจะเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจที่ตนเองทำได้ถูกต้อง เป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าตนเองทำไม่ถูกต้องจะได้ทราบว่าที่ถูกต้องนั้นคืออะไร จะได้ไตร่ตรองพิจารณา ทำให้เกิดความเข้าใจซึ่งจะไม่ทำให้เกิดการท้อถอยหรือสิ้นหวังในการเรียน เพราะเขามีโอกาสที่จะสำเร็จได้เหมือนคนอื่น

3.4 เรียนรู้ไปที่ละขั้นตามความสามารถและความสนใจของตนเอง

4. การใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ (Systems Analysis) โดยจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อม และวัยของผู้เรียน ทุกสิ่งทุกอย่างที่จัดไว้ในชุดการเรียนจะสร้างขึ้นอย่างมีระบบมีการตรวจเช็คทุกขั้นตอน และทุกอย่างจะต้องสัมพันธ์สอดคล้องกันอย่างดี มีการทดลองพัฒนาปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานที่เชื่อถือได้จึงจะนำออกมาใช้

สาโรจน์ แพ่งยัง (2529 : 17) กล่าวว่า ในการผลิตชุดการเรียนเพื่อให้ได้ประสิทธิภาพและประสิทธิผลที่จะถ่ายทอดความรู้ให้แก่ผู้เรียนนั้น จำเป็นต้องอาศัยหลักการแนวคิดของทฤษฎีจิตวิทยาที่สำคัญ ดังนี้

1. ต้องให้ผู้เรียนเข้ามามีส่วนร่วม ไม่ว่าในการผลิต การใช้หรือการประเมินผล
2. สื่อการสอนที่ดีต้องให้ความรู้แก่ผู้เรียนเป็นขั้นตอนที่ละน้อยๆ จากง่ายไปหายาก
3. สื่อการสอนที่ดีต้องเร้าความสนใจของผู้เรียน และผู้เรียนสามารถตอบสนองได้ทันที
4. สื่อการสอนที่ดีต้องเหมาะสมกับวุฒิภาวะและความสามารถของผู้เรียน
5. สื่อการสอนที่ดีต้องสามารถให้ผู้เรียนทราบผลในการเรียนได้ทันที
6. สื่อการสอนที่ดีต้องให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์ในความสำเร็จของตนเอง

สิริมา สาระพล (2547 : 28) กล่าวว่า แนวทฤษฎีในการสร้างชุดการเรียนการสอนเพื่อให้ได้ประสิทธิภาพและมีประสิทธิผลที่จะถ่ายทอดความรู้ให้ผู้เรียนนั้น จำเป็นต้องอาศัยหลักการจากแนวคิดทฤษฎีทางจิตวิทยาที่สำคัญ ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล เพราะการเรียนรู้ของมนุษย์นั้นขึ้นอยู่กับความสามารถ สติปัญญา ความต้องการ ความสนใจ ร่างกาย อารมณ์และสังคม ดังนั้นสื่อการสอนต้องเหมาะสมกับวุฒิภาวะและความสามารถของผู้เรียน

2. ทฤษฎีการเรียนรู้จิตวิทยาเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จาก

2.1 สื่อการสอนต้องเร้าความสนใจของผู้เรียนและผู้เรียนสามารถตอบสนองได้ทันที

2.2 สื่อการสอนต้องให้ความรู้แก่ผู้เรียนเป็นขั้นตอนที่ละน้อยจากง่ายไปยาก

2.3 สื่อการสอนต้องให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์โดยตรงหรือผ่านสื่อการเรียนการสอน

2.4. สื่อการสอนต้องให้ผู้เรียนทราบผลได้ทันที

2.5 ผู้เรียนเข้าร่วมกิจกรรมด้วยตนเอง

2.6 มีการเสริมแรง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจที่ตนเองทำได้ถูกต้อง เป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าทำไม่ถูกจะได้แก้ไขข้อบกพร่อง ทำให้ไม่เกิดความท้อถอยในการเรียนต่อไป

3. การใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ เป็นการนำวิธีการวิเคราะห์มาใช้ในการจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อมและวัยของผู้เรียน ทุกอย่างถูกจัดไว้ในชุดการเรียนการสอนอย่างเป็นระบบมีการปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเป็นที่เชื่อถือได้

จากการศึกษาหลักการ แนวคิด และแนวทฤษฎีในการสร้างชุดการเรียนจากนักการศึกษาข้างต้น สรุปว่าการผลิตชุดการเรียนเพื่อให้ได้ประสิทธิภาพและมีประสิทธิผลที่จะถ่ายทอดความรู้ให้ผู้เรียนนั้น จำเป็นต้องยึดเอาหลักการ แนวคิด และทฤษฎีในการสร้างชุดการเรียนดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) ผู้เรียนแต่ละคนต่างมีอัตราและวิธีการเรียนรู้ต่างกัน ดังนั้นการจัดสื่อการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงประเด็นนี้เป็นสำคัญ เพราะการเรียนรู้ของมนุษย์นั้นขึ้นอยู่กับความสามารถ สติปัญญา ความต้องการ ความสนใจ ร่างกาย อารมณ์และสังคม ดังนั้นสื่อการสอนต้องเหมาะสมกับวุฒิภาวะและความสามารถของผู้เรียน

2. การนำสื่อประสมมาใช้ (Multi – Media Approach) เป็นการนำเอาสื่อการสอนหลายประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบความพยายามอันนี้ก็เพื่อเพื่อจะเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนจากเดิมที่เคยยึดครูเป็นแหล่งให้ความรู้หลัก มาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนด้วยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อประเภทต่างๆ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้จิตวิทยาเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จาก

2.1 สื่อการสอนต้องเร้าความสนใจของผู้เรียนและผู้เรียนสามารถตอบสนองได้ทันที

2.2 สื่อการสอนต้องให้ความรู้แก่ผู้เรียนเป็นขั้นตอนที่ละน้อยจากง่ายไปยาก

2.3 สื่อการสอนต้องให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์โดยตรงหรือผ่านสื่อการเรียนการสอน

2.4 สื่อการสอนต้องให้ผู้เรียนทราบผลได้ทันที

2.5 ผู้เรียนเข้าร่วมกิจกรรมด้วยตนเอง

2.6 มีการเสริมแรง เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจที่ตนเองทำได้ถูกต้องเป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าทำไม่ถูกจะได้แก้ไขข้อบกพร่อง ทำให้ไม่เกิดความท้อถอยในการเรียนต่อไป

4. การใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ (Systems Analysis) โดยจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อม และวัยของผู้เรียน ทุกสิ่งทุกอย่างที่จัดไว้ในชุดการเรียนจะสร้างขึ้นอย่างมีระบบมีการตรวจเช็คทุกขั้นตอน และทุกอย่างจะต้องสัมพันธ์สอดคล้องกันอย่างดี มีการทดลองพัฒนาปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานที่เชื่อถือได้จึงจะนำออกมาใช้

1.4 องค์ประกอบของชุดการเรียน

ชุดการเรียนการประกอบด้วยสื่อประสมในรูปแบบของสื่อ วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการตั้งแต่แต่สองอย่างขึ้นไป นำมาบูรณาการโดยใช้วิธีการจัดระบบ เพื่อให้ชุดการเรียนกาแต่ละชุดมีประสิทธิภาพและมีความสมบูรณ์เบ็ดเสร็จในตัวเอง การสร้างชุดการเรียนนั้น ผู้สร้างจะต้องศึกษา

องค์ประกอบของชุดการเรียนว่ามีองค์ประกอบหลักอะไรบ้าง เพื่อจำได้นำมากำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนที่จะสร้างขึ้นและมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนไว้ดังนี้

ฮุสตันและคนอื่นๆ (Houston and others. 1972 : 10-15) ได้ให้ส่วนประกอบของชุดการสอน ไว้ดังนี้

1. คำชี้แจง (Prospectus) ในส่วนนี้ จะอธิบายถึงความสำคัญของจุดมุ่งหมายขอบข่ายของการเรียนการสอน สิ่งที่ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ก่อนเรียน และขอบข่ายของกระบวนการทั้งหมดของชุดการสอน

2. จุดมุ่งหมาย (Objectives) คือ ข้อความที่แจ่มชัดไม่กำกวมที่กำหนดว่า ผู้เรียนจะประสบความสำเร็จอะไรหลังจากเรียนแล้ว

3. การประเมินผลเบื้องต้น (Pre-assessment) มีจุดประสงค์ 2 ประการ คือ เพื่อให้ทราบว่าผู้เรียนอยู่ในการเรียนจากชุดการสอนนั้น และเพื่อดูว่าเขาได้สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เพียงใด การประเมินเบื้องต้นนี้อาจจะอยู่ในรูปของการทดสอบแบบข้อเขียน การสอบปากเปล่า การทำงาน ปฏิกิริยาตอบสนองต่อคำถามง่ายๆ เพื่อให้รู้ถึงความต้องการและความสนใจ

4. การกำหนดกิจกรรม (Enabling Activities) คือการกำหนดแนวทางและวิธีเพื่อไปสู่จุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้นด้วย

5. การประเมินขั้นสุดท้าย (Post-assessment) เป็นข้อทดสอบเพื่อวัดผลการเรียนหลังจากเรียนแล้ว

คาร์ดาเรลลี่ (Cadarelli. 1973 : 150) ได้กำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนว่าต้องประกอบด้วย

1. หัวข้อ (Topic)
2. หัวข้อย่อย (Subtopic)
3. จุดมุ่งหมายหรือเหตุผล (Rational)
4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral)
5. การสอบก่อนเรียน (Pre-test)
6. กิจกรรมและการประเมินตนเอง (Activities and Self-evaluation)
7. การทอสอบย่อย (Quiz หรือ Formative)
8. การทดสอบขั้นสุดท้าย (Post-test Summative Evaluation)

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 120) ได้จำแนกส่วนประกอบของชุดการเรียนไว้ 4 ส่วน คือ

1. คู่มือครูสำหรับครูใช้ชุดการเรียนและ/หรือผู้เรียนที่ต้องเรียนจากชุดการเรียน

2. เนื้อหาสาระและสื่อ โดยจัดให้อยู่ในรูปของสื่อการเรียนแบบประสม และกิจกรรมการเรียนการสอนแบบกลุ่ม และรายบุคคลตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

3. คำสั่ง หรือการมอบงาน เพื่อกำหนดแนวทางในการดำเนินงานให้ผู้เรียน

4. การประเมินผล เป็นการประเมินผลของกระบวนการ ได้แก่ แบบฝึกหัด รายงานการค้นคว้า และและผลของการเรียนรู้ในรูปของแบบสอบต่างๆ

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 186-189) ได้จำแนกองค์ประกอบชุดการสอนไว้ 6 ส่วน ดังนี้

1. หัวเรื่อง คือการแบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วย แต่ละหน่วยแบ่งออกเป็นส่วนย่อย เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

2. คู่มือการใช้ชุดการสอน เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับผู้ใช้ชุดการสอน จะต้องศึกษาก่อนที่จะใช้ชุดการสอนจากคู่มือครูให้เข้าใจเป็นสิ่งแรก จะทำให้การใช้ชุดการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ เพราะคู่มือครูประกอบไปด้วย

2.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับการใช้ชุดการสอน เพื่อความสะดวกสำหรับผู้ที่จะนำชุดการสอนไปใช้ว่าจะต้องทำอะไรบ้าง

2.2 สิ่งที่ครูจะต้องตระเตรียมก่อนสอน ส่วนมากจะบอกถึงสื่อการเรียนที่มีขนาดใหญ่เกินกว่าที่จะบรรจุไว้ในชุดการสอนได้ หรือสิ่งที่มีความเน่าเปื่อย สิ่งที่เปาะแตกง่ายหรือ สิ่งที่ต้องใช้ร่วมกับคนอื่น หรือเป็นวัสดุอุปกรณ์ที่มีราคาแพงที่ทางโรงเรียนจัดเก็บไว้ที่ศูนย์วัสดุอุปกรณ์ของโรงเรียน เป็นต้น

2.3 บทบาทของผู้เรียนจะเสนอแนะว่า ผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วมในการดำเนินกิจกรรมการเรียนอย่างไร

2.4 การจัดชั้นเรียน ควรจะจัดในรูปแบบใดเพื่อความเหมาะสมของการเรียนรู้และการร่วมกิจกรรมของชุดการสอนนั้นๆ

2.5 แผนการสอน ซึ่งประกอบไปด้วย

2.5.1 หัวเรื่อง กำหนดเวลา จำนวนผู้เรียน

2.5.2 เนื้อหาสาระควรเขียนสั้นๆ และกว้างๆ ถ้าต้องการรายละเอียด ควรนำไปรวมไว้ในเอกสารประกอบการเรียน

2.5.3 ความคิดรวบยอด หรือหลักการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นจากเนื้อหาสาระ

2.5.4 จุดประสงค์การเรียน หมายถึง จุดประสงค์ทั่วไปและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

2.5.5 สื่อการเรียน

2.5.6 กิจกรรมการเรียน

2.5.7 การประเมินผล

แผนการสอนนี้เป็นแนวทางที่ครูจะทำการสอนได้อย่างถูกต้อง ตามขั้นตอนของการเรียนรู้ เพื่อช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้ได้อย่างรวดเร็วและมีประสิทธิภาพ

3. วัสดุประกอบการเรียน ได้แก่พวกสิ่งของหรือพวกข้อมูลต่างๆ ที่จะให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้า เช่น เอกสาร ตำรา บทคัดย่อ รูปภาพ แผนภูมิ วัสดุ เป็นต้น สิ่งเหล่านี้ควรจะมีอยู่อย่างสมบูรณ์อยู่ในชุดการสอนให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้

4. บัตรงานเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับชุดการสอนแบบกลุ่ม หรือการจัดกิจกรรมแบบศูนย์การเรียน บัตรงานนี้อาจจะเป็นกระดาษแข็งหรืออ่อนตามขนาดที่เหมาะสมกับวัยผู้เรียนซึ่งประกอยด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

4.1 ชื่อบัตร กลุ่ม หัวเรื่อง

4.2 คำสั่ง ว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอย่างไร

4.3 กิจกรรมที่ผู้เรียนต้องปฏิบัติ ตามขั้นตอนของการเรียน

5. กิจกรรมสำรอง จำเป็นสำหรับชุดการสอนแบบกลุ่มหรือการเรียนแบบศูนย์การเรียน ซึ่งกิจกรรมสำรองนี้ต้องเตรียมไว้สำหรับผู้เรียนบางคนที่ทำกิจกรรมเสร็จก่อนคนอื่น ได้มีกิจกรรมอย่างอื่นทำ เพื่อเป็นการเสริมการเรียนรู้ได้กว้างและลึกไม่เกิดความเบื่อหน่าย ซึ่งอาจจะมีปัญหาทางวินัยในชั้นเรียน ผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมสำรองอันมีเนื้อหาสาระคล้ายกับสิ่งที่เคยเรียนมา แต่กิจกรรมนั้นอาจจะอยากหรือมีความลึกซึ้งที่ยั่วยุต่อการเรียน

6. ขนาดรูปแบบของชุดการสอน ชุดการสอนที่ดีไม่ควรใหญ่หรือเล็กเกินไป เพื่อสะดวกในการใช้และความสวยงามในการเก็บรักษา ควรมีขนาด 11 – 15 นิ้ว ส่วนความหนาของชุดการเรียนแล้วแต่ลักษณะของวิชาและสื่อการเรียนที่ใช้ในแต่ละหน่วยวิชา ด้านหน้าด้านหลังควรจะเขียนข้อความให้เรียนร้อยเพื่อความสะดวกในการเก็บรักษาและการนำไปใช้ เช่น

ชุดการสอนที่.....

วิชา.....

เรื่อง.....

ชั้น.....

เริ่มวันที่.....เดือน.....ปี.....

เพื่อเป็นข้อมูลในการปรับปรุงชุดการสอนให้มีประสิทธิภาพต่อไปและทันต่อเหตุการณ์ของการเปลี่ยนแปลงในด้านวิชาการและสังคม สิ่งแวดล้อมในปัจจุบัน

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526 : 114-115) จัดองค์ประกอบของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. หัวเรื่อง เป็นการแบ่งหน่วยงานออกเป็นส่วนย่อยให้ผู้เรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้น ซึ่งหัวข้อนี้จะตรงกับความต้องการของผู้เรียนและผู้สอน อีกทั้งมีคุณค่าต่อการเรียนการสอนในหลักสูตร

2. คู่มือในการใช้ชุดการสอน เป็นสิ่งจำเป็นมากซึ่งผู้ใช้ชุดการสอนนั้นจะศึกษาคู่มือเป็นอันดับแรกดังนั้นคู่มือการใช้ชุดการสอนจึงประกอบด้วย

2.1 หัวเรื่อง กำหนดเวลาเรียน และจำนวนชุด

2.2 เนื้อหา ควรจะบรรยายเนื้อหาอย่างสั้นๆ และกว้าง ส่วนรายละเอียดควรนำไปรวมไว้ในเอกสารประกอบการเรียน

2.3 ความคิดรวบยอด กล่าวถึงหลักการเรียนรู้ที่มุ่งเน้น

2.4 วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เป็นวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนได้รับ

2.5 สื่อการเรียนหรือวัสดุประกอบการเรียน ระบุรายการศึกษาค้นคว้าและที่ผู้สอนจะใช้ประกอบการสอน

2.6 กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมการเรียนและการใช้อุปกรณ์

2.7 การประเมินผล

3. วัสดุประกอบการเรียนหรือสื่อ รายการที่ระบุไว้ในคู่มือการใช้ชุดการสอนจะต้องมีไว้ในชุดการสอนจริงๆ และต้องระบุรายการวัสดุอุปกรณ์ หรือสื่อที่มีอยู่ด้วยหมายเลขให้ชัดเจน

4. การประเมินผล แบบประเมินเพื่อดูพฤติกรรมของผู้เรียนอาจเป็นลักษณะของแบบทดสอบหรือการให้แสดงผลงาน ซึ่งจะต้องกำหนดให้ชัดเจนและออกแบบมาให้เข้าใจ

5. ขนาดรูปแบบของชุดการเรียน ไม่ควรใหญ่เกินไป ต้องคำนึงความสะดวกในการขนย้ายและการนำไปใช้

6. กิจกรรมสำรอง ถ้าเป็นชุดการสอนแบบกลุ่มกิจกรรม ควรจะจัดกิจกรรมสำรองไว้สำหรับผู้เรียนบางคนที่ทำเสร็จก่อนผู้อื่นจะได้มีกิจกรรมอย่างอื่นทำ

7. ทดลองใช้ เพื่อปรับปรุงแก้ไขก่อนนำออกไปประกอบการสอน

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 127) จัดองค์ประกอบของชุดการสอนไว้ดังนี้

1. คำชี้แจง
2. หลักการและเหตุผล
3. วัตถุประสงค์
4. ความรู้เบื้องต้น
5. การประเมินผลก่อนเรียน
6. มโนมติ
7. ส่วนประกอบของชุดการเรียนการสอน
8. เนื้อหาสาระ
9. ระยะเวลาและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
10. กิจกรรมการเรียนการสอน
11. เอกสารประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
12. การประเมินผลหลังเรียน

กิดานันท์ มลิทอง (2536 : 81) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการสอนไว้ดังนี้

1. คู่มือ สำหรับผู้สอนในการใช้ชุดการสอน และสำหรับผู้เรียนในชุดการเรียน
2. คำสั่ง เพื่อกำหนดแนวทางในการสอนหรือการเรียน
3. เนื้อหาบทเรียน จะจัดในรูปของ สไลด์ ฟิล์มสตริป เทปบันทึกเสียง วัสดุกราฟิก ม้วนวีดีทัศน์ หนังสือบทเรียน ฯลฯ
4. กิจกรรมการเรียน เป็นการให้ผู้เรียนทำรายงาน กิจกรรมที่กำหนดให้หรือค้นคว้าต่อจากที่สิ่งที่เรียนไปเพื่อความรู้ที่กว้างขวางขึ้น
5. แบบทดสอบ เป็นแบบทดสอบเกี่ยวข้องกับเนื้อหานั้นเพื่อการประเมินผล

ชาญชัย อินทรสุนานนท์ (2538 : 42-43) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการสอนไว้ดังนี้

1. กล่องบรรจุขนาดเหมาะสมกับสื่อการเรียนการสอนทั้งชุด
2. สื่อการสอนและบัตรบอกชนิดสื่อเรียงตามลำดับการใช้
3. บันทึกการสอนที่ประกอบด้วย

3.1 รายละเอียดเกี่ยวกับวิชาและหน่วยการสอน

3.2 รายละเอียดเกี่ยวกับผู้เรียน

3.3 เวลา จำนวนชั่วโมง

3.4 วัตถุประสงค์ทั่วไป

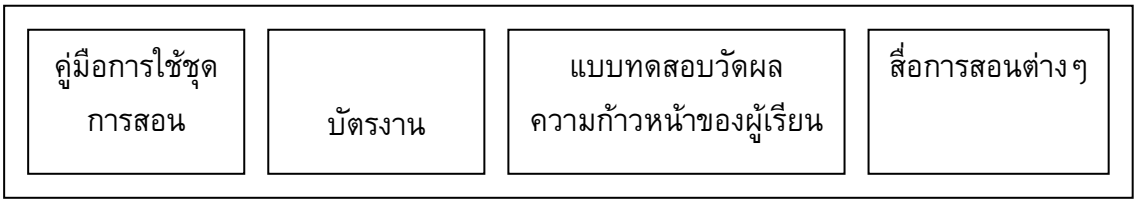
3.5 วัตถุประสงค์เฉพาะ

3.6 เนื้อหาวิชาและประสบการณ์

3.7 กิจกรรมและการใช้สื่อการสอนประกอบวิธีการเรียน วิธีการสอน

3.8 แบบประเมิน / การวัดผล / การทดสอบ / Pretest / Posttest

บุญชม ศรีสะอาด (2541 : 95-96) กล่าวว่า ชุดการสอนจะมีองค์ประกอบสำคัญ 4 ด้าน ดังนี้



ภาพประกอบ 2 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียน

1. คู่มือการใช้ชุดการสอน เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดการสอนศึกษาปฏิบัติเพื่อให้บรรลุอย่างมีประสิทธิภาพ อาจประกอบด้วยแผนการสอน สิ่งที่ครูต้องเตรียมก่อนสอนบทบาทของผู้เรียน การจัดชั้นเรียน (ในกรณีของชุดการเรียนที่มุ่งใช้กับกลุ่มย่อย เช่น ในศูนย์การเรียน)

2. บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน

3. แบบทดสอบวัดความก้าวหน้าของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดการสอนจบแล้ว

4. สื่อการเรียนต่างๆ เป็นสื่อสำหรับผู้เรียนได้ศึกษามีหลายชนิดประกอบกัน อาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรม หรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์ เช่นรูปภาพ แผนภูมิต่างๆ เทปบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป สไลด์ ขนาด 2x2 นิ้ว ของจริง เป็นต้น

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542 : 95-97) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญๆ ภายในชุดการสอน สามารถจำแนกออกเป็น 4 ส่วนด้วยกัน คือ

1. คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการสอนสำหรับผู้สอนหรือผู้เรียนตามแต่ชนิดของกิจกรรมภายในคู่มือจะชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดการสอนเอาไว้อย่างละเอียด อาจจะทำเป็นรูปเล่มหรือแผนพลับก็ได้

2. บัตรคำสั่งหรือคำแนะนำ จะเป็นส่วนที่บอกให้ผู้ดำเนินการเรียนหรือประกอบกิจกรรมแต่ละอย่าง ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ บัตรคำสั่งจะมีอยู่ในชุดการสอนแบบกลุ่มและรายบุคคลซึ่งประกอบด้วย

2.1 คำอธิบายในเรื่องที่จะศึกษา

2.2 คำสั่งที่ให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรม

2.3 การสรุปบทเรียน

บัตรคำสั่ง มักนิยมใช้กระดาษแข็งตัดเป็นขนาด 6 x 8 นิ้ว

3. เนื้อหาสาระและสื่อ จะบรรจุไว้ในรูปของสื่อการเรียนการสอนต่างๆ อาจจะประกอบด้วยบทเรียนโปรแกรม สไลด์ เทปบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป แผ่นภาพโปร่งใส วัสดุกราฟิก หุ่นจำลอง ของตัวอย่าง รูปภาพ เป็นต้น ผู้เรียนจะศึกษาจากสื่อการสอนต่างๆ ที่บรรจุในชุดการสอนตามบัตรคำที่กำหนดไว้ให้

4. แบบประเมินผล ผู้เรียนจะทำการประเมินผลความรู้ด้วยตนเองก่อนและหลังเรียน แบบดูผลการทดลอง หรือให้ทำกิจกรรม เป็นต้น

จากการศึกษาองค์ประกอบของชุดการเรียน ผู้วิจัยได้เห็นถึงองค์ประกอบต่าง ๆ หลายรูปแบบซึ่งครูและผู้เรียนมีหน้าที่แตกต่างกันไปแต่ละประเภท ซึ่งผู้วิจัยได้สรุปองค์ประกอบของชุดการเรียนตามแนวคิดของคาร์ดาเรลลี่ (Cardarelli. 1973 : 150), ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2523 : 120) และกิดานันท์ มลิทอง (2531 : 18) มาประยุกต์ใช้ในการทำวิจัยไว้ดังนี้

1. คู่มือใช้ชุดการเรียน เป็นส่วนที่อธิบายรายละเอียดการใช้ชุดการเรียน

2. ชื่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์

3. คำชี้แจง อธิบายจุดมุ่งหมายของชุดการเรียนและลักษณะของชุดการเรียน

4. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เป็นสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากการศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์นี้จบลง

5. เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำชุดการเรียน

6. สื่อการเรียนรู้ บอกถึงในชุดการเรียนนั้นมีวัสดุ – อุปกรณ์ อะไรบ้าง

7. สาระการเรียนรู้ อธิบายความรู้กับผู้เรียน

8. กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นส่วนกำหนดที่ให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์

9. การประเมินผลการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ผู้เรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองจากการทำกิจกรรมในแต่ละชุดการเรียน

1.5 ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียน

ในขั้นตอนการสร้างชุดการเรียน ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอไว้ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2523 : 123) ได้เสนอขั้นตอนการผลิตชุดการเรียนโดยนำเอาวิธีระบบเข้ามาใช้ในระบบการผลิตชุดการสอนแผนจุฬาฯ ซึ่งเป็นชุดการสอนแบบกลุ่มกิจกรรมเหมาะสำหรับการสอนแบบศูนย์การเรียน มีทั้งหมด 10 ขั้นตอน คือ

1. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ อาจจะกำหนดเป็นหมวดวิชาหรือบูรณาการเป็นแบบสหวิทยาการตามที่เห็นเหมาะสม

2. กำหนดหน่วยการสอน แบ่งเนื้อหาวิชาออกกเป็นหน่วยการสอนโดยประมาณเนื้อหาวิชา ที่จะให้ครูสามารถถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียนได้ในหนึ่งสัปดาห์หรือหนึ่งครั้ง

3. กำหนดหัวเรื่อง ผู้สอนจะต้องถามตัวเองว่า ในการสอนแต่ละหน่วยควรให้ประสบการณ์แก่ผู้เรียนอะไรบ้างแล้วกำหนดออกมาเป็น 4-6 หัวเรื่อง

4. กำหนดมโนทัศน์และมโนทัศน์และหลักการที่กำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปรวมแนวคิด สาระ และหลักเกณฑ์สำคัญไว้ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาที่สอนให้สอดคล้องกัน

5. กำหนดวัตถุประสงค์ ให้สอดคล้องกับหัวเรื่อง เป็นจุดประสงค์ทั่วไปก่อนแล้วเปลี่ยนเป็นเชิงพฤติกรรมที่มีเงื่อนไขและเกณฑ์การเปลี่ยนพฤติกรรมไว้ทุกครั้ง

6. กำหนดกิจกรรมการเรียน ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมซึ่งเป็นแนวทางในการเลือกและการผลิตสื่อการสอน ”กิจกรรมการเรียน” หมายถึง กิจกรรมทุกอย่างที่ผู้เรียนปฏิบัติ เช่น การอ่านบัตรคำสั่ง ตอบคำถาม เขียนภาพ ทำการทดลองวิทยาศาสตร์ เล่นเกม ฯลฯ

7. กำหนดแบบประเมินผล ต้องประเมินผลให้ตรงกับวัตถุประสงค์ชิงพฤติกรรมโดยใช้แบบสอบอิงเกณฑ์ เพื่อให้ผู้สอนทราบว่า หลังจากผ่านกิจกรรมมาเรียบร้อยแล้ว ผู้เรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้หรือไม่

8. เลือกและผลิตสื่อการสอน วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการที่ครูใช้ ถือเป็นสื่อการสอนทั้งสิ้น เมื่อผลิตสื่อการสอนของแต่ละหัวเรื่องแล้ว ก็จัดสื่อการสอนเหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ในกล่องที่เตรียมไว้ก่อนนำไปทดลองหาประสิทธิภาพ เรียกว่า ” ชุดการสอน ”

9. หาประสิทธิภาพของชุดการสอน เพื่อเป็นการประกันว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมามีประสิทธิภาพในการสอน ผู้สร้างจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์ขึ้นไว้ล่วงหน้า โดยคำนึงถึงหลักที่ว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล

10. การใช้ชุดการสอน ชุดการสอนที่ได้ปรับปรุงและมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้แล้วสามารถนำไปสอนผู้เรียนได้ตามประเภทของชุดการสอน (แบบบรรยาย แบบกลุ่ม และรายบุคคล) และตามระดับการศึกษา (ประถมศึกษา มัธยมศึกษา และอุดมศึกษา) โดยกำหนดขั้นตอนการใช้ดังนี้

10.1 ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อพิจารณาพื้นความรู้เดิมของผู้เรียน (ใช้เวลาประมาณ 10 – 15 นาที)

10.2 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

10.3 ขั้นประกอบกิจกรรมการเรียน (ขั้นสอน) ผู้สอนบรรยายหรือแบ่งกลุ่มประกอบกิจกรรมการเรียน

10.4 ขั้นสรุปผลการสอน เพื่อสรุปมโนทัศน์และหลักการที่สำคัญ

10.5 ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อดูพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนไปแล้ว

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 189-192) อธิบายขั้นตอนการผลิตชุดการเรียน ดังนี้

1. ประเภทแรก จะต้องศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียด ว่าที่เราจะนำมาทำชุดการสอนนั้น จะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้างให้กับผู้เรียน นำวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วมาบ่งเป็นหน่วยของการเรียนการสอน แต่ละหน่วยจะมีหัวข้อเรื่องย่อยรวมอยู่อีกที่เราต้องการพัฒนาให้ละเอียดชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในหน่วยอื่นๆ อันจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้ และคำนึงถึงการแบ่งหน่วยการเรียนการสอน แต่ละวิชานั้น ควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อนอันจะเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น

2. เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนการเรียนได้แล้ว จะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งหนึ่งว่า จะทำชุดการสอนแบบใดโดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่าผู้เรียนคือใคร (Who Learner) จะให้อะไรกับผู้เรียน (Give What Condition) จะให้ทำกิจกรรมอย่างไร (Does What Activities) และจะทำได้ดีอย่างไร (How well-criterion) สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

3. กำหนดหน่วยการเรียนการ โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียนได้ตามชั่วโมงที่กำหนด โดยคำนึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนุก น่าเรียนรู้ให้ความชื่นบานแก่ผู้เรียน หาสื่อการเรียนได้ง่าย พยายามศึกษาวิเคราะห์ให้ละเอียดอีกครั้งหนึ่งว่า หน่วยการเรียนการสอนที่มีหลักการหรือความคิดรวบยอดอะไรและมีหัวข้อย่อยๆ อะไรอีกบ้างที่จะต้องศึกษาพยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดที่เรากำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่องโดยกำหนดแนวความคิดสาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกัน เพราะความคิดรวบยอดเป็นเรื่องของความเข้าใจอันเกิดจากประสาทสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมองแล้วนำสิ่งใหม่ไปเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เกิดความคิดรวบยอดฝังอยู่ในความจำ มนุษย์ต้องมีประสบการณ์ต่างๆ พอสมควรจึงจะสรุปแก่นแท้ของการเรียนรู้เกิดเป็นความคิดรวบยอดได้

5. จุดประสงค์การเรียนรู้ การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้จะต้องไม่สอดคล้องกับความคิดรวบยอด โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังจากการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้ว โดยผู้สอนสามารถวัดได้ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนี้ ถ้าผู้สอนจะกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใดก็ยิ่งมีทางประสบความสำเร็จในการสอนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อให้ถูกต้องและควบคุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์งาน คือ การนำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งานเพื่อหากิจกรรมการเรียนการสอน แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียน ให้เหมาะสมถูกต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในแต่ข้อ

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียน ภายหลังที่เรานำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อมาวิเคราะห์งาน และเรียงลำดับของกิจกรรมแต่ละข้อ เพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียนการสอน จะต้องนำกิจกรรมการเรียนของแต่ละข้อที่กำหนดมาวิเคราะห์งาน และเรียงกิจกรรมไว้แล้วทั้งหมด นำมาหลอมรวมกันเป็นกิจกรรมการเรียนขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด เพื่อไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในการเรียนโดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน (Entering Behavior) วิธีดำเนินการให้เกิดมีการเรียนการสอนขึ้น (Instruction Procedures) ตลอดจนการติดตามผล และประเมินผลพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกมา เมื่อมีการเรียนการสอนแล้ว (Performance Assessment)

8. สื่อการเรียนคือ วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนที่ครูและผู้เรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียนเป็นของที่ใหญ่โตหรือมีคุณค่าที่จะต้องจัดเตรียมมาก่อน จะต้องเขียนบอกไว้ให้ชัดเจนในคู่มือครูเกี่ยวกับการใช้ชุดการสอนว่าจะหาได้ ณ ที่ใด เช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึกเสียง และสิ่งที่เก็บไว้ไม่ได้ทนทานเพราะเกิดการเน่าเสีย เช่น ใบไม้ พืช สัตว์ เป็นต้น

9. การประเมินผลคือ การตรวจสอบดูว่าหลังการเรียนการสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้เมื่อใดความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขั้นกับผู้เรียน และไม่ตรงกับเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วย การเรียนรู้ในสิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมาก็เป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณภาพ

10. การทดลองชุดการสอนเพื่อหาประสิทธิภาพ เมื่อพิจารณาถึงรูปแบบของชุดการสอนว่าจะผลิตออกมาขนาดเท่าใด และรูปแบบของชุดการสอนจะออกมาเป็นซอง แฟ้ม หรือกล่อง สุดแล้วแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษา และความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการสอนเพื่อปรับปรุงให้เหมาะสม ควรไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็กๆ ดูก่อนเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไขปรับปรุงอย่างดีแล้ว จึงไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่ โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

10.1 ชุดการสอนนี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่

10.2 การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการสอนนี้เหมาะสมหรือไม่

10.3 การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียน และดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

10.4 การสรุปผลการเรียนการสอนเพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอด หรือหลักการสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้นดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจปรับเพิ่มเติมอย่างไร

10.5 การประเมินผลหลังเรียน เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้น ให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์ (2528 : 190-200) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 3 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นวางแผนดำเนินงาน (Planning)
2. ขั้นดำเนินการผลิต (Production Planning)
3. ขั้นทดสอบประเมินผล

1. ขั้นวางแผนดำเนินการ (Planning) มีขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าสิ่งที่เราจะนำมาทำเป็นชุดการเรียนนั้น จะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้าง นำเนื้อหาสาระวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วมาแบ่งเป็นหน่วยการเรียน ในแต่ละหน่วยนั้นประกอบด้วยหัวเรื่องย่อยๆ ซึ่งเราต้องศึกษาพิจาณาให้ละเอียดชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในหน่วยอื่นๆ อันจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้และควรคำนึงการแบ่งหน่วยการเรียนของแต่ละวิชานั้นควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่า อะไรเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติวิชานั้น

1.2 เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนได้แล้วจะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งหนึ่งว่า จะทำชุดการสอนแบบใดโดยคำนึงข้อกำหนดว่าผู้เรียนคือใคร จะได้อะไรกับผู้เรียนจะทำกิจกรรมอย่างไร สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

1.3 การกำหนดหน่วยการเรียน โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราสามารถถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียนได้ตามชั่งโมงที่กำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนุกน่าเรียนรู้ให้ความชื่นบานแก่ผู้เรียน หาสื่อการเรียนได้ง่าย

1.4 การกำหนดมโนมติที่เรากำหนดขึ้นจะต้องให้สอดคล้องกับหน่วยการเรียนและหัวเรื่อง โดยสรุปแนวคิดสาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้อง

1.5 กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนรู้จะต้องให้สอดคล้องกับมโนมติ โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังจากการเรียนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้วโดยผู้สอนสามารถวัดได้ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนี้ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนเท่าใด ก็ยิ่งทำให้ประสบความสำเร็จในการเรียนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อให้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

1.6 นำจุดประสงค์ของการเรียนรู้แต่ละข้อมาหากิจกรรมการเรียนรู้แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนที่กำหนดไว้

1.7 เรียงลำดับกิจกรรมแต่ละข้อเพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนกับการเรียนการสอนและนำมาหลอมเป็นกิจกรรมการเรียนขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด

1.8 สื่อการเรียนนั้น คือวัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนที่ครูและผู้เรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย

1.9 สอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์ของการเรียนรู้กำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ตาม แต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ของการเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินไม่ตรงตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน และไม่ตรงตามเป้าหมายที่กำหนดไว้การเรียนรู้สิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นมาก็ไม่มีคุณภาพ

1.10 การทดลองสื่อการเรียน การทดลองมี 3 ขั้น คือ การทดลองรายบุคคล การทดลองเป็นกลุ่ม การทดลองห้องเรียนจริง หรือทอลองภาคสนามตามลำดับ เพื่อหาประสิทธิ์ภาพของชุดการสอน โดยนำไปใช้ทดลองกลุ่มเล็กๆ ดูก่อน แล้วตรวจสอบหาข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไขอย่างดีจึงนำไปทดลองใช้กับผู้เรียนทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่

2. ขั้นดำเนินการผลิต (Production Process) เป็นขั้นดำเนินการผลิตตามที่ได้วางแผนในขั้นที่ 1 โดยผู้ผลิตควรตรวจสอบความสอดคล้องของทุกขั้นตอน และควรควบคุมระยะในการผลิตให้เป็นไปตามแผนที่วางไว้

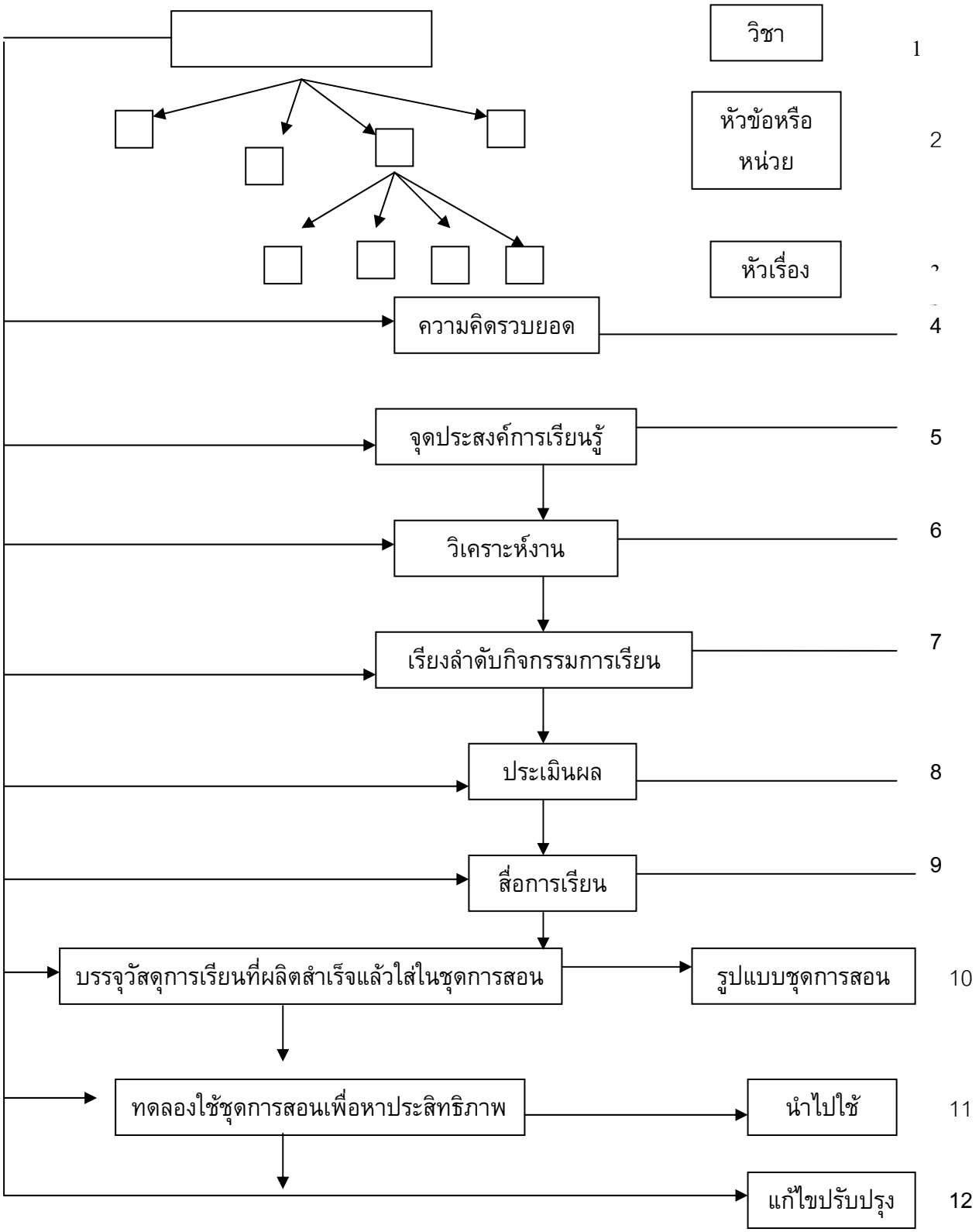
3. ขั้นทดสอบประเมินผล (Developmental Testing) หรือเพื่อการพัฒนาเมื่อผลิตชุดการสอนแล้ว จำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำไปทดลองหาประสิทธ์ภาพ เพื่อเป็นหลักประกันว่าชุดการเรียนนั้น มีคุณค่าที่จะนำมาสอน ในการทดลองนี้อาศัยการทดลองโดยมีลำดับขั้นดังต่อไปนี้
(ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. 2528 : 214)

3.1 ทดลองกับผู้เรียนเป็นรายบุคคล (1:1) คือ การทดลองใช้กับผู้เรียน 1 คน ซึ่งมีระดับความรู้ปานกลาง คำนวณหาประสิทธิ์ภาพของสื่อแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น

3.2 ทดลองกับผู้เรียนเป็นกลุ่ม (1:10) เป็นการทดลองกับผู้เรียน 6 - 10 คน ทั้งเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน คำนวณหาประสิทธิ์ภาพของสื่อแล้วปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น

3.3 ทดลองภาคสนาม (1:100) เป็นการทดลองกับผู้เรียนทั้งชั้น 40 - 100 คน คำนวณหาประสิทธิ์ภาพของสื่อแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ควรมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

ดังนั้นในการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนจำเป็นต้องมีเกณฑ์ในการประเมินประสิทธิ์ภาพ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้เกณฑ์ E_1 / E_2 ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเนื่องจากเป็นวิธีการที่สามารถชี้วัดประสิทธิ์ภาพได้ทั้งภาพรวมในลักษณะกว้าง และวัดส่วนย่อยเป็นรายจุดประสงค์ทำให้ได้ผลการวัดที่ชัดเจน นำข้อมูลที่ได้มาเป็นเครื่องมือตัดสินใจได้โดยไม่ต้องใช้วิธีอื่นมาประกอบให้เกิดการซ้ำซ้อนอีกขั้นตอนในการสร้างชุดการสอนดังกล่าวแสดงในรูปของแผนภูมิได้ดังนี้



ภาพประกอบ 3 แผนภูมิแสดงการสร้างชุดการเรียน (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525 : 194)

จากการศึกษาขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียน ทำให้ทราบขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนหลายรูปแบบ เพื่อให้เหมาะสมกับการวิจัยในครั้ง ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนมาประยุกต์เข้าด้วยกัน เพื่อให้เหมาะสมกับวิจัย ดังนั้นขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนในการวิจัยมีดังนี้

1. ขั้นวางแผนดำเนินงาน (Planning)
2. ขั้นดำเนินการผลิต (Production Planning)
3. ขั้นทดสอบประเมินผล

1. ขั้นวางแผนดำเนินการ (Planning) มีขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าสิ่งที่เราจะนำมาทำเป็นชุดการเรียนนั้น จะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้าง นำเนื้อหาสาระวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วมาแบ่งเป็นหน่วยการเรียน ในแต่ละหน่วยนั้นประกอบด้วยหัวเรื่องย่อยๆ ซึ่งเราต้องศึกษาพิจาณาให้ละเอียดชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในหน่วยอื่นๆ อันจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้และควรคำนึงการแบ่งหน่วยการเรียนของแต่ละวิชานั้นควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่า อะไรเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติวิชานั้น

1.2 เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนได้แล้วจะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งหนึ่งว่า จะทำชุดการสอนแบบใดโดยคำนึงข้อกำหนดว่าผู้เรียนคือใคร จะได้อะไรกับผู้เรียนจะทำกิจกรรมอย่างไร สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

1.3 การกำหนดหน่วยการเรียน โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราสามารถถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียนได้ตามชั่งโมงที่กำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนุกน่าเรียนรู้ให้ความชื่นบานแก่ผู้เรียน หาสื่อการเรียนได้ง่าย

1.4 การกำหนดมโนมติที่เรากำหนดขึ้นจะต้องให้สอดคล้องกับหน่วยการเรียนและหัวเรื่อง โดยสรุปแนวคิดสาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้อง

1.5 กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนรู้จะต้องให้สอดคล้องกับมโนมติ โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังจากการเรียนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้วโดยผู้สอนสามารถวัดได้ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนี้ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนเท่าใด ก็ยิ่งทำให้ประสบความสำเร็จในการเรียนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อให้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

1.6 นำจุดประสงค์ของการเรียนรู้แต่ละข้อมาหากิจกรรมการเรียนรู้แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนที่กำหนดไว้

1.7 เรียงลำดับกิจกรรมแต่ละข้อเพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนกับการเรียนการสอนและนำมาหลอมเป็นกิจกรรมการเรียนขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด

1.8 สื่อการเรียนนั้น คือวัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนที่ครูและผู้เรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย

1.9 สอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์ของการเรียนรู้กำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ตาม แต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ของการเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินไม่ตรงตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน และไม่ตรงตามเป้าหมายที่กำหนดไว้การเรียนรู้สิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นมาก็ไม่มีคุณภาพ

1.10 การทดลองสื่อการเรียน การทดลองมี 3 ขั้น คือ การทดลองรายบุคคล การทดลองเป็นกลุ่ม การทดลองห้องเรียนจริง หรือทอลองภาคสนามตามลำดับ เพื่อหาประสิทธิ์ภาพของชุดการสอน โดยนำไปใช้ทดลองกลุ่มเล็กๆ ดูก่อน แล้วตรวจสอบหาข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไขอย่างดีจึงนำไปทดลองใช้กับผู้เรียนทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่

2. ขั้นดำเนินการผลิต (Production Process) เป็นขั้นดำเนินการผลิตตามที่ได้วางแผนในขั้นที่ 1 โดยผู้ผลิตควรตรวจสอบความสอดคล้องของทุกขั้นตอน และควรควบคุมระยะในการผลิตให้เป็นไปตามแผนที่วางไว้

3. ขั้นทดสอบประเมินผล (Developmental Testing) หรือเพื่อการพัฒนาเมื่อผลิตชุดการเรียนแล้ว จำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องนำไปทดลองหาประสิทธ์ภาพ เพื่อเป็นหลักประกันว่าชุดการเรียนนั้นมีคุณค่าที่จะนำมาสอน ในการทดลองนี้อาศัยการทดลองโดยมีลำดับขั้นดังต่อไปนี้

3.1 ทดลองกับผู้เรียนเป็นรายบุคคล (1:4) คือ การทดลองใช้กับผู้เรียน 4 คน ซึ่งมีระดับความรู้ปานกลาง คำนวณหาประสิทธิ์ภาพของสื่อแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น

3.2 ทดลองกับผู้เรียนเป็นกลุ่ม (1:10) เป็นการทดลองกับผู้เรียน 10 คน ทั้งเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน คำนวณหาประสิทธิ์ภาพของสื่อแล้วปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น

3.3 ทดลองภาคสนาม (1:30) เป็นการทดลองกับผู้เรียนทั้งชั้น 30 คน คำนวณหาประสิทธิ์ภาพของสื่อแล้วปรับปรุงแก้ไข ผลลัพธ์ที่ได้ควรมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

3.4 หลังจากหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน ปรับปรุงแก้ไขและตรวจสอบความถูกต้องและนำไปจัดพิมพ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

1.6 คุณค่าของชุดการเรียน

จากการศึกษาค้นคว้า มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงคุณค่าในการนำชุดการเรียนมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ดังนี้

ชม ภูมิภาค (2524 : 99-100) กล่าวถึงคุณค่าของชุดการสอนไว้ดังนี้

1. ช่วยครูไม่ต้องเสียเวลาคิดค้นมาก และยังเป็นวิธีอบรมครูประจำการเรื่องการดำเนินการสอนได้อีกประการหนึ่ง

2. ช่วยให้ผู้เรียนรู้จุดมุ่งหมายของการเรียนชัดเจน ตลอดรู้วิธีการที่จะบรรลุจุดมุ่งหมายนั้นเป็นการเพิ่มพูนการจูงใจในการเรียนได้เรียนรู้ความการกระทำ

3. ในการบริหารการศึกษา ทำให้การศึกษาเป็นกระบวนการที่ตรวจสอบ สามารถสอบคุณภาพศึกษา ตรวจสอบผลการปฏิบัติหน้าที่ของครูได้

4. ชุดการเรียนที่ดีต้องประกอบด้วยผลการเรียนรู้ทุกพิสัยคือ พุทธิพิสัย จิตพิสัยและทักษะพิสัย บรรดาสื่อก็ต้องมีหลายประเภทคือ ใช้สื่อประสมหลายอย่าง (Multimedia approach) เพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล และเพิ่มพูนความสมบรูณ์ให้การรับรู้

5. กำหนดบทบาทของครูและผู้เรียนชัดเจนว่า ตอนใดใครจะทำอะไร อย่างไร ลดบทบาทในการกระทำของครูข้างเดียว ผู้เรียนได้กระทำ ซึ่งทำให้เกิดการเรียนรู้แบบสกริยา(Active Learning)

6. เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ครบถ้วนในช่วงเวลาที่กำหนด ผู้เรียนรู้ผลการกระทำของตนเป็นการเสริมแรงการเรียนรู้ประการหนึ่ง

7. ชุดการเรียนเป็นกระบวนการที่ครบทั้งระบบ เริ่มตั้งแต่จุดมุ่งหมาย กระบวนการสอนและการประเมิน

8. ชุดการเรียนเกิดจาการนำเอาวิธีระบบเข้ามาใช้ ย่อมจะมีประสิทธิภาพเพราะได้ผ่านการทดลองหาประสิทธิภาพแล้ว โดยมีผู้เชี่ยวชาญทั้งเนื้อหาและวิธีการร่วมกันสร้างเป็นแม่บท และจะสามารถขยายเป็นชุดการเรียนไปได้อีก

ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2532 : 121) ได้สรุปว่า ไม่ว่าจะเป็นการสอนประเภทใด ย่อมมีคุณค่าต่อการเพิ่มคุณภาพในการผลิตที่มีการทอสอบวิจัยแล้วด้วยกันทั้งนั้น คุณค่าของชุดการเรียนมักจะสรุปได้ดังนี้

1. ช่วยให้ผู้สอนถ่ายทอดเนื้อหาและประสบการณ์ที่สลับซับซ้อนและมีลักษณะเป็นนามธรรมสูง เช่น การทำงานของเครื่องกลอวัยวะในร่างกาย การเติบโตของสัตว์ขั้นต่ำ ฯลฯ ซึ่งผู้สอนไม่สามารถถ่ายทอดด้วยการบรรยายได้ดี

2. ช่วยเร้าความสนใจของผู้เรียนต่อสิ่งที่กำลังศึกษา เพราะชุดการสอนจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนของตนเองและสังคม

3. เปิดโอกาสให้เรียนได้แสดงความคิดเห็นฝึกการสินใจแสวงหาความรู้ด้วยตนเองและการมีความรับผิดชอบต่อตนเองและสังคม

4. ช่วยสร้างความพร้อมและมั่นใจแก่ผู้สอนเพราะชุดการสอนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่สามารถหยิบไปใช้ได้ทันทีโดยเฉพาะผู้ที่ไม่ค่อยมีเวลาในการเตรียมการสอนล่วงหน้า

5. ทำให้การเรียนการสอนของผู้เรียนเป็นอิสระจากอารมณ์ของผู้สอน ชุดการสอนสามารถทำให้ผู้เรียนได้ตลอดเวลาไม่ว่าอาจารย์ผู้สอนจะมีสภาพหรือมีความขัดข้องทางอารมณ์มากน้อยเพียงใด

6. ช่วยการเรียนเป็นอิสระจากบุคลิกภาพของผู้สอน เนื่องจากชุดการสอนทำหน้าที่ถ่ายทอดความรู้แทนครู แม้ครูจะพูดหรือสอนไม่เก่ง ผู้เรียนก็สามารถเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพจากชุดการสอนที่ได้ผ่านการทดสอบประสิทธิภาพมาแล้ว

7. ในกรณีครูขาด ครูคนอื่นก็สามารถสอนแทนโดยใช้ชุดการเรียนที่มิใช่เข้าไปนั่ง “คุมขั้น” ปล่อยผู้เรียนให้อยู่เฉยๆ เหมือนที่ครูส่วนใหญ่ทำกันอยู่อย่างในปัจจุบันเพราะเมื่อเนื้อหาวิชาอยู่ในชุดการเรียนเรียบร้อยแล้ว ครูผู้สอนแทนก็ไม่ต้องเตรียมตัวอะไรมากนัก

8. สำหรับชุดการเรียนรายบุคคลและชุดการเรียนทางไกล จะช่วยให้การศึกษามวลชนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพเพราะผู้เรียนสามารถเรียนได้เองที่บ้านไม่ต้องเสียเวลาและเงินทอง นักศึกษาจะสามารถประหยัดเงิน

บุญเกื้อ ควรเวหาเวช (2542 : 110-111) ได้กล่าวถึงคุณค่าของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. ส่งเสริมการเรียนแบบรายบุคคล ผู้เรียนเรียนได้ตามความสามารถ ความสนใจ ตามเวลาและโอกาสที่เหมาะสมของแต่ละคน

2. ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครู เพราะชุดการเรียนช่วยให้ผู้เรียนเรียนได้ด้วยตนเองหรือต้องการความช่วยเหลือจากผู้สอนได้เพียงเล็กน้อย

3. ช่วยในการศึกษานอกระบบโรงเรียน เพราะผู้เรียนสามารถนำเอาชุดการเรียนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถนำไปใช้ได้ทันที

4. ช่วยลดภาระและช่วยสร้างความพร้อมและความมั่นใจแก่ครูเพราะชุดการเรียนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถนำไปใช้ได้ทันที

5. เป็นประโยชน์ในการสอนแบบศูนย์การเรียน

6. ช่วยให้ครูวัดผลผู้เรียนได้ตรงความมุ่งหมาย

7. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความเห็น ฝึกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ด้วยตนเองและมีความรับผิดชอบต่อตนเองและสังคม

8. ช่วยให้ผู้เรียนจำนวนมากได้รับรู้แนวเดียวกันอย่างมีประสิทธิภาพ

9. ช่วยฝึกให้ผู้เรียนรู้จักเคารพนับถือความคิดเห็นของผู้อื่น

จากการศึกษาค้นคว้า คุณค่าของการนำชุดการเรียนมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ จากนักการศึกษาหลายท่านข้างต้น สรุปได้ดังนี้

1. ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และมีส่วนร่วมในการเรียน

2. ช่วยให้สามารถพัฒนาตนเองได้เต็มความสามารถ

3. ช่วยรักษามาตรฐานการเรียนรู้ คือผู้เรียนได้รับความรู้เหมือนกันทุกชุดเป็นมาตรฐานเดียวกันซึ่งผิดกับการเรียนรู้กับครูที่ต่างคนต่างสอน

4. ด้านการสอนของครู ก็ช่วยให้ครูผู้สอนมีความสะดวกในการสอน มีความมั่นใจและมีความพร้อมในการสอนเพิ่มขึ้น

5. สามารถช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครูเพราะผู้เรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง

6. ช่วยฝึกให้ผู้เรียนรู้จักเคารพ นับถือความคิดเห็นของคนอื่น

1.7 การใช้ชุดการเรียน

สำหรับการใช้ชุดการเรียนมีนักการศึกษา ได้กล่าวไว้ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 192) กล่าวว่า การใช้ชุดการเรียนจะประสบความสำเร็จก็ต่อเมื่อได้รับการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ ซึ่งควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้ คือ

1. ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ทราบผลการกระทำทันทีจากกิจกรรมการเรียนการสอน
3. มีการเสริมแรงผู้เรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกจุดตามขั้นตอนของการเรียนรู้
4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์และกำหนดความสามารถพื้นฐานของผู้เรียน

รุ่งทิวา จักร์กร (2527 : 88) กล่าวว่า การนำชุดการเรียนไปใช้มีขั้นตอนดังนี้

1. การทดสอบก่อนเรียน เพื่อดูพฤติกรรมเบื้องต้นอันเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ของผู้เรียนใช้เวลาเรียนประมาณ 10 – 15 นาที
2. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เนื่องจากการนำเข้าสู่บทเรียนเป็นการสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนกระตือรือร้น มีความต้องการที่จะเรียน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเทคนิคของผู้สอนด้วย ในการที่จะนำเข้าสู่บทเรียนให้น่าสนใจ
3. ขั้นประกอบกิจกรรม ครูต้องอธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจในการทำกิจกรรมก่อนลงมือทำกิจกรรม
4. สรุปบทเรียน ครูนำในการสรุปบทเรียน ซึ่งอาจทำได้โดยการถาม หรือให้ผู้เรียนเล่าสรุปความเข้าใจ หรือกิจกรรมอื่นใดที่ทำให้แน่ใจว่าผู้เรียนรู้ความคิดรวบยอดและหลักการตามที่กำหนด
5. ประเมินผลการเรียน โดยทำข้อทดสอบอีกครั้ง เพื่อประเมินดูว่าผู้เรียนบรรลุผลตามจุดประสงค์หรือไม่ เพื่อจะได้ปรับปรุงแก้ไขข้อบกร่องของผู้เรียนในกรณีที่ไม่ผ่านจุดประสงค์ที่กำหนดข้อใดข้อหนึ่ง ถ้าผู้เรียนผ่านจุดประสงค์หมดทุกข้อก็ให้เรียบร้อยก้าวหน้าต่อไป

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542 : 109 - 110) ได้กล่าวถึงการใช้ชุดการเรียนไว้ดังนี้

การใช้ชุดการเรียนเป็นกิจกรรมกลุ่มในห้องเรียนแบบศูนย์การเรียนนั้น แต่ละศูนย์อาจจะใช้เวลาประมาณ 15 – 20 นาที ซึ่งอาจจะแบ่งเวลาในการดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. ผู้เรียนอ่านบัตรคำสั่ง (1 นาที)
2. อ่านบัตรสรุปเนื้อหาและบัตรเนื้อหา (3 – 4 นาที)
3. ประกอบกิจกรรม เช่น เกมสาธิต ฯลฯ (4 – 6 นาที)
4. ร่วมกันอภิปรายและตอบคำถาม (2 – 4 นาที)
5. แต่ละคนตอบคำถามในการฝึกปฏิบัติหรือกระดาษคำตอบ (2 – 3 นาที)
6. ตรวจคำตอบจากแผ่นเฉลยที่ครูเตรียมไว้ให้โดยเปลี่ยนกันตรวจและให้คะแนน (2 นาที)

จากการศึกษาค้นคว้า การใช้ชุดการเรียนให้มีประสิทธิภาพในการจัดการเรียนรู้และประสบความสำเร็จตามวัตถุประสงค์นั้น จะต้องคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. จัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนให้เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้และเหมาะสมกับบทเรียนในแต่ละหน่วย

2. ศึกษาเนื้อหาและชุดการเรียนโดยละเอียดรอบคอบพอสมควร

3. ก่อนสอนผู้เรียนต้องทำแบบทดสอบก่อนเรียน (Pre – test) ก่อน

4. การสอนแบ่งออกเป็น 3 ขั้น คือ

4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เพื่อผู้เรียนให้พร้อมจะเรียนรู้บทเรียนใหม่ ผู้สอนต้องสร้างบรรยากาศเป็นกันเองกับผู้เรียน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เล่าประสบการณ์ของตนเองจะทำให้เข้าใจสิ่งที่จะเรียนได้ดีขึ้น

4.2 ขั้นประกอบกิจกรรม การจัดกิจกรรมการเรียนมีความสำคัญมาก ถ้าจัดได้ดีสนองจุดประสงค์ของผู้เรียน ก็จะมีประโยชน์ช่วยให้การเรียนการสอนได้ผลดี

4.3 ขั้นสรุปบทเรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้สรุปมโนมติและหลักการที่สำคัญ

5. ขณะที่ประกอบกิจกรรม ผู้สอนต้องเดินดูการทำงานของแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิดหากกลุ่มใดมีปัญหา ผู้สอนจะคอยให้คำชี้แนะช่วยเหลือ

6. หลังจากเรียนเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้เรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินดูว่าผู้เรียนบรรลุตามจุดประสงค์และดูว่าผู้เรียนได้เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่และเพื่อแก้ไขและปรับปรุงข้อบกพร่อง

1.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน

งานวิจัยต่างประเทศ

แมค โดนอลด์ (Mc Donald. 1971 : 432-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาและประเมินผลชุดการเรียนสื่อประสม แบบกิจกรรมรายบุคคล สำหรับใช้สอนซ่อมเสริมในวิทยาลัยชุมชนชานเมือง ผลการวิจัยพบว่า คะแนนสอบหลังการสอนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม ทั้งด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติ

บรูซ (Bruce. 1972 : 429-A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับการสอนแบบธรรมดาที่มหาวิทยาลัยไอโอวา ผลการวิจัยปรากฏว่า การสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนได้ผลดีกว่าการสอนแบบธรรมดา

อาร์มสตรอง (Armstrong. 1972 : 5669-A) ซึ่งได้ทำการวิจัยศึกษาเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ภาษาฝรั่งเศสของผู้เริ่มเรียนในระดับวิทยาลัยด้วยการสอนวิธีบรรยาย และเรียนจากชุดการเรียนการสอนรายบุคคลชนิดสื่อประสม (Multi-Media Self Instruction Package) ผลการวิจัยปรากฏว่า ผู้เรียนที่เรียนจากชุดการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการสอนแบบบรรยาย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บรอว์เลย์ (Brawley. 1975 : 4280-A) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนแบบผสม สอนเรื่องการบอกเวลากับเด็กเรียนช้า กลุ่มตัวอย่างได้จากการสุ่มเด็กเรียนช้าโดยใช้

แบบทดสอบ Time Appreciation Test, Stanford Achievement Test Primary Level มาใช้ Pre-test และ Post-test ผลปรากฏว่ากลุ่มทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนบอกเวลาต่อเนื่องของบรอว์เลย์ (Brawley's Experimental Sequence on Time Telling) มีผลต่อการเรียนดีกว่ากลุ่มควบคุมที่ไม่ได้ใช้ชุดการเรียนการสอน

เอดวาร์ดส์ (Edwards. 1975 : 43) ได้กล่าวถึงการวิจัยของมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ทำการเปรียบเทียบผลการเรียนในเรื่อง " ประสบการณ์ในการสอนแบบจุลภาค " โดยใช้ชุดการเรียนการสอนด้วยตนเองและได้รับคำแนะนำจากครู กับการใช้ชุดการเรียนการสอนด้วยตนเองโดยไม่ต้องมีผู้แนะนำกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัยจำนวน 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มละ 25 คน ผลการทดลองปรากฏว่าทั้ง 2 กลุ่ม มีผลการเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากวิจัยนี้แสดงนี้แสดงให้เห็นว่าการเรียนด้วยตนเองไม่จำเป็นต้องอาศัยผู้แนะนำ ถ้าชุดการเรียนการสอนนั้นได้สร้างอย่างถูกต้องตามกระบวนการแล้ว ผู้เรียนจะสามารถเรียนด้วยตนเองได้ผลดีเช่นกัน

วีวาส (Vivas. 1985 : 603) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนา และประเมินค่าของการรับรู้ทางความคิดของผู้เรียนในเกรด 1 ในประเทศเวเนซูเอล่า โดยใช้ชุดการเรียนการสอนจากการศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจในการพัฒนาทักษะทั้ง 5 ด้าน คือ ด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาว์ปัญญาและด้านการปรับตัวทางสังคมหลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงกว่าผู้เรียนในการสอนแบบปกติ

วิลสัน (Wilson. 1989 : 416) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการเรียนการสอนของครู เพื่อแก้ปัญหาในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ การบวก การลบ ผลการวิจับพบว่า ครูผู้สอนยอมรับว่าการใช้ชุดการเรียนการสอน มีผลดีมากกว่าการสอนตามแบบปกติอันเป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยให้ครูสามารถใช้แก้ปัญหาการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับเด็กเรียนช้า

วิลเลียม (William. 1999 : 40-62) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเรื่องจำนวนกับการคิดในใจ ด้วยการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดในใจของผู้เรียนระดับมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนเกรด 8 จำนวน 413 คน โดยแบ่งกลุ่มทดลอง 183 คน กลุ่มควบคุมจำนวน 120 คน และครูเข้าร่วมในการศึกษาจำนวน 6 คน กลุ่มทดลองในชุดการสอนจำนวน 83 บทเรียนเรื่องจำนวน กลุ่มควบคุมใช้การสอนตามปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ แบบวัดผลสัมฤทธิ์การคิดในใจโดยวัดก่อนเรียนและหลังเรียนทั้งสองกลุ่ม และแบบสัมภาษณ์กระบวนการคิดของผู้เรียนกลุ่มทดลอง ผลการศึกษาพบว่า ชุดการสอนที่ใช้มีผลทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ด้านการคิดในใจแตกต่างกับกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลจากการสัมภาษณ์จากกลุ่มทดลอง พบว่า มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยในกระบวนการคิดในใจของผู้เรียนก่อน และหลังการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม

สัทเทอร์เฟียลฟ์ (Satterfielf. 2001 : Online) ได้ทำการศึกษาการใช้ชุดการเรียนเรขาคณิตโดยใช้โปรแกรม Sketchpad version 3 เป็นโปรแกรมที่จัดทำขึ้นเพื่อใช่คอมพิวเตอร์เป็นสื่อให้เห็นถึงโครงสร้างของวิชาเรขาคณิตและเป็นสื่อที่จะอธิบายการเรียนในห้องเรียน ซึ่งผลการใช้ชุดการ

เรียนคือ ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาการคิดในรูปแบบทางเรขาคณิตและเป็นสิ่งที่สร้างความถูกต้องแม่นยำในการคิดของผู้เรียนด้วย

งานวิจัยในประเทศ

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 181-182) ได้ทำการวิจัยพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่าในสภาพรวมชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ คือ สอดคล้องกับเกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียน และผู้เรียนที่ผ่านการฝึกด้วยชุดการเรียนการสอนนี้มีความคงทนในการเรียนรู้ ส่วนชุดการเรียนการสอนย่อยทั้ง 3 ชุดต่างมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด

วาทินี ธีระตระกูล (2538 : 79) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและในความคงทนในการเรียนรู้โจทย์คณิตศาสตร์ ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่องเวลาของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมโจทย์คณิตศาสตร์เรื่องเวลาด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมกับกลุ่มทดลอง และวิธีการสอนซ่อมเสริมตามปกติกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์ (2538 : 75) ได้ทำการวิจัยสร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

นุชลดา ส่องแสง (2540 : 71) ได้ทำการวิจัยสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง การบวก การลบ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ ของผู้เรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระกับ .01

ฉวีวรรณ ศรสังข์ทอง (2541 : 95) ได้ทำการวิจัยสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทศนิยม ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทศนิยม ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คำโง่น เขียนทิลม (2547 : 43) ได้ทำการวิจัยสร้างและหาประสิทธิภาพชุดการเรียนการสอน เรื่อง สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งสำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว ผลการวิจัยพบว่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนมีค่าเป็น 72.19 / 71.15 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาวสามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่การเรียน เรื่อง สมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

และความพึงพอใจของผู้เรียนในการเรียนด้วยชุดการเรียนการสอน เรื่อง สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งสำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากขึ้นไป ที่ระดับนัยสำคัญ .01

รังสรรค์ ทองสุกนอก (2547 : 82) ได้ทำการวิจัยสร้างชุดการเรียนที่ใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่าผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนผู้เรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

หทัยกาญจน์ อินบุญมา (2547 : 62) ได้ทำการวิจัยสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวน เรื่อง การประมาณค่า ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวน เรื่อง การประมาณค่าภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวน เรื่อง การประมาณค่า สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนดังที่กล่าวมาข้างต้น อาจสรุปได้ว่า มีผู้ให้ความสนใจในการศึกษาค้นคว้าในเรื่องนี้เป็นจำนวนมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสร้างชุดการเรียนเพื่อใช้ในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น โดยใช้เทคนิคและวิธีการต่างๆ ในการสร้างชุดการเรียน เพื่อให้สอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้โดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญในปัจจุบัน

2. เอกสารที่เกี่ยวกับการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน

ในการจัดการเรียนการสอน สื่อทุกประเภทที่จะนำมาประกอบการเรียนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องหาประสิทธิภาพก่อน เพราะในการผลิตระบบการดำเนินการทุกประเภทจำต้องมีการตรวจสอบคุณภาพของระบบนั้น เพื่อเป็นการประกันว่าจะมีประสิทธิภาพจริงตามที่มุ่งหวังซึ่งสื่อที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ซึ่งการหาประสิทธิภาพมีความจำเป็นด้วยเหตุผลหลายประการคือ (ชัยยงค์ พรหมวงศ์ 2523 : 134- 142)

1. สำหรับหน่วยงานที่ผลิตสื่อการสอน เป็นการประกันคุณภาพของสื่อการสอนว่าอยู่ในชั้นสูง เหมาะสมที่จะลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก หากไม่หาประสิทธิภาพเสียก่อนก่อนแล้วผลิตออกมาใช้ประโยชน์ไม่ได้ดี ก็จะต้องทำใหม่เป็นการสิ้นเปลืองทั้งเวลา แรงงานและเงินทอง

2. สำหรับผู้ใช้สื่อการเรียนการสอน สื่อการสอนจะทำหน้าที่สอนโดยที่ช่วยสร้างสภาพการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง บางครั้งต้องช่วยครูผู้สอนบางครั้งต้องสอนแทนครู ดังนั้นก่อนนำสื่อการสอนไปใช้ครูจึงมั่นใจว่าสื่อการสอนนั้นมีประสิทธิภาพในการช่วยให้

ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จริง การหาประสิทธิภาพตามลำดับขั้นจะช่วยให้เราใช้สื่อการสอนที่มีคุณค่าทางการสอนจริงตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

3. สำหรับผู้ผลิตสื่อการสอน การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจได้ว่าเนื้อหาสามารถที่จะบรรจุลงในสื่อการสอนเหมาะสม ง่ายต่อความเข้าใจ อันจะช่วยให้ผู้ผลิตมีความชำนาญสูงขึ้น เป็นการประหยัดแรงสมอง แรงงาน เวลาและเงินทองในการเตรียมต้นแบบ

2.1 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพชุดการเรียน

เกณฑ์ประสิทธิภาพ หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของสื่อการสอนที่จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ เป็นระดับที่ผู้ผลิตสื่อการสอนจะพึงพอใจว่าหากชุดการสอนมีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้ว สื่อการสอนนั้นมีคุณค่าที่จะนำไปสอนผู้เรียนและคุ้มค่าแก่การลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

การกำหดเกณฑ์ประสิทธิภาพกระทำได้โดยการประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียน 2 ประเภท คือ พฤติกรรมต่อเนื่อง (กระบวนการ) และพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (ผลลัพธ์) โดยกำหนดค่าประสิทธิภาพเป็น E_1 (ประสิทธิภาพของกระบวนการ) E_2 (ประสิทธิภาพของผลลัพธ์) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ประเมินพฤติกรรมต่อเนื่อง (Transitional Behavior) คือ ประเมินผลต่อเนื่อง ซึ่งประกอบด้วยพฤติกรรมย่อยหลายๆ พฤติกรรม เรียกว่า ” กระบวนการ ” ของผู้เรียนที่สังเกตจากการประกอบกิจกรรมกลุ่ม (รายงานของกลุ่ม) และรายงานรายบุคคลได้แก่ งานที่มอบหมายและกิจกรรมอื่นใดที่ผู้สอนกำหนดไว้

2. ประเมินพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (Terminal Behavior) คือประเมินผลลัพธ์ของผู้เรียนโดยพิจารณาจากการสอบหลังเรียนและสอบไล่

ประสิทธิภาพของสื่อการสอน จะกำหนดเป็นเกณฑ์ที่ผู้สอนคาดหมายว่าผู้เรียนจะเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเป็นที่พึงพอใจโดยกำหนดให้เป็นเปอร์เซ็นของผลเฉลี่ยของคะแนนการทำงานและประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมด ต่อเปอร์เซ็นของการสอบหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมด นั้นคือ E_1 / E_2 คือประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ เช่น 80/80 หมายความว่าเรียนจากสื่อการสอนแล้ว ผู้เรียนสามารถทำแบบฝึกหัดหรือใบงานได้ผลเฉลี่ย 80% ส่วน 80 ตัวที่สอง หมายความว่า เมื่อผู้เรียนเรียนจากสื่อการสอนแล้วผลการเรียนจะต้องได้เฉลี่ยร้อยละ 80

ระดับของประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเป็นระดับที่ผู้สร้างบทเรียนพอใจว่า หากชุดการเรียนมีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้ว ชุดการเรียนก็มีคุณค่าน่าพอใจการกำหนดเกณฑ์ E_1/E_2 มีค่าเท่าใดนั้น โดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำจะตั้งไว้ 80/80 85/85หรือ 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะกระบวนการหรือเจตคติตั้งต่ำกว่า เช่น 75/75

การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการเรียน มี 3 ระดับ คือ (สุกิจ ศรีพรหม. 2541 : 71)

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้เกินกว่าร้อยละ 2.5

2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียนเท่ากับเกณฑ์หรือสูงกว่าเกณฑ์กำหนดแต่ไม่เกินร้อยละ 2.5

3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียน ต่ำกว่าเกณฑ์แต่ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 2.5 ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

2.2 วิธีคำนวณหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน

1. โดยสูตร กระทำได้โดยสูตรต่อไปนี้ (เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. 2538 : 295)

สูตรที่ 1 $E_1 = \dfrac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{A}$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในบทเรียน คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกกิจกรรมระหว่างเรียน

$\sum x$ แทน คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดหรือดำเนินกิจกรรมระหว่างเรียน

N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกกิจกรรมระหว่างเรียน

สูตรที่ 2 $E_2 = \dfrac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B}$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปในตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียน คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$\sum F$ แทน คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนของผู้เรียน

N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

B แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

การคำนวณหาประสิทธิภาพโดยใช้สูตรดังกล่าวข้างต้นก็จะมีการนำคะแนนแบบฝึกหัดหรือผลงานในขณะประกอบกิจกรรมกลุ่ม / เดี่ยว และคะแนนสอบหลังเรียนมาเข้าตารางแล้วจึงคำนวณหาค่า E_1/ E_2

2. โดยวิธีการคำนวณธรรมดา

หากไม่อยากใช้สูตร ก็สามารถใช้วิธีการคำนวณธรรมดาหาค่า E_1 หรือ E_2 ได้ สำหรับค่า E_2 ของแต่ละชุดการสอนไม่มีปัญหาในการคำนวณมากนัก เพราะอาจทำได้โดยการเอาคะแนนของผู้เรียนทั้งหมดมารวมกัน หาค่าเฉลี่ยเทียบส่วนร้อยเพื่อหาค่าร้อยละ

หลังจากคำนวณหาค่า E_1 และ E_2 ผลลัพธ์ที่ได้มักจะใกล้เคียงกันและห่างกันไม่เกิน 5 % ซึ่งเป็นตัวยืนยันได้ว่า ผู้เรียนได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมขั้นสุดท้าย หรืออีกนัยหนึ่งการที่ผู้เรียนจะสอบได้เท่าใด เช่น 90% นั้น ผู้เรียนมีความรู้จริง หรือทำได้เพราะการเดาสุ่มเมื่อมีการรายงานคะแนนเป็นตัวเลข 2 ตัว เช่น 78/83 นั้นทำให้ทราบว่าผู้เรียนทำงานและแบบฝึกหัดทั้งปีได้ 78% และ สอบไล่ได้ 83% เป็นการยืนยันการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมผู้เรียนค่อนข้างแน่นอน

2.3 การทดลองหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2526 : 127 - 129) ได้กล่าวว่าการประเมินสื่อเป็นการพิจารณาประสิทธิภาพและคุณภาพของสื่อการเรียนการสอน สื่อที่ได้จะต้องได้รับการประเมินประสิทธิภาพส่วนใหญ่จะเป็นสื่อที่ผลิตขึ้นมาตามหลักการสอน การประเมินสื่อโดยวิธีนี้จำต้องคำนึงจุดมุ่งหมายของสื่อการเรียนการสอนและวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน ภายหลังจากที่เรียนจากสื่อนั้นแล้ว

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2538 : 290 - 291) กล่าวถึง การสร้างสื่อก่อนที่จะนำไปใช้ควรจะได้ทดลองแก้ไขปรับปรุงให้ได้มาตรฐานเสียก่อน เพื่อให้ทราบว่าสื่อนั้นมีคุณภาพเพียงใด มีสิ่งที่ยังบกพร่องอยู่ ซึ่งการประเมินนี้ไม่ใช่การประเมินผลผู้เรียนแค่เป็นการประเมินผลสื่อ โดยการนำสื่อไปทดลองใช้กับหลายๆ คน หลายๆ กลุ่ม แล้วจึงเผยแพร่นำออกใช้จริง เกณฑ์การหาประสิทธิภาพของสื่อนั้น อาจจะกำหนดเป็น 90/90 หรือ 85/85 หรือ 80/80 ขึ้นอยู่กับลักษณะวิชา การที่จะกำหนดเกณฑ์เท่าใดนั้นไม่ได้กำหนดขึ้นเองตามใจชอบ แต่ควรจะเป็นผลจากการทดลองใช้ก่อนในกรณีการศึกษาแบบสมรรถฐาน ถือเกณฑ์ 90/90 จึงจะถือว่าใช้ได้ ความหมายของตัวเลข 90/90 หมายความว่า 90 ตัวแรก เป็นคะแนนที่ได้จากการทำกิจกรรมการเรียนหรือแบบฝึกหัดโดยเฉลี่ยร้อยละ 90 ส่วน 90 ตัวหลังเป็นคะแนนที่ได้จากการทำแบบประเมินผลการเรียนโดยเฉลี่ยร้อยละ 90

เมื่อสร้างบทเรียนเป็นต้นฉบับแล้ว นำบทเรียนไปทดลองโดยกำหนดขั้นตอนการตรวจสอบและหาประสิทธิภาพของบทเรียน 3 ครั้ง ตามข้อเสนอแนะของ ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์ (2525 : 214 - 216) ดังต่อไปนี้

1. การทดลองเป็นรายบุคคล เป็นการทดลองใช้บทเรียน ครั้งที่ 1 เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของบทเรียนในด้านต่างๆ ดังนี้ ความเหมาะสมของภาษา ความยากง่ายของเนื้อหา กิจกรรม ที่ให้ปฏิบัติเวลาที่ใช้ในการเรียน และอื่น ๆ

2. การทดลองกลุ่มย่อย เป็นการทดลองใช้บทเรียน ครั้งที่ 2 โดยใช้กับผู้เรียน 10 คน ที่ยังไม่เคยเรียนบทเรียนดังกล่าว ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของบทเรียนในด้านต่างๆ และหาประสิทธิภาพของบทเรียน เช่นเดียวกับครั้งที่ 1

3. การทดลองภาคสนาม เป็นการทดลองใช้บทเรียนครั้งที 3 มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของบทเรียน โดยทดลองกับผู้เรียนทั้งชั้นเรียน ผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกันกับ เกณฑ์ที่กำหนดไว้หากต่ำกว่าเกณฑ์ ไม่เกินร้อยละ 2.5 ยอมรับได้ ถ้าแตกต่างกันมากต้องกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียนใหม่ โดยยึดหลักความเป็นจริง

จากการศึกษาค้นคว้า การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน หมายถึง การตรวจสอบคุณภาพของชุดการเรียน และจะต้องนำชุดการเรียนที่สร้างขึ้นนั้นไปทดลองแก้ไขปรับปรุงให้ได้มาตรฐานเสียก่อน เพื่อให้ทราบว่าชุดการเรียนที่สร้างขึ้นมานั้นมีคุณภาพเพียงใด มีสิ่งที่ยังบกพร่องอยู่ ซึ่งการประเมินนี้ไม่ใช่การประเมินผู้เรียนแต่เป็นการประเมินผลชุดการเรียน โดยการนำชุดการเรียนไปทดลองใช้กับหลายๆ คน หลายๆ กลุ่ม แล้วจึงเผยแพร่และนำออกไปใช้จริง

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

3.1 ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

วิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน Inquiry Method) เริ่มสอนครั้งแรกที่รัฐอิลลินอยส์ในปี ค.ศ. 1957 ซึ่งเป็นระยะที่อเมริกากำลังตื่นตัว เพราะปรากฏว่ารัสเซียมีความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ถึงขั้นยิงจรวดขึ้นสู่อวกาศได้สำเร็จ จึงมีการปรับปรุงด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์กันอย่างกว้างขวาง ซัชแมน (Suchman . 1962 : 128) ได้ทำโครงการวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนที่มหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ โดยเน้นการสอนวิทยาศาสตร์ด้วยตนเองในปี พ.ศ. 2513 วีระยุทธ วิเชียรโชติ ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยการเรียนแบบสืบสวนสอบสวนในประเทศไทยจากมูลนิธิเอเชีย โดยทดลองสอนครั้งแรกที่วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตรและที่โรงเรียนสายน้ำทิพย์ ปี พ.ศ. 2515 รัฐบาลไทยได้ตั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีขึ้น เพื่อส่งเสริมและการพัฒนาหลักสูตรวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ซึ่งนำวิธีการสอนนี้เป็นที่รู้จักอย่างกว้าง (วีรยุทธ วิเชียรโชติ 2525 66 ; สุระ สนั่นเสียง 2536 : 38)

กู๊ด (Good. 1973 : 303) ได้ให้คำจำกัดความของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนว่ามีลักษณะเป็นแบบเดียวกับการสอนโดยวิธีแก้ปัญหา (Problem Solving Approach) โดยระบุลักษณะสำคัญคือ

1. เป็นการเรียนจากกิจกรรมที่จัดขึ้น
2. ผู้เรียนใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ในการทำกิจกรรม

คาริน (Carin. 1993:86) กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวน เป็นกระบวนการที่เมื่อพบปัญหาแล้วมีการตั้งสมมุติฐานหรือหาคำตอบที่เป็นไปได้ ทดสอบสมมติฐานนั้น ด้วยข้อมูลที่รวบรวมได้ แล้วพยายามที่จะประยุกต์ข้อสรุปนั้นมาเป็นความรู้ใหม่ โดยมีประเด็นหลักอยู่ที่กระบวนการ (Process) มากกว่าผลผลิต

รุ่งทิวา จักร์กร (2527 : 56 - 57) ได้อธิบายถึงวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนว่า เป็นการค้นหาความรู้หรือความจริง โดยเน้นที่วิธีการได้มาซึ่งความจริงมากกว่าตัวของความจริงซึ่งเป็น

ผลผลิตของการค้นคว้า เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการแสวงหาความรู้ใหม่ได้เองจากการเก็บรวบรวมข้อมูล สังเกต พิจารณาหาเหตุผลจนเกิดความเข้าใจใหม่ๆ เกิดความรู้จักของใหม่ๆ

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 92) กล่าวว่า การสอนสืบสวนสอบสวนเป็นกระบวนการตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์อันหนึ่งอันใดในการค้นหาความจริง การสืบสวนสอบสวนเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยสถานการณ์นั้น จึงเป็นปัญหาสำหรับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนต้องค้นหาสาเหตุเพื่อมาอธิบายปัญหานั้น โดยผู้เรียนและผู้สอนเป็นผู้สืบสวนสอบสวนด้วยการตั้งคำถาม จุดมุ่งหมายปลายทางคือ ผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ด้วย

สมชาย ชูชาติ (2538 : 82) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบสืบสวนเป็นการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์เช่นเดียวกับวิธีการสอนแบบแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการใช้สติปัญญาของผู้เรียน

สุพิน บุญชูวงศ์ (2538 :61) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นวิธีสอนที่ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้โดยใช้กระบวนการทางความคิด หาเหตุผล จนค้นพบความรู้หรือแนวทางแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยผู้สอนต้องตั้งคำถามประเภทกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาได้เอง และสามารถนำการแก้ปัญหานั้นมาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

วิชิต สุรัตน์เรืองชัย (2540 : 82) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน หมายถึงการสอนเน้นให้ผู้เรียนค้นคว้าความรู้ด้วยตนเองโดยใช้การสังเกต สอบถาม และทดลองจนได้ข้อสรุป

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 16) กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนแบบสืบค้น (Inquiry Instruction) เป็นการใช้คำถามที่มีความหมาย เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสืบค้นหรือค้นหาคำตอบในประเด็นที่กำหนดให้ เน้นการให้ผู้เรียนรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง

กรมวิชาการ (2544 : 36) กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวน หมายถึงการสอนที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ โดยใช้กระบวนการคิดหาเหตุผล จนค้นพบความรู้หรือแนวทางแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยครูตั้งคำถามประเภทกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้ความคิดหาวิธีการแก้ปัญหาและสามารถนำวิธีการแก้ปัญหานั้นมาแก้ปัญหา

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์ (2544 : 12) กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดเพื่อค้นคว้าหาความรู้ความจริงด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามประเภทกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ค้นคว้าวิธีแก้ปัญหาได้เอง

กัลยา ทองสุ (2545 : 6) กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวน หมายถึง การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและมุ่งให้ผู้เรียนค้นหาความรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูมีหน้าที่ เพื่อส่งเสริมช่วยเหลือและใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นพบวิธีการแก้ปัญหานั้นๆ

สุวิทย์ คำมูล และอรทัย มูลคำ (2545 : 136) กล่าวว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน คือ กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักศึกษาหาความรู้ โดยผู้สอนตั้งคำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการทางความคิดหา

เหตุผลจนค้นพบความรู้ความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง สรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์หรือวิธีการในการแก้ปัญหา และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์

จากการศึกษาค้นคว้าสรุปได้ว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวน หมายถึง วิธีการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยอาศัยหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์ ในการหาคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่ครูกำหนดขึ้น โดยครูผู้สอนมีหน้าที่คอยแนะนำปรึกษา ส่งเสริม ช่วยเหลือ และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้ค้นพบวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของปัญหาหรือสถานการณ์นั้นๆ

3.2 เป้าหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

เบล (Bell.1978 : 342) ได้กล่าวถึง เป้าหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

1. พัฒนาทักษะทางสมองในการค้นคว้าและพัฒนากระบวนแสวงหาความรู้
2. เรียนหลักต่างๆทางตรรกศาสตร์
3. เข้าใจเหตุผลที่สัมพันธ์กัน
4. เรียนวิธีการถามหรือสอบสวนอย่างเป็นอิสระ
5. ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆซึ่งนำไปสู่นัยทั่วไปทางคณิตศาสตร์
6. ให้คุณค่าแก่กลวิธีการสืบสวนเสมือนเป็นวิธีที่นำไปสู่การค้นพบและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
7. เข้าใจวิธีต่างๆ ของการพิสูจน์และการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
8. ได้รับความเข้าใจดียิ่งขึ้นเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์และธรรมชาติของการเรียน
9. ค้นพบวิธีการและหลักการทางวิทยาศาสตร์
10. ได้วิธีทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม

สุพิน บุญชูวงศ์ (2532 : 58) ได้กล่าวถึงจุดหมายในการสอนแบบสืบสวนสอบสวนดังนี้

1. กระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักทำการสืบสวนสอบสวนค้นคว้าความรู้ด้วยตนเอง
2. ฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล
3. ฝึกให้ผู้เรียนใช้ความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น เป้าหมายในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ในการศึกษาวิจัยมีดังนี้

1. พัฒนาทักษะทางสมอง ของผู้เรียนในการค้นคว้าและพัฒนากระบวนแสวงหาความรู้โดยวิธีและหลักการทางวิทยาศาสตร์
2. ผู้เรียนเข้าใจวิธีต่างๆ ของการพิสูจน์โดยการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเป็นการฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล
3. ให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
4. ผู้เรียนได้รู้วิธีการถามหรือสอบสวนอย่างเป็นอิสระ

5. ให้คุณค่าในกลวิธีการสอบสวนสืบสวนเสมือนเป็นวิธีที่นำไปสู่การค้นพบและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3 รูปแบบและขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

บรูเนอร์ (Bruner. 1966 : 89) ได้เสนอกระบวนการสืบสวนสอบสวนไว้เป็น 4 ขั้นตอน ซึ่งเป็นที่รู้จักกันในชื่อ OEPC Techniques ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. **ขั้นสังเกต (Observation - O)** เป็นที่สำคัญที่สุดอันดับแรกของกระบวนการแสวงหาความรู้ ขั้นสังเกตนี้ครูจัดสถานการณ์นั้นๆ ว่ามีอะไรเป็นสาเหตุ เพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น โดยพยายามหาแนวทางในการอธิบายไว้หลายๆ ทางตามแบบของการตั้งสมมติฐานต่อไป

2. **ขั้นอธิบาย (Explanation-E)** เมื่อใช้การสังเกตการเก็บรวบข้อมูลในขั้นแรกแล้วต่อไปพยายามอธิบายสถานการณ์หรือปรากฏการณ์นั้นๆ ว่ามีอะไรเป็นสาเหตุ เพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้นโดยพยายามหาแนวทางในการอธิบายไว้หลายๆ ทางตามแนวทางในการอธิบายไว้หลายๆ ทางตามแบบของการตั้งสมมติฐาน

3. **ขั้นทำนายหรือคาดคะเน (Prediction - P)** เมื่อทดลองสมมติฐาน เพื่อหาทางอธิบายว่าปัญหาเหล่านั้นมีสาเหตุจากอะไรแล้วผู้เรียนก็พอจับเค้าโครงของปัญหาได้ชัดขึ้น ฉะนั้นจะสามารถคาดคะเนได้ว่า ถ้าสาเหตุเช่นเดียวกันอีก จะเกิดอะไรตามมา แม้ว่าไม่มีสถานการณ์เช่นปรากฏให้เห็นจริงๆ

4. **ขั้นควบคุมและสร้างสรรค์(Control and creativity -C)** คือ ขั้นที่สามารถนำแนวคิดที่ไดรับไปใช้ในการแก้ปัญหากับสถานการณ์อื่นๆ ได้อย่างถูกต้อง

สรุปขั้นตอนของกระบวนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนของบรูเนอร์ได้ดังภาพประกอบ

$\xrightarrow{\quad}$ $\xrightarrow{\quad}$ $\xrightarrow{\quad}$

---------- O ---------- E ---------- P ---------- C

ความรู้เดิม สังเกต อธิบาย ทำนาย ควบคุมและสร้างสรรค์

ภาพประกอบ 4 แสดงขั้นตอนของกระบวนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนของบรูเนอร์

เบล (Bell.1978 : 240 – 258) กล่าวถึงรูปแบบการสอนแบบสืบสวนสอบสวนในวิชาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 4 ขั้นคือ ขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นพยากรณ์และทดลอง และขั้นนำไปใช้ดังนี้

1. ขั้นสังเกต สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเผชิญกับสถานการณ์ที่ฉงนสงสัยหรือพยายามค้นพบหลักการ โดยสังเกต วิเคราะห์ ประเมินสถานการณ์ และตั้งคำถามผู้แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพและนักคณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จมากที่สุดคือคือผู้ที่ตั้งคำถามดีที่สุด

คำถามที่ดีจะนำไปสู่หลักการที่มีประโยชน์และคำถามที่ดีจะมีผลในการแก้ปัญหาที่ยากการหาสิ่งที่เป็นประโยชน์และน่าสนใจในการสืบสวนสอบสวนทางคณิตศาสตร์จะต้องดูว่าสิ่งที่กำหนดให้

คืออะไร และสืบสวนสอบสวนโดยพิจารณาตามสิ่งที่กำหนดให้นั้น การสืบสวนสอบสวนมิได้ต้องการเพียงผลเท่านั้น ควรจะสืบสวนให้มากกว่าที่ต้องการการตั้งคำถาม เช่น

1.1 ทำไมวิธีการนี้จึงทำได้
1.2 ทำไมวิธีการนี้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง
1.3 มีวิธีที่ดีกว่านี้หรือไม่
1.4 มีรูปแบบทั่วไปหรือไม่
1.5 ทฤษฎีบทนี้ทำให้นึกถึงทฤษฎีบทอื่นหรือไม่
1.6 ปัญหานี้เป็นปัญหาหนึ่งของปัญหาทั่วไปหรือไม่
1.7 จะสรุปเป็นรูปแบบทั่วไปหรือไม่
1.8 อะไรเป็นข้อแตกต่างระหว่างสถานการณ์ทั้งสองเหล่านั้น
1.9 มีอะไรคล้ายคลึงกันระหว่างระบบคณิตศาสตร์เหล่านี้
1.10 จากตัวอย่างนี้เป็นที่สังเกตได้นี้เป็นตัวแทนของกรณีทั่วไปได้หรือไม่
1.11 มีตัวอย่างคัดค้านหรือไม่
1.12 มีวิธีที่แก้ปัญหาดีกว่านี้ไหม
1.13 มีอะไรเกิดขึ้นกับสิ่งเหล่านี้ไหม
1.14 มีการคงเส้นคงวาเกิดขึ้นหรือไม่
1.15 เรื่องราวหรือข้อมูลที่ได้นี้น่าจะยอมรับได้หรือไม่
1.16 หลักการที่หาได้จะขยายต่อไปได้อีกไหม
1.17 ตัวอย่างต่าง ๆที่แสดงมโนมติคืออะไร

ฯลฯ

2. ขั้นอธิบาย ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ เพื่อขจัดความสงสัยโดยการใช้เหตุผลเป็นการวิเคราะห์การแก้ปัญหาไปสู่เหตุ ขั้นนี้เป็นขั้นรวบรวมความรู้และข้อมูลเพื่อนำมาแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆซึ่งมี 2 ประการ

1. ในการที่จะแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาต้องมีเทคนิคในการแก้ปัญหาและเรียนรู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. ในการแก้ปัญหาต้องรู้แหล่งความรู้ รู้จักวิเคราะห์สังเคราะห์ความรู้นั้น ตลอดจนรู้จักรวบรวมข้อมูลและเรียงความรู้ให้เป็นระบบ การตั้งคำถามนับว่าเป็นสิ่งสำคัญ ควรมีการตั้งคำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

2.1 มีข้ออ้างอิงที่เป็นมาตรฐานในเร่องนี้หรือเปล่า
2.2 ข้ออ้างอิงนั้นหาได้ที่ไหน
2.3 แหล่งอื่น ๆ ของความรู้คืออะไร
2.4 แหล่งความรู้นั้นเชื่อถือได้เพียงใด
2.5 คุณภาพของความรู้ที่ได้รับนี้ดีเพียงใด

2.6 ความรู้นี้ใช้ประโยชน์ได้อย่างไร

2.7 ความรู้นี้เป็นหมวดหมู่และจัดระเบียบอย่างไร

2.8 มโนคติ หลักการ และวิธีการใดที่มีในแหล่งความรู้

2.9 ความรู้นี้สัมพันธ์กับปัญหาที่กำลังพิจารณาหรือไม่

2.10 ความรู้ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้เพียงไร

2.11 ความรู้หรือวิธีการดำเนินการเหล่านี้จะนำไปใช้กับสถานการณ์อื่นได้ไหม ฯลฯ

3. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ เป็นขั้นที่นำข้อมูลที่ได้มาอภิปรายปัญหาหรือข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ และพยากรณ์ผลหรือทำการทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้นำไปสู่ข้อสรุป เป็นขั้นซึ่งเกิดการค้นพบ การแก้ปัญหาในขั้นนี้เป็นการสร้างหลักการและความสัมพันธ์ต่างๆ แยกแยะโครงสร้างและนำไปสู่ข้อสรุป

ผู้ที่เกี่ยวข้องในการทดสอบแบบสืบสวนสอบสวน ควรมีความสามารถพิเศษที่จะวิเคราะห์ สังเคราะห์ ตลอดจนรู้จักประเมินผลงาน กิจกรรมในช่วงนี้จะต้องรู้จักจัดข้อมูลเป็นหมวดหมู่ มองหาความสัมพันธ์ ค้นหารูปแบบ และสรุปเป็นนัยทั่วไป

4. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นำเอาความรู้ที่ค้นพบไปใช้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้แก่ การวิเคราะห์และประเมินกระบวนการสืบสวนสอบสวน ทั้งนี้เพื่อสร้างความเข้าใจให้ดีขึ้นและปรับปรุงการสืบสวนสอบสวน ในขั้นนี้เป็นการพิจารณากระบวนการสืบสวนสอบสวนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์แต่ละเนื้อหาย่อมมีวิธีสืบสวนสอบสวนของมัน จุดประสงค์อันหนึ่งของผู้สืบสวนสอบสวนในแต่ละเนื้อหาก็คือการปรับปรุงกลการสืบสวนสอบสวนที่กกระทำอยู่และรวบรวมกกระบวนการสืบสวนสอบสวนเพื่อนำไปพัฒนาและใช้กับเนื้อหาอื่นๆ ต่อไป

สิ่งที่ต้องการพิจารณา ก็คือ กระบวนการสืบสวนสอบสวนตั้งแต่ต้นจนจบวิธีการดำเนินการที่เหมาะสมในการที่จะวิเคราะห์และประเมินการสืบสวนสอบสวน ก็คือการถามและพยายามหาคำตอบตัวอย่างคำถามซึ่งจะนำมาใช้ในขั้นที่ 4 ตามที่ เบล (Bell.1978 : 240 – 258) กล่าวไว้มีดังต่อไปนี้

4.1 วิธีการที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเป็นอย่างไร

4.2 อะไรเป็นตัวกระตุ้นให้ค้นพบนัยทั่วไป

4.3 รูปแบบอะไรที่ค้นพบ

4.4 ความรู้และวิธีการที่จะนำไปสู่การค้นพบแบบไม่คงเส้นคงวาคืออะไร

4.5 แหล่งความรู้อะไรที่ใช้มากที่สุด

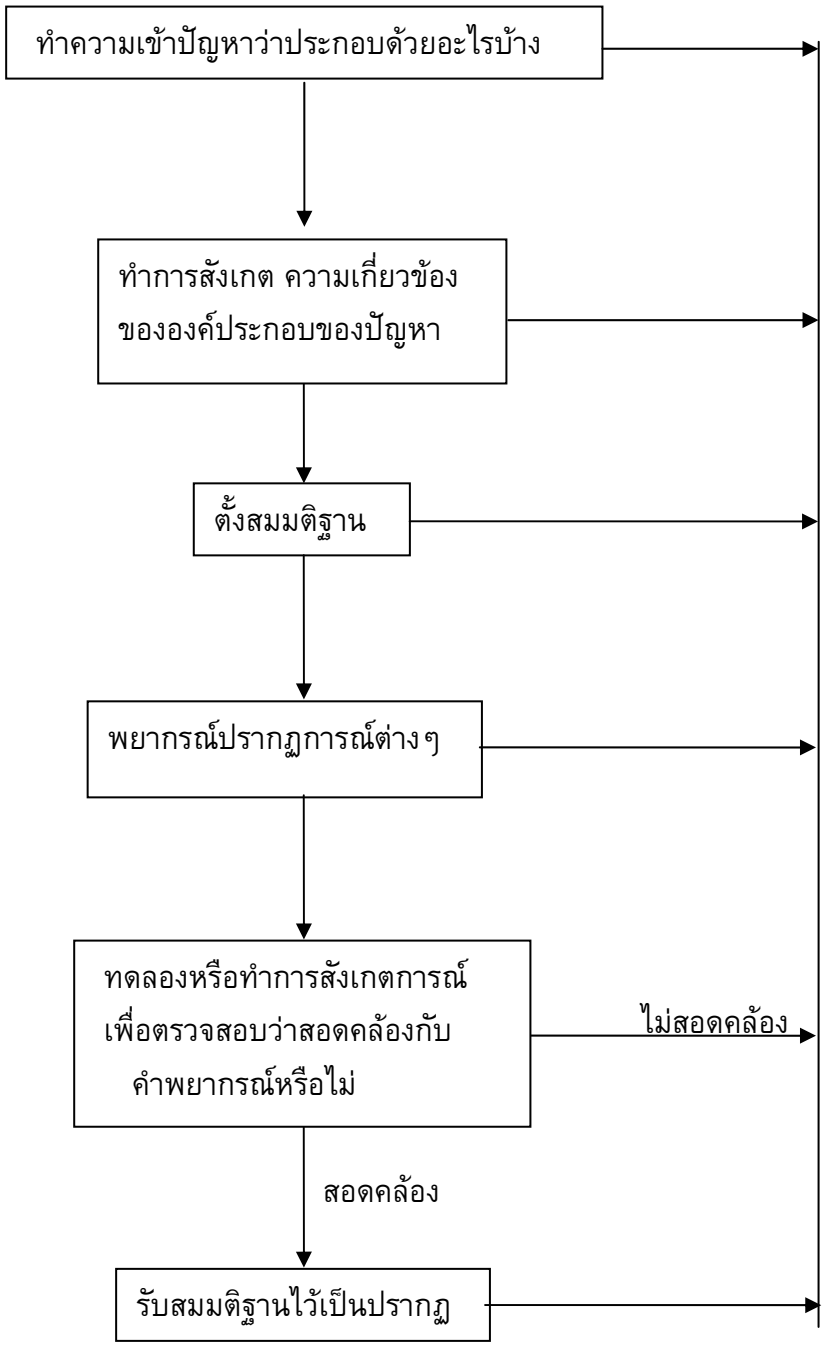
4.6 วิธีดำเนินการอะไรที่เคยทำและรบรวบรวมข้อมูลอย่างไร

4.7 ใช้รูปแบบการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลรูปแบบใดในการแก้ปัญหา

4.8 กระบวนการคิดอะไรที่นำมาใช้กระทั้งหาข้อสรุปได้

4.9 วิธีการแก้ปัญหานำไปใช้ได้ทั่วไปและประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ไหม

วิรุฬห์ บุญสมบัติ (2521 : 10) อธิบายขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ดั้งนี้



ภาพประกอบ 5 ขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 96-97) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสืบสวนสอบสวนในวิชาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ว่า

ขั้นที่ 1 สอนผู้เรียนว่าจะใช้วิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนอย่างไร และจะเรียนคณิตศาสตร์โดยการผ่านการสืบสอบ ก็คือ การอธิบาย และอภิปราย 4 ขั้นตอนของกระบวนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ผู้เรียนควรอภิปรายเกี่ยวกับการตั้งคำถามและกิจกรรมการตั้งคำถามและกิจกรรมซึ่งกำหนดให้ภายใต้กระบวนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนผู้เรียนควรรวบรวมคำถามและกิจกรรมเพิ่มขึ้นเพื่อใช้ในแต่ละขั้นของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนให้ประสบความสำเร็จ

ขั้นที่ 2 ในขั้นนี้ผู้สอนควรจะแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักแหล่งการเรียนรู้และวิธีรวบรวมข้อมูลเมื่อใช้ในการแก้ปัญหา ผู้สอนควรจะฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการวิเคราะห์ สังเคราะห์ด้วยวิธีการฝึกตั้งคำถาม เพื่อมองเห็นแนวทางว่าจะรวบรวมข้อมูลอย่างไร

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นที่จัดรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแนวทางสรุปปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนควรทำงานตามลำพังหรือเป็นกลุ่มย่อย ผู้สอนช่วยเหลือเพียงเล็กน้อย ผู้เรียนใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา กระบวนการสืบสวนสอบสวนจึงไปเป็นอย่างช้าๆ ข้อสำคัญก็คือ ผู้สอนต้องหลีกเลี่ยงการแทรกแซงและบอกผู้เรียนว่าทำอย่างไร

ขั้นที่ 4 การวิเคราะห์และประเมินวิธีการสืบสวนสอบสวนเป็นเรื่องที่สำคัญที่สุดของกระบวนการสืบสวนสอบสวน ในขั้นนี้ผู้เรียนจะตั้งคำถามว่าฉันได้เรียนรู้เกี่ยวกับอะไรบ้าง ผู้เรียนจะเข้าใจดียิ่งขึ้นโดยการประเมินด้วยตนเอง คำถามจะมีทั้งของครูผู้สอนและผู้เรียน ผู้เรียนควรตอบคำถามทุกคำถาม ผู้สอนควรมีบทบาทมากขึ้นในการถามนำเพื่อให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์และประเมิน เมื่อสิ้นสุดการเรียนผู้เรียนควนจะถามตัวเองว่า “ฉันได้เรียนอะไรเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และฉันเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีสืบสวนสอบสวนอย่างไร”

วิชิต สุรัตน์เรืองชัย (2540 : 82) กล่าวถึง ขั้นตอนการสืบสวนสอบสวนไว้ 4 ขั้นดังนี้

1. สังเกต เป็นขั้นตอนที่ครูผู้สอนกำหนดสถานการณ์ปัญหาหรือเรื่องราวหรือการทดลองที่น่าสนใจ ให้ผู้เรียนสังเกตและเกิดความสงสัยขึ้นหากผู้เรียนสังเกตแล้วไม่เกิดความสงสัยหรือเกิดปัญหาขึ้น ครูผู้สอนอาจชี้นำปัญหาให้ผู้เรียนก็ได้

2. ทำนาย เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนคาดเดาคำตอบของปัญหาที่สงสัย โดยก่อนที่จะทำนายผู้เรียนจะทำการสืบสวนสอบสวน โดยใช้คำถามต่างๆ กับครูเพื่อให้ได้ข้อมูลมากที่สุดครูจะตอบเพียงกว้างๆ ในหลักการ ไม่ตอบคำถามโดยตรง เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนใช้คำถามอย่างกว้างขวางลึกซึ้ง จากนั้นผู้เรียนจะทำนายคำตอบของปัญหาในขั้นแรก

3. ทดลอง เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนดำเนินการพิสูจน์คำตอบที่ครูผู้สอนเตรียมไว้ หรือหากเป็นปัญหาที่ไม่ต้องทดลองเพื่อหาคำตอบก็อาจใช้การศึกษาค้นคว้าหรือวิธีการอื่นใด เพื่อพิสูจน์คำทำนายดังกล่าว

4. สรุป เป็นขั้นตอนการสรุปผลการทดลองหรือศึกษาค้นคว้าว่าคำตอบที่ทำนายไว้ถูกหรือผิดและสรุปเป็นความรู้ใหม่ต่อไป

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542:17) กล่าวถึง ขั้นตอนกระบวนการสืบค้น (Inquiry process) ไว้ 5 ขั้นตอน

1. กำหนดปัญหา

1.1 จัดสถานการณ์หรือเรื่องราวที่น่าสน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียน สังเกต สงสัยในเหตุการณ์หรือเรื่องราว

1.2 กระตุ้นให้ผู้เรียนระบุปัญหาจากการสังเกตว่าอะไรคือปัญหา

2. กำหนดสมมติฐาน

2.1 ตั้งคำถามให้ผู้เรียนร่วมกันระดมความคิด

2.2 ให้ผู้เรียนสรุปสิ่งที่คาดว่าเป็นคำตอบของปัญหานั้น

3. รวบรวมข้อมูล

3.1 มอบหมายให้ผู้เรียนไปค้นคว้าหาข้อมูลจากเอกสารหรือแหล่งข้อมูลต่างๆ

3.2 ให้ผู้เรียนวิเคราะห์และประเมินว่า ข้อมูลนั้นมีความเกี่ยวข้องกับปัญหาหรือไม่ มีความถูกต้องน่าเชื่อเพียงไร

4. ทดสอบสมมติฐาน

4.1 ให้ผู้เรียนนำข้อมูลที่ได้มาร่วมกันอภิปราย เพื่อทดสอบสมมุติฐาน

5. สร้างข้อสรุป

5.1 ให้ผู้เรียนสรุปว่า ปัญหานั้นมีคำตอบหรือข้อสรุปอย่างไร อาจสรุปในรูปของรายงานหรือเอกสาร

กรมวิชาการ (2544 : 36-37) กล่าวถึง ขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ 5 ขั้นดังนี้

1. ขั้นการสังค์กัปแนวหน้า คือ ขั้นที่ครูปูพื้นฐานความพร้อมในด้านความรู้ให้แก่ผู้เรียน

2. ขั้นสังเกต คือ ครูสร้างสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือเป็นการแสดงละครปริศนา เพื่อให้ผู้เรียนสังเกตสภาพการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่เป็นปัญหานั้น ขั้นนี้ครูส่งเสริมให้ผู้เรียนฝึกคิด วิเคราะห์ ทำความเข้าใจ แปลความหมาย และจัดโครงสร้างความคิดในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้สอดคล้องกับสภาพปัญหาและแรงจูงใจให้ผู้เรียนเกิดความกระหายใคร่จะแสวงหาความจริง

3. ขั้นอธิบาย เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนหาคำอธิบายหรือสาเหตุของปัญหาในรูปของเหตุผล ขั้นนี้ผู้เรียนฝึกการตั้งทฤษฎีหรือสมมติฐานเพื่ออธิบายที่มา สาเหตุของปัญหานั้นเป็นการฝึกวิเคราะห์ระบบจากผลไปหาเหตุ

4. ขั้นทำนาย ให้ผู้เรียนรู้จักหาแนวทางหรือวิธีที่จะพิสูจน์ทำนายผลหรือพยากรณ์ได้ว่าผลจะเป็นอย่างไร จะเกิดอะไรขึ้น เป็นการทดสอบสมมติฐานหรือพิสูจน์ทฤษฎีที่ตั้งขึ้น

5. ขั้นควบคุมและสร้างสรรค์ เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนนำหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีการแก้ปัญหามาใช้ประโยชน์ในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงสิ่งแวดล้อมในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ลักษณะพิเศษของวิธีสอนแบบนี้คือ ก้าวไกลกว่าการสอนแบบวิทยาศาสตร์ ในด้านที่คิดไปถึงการใช้ประโยชน์ต่อไปด้วย ไม่จำกัดเฉพาะแต่การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นเท่าไร

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545 :138-141) กล่าวถึง ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

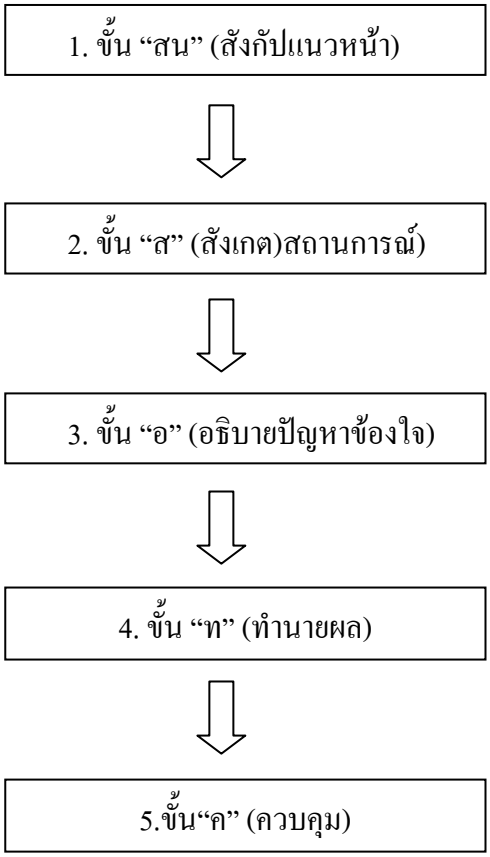
1. ขั้น "สน" คือขั้นของการให้สังค์กัปแนวหน้า ซึ่งได้แก่ การเตรียมความพร้อมทางการเรียนให้กับผู้เรียน โดยการดังเอาความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่สอนมาให้สัมพันธ์กันรวมทั้งปูพื้นฐานความรู้ใหม่ที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้สังค์กัป ลักษณะร่วมของสถานการณ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

2. ขั้น "ส" คือ ขั้นของการสังเกตสถานการณ์ที่เป็นปัญหาในขั้นนี้จะสร้างสถานการณ์ปัญหาขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนสังเกตและวิเคราะห์องค์ประกอบและธรรมชาติของปัญหาอย่างละเอียดการเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนสังค์กัป ลักษณะร่วมของสถานการณ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

3. ขั้น "อ" คือ ขั้นของการอธิบายปัญหาข้องใจ โดยอาศัยความสามารถในการหาเหตุผลมาอธิบายถึงสาเหตุของปัญหา ส่วนมากการอธิบายมักจะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างเหตุผลแบบฟังก์ชัน ขั้นนี้เป็นจุดเริ่มต้นของความสามารถในการสร้างทฤษฎีขึ้นมาสำหรับอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ การเรียนที่สำคัญที่สุดในขั้นนี้คือการเรียนรู้หลักว่า เมื่อปรากฏผลออกมาในรูปของปัญหาอย่างนี้ อะไรควรเป็นเหตุหรือสาเหตุของการเกิดผลอันนั้น

4. ขั้น "ท" คือ ขั้นของการทำนายผลเมื่อเราแปรเหตุเป็นขั้นตอนของการตั้งสมมติฐานเพื่อจะทดสอบดูว่าคำอธิบายขั้นที่ 3 ว่าถูกต้องมากน้อยเพียงใด และยังเป็นการคาดคะเนผลของสาเหตุต่างๆ ทั้งนี้ เพื่อฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างรอบคอบ การเรียนที่สำคัญในขั้นนี้คือการเรียนรู้วิธีแก้ปัญหาโดยหลักการที่เรียนรู้ในขั้นที่ 3 มาใช้

5. ขั้น "ค" คือ ขั้นของการควบคุมและสร้างสรรค์ทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและภายในเป็นขั้นที่นำผลของการแก้ปัญหามาปฏิบัติใช้ในชีวิตจริง เพื่อให้เกิดการควบคุมสิ่งแวดล้อมภายใน (ทางจิตใจ) ขั้นนี้ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความคิดสร้างสรรค์ ฉะนั้นการเรียนที่สำคัญในขั้นนี้ คือการเรียนรู้วิธีสร้างสรรค์ ซึ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนดังกล่าวอาจสรุปเป็นภาพประกอบ 4 ได้ดังนี้



ภาพประกอบ 6 แสดงขั้นตอนการจัดการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ. และอรทัย มูลคำ. (2545). 21 วิธีการเรียนรู้. หน้า 141

จากการศึกษาค้นคว้าจากนักการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า ขั้นตอนการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนมีหลายขั้นตอน แต่ละขั้นตอนไม่ยุ่งยากและซับซ้อนมากเกินไปครูผู้สอนสามารถนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนได้ตามความเหมาะสม ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ยึดแนวทางของ สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545:138-141) ,วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 17) , เบล (Bell.1978:240 – 258) ซึ่งสรุปเป็นขั้นตอนครั้งนี้ 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียมความพร้อม คือ เป็นขั้นการเตรียมความพร้อมทางการเรียนให้กับผู้เรียน โดยการนำเอาความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่สอนมาให้สัมพันธ์กันรวมทั้งปูพื้นฐานความรู้ใหม่ที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ ในลักษณะร่วมของสถานการณ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

2. ขั้นสังเกต เป็นขั้นที่ครูผู้สอนกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือเรื่องราวที่น่าสนใจ ขั้นนี้จะสร้างสถานการณ์ปัญหาขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนสังเกตและวิเคราะห์องค์ประกอบและธรรมชาติของปัญหาอย่างละเอียดการเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้ในลักษณะร่วมของสถานการณ์ขององค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

3. ขั้นอธิบาย เป็นขั้นที่ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ โดยอาศัยความสามารถในการหาเหตุผลมาอธิบายถึงสาเหตุของปัญหา ส่วนมากการอธิบายมักจะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างเหตุผลแบบฟังก์ชัน ขั้นนี้เป็นขั้นรวบรวมความรู้และข้อมูลเพื่อนำมาแก้ปัญหาหรืออธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ การเรียนที่สำคัญที่สุดในขั้นนี้คือการเรียนรู้หลักว่า เมื่อปรากฏผลออกมาในรูปของปัญหาอย่างนี้ ว่ามีอะไรเป็นสาเหตุ เพราะเหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น โดยพยายามหาแนวทางในการอธิบายไว้หลายๆ ทางตามแนวทางในการอธิบายไว้หลายๆ ทาง หรืออาจเรียกขั้นนี้ว่า ขั้น “ *การตั้งสมมุติฐาน* ”

4. ขั้นทดสอบและทำนายผล คือ เป็นขั้นที่นำข้อมูลที่ได้มาอภิปรายปัญหาหรือข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ และพยากรณ์ผลหรือทำการทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้นำไปสู่ข้อสรุป เป็นขั้นซึ่งผู้เรียนเกิดการค้นพบ เป็นการสร้างหลักการและความสัมพันธ์ต่างๆ แยกแยะโครงสร้างและนำไปสู่ข้อสรุป การเรียนที่สำคัญในขั้นนี้คือ เป็นการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักวิธีการในการแก้ปัญหาหรือวิธีการที่จะพิสูจน์ทำนายผลหรือพยากรณ์ได้ว่า ผลจะเป็นอย่างไร จะเกิดอะไรขึ้น เป็นการทดสอบสมมุติฐาน เพื่อจะทดสอบดูว่าคำอธิบาย ขั้นที่ 3 ว่าถูกต้องมากน้อยเพียงใด และยังเป็นการให้ผู้เรียน สรุปว่า ปัญหานั้นมีคำตอบหรือข้อสรุปอย่างไรอาจสรุปในรูปของรายงานหรือเอกสาร หรืออาจเรียกขั้นนี้ว่า ขั้น “ *สรุปผล* ”

5. ขั้นควบคุมและนำไปใช้ คือ ขั้น การส่งเสริมให้ผู้เรียนนำหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีการแก้ปัญหามาใช้ประโยชน์ในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้ในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ลักษณะพิเศษของวิธีสอนแบบนี้คือ ก้าวไกลกว่าการสอนแบบวิทยาศาสตร์ ในด้านที่คิดไปถึงการใช้ประโยชน์ต่อไปด้วย ไม่จำกัดเฉพาะแต่การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นเท่าไร

3.4 บทบาทของครูในการจัดการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

คาลลาฮาน และคนอื่นๆ (Callahan, et al. 1998 : 261-262) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งสรุปไว้ดังนี้

1. ครูมีหน้าที่ให้คำแนะนำกับผู้เรียนมากกว่าบอกให้ผู้เรียนทำตาม
2. ครูตั้งคำถาม เลือกประเด็นที่น่าสนใจเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดและพยายามค้นหาคำตอบ
3. ในขณะที่ผู้เรียนค้นหาคำตอบ ครูควรแนะนำในการค้นพบโดยหาความชัดเจนกับปัญหา
4. ครูพยายามสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่ส่งเสริมการสร้างข้อคาดเดา การตั้งข้อสงสัยและการคิดแก้ปัญหา
5. สนับสนุนให้ผู้เรียนตั้งสมมุติฐานและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ตรวจสอบสมมุติฐานของผู้เรียน
6. ช่วยผู้เรียนในการวิเคราะห์และประเมินความคิดของตนเองเปิดโอกาสให้มีการอภิปรายเปิดในชั้นเรียน และพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนพยายามคิดโดยไม่มีการข่มขู่ เมื่อคำตอบไม่เป็นไปตามที่คาดหวัง

สุพิน บุญชูวงศ์ (2538 : 57) กล่าวว่าในการสอนแบบนี้ ครูเป็นผู้แนะแนวทางคอยให้ความช่วยเหลือและสร้างสถานการณ์ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ ฉะนั้นครูควรมีบทบาท 3 ประการ คือ

1. ป้อนคำถามผู้เรียนเพื่อไปสู่การค้นคว้า ครูจะต้องรู้จักการป้อนคำถามจะต้องรู้ว่าคำถามอย่างไรผู้เรียนจึงเกิดความคิด

2. เมื่อได้ตัวปัญหาแล้วให้ผู้เรียนทั้งชั้นอภิปรายวางแผนการแก้ปัญหา กำหนดวิธีแก้ปัญหาเอง

3. ถ้าปัญหาใดอยากเกินไป ผู้เรียนไม่สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ ครูกับผู้เรียนอาจร่วมกันหาทางแก้ปัญหาต่อไป

กรมวิชาการ (2544 : 36) กล่าวถึง บทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

1. ครูต้องจัดสภาพแวดล้อม สถานการณ์หรือสิ่งเร้าต่างๆ ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนได้ฝึกสังเกต เปรียบเทียบ จนเห็นปัญหาและเกิดความสงสัยใคร่รู้

2. ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนหาสาเหตุของปัญหานั้นด้วยการตั้งคำถาม

3. ให้ผู้เรียนตั้งสมมุติฐานเชิงทำนายแล้วพิสูจน์ แล้วให้ผู้เรียนช่วยกันสรุป

4. ครูส่งเสริมให้ผู้เรียนนำหลักการและนำหลักเกณฑ์ที่ค้นพบไปใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดการควบคุมและสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545 : 145-147) กล่าวถึง บทบาทของผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวน ไว้ดังนี้

1. กระตันให้ผู้เรียนมีความสนใจ คิดปัญหา วางแผนและแก้ปัญหาอย่างมีขั้นตอนและมีเหตุผลในตัวเอง

2. กระตุ้นให้ผู้เรียนหาวิธีการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี และใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา

3. เสริมแรงหรือให้กำลังใจแก่ผู้เรียน

4. ช่วยเหลือ แนะนำ กำกับอย่างใกล้ชิด ตลอดจนเป็นผู้อำนวยความสะดวก เพื่อให้กระบวนการเรียนรู้ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย

5. จัดเตรียมแหล่งการเรียนรู้ที่สำคัญให้แก่ผู้เรียน

6. จัดบรรยากาศและสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน

7. เป็นผู้ให้ข้อมูลย้อนกลับทั้งข้อดีและข้อบกพร่องแก่ผู้เรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า บทบาทที่สำคัญของครูผู้สอนในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน มีดังต่อไปนี้

1. ครูผู้สอนต้องจัดเตรียมแหล่งการเรียนรู้ที่สำคัญ สภาพแวดล้อม สถานการณ์หรือสิ่งเร้าต่างๆ ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนได้ฝึกสังเกต เปรียบเทียบ จนเห็นปัญหาและเกิดความสงสัยใคร่รู้

2. ครูผู้สอนกระตันให้ผู้เรียนมีความสนใจ คิดปัญหา วางแผนและแก้ปัญหาอย่างมีขั้นตอนและมีเหตุผลในตัวเอง

3. ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนหาวิธีการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี และใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา

4. ให้ผู้เรียนตั้งสมมุติฐานเชิงทำนายแล้วพิสูจน์ แล้วให้ผู้เรียนช่วยกันสรุป

5. ครูผู้สอนส่งเสริมให้ผู้เรียนนำหลักการและนำหลักเกณฑ์ที่ค้นพบไปใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้เกิดการควบคุมและสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมในสภาพการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง

6. เสริมแรงหรือให้กำลังใจแก่ผู้เรียน

7. ช่วยเหลือ แนะนำ กำกับอย่างใกล้ชิด ตลอดจนเป็นผู้อำนวยความสะดวก เพื่อให้กระบวนการเรียนรู้ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย

8. เป็นผู้ให้ข้อมูลย้อนกลับทั้งข้อดีและข้อบกพร่องแก่ผู้เรียน

3.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

สมชาย ชูชาติ (2538 : 82) กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนการสอนเพราะเขาจะต้องกำกับการเรียนการสอนด้วยตนเอง ดังนั้นบทบาทของผู้เรียนจึงเป็นผู้มีความกระฉับกระเฉงไม่เป็นผู้ที่เฉื่อยชาต่อไป

2. เป็นการเรียนโดยการเน้นด้วยปัญหาจะมีประโยชน์ต่อผู้เรียนในแง่ที่ว่าฝึกให้เขาเป็นผู้ที่รู้จักลักษณะวิธีการแก้ปัญหา

3. เป็นการเรียนที่ฝึกทักษะและความสามารถในการตัดสินใจ

4. บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนจากผู้บอกมาเป็นผู้ถาม ซึ่งวิธีการดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนกระตือรือร้นมากขึ้น

5. เป็นการยอมรับเจตคติของผู้เรียนแต่ละคนโดยเฉพาะในเรื่องค่านิยมและเจตคติของผู้เรียน เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาค่านิยมและเจตคติไปในด้านที่ดีด้วย

6. บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนแปลงไป ไม่เป็นผู้ควบคุมการเรียนการสอน กายเป็นผู้เรียนไปกับผู้เรียนด้วย

7. ไม่ส่งเสริมการเรียนในเชิงแข่งขันเพื่อคะแนน แต่ผู้เรียนสามารถเรียนไปโดยมุ่งที่จะบรรลุเป้าหมายของตนเอง

ข้อจำกัด

1. ในกรณีที่นำการสอนแบบสืบสวนสอบสวนมาใช้กับกลุ่มผู้เรียนที่มิใช่รายบุคคลแล้ว ผู้เรียนอาจไม่มีโอกาสร่วมกิจกรรมทุกคน มีผู้เรียนเพียงบางคนเท่านั้นที่มีโอกาสในการแสดงความคิดเห็น การตัดสินใจ

2. การสอนแบบสืบสวนสอบสวนนั้นเป็นวิธีที่มุ่งให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล วิธีการดังกล่าวต้องใช้เวลามากพอสมควร แต่การสอนในชั้นเรียนส่วนใหญ่ ผู้สอนมักมีแนวโน้มที่จะเร่งรัดคำตอบหรือข้อโต้ตอบของผู้เรียนเสมอ

3. ในบางครั้งผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าปัญหาหรือประเด็นที่ผู้สอนหยิบยกขึ้นมาเพื่อการสืบเสาะหาความรู้นั้น แท้จริงแล้วผู้สอนมีคำตอบอยู่ในใจไว้ก่อนซึ่งดูเหมือนว่าผู้เรียนถูกตะล่อมให้เป็นไปตามสิ่งที่ผู้สอนคิดไว้แล้ว

วิชิต สุรัตน์เรืองชัย (2540 : 82) กล่าวถึง ข้อดีและข้อด้อยของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ฝึกการคิดหาเหตุผลให้แก่ผู้เรียน
2. บรรยากาศตื่นเต้น น่าสนใจ

ข้อด้อย

1. เตรียมสถานการณ์ที่จะก่อให้เกิดปัญหาให้แก่ผู้เรียนลำบาก เพราะต้องควบคุมให้ผู้เรียนเกิดข้อสงสัยในปัญหาที่กำหนดไว้แล้ว
2. ใช้เวลาเรียนมาก ครูผู้สอนต้องใช้ความอดทนเพื่อตะล่อมกล่อมเกลาผู้เรียน
3. ต้องใช้อุปกรณ์การสอนมาก

ไสว ฟักขาว (2544 : 102-103) กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมคิดอย่างมีเหตุผล และสรุปความรู้ด้วยตนเอง
2. ผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหา
3. ส่งเสริมการแสดงออกของผู้เรียน
4. สร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลาในการสอนมาก
2. เหมาะสำหรับวิชาที่ต้องให้เหตุผล

สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545 : 148-150) กล่าวถึง ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนได้รู้วิธีค้นหาความรู้และการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
2. ความรู้ที่ได้มีคุณค่า มีความหมายสำหรับผู้เรียน เป็นประโยชน์และจดจำได้นาน สามารถเชื่อมโยงความรู้และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
3. เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ มีความอิสระ มีชีวิตชีวา และสนุกสนานกับการเรียนรู้
4. ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิธีและกระบวนการทางวิทยาศาสตร์

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการเรียนรู้แต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้สาระการเรียนรู้ไม่ครบถ้วนตามที่กำหนด

2. ถ้าปัญหาหรือสถานการณ์ง่ายกหรือยากเกินไป ไม่เร้าใจหรือไม่น่าสนใจ จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน

3. เป็นวิธีการที่มีการลงทุนสูง ซึ่งบางครั้งอาจได้ผลไม่คุ้มค่ากับการลงทุน

4. ผู้สอนต้องใช้เวลาในการวางแผนมาก

จากที่กล่าวมาข้างต้นอาจสรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนมีทั้งข้อดีและข้อจำกัดมากพอสมควร ผู้วิจัยจึงสรุป ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ มีส่วนร่วมคิดแก้ปัญหา และสรุปความรู้ด้วยตนเองดังนั้น บทบาทของผู้เรียนจึงเป็นผู้มีความกระฉับกระเฉงไม่เป็นผู้ที่เฉื่อยชาต่อไป

2. เป็นการเรียนโดยการเน้นด้วยปัญหาจะมีประโยชน์ต่อผู้เรียนในแง่ที่ว่าฝึกให้เขาเป็นผู้ที่รู้จักลักษณะวิธีการแก้ปัญหา

3. เป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ มีความอิสระ มีชีวิตชีวา และสนุกสนานกับการเรียนรู้

4. ความรู้ที่ได้มีคุณค่า มีความหมายสำหรับผู้เรียน เป็นประโยชน์และจดจำได้นาน สามารถเชื่อมโยงความรู้และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

5. บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนแปลงไป ไม่เป็นผู้ควบคุมการเรียนการสอน กายเป็นผู้เรียนไปกับผู้เรียนด้วย

6. บทบาทของครูผู้สอนเปลี่ยนจากผู้บอกมาเป็นผู้ถาม ซึ่งวิธีการดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนกระตือรือร้นมากขึ้น

7. ไม่ส่งเสริมการเรียนในเชิงแข่งขันเพื่อคะแนน แต่ผู้เรียนสามารถเรียนไปโดยมุ่งที่จะบรรลุเป้าหมายของตนเอง

ข้อจำกัด

1. ใช้เวลามากในการเรียนรู้แต่ละครั้ง บางครั้งอาจได้สาระการเรียนรู้ไม่ครบถ้วนตามที่กำหนด

2. ถ้าปัญหาหรือสถานการณ์ง่ายกหรือยากเกินไป ไม่เร้าใจหรือไม่น่าสนใจ จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน

3. เป็นวิธีการที่มีการลงทุนสูง ผู้สอนต้องใช้เวลามากในการวางแผน ซึ่งบางครั้งอาจได้ผลไม่คุ้มค่ากับการลงทุน

4. ในบางครั้งผู้เรียนเกิดความรู้สึกว่าปัญหาหรือประเด็นที่ผู้สอนหยิบยกขึ้นมาเพื่อการสืบเสาะหาความรู้นั้น แท้จริงแล้วผู้สอนมีคำตอบอยู่ในใจไว้ก่อนซึ่งดูเหมือนว่าผู้เรียนถูกตะล่อมให้เป็นไปตามสิ่งที่ผู้สอนคิดไว้แล้ว

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

งานวิจัยต่างประเทศ

เมสัน (Mason. 1997 : 58-09A) ได้ศึกษาการเรียนพิชคณิตด้วยตนเองโดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อยของผู้เรียนเกรด 9 มีความมุ่งหมาย เพื่อแสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบที่มีผลต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อยและแสดงให้เห็นว่าองค์ประกอบเหล่านั้นมีผลต่อกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างไร กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนเกรด 9 จำนวน 22 คน ที่เรียนวิชาพิชคณิต ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสนทนาในกลุ่มผลงานของผู้เรียน การเขียนและการบ้านที่ให้ผู้เรียนเขียนเกี่ยวกับการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ในแต่ละวันผู้วิจัยได้สรุปและตีความหมายจากการเรียนรู้ดังกล่าว ผลจากการวิจัย พบว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีจากการสอนโดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อย ซึ่งสามารถสังเกตได้จากการสร้างสรรค์ความรู้ของผู้เรียน ผู้เรียนสามารถเรียนรู้การดำเนินการที่ซับซ้อนและตีความหมายของลักษณะความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ของครูกับผู้เรียนและความสัมพันธ์ของการทดลองกับคะแนน การเรียนรู้ของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับการสร้างประสบการณ์และมุมมองของผู้เรียนแต่ละคน การเรียนรู้ระหว่างบุคคลเกิดขึ้นได้ดีหรือไม่ ขึ้นอยู่กับการพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนแต่ละคนกับผู้เรียนคนอื่นๆ และความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับครู ผู้เรียนแต่ละคนกับครูจะมีอิทธิพลต่อกันและกัน

ทอมสัน (Thomson. 2000 : 61-10B) ได้ศึกษาการสอนแบบสืบสวนสอบสวนและการใช้ตัวแทนในการสืบสวนสอบสวนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย ศึกษาโดยการสังเกตจากครูและผู้เรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสสำหรับคณิตศาสตร์ ในชีวิตโดยดูจากสภาพทั่วๆ ไปของห้องเรียน และทักษะการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมาการบันทึก เทปและวีดีโอและสัมภาษณ์ครู 1 คนกับผู้เรียน 6 คนและผู้เรียน 6 คน และศึกษาจากรายงานการทดลองของผู้เรียน ผลจากการวิจัยพบว่า จุดมุ่งหมายของครูและเวลาเรียนมีผลต่อการพัฒนาการสืบสวนสอบสวน การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจของผู้เรียน และมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์บ่อยครั้ง แต่ถ้ามีเวลาน้อยเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาหัวข้อต่างๆ ในห้องเรียนจะดำเนินไปด้วยคำถามและวิธีการของครู มีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์น้อย ผู้เรียนทั้งสองกลุ่มยังคงไว้ ซึ่งกระบวนการของความคิดรวบยอดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสามารถประยุกต์วิธีการได้ แต่ผู้เรียนมีความเชื่อมั่นในการบอกครูในเรื่องของความสัมพันธ์

โควาลซีค์ (Kowaiczyk. 2003 : 146) ได้ศึกษารายงายความเชื่อของครูประถมศึกษาเกี่ยวกับประโยชน์ บทบาท และความสำคัญของการสอนแบบ Direct Instruction , การสอนแบบค้นพบ (Discovery Method) และการสอนแบบสืบสวนสอบสวน (Inquiry Method) ในการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ในชั้นเรียนของพวกเขา โดยครูจำนวน 82 คนกรอกแบบสอบถาม เกี่ยวกับความเชื่อ , ความคิดเห็น ประโยชน์ และความคิดเห็นเกี่ยวกับการสอนทั้ง 3 แบบ พบว่ารายงานของครูส่วนใหญ่ที่ใช้การสอนทั้ง 3 แบบมีความแตกต่างกันมากในชั้นเรียนของพวกเขา ครูส่วนมากยังเชื่อว่าการสอนทั้ง 3 แบบมีผลตอบรับทางยุทธศาสตร์ได้ดีในการสอนวิทยาศาสตร์ในระดับประถมศึกษา แต่ในขณะที่ความบริสุทธิ์ของการค้นพบมีน้อยมาก ครูยังคงรายงานอยู่ในระดับกลางของความเชื่อมั่นในการสอนวิทยาศาสตร์ แต่ระดับวุฒิภาวะของผู้เรียน รูปแบบการเรียนรู้และเวลา ตารางเรียน เป็นตัวกำหนดบทบาทในการเลือกวิธีการสอนของครูอยู่เสมอ

งานวิจัยในประเทศ

สิริลักษณ์ วงเพชร (2542 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยโดยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้การสอบแบบสืบสวนสอบสวนกับการสอนตามคู่มือครูผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนและการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังจากที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับก่อนได้รับการสอนของกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.5

มนมนัส สุดสิ้น (2543 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความสามารถด้านการวิเคราะห์วิจารณ์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบกับการเขียนแผนผังมโนมติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ ด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ นำไปใช้ และด้านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของผู้เรียน ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบกับการเขียนแผนผังมโนมติกับผู้เรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนความสามารถในการวิเคราะห์วิจารณ์ของผู้เรียน ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบกับการเขียนแผนผังมโนมติกับผู้เรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์ (2544 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ของผู้เรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ลัดดา เพียรประสพ (2545 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนและศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้มาจากสุ่มอย่างง่ายจำนวน 120 คน แล้วแบ่งออกเป็น 3 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 40 คน ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง อัตราส่วน ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กัลยา ทองสุ (2545 : 97) ได้ทำการวิจัยการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่องระบบสมการเชิงเส้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรอุมา ไชยโยธา (2547 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยสร้างและหาประสิทธิภาพชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง แบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่องระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่องระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งต่างประเทศและในประเทศ กล่าวได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เน้นให้ผู้เรียนเกิดองค์ความรู้เองโดยลงมือการปฏิบัติด้วยตนเอง ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนนี้มีผลต่อการพัฒนาความรู้ความสามารถของผู้เรียน ด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ นำไปใช้ และทักษะกระบวนการทางวิทยศาสตร์และยังส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนให้สูงขึ้น และผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้ โดยเฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์และวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่ควรมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองจากการปฏิบัติ

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 685) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำด้านการคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับพื้นฐานแรกสุด แบ่งออกได้เป็น 3 ขั้น ดังนี้

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระยะนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานที่ได้สะสมมาเป็นระยะเวลานาน

1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกถึงศัพท์ และนิยามต่างๆ ได้ คำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อม แต่ไม่ต้องอาศัยการคำนวณหรือความรู้อื่นมาช่วย

1.3 ความรู้ในกระบวนการคำนวณ (Ability of carry out algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง นิยามหรือกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคำนวณตามกระบวนการที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่ายๆ คล้ายตัวอย่าง ผู้เรียนไม่ต้องพบความสามารถในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ เป็นพฤติกรรมที่ถัดจากความรู้ด้านการคำนวณ แบ่งได้เป็น 6 ขั้น ดังนี้

2.1 ความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถในการนำข้อเท็จจริงที่มีอยู่มาประมวลเข้าเป็นความคิดรวบยอดซึ่งจะต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของความคิดรวบยอดนั้นโดยใช้คำพูดของตัวเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง

2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป (Knowledge of principles, rules and generalization) พฤติกรรมขั้นนี้เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดไปสัมพันธ์กับปัญหาได้

2.3 ความรู้ในโครงสร้างคณิตศาสตร์ (Knowledge Mathematical structure) คำถามที่วัดขั้นนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพิชคณิต

2.4 ความสามารถในการแปลงโจทย์จากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นความสามารถใน

การแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ ซึ่งมีความหมายคงเดิม เช่นเปลี่ยนโจทย์ให้อยู่ในรูปของสมการที่มีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงวิธีการหาคำตอบ (Algorithms) จากสมการเพื่อปัญหา

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวเหตุผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วๆ ไป สามารถบอกได้ว่าผลสรุปในแต่ละขั้นมาจากเหตุผล

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) สามารถบอกได้ว่าโจทย์ต้องการหาอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดยังขาดส่วนใด รวมถึงการแปลความหมายข้อความ สมการ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนหรือคล้ายกับแบบฝึกหัด ผู้เรียนสามารถเลือกกระบวนการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมระดับนี้แบ่งเป็น 4 รูปแบบ ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คันเคย (Ability to solve routine problems) ผู้เรียนต้องอาศัยความรู้ด้านการคำนวณและความเข้าใจมาเลือกกระบวนกาสรแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ระหว่างข้อมูล 2 ชุด ซึ่งอาจใช้วิธีการคิดคำนวณและความเข้าใจ เพื่อสรุปการตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการจำแนกและตัดสินได้ว่าข้อมูลส่วนใดจำเป็นต่อการแก้ปัญหาโจทย์ และพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม สามารถแยกปัญหาออกมาพิจารณาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบแผน ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to recognize patterns, isomorphism and symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปแบบปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการสำรวจหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของสมรรถภาพทางสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งรวมถึงพฤติกรรมในขั้นการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินผลของบลูม (Bloom) การค้นคว้าอย่างอิสระ การแก้ปัญหาที่ไม่เคยแก้มาก่อน ประสบการณ์เกี่ยวกับการค้นพบและพฤติกรรมการสร้างสรรค์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มีการถ่ายโยงไปยังสิ่งที่ไม่เคยทำมาก่อน การทดสอบระดับนี้ต้องอาศัยพฤติกรรมการหยั่งรู้โดยรวม (Heuristic behavior) อย่างมาก วัตถุประสงค์สูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะอยู่ในระดับการวิเคราะห์ซึ่งแบ่งได้เป็น 5 ขั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve nonroutine problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ผู้เรียนไม่เคยเห็นมาก่อนต้องอาศัยความสร้างสรรค์ผสมผสานกับความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอด นิยามตลอดจน ทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาไม่ใช้เพียงแต่นำเอาความสัมพันธ์เดิมที่จำได้มาใช้ในข้อมูลชุดชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาสื่อสารเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วพิสูจน์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถในการควบคุมกับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างพฤติกรรมในการพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาด

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและการทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้ในกรณีทั่วไป

ไพศาล หวังพานิช (2526:76) ได้กล่าวไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Academic Achievement) หมายถึงคุณลักษณะและความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดจากการอบรม หรือจากการสอน การวัดผลสัมฤทธิ์เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถของบุคคลหลังจากได้รับการอบรม

อัจฉรา สุขารมณ์ และอรพินท์ ชูชม (2530:10) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ หมายถึง ขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการทำงานที่ต้องอาศัยการทำงานจำนวนหนึ่ง ซึ่งเป็นผลมาจากการกระทำที่อาศัยความสามารถทางร่างกายหรือสมอง ดังนั้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจึงเป็นขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการเรียน โดยอาศัยความสามารถเฉพาะตัวของบุคคล ตัวที่บ่งชี้ถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอาจได้มาจากกระบวนการที่ไม่ต้องอาศัยการทดสอบที่เรียกว่า Nontesting Procedures เช่น การสังเกตหรือการตรวจการบ้าน หรืออยู่ในรูปของเกรดที่ได้มาจากโรงเรียน ซึ่งต้องอาศัยกรรมวิธีที่ซับซ้อนและช่วงเวลาการประเมินที่ยาวนาน หรืออีกวิธีหนึ่งอาจวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วไป จะพบว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นิยมใช้กันทั่วไป มักอยู่ในรูปของเกรดที่ได้จากโรงเรียนเนื่องจากให้ผลที่เชื่อถือได้มากกว่า อย่างน้อยก่อนที่จะทำการประเมินผลการเรียนของผู้เรียน ครูต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆอีกหลายด้าน

จากความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประเมินได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้าง

ขึ้นตามตารางการวิเคราะห์หลักสูตร ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญา เป็นข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือกและอัตนัยที่ได้ตรวจสอบคุณภาพแล้ว โดยแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด (Cognitive Domain) ตามที่วินสัน (Wilson. 1971 : 643 - 685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ ความรู้ความจำ (Computation) ด้านความเข้าใจ (Comprehension) การนำไปใช้ (Application) และการวิเคราะห์ (Analysis)

4.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescolt.1961 : 14-16) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโต สุขภาพร่างกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ๆ ได้แก่ ความสัมพันธ์ของผู้เรียนกับเพื่อนในวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบในทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความเข้าใจ เจตคติต่อการเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตน การแสดงออกทางอารมณ์

แคร์รอล (Carrol. 1963 : 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน โดยการนำของครู ผู้เรียนและหลักสูตรเป็นส่วนประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่ผู้เรียนได้รับ

จากการศึกษาพบว่า มีองค์ประกอบหลายประการที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน เช่น ตัวผู้เรียน เพื่อน ผู้ปกครอง ครอบครัว ห้องเรียน สภาพแวดล้อมอื่น และที่สำคัญคือการสอนของครูผู้สอน

ปณตพร โจทย์กิ่ง (2530:32) กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

1. คุณลักษณะของผู้เรียน ได้แก่ ความพร้อมทางสมอง และความพร้อมทางสติปัญญา ความพร้อมทางด้านร่างกายและความสามารถทางด้านทักษะของร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ ซึ่งได้แก่ ความสนใจ แรงจูงใจ เจตคติและค่านิยม สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจในสถานการณ์ อายุ เพศ

2. คุณลักษณะของผู้สอน ได้แก่ สติปัญญา ความรู้ในวิชาที่สอน การพัฒนาความรู้ทักษะทางร่างกาย คุณลักษณะทางจิตใจ สุขภาพ ความเข้าใจเกี่ยวกับตนเอง ความเข้าใจสถานการณ์ อายุ เพศ

3. พฤติกรรมระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ได้แก่ ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียน ผู้สอนจะต้องมีพฤติกรรมที่มีความเป็นมิตรต่อกัน เข้าอกเข้าใจกัน มีความสัมพันธ์กันดี มีความรู้สึกที่ดีต่อกัน

4. คุณลักษณะของกลุ่มผู้เรียน ได้แก่ โครงสร้างของกลุ่ม ตลอดจนความสัมพันธ์ของกลุ่ม เจตคติ ความสามัคคี และภาวะผู้นำและผู้ตามที่ดีของกลุ่ม

5. คุณลักษณะของพฤติกรรมเฉพาะตัว ได้แก่ การตอบสนองต่อการเรียน การมีเครื่องมือและอุปกรณ์พร้อมในการเรียน ความสนใจต่อบทเรียน

6. แรงผลักดันภายนอก ได้แก่ บ้าน ความสัมพันธ์ระหว่างคนในบ้านดี สิ่งแวดล้อมดี มีวัฒนธรรมและคุณธรรมพื้นฐานดี เช่น ขยันหมั่นเพียร ความประพฤติดี

วิมล ลิ้มเศรษโฐ (2527:33) กล่าวถึงตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในโรงเรียนนั้นประกอบด้วย

1. พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด หมายถึง ความสามารถทั้งหลายของผู้เรียนซึ่งประกอบด้วยความถนัด และพื้นฐานเดิมของผู้เรียน

2. คุณลักษณะด้านจิตวิทยา หมายถึง สภาพการณ์หรือแรงจูงใจที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ใหม่ ได้แก่ ความสนใจ เจตคติที่ดีต่อเนื้อหาวิชาที่เรียน โรงเรียนและระบบการเรียน ความคิดเห็นเกี่ยวกับตนเองและบุคลิกภาพ

3. คุณภาพการสอน ซึ่งได้แก่ การได้รับคำแนะนำ การมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน การเสริมแรงจากครู การแก้ไขข้อผิดพลาด และรู้ผลว่าตนเองกระทำได้ถูกต้องหรือไม่

จากการศึกษาพบว่า มีองค์ประกอบหลายประการที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน เช่น ตัวผู้เรียน เพื่อน ผู้ปกครอง ครอบครัว ห้องเรียน สภาพแวดล้อมอื่น และที่สำคัญคือการสอนของครูผู้สอน

4.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่ง เรวัตและคุปตะ(Rawat and Cupta. 1970 : 7 - 9) ได้กล่าวไว้ว่ามาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้น ได้แก่

1. ผู้เรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลา
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาของบุตร
4. ผู้เรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม

7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี

8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี

9. อายุน้อยหรือมากเกินไป

10. สาเหตุอื่นๆ การคมนาคมไม่สะดวก อพยพย้ายที่อยู่

สำหรับผู้เรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์ วัชรี บูรณสิงห์ (2525 : 435) ได้กล่าวว่า เป็นผู้เรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. มีระดับสติปัญญา (I.Q) อยู่ระหว่าง 75 ถึง 90 (ระดับสติปัญญา 90 - 110 ถือว่ามีสติปัญญาปานกลาง) และคะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 30

2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต่ำกว่าผู้เรียนคนอื่นๆ

3. มีความสามารถในการอ่านต่ำ ต่ำกว่าระดับปานกลางของชั้นเรียนที่ผู้เรียนผู้นั้นอยู่

4. จำหลักเกณฑ์และมโนมติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านมาแล้วไม่ได้

5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ

6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสื่อต่างๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป

7. มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์น้อย สังเกตจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง

8. เจตคติไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะต่อวิชาคณิตศาสตร์

9. มีความรู้สึกกดดันและรู้สึกว้าวุ่นต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเองและบางครั้งรู้สึกดูถูกตัวเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากผู้เรียนคนอื่นๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน

12. ขาดทักษะในการฟังและไม่มีความตั้งใจในการเรียนหรือมีความตั้งในการเรียนในช่วงเวลาสั้นๆ

13. มีข้อบกพร่องด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง และมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ

14. ไม่ประสบความสำเร็จในด้านการเรียนโดยทั่วๆ ไป

15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางอารมณ์และสังคม

กล่าวโดยสรุปว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้นมาจากหลายสาเหตุด้วยกัน แต่สาเหตุหลัก คือ ตัวผู้เรียนมีข้อบกพร่องทางด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ สังคม และการสอนของครู

4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องการผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

บูล (Bull.1993 : 54-07A) ได้ศึกษาเรื่องการสำรวจประสิทธิภาพของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนในระดับเกรด 8 โดยใช้การเรียนแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน แบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองเป็นครูจำนวน 5 คน และผู้เรียนเกรด 8 จำนวน 274 คน และกลุ่มควบคุมเป็นครูจำนวน 4 คน และผู้เรียนเกรด 8 จำนวน 237 คน ซึ่งกลุ่มทดลอง ครูจะสอนโดยใช้ชุดการเรียน “Magic Math” โดยสังเกตการสอนของครูในชั้นเรียน ส่วนกลุ่มทดลองครูจะสอนตามปกติ ผลการศึกษาพบว่า ผู้เรียนที่เรียนจากชุดการเรียน มีความสามารถมากกว่าผู้เรียนที่เรียนตามปกติ

ทอมสัน (Thomson.2001 : 58-A) ได้ทำการศึกษาและเปรียบเทียบเกี่ยวกับหลักสูตรที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนพีชคณิตปีที่ 2 ของนักศึกษาชั้นปีที่ 2 จำนวน 16 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนเป็นตัวชี้วัดแล้วให้ผู้เรียนกลุ่มที่ 1 เรียนตามหลักสูตรปกติ และผู้เรียนอีกกลุ่มเรียนหลักสูตรพีชคณิตชั้นสูง แล้วทำการทดสอบหลังเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบและการตอบแบบอิสระ ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนกลุ่มที่เรียนตามหลักสูตรปกติมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าผู้เรียนที่เรียนหลักสูตรพีชคณิตชั้นสูง

ริโอแดน และนอยซ์ (Riordan and Noyce.2001 : 368- A) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของหลักสูตรมาตรฐานหลักวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนกลุ่มตัวอย่างที่เป็นผู้เรียนเกรด 5 ถึง เกรด 8 ศึกษาโดยการเปรียบเทียบกับผู้เรียน 2 กลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 เรียนตามหลักสูตรเดิม ส่วนกลุ่มที่ 2 เรียนตามหลักสูตรมาตรฐาน ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่เรียนตามหลักสูตรมาตรฐานมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผู้เรียนที่เรียนตามหลักสูตรเดิม

ฟินน์และคนอื่นๆ (Finn,et al.2003:74-A) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของครูกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่เรียนโดยใช้หลักสูตรมาตรฐานหลัก โดยทำการศึกษากับครู 20 คนและผู้เรียน 1,466 คน จาก 26 โรงเรียน ผลการวิจัยพบว่า สิ่งที่สำคัญที่สุด คือ การเตรียมการสอนตามหลักสูตร รองลงมา คือ พฤติกรรมการสอนของครู ซึ่งมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน

งานวิจัยในประเทศ

ธีรนุช นามประเทือง (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติ และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ การหาร ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 40 คนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT ผลการวิจัยพบว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ การหาร ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 89.01/80.36 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง การคูณ การหาร ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 หลังการทดลองใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ การหาร สูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 หลังการทดลองใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT เรื่อง การคูณ การหาร สูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ทดลองใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT เรื่อง การคูณ การหาร มีความคงทนในการเรียนรู้

พงศ์รัศม์ เฟื่องฟู (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในภารเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 1 ห้องเรียน 35 คน ใช้เวลาสอน 12 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนรู้และการประยุกต์เรื่องการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

ขวัญตา พันธ์บ้านแหลม (2546 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง กราฟและการประยุกต์ของกราฟของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 38 คน ปีการศึกษา 2545 ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถทางการเรียน เรื่อง กราฟและการประยุกต์ของกราฟที่ระดับนัยสำคัญ .01

ศรีสมัย สอดศรี (2546: บทคัดย่อ) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 104 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง 52 คน และกลุ่มควบคุม 52 คน ทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กรรณิการ์ แพลอย (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรื่องการแปลงแบบหมุนแกนพิกัดของสมการกำลังสองของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 32 คน 1 ห้องเรียน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนรู้เรื่องการแปลงแบบหมุนแกนพิกัดของสมการกำลังสอง ที่ระดับนัยสำคัญ .01 จากงานวิจัยข้างต้นที่กล่าวมา พบว่า เป็นการวิจัยเพื่อการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้ดีขึ้นโดยใช้นวัตกรรมต่างๆกัน เพื่อที่จะหาวิธีที่เหมาะสมในการพัฒนาผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลที่ดีขึ้น

จากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าในการจัดการเรียนรู้ไม่ว่าจะเป็นรูปแบบใดจะต้องใช้นวัตกรรมต่างๆกัน เพื่อที่จะหาวิธีที่เหมาะสมในการพัฒนาผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพและสิ่งที่ไม่ควรที่จะละเลยที่จะวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพื่อเป็นตัวชี้วัดความสำเร็จจากการสอนด้วยวิธีต่างๆ เพราะว่าไม่มีวิธีการสอนใดที่ดีสำหรับทุกเนื้อหา แต่ครูผู้สอนเราควรเลือกใช้วิธีการสอนที่หลากหลายรูปแบบเพื่อรับต่อการพัฒนาคุณภาพการจัดการเรียนรู้ของผู้เรียนให้มากที่สุด

5. เอกสารที่เกี่ยวการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล

5.1 สาระการเรียนรู้ การให้เหตุผล

จากการศึกษาเอกสารวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 1 สำหรับผู้เรียนในโครงการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีพบว่าสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับ การให้เหตุผล ประกอบด้วยรายระเอียดในแต่ละหัวข้อดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2535 : 25-47)

การให้เหตุผลเป็นการแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึงรูปแบบการให้เหตุผลดังนี้

- การให้เหตุผลแบบอุปนัย
- การให้เหตุผลแบบนิรนัย การตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ แทนเซต

จากการศึกษาสาระจากคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 พบว่า สาระการเรียนรู้เกี่ยวกับการให้เหตุผล มีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 156)

สาระการเรียนรู้	**ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง**
การให้เหตุผล 1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย 2. การอ้างเหตุผล	1. เข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้ 2. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพแทนเซต

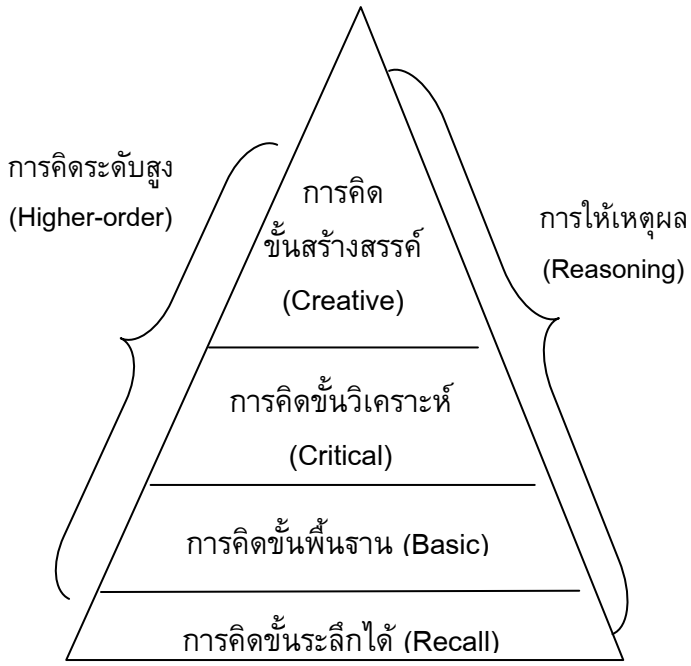
เนื่องจากสาระการเรียนรู้ การให้เหตุผล ที่กล่าวถึงนี้เป็นสาระการเรียนรู้ การให้เหตุผล ที่อยู่ในเอกสารวิชาคณิตศาสตร์เล่ม 1 ซึ่งเป็นเอกสารที่ใช้ในโปรแกรมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ของโครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (พสวท.) ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อสร้างเสริมให้ผู้เรียน มีความรู้ในสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งและกว้างขวางกว่าในหลักสูตรปกติ แต่ในปัจจุบันสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ดำเนินการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ใหม่ โดยมีเนื้อหาการให้เหตุผลเป็นวิชาพื้นฐาน ซึ่งบังคับให้ผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายทุกคนได้เรียน ดังนั้นผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่าควรนำเอกสาร เรื่องการให้เหตุผล ที่มีอยู่แล้วมาปรับปรุงให้มีความง่ายขึ้นและเปลี่ยนแปลงแนวทางการนำเสนอเนื้อหาบางประการ และผู้วิจัยเลือกเนื้อหาเรื่องการพิสูจน์มาทดลองด้วย เหตุผลที่เลือกเนื้อหาเรื่องนี้คือการพิสูจน์เป็นการให้เหตุผลอย่างหนึ่งในคณิตศาสตร์ เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ที่ผู้วิจัยนำมาทดลอง เพื่อทำให้ได้บทเรียนที่มีความเหมาะสมกับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทุกคน

5.2 ความหมายของการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ดังนี้

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer. 1990 : 378) ได้ให้ทรรศนะเกี่ยวกับ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผล เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เช่นกัน และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

ครูลิคและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 3) ได้กล่าวว่า การคิดหมายถึงความสามารถของผู้เรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งผู้เรียนต้องสร้างความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาแล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยัน ข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันจนกลายเป็นความรู้ใหม่โดย ครูลิคและรูดนิค ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น คือการคิดขั้นระลึกได้ (Recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) การคิดขั้นวิเคราะห์ (Critical) การคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) ส่วนการให้เหตุผล ครูลิคและรูดนิคมองว่าเป็นส่วนสำคัญของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 7 ขั้นตอนการคิดของครูลิคและรูดนิค

ซึ่งครูลิคและรูดนิค กล่าวไว้ว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอน ที่แสดงในแผนภาพไม่ได้แยกออกจากกันทีเดียวจะเห็นว่า **"การให้เหตุผล"** เป็นกระบวนการของการคิดซึ่งเริ่มตั้งแต่ การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นการคิดระดับสูง (Highter Order Thinking) เป็นการคิดที่อยู่ในขั้นวิเคราะห์และการคิดสร้างสรรค์

สำหรับคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล สภาครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกาได้กล่าวถึงจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 29)

ระดับอนุบาล – เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้ผู้เรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้ สมบัติ ความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ
4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5 – 8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้ผู้เรียน

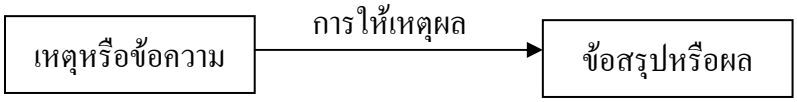
1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวรการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์
3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9 – 12 สนับสนุนให้ผู้เรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผล โดยมุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล
4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล
5. อ้างเหตุผลอย่างง่ายๆ ได้

อาริสา ฉัตรกิจวรุณ (2529 : 1) กล่าวถึงการให้เหตุผลว่าเป็น กระบวนการซึ่งนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เป็นเหตุหรือข้อกำหนด (Hypothesis) อาจจะหลายอันมาวิเคราะห์และแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องเพื่อให้เกิดข้อความใหม่หรือปรากฏการณ์ใหม่ซึ่งเรียกว่า ข้อสรุป หรือผล (Conclusion)

เขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้



ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ และคณะ (2545 : 69 - 70) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผล มี 2 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยกำหนดให้หรือยอมรับเหตุเป็นจริง นั้นคือเหตุที่ตั้งขึ้นบังคับให้เกิดผลลัพธ์อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ซึ่งผลจะสมเหตุสมผลหรือไม่ สมเหตุสมผลจะต้องตรวจสอบความสมเหตุสมผลนั้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้ประสบการณ์ย่อยๆ หลายๆ ตัวอย่าง หรือการคาดคะเนในการสรุปผล นั้นคือเหตุที่จะตั้งขึ้นเป็นการเก็บข้อมูลในแต่ละครั้งที่เกิดขึ้นแล้วสรุป ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้อาจไม่สอดคล้องกับเหตุการณ์ เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้

วิเชียร เลาหโกศล และคณะ (2545 : 1-6) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมี 2 ประเภท ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) หมายถึง วิธีการสรุปผลในการค้นหาความจริงจากการสังเกตหลายๆ ครั้ง จากกรณีย่อยๆ แล้วนำมาเป็นข้อสรุป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) หมายถึง วิธีการนำเอาความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและย่อมรับว่าเป็นจริง เรียกว่าเหตุ และนำไปสู่ข้อสรุป เรียกว่า ผล

ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล (2546 : 50 - 54) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผล ซึ่งสรุปได้ว่า การให้เหตุผลคือ การอ้างหลักฐานเพื่อยืนยัน **“ ข้อสรุป”** ของเราเป็นความจริง การให้เหตุผลแต่ละครั้งจะมีส่วนประกอบ 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นข้ออ้าง ซึ่งหมายถึงหลักฐานหรือเหตุผล (บางครั้งเรียกข้ออ้างว่าเหตุ) และส่วนที่เป็นข้อสรุป ซึ่งหมายถึงสิ่งที่เราต้องการบอกว่าเป็นจริง (บางครั้งเรียกข้อสรุปว่าผล) โดยแบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยการอ้างหลักฐานจากประสบการณ์ กล่าวคือ เชื่อว่าสิ่งนั้นเป็นจริงเพราะเคยพบว่ามันเป็นเช่นนั้นมาก่อน และเมื่อมีประสบการณ์แบบเดียวกันหลายๆ ครั้งก็สรุปเป็นกฎหรือความจริงทั่วๆ ไปเกี่ยวกับสิ่งนั้น

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยการนำความจริงจากความเดิมหรือสิ่งที่ทราบมาก่อนแล้วว่าเป็นความจริงมาใช้เป็นข้ออ้างและพิจารณาข้ออ้างนั้นๆ ตามหลักเกณฑ์เพื่อสรุปความจริงใหม่ออกมาโดยไม่ต้องอาศัยหารทดลองหรือการสังเกตจากประสบการณ์

จากความหมายของการให้เหตุผล และคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลตามที่กล่าวมาข้างต้นนั้นดังกล่าวโดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง การอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปของเราว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือความจริงนั้นๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

5.3 ความสำคัญของการให้เหตุผล

การให้เหตุผลนั้นเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่ผู้เรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989 : 6,29,81) ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนานอกเหนือไปจากการจดจำ ข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่นๆ ได้ (Baroody. 1993 : 2-60) การเรียนรู้ในสิ่งต่างๆ การแก้ปัญหาในชีวิตจริง หรือในงานอาชีพของบุคคลจะไม่มีใครบอกว่าถูกหรือผิด จะต้องพิจารณาและตัดสินใจด้วยตนเองด้วยเหตุและผล (Lappan and Schram. 1989 : 18) ดังนั้นในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้นั้นต้องพัฒนาให้เขาสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการคิดพิจารณาตัดสินใจได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา ได้กำหนดการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับผู้เรียนในระดับอนุบาล – ระดับ 12 ดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 56)

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลในการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543 : 21) กล่าวไว้ว่า โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นในเรื่องการให้เหตุผล และการสร้างความสามารถในการพิสูจน์เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. สามารถเข้าใจและตระหนักในคุณค่าของการเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการพิสูจน์สิ่งที่สำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป
2. สามารถที่จะคาดการณ์และสืบสวนการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. สามารถพัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และสามารถพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น
4. สามารถเลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลต่างๆ ที่มีความเหมาะสมได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544 : คำนำ) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดี ถูกหลักการจะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ ยังเป็นพื้นฐานของ

การศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

จากที่กล่าวมากข้างต้นกล่าวโดยสรุปได้ว่าการให้เหตุผลมีความสำคัญมากในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งสามารพัฒนาให้ผู้เรียนมีเหตุผลสามารถใช้เหตุผลในการคิดพิจารณาก่อนการตัดสินใจได้โดยเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จากบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน และในการทำวิจัยนี้ ผู้วิจัยมุ่งให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล การหาข้อสรุป การแสดงข้อสรุป และการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

5.4 รูปแบบการให้เหตุผล

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989 : 81) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลว่าในการสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนดจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer. 1990 : 378) มองว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนมี 2 ประเภท

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเน้นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนมติหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลายๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเน้นการใช้ข้อความ หรือแบบรูปที่เป็นจริงสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีทีสอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

บารูดี้ (Daroody. 1993 : 2-59) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์และแง่การให้เหตุผลเป็น 3 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกับของ โอดาฟเฟอร์ เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการ

ให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท บารูดี้ กล่าวว่า ในกระบวนการการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึกหรือแบบอุปนัยที่เรียกว่า การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

อาริสา ฉัตรกิจวรุณ. (2529 : 1) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการสรุปผลจากการทดลองหรือการสังเกตการจากปรากฏการณ์ต่างๆ ในกรณีหลายๆ กรณีแล้วนำมาสรุปผลเป็นกรณีทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เริ่มต้นด้วยเหตุผลหรือข้อกำหนดต่างๆ และมีบางเหตุเป็นกฎเกณฑ์อยู่ในรูปทั่วไป จากความสัมพันธ์ของเหตุเหล่านี้ จึงมีผลบังคับให้เกิดผลสรุป

3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่แต่ละคนได้สะสมพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ตลอดจนข้อคิดต่างๆ ไว้ในจิตใต้สำนึกแล้วยังผลให้เกิดข้อคิดอันใหม่ ซึ่งไม่ได้อยู่ในรูปของสัญชาติญาณตามธรรมชาติ ข้อคิดอันใหม่นี้จะผุดขึ้นมาจากจิตใต้สำนึกอาจจะผุดขึ้นมาแวบเดียวแล้วก็หายไป หรือบางครั้งก็ปรากฏอยู่นานๆ

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544 : 2-11) กล่าวว่า การให้เหตุผลที่ใช้กันอยู่ มี 2 แบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยอ้างจากตัวอย่าง หรือประสบการณ์ย่อยหลายๆ ตัวอย่างหลายแง่หลายมุม และสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการอ้างเหตุผลจากความรู้พื้นฐานชุดหนึ่งที่ยอมรับมาก่อน ความรู้พื้นฐานที่ต้องยอมรับมาใช้อ้างเหตุผลนี้มีชื่อเรียกต่างๆ กัน เช่น เหตุ (Premise) สมมุติฐาน (Hypothesis) หรือสัจพจน์ (Axiom หรือ Postulate)

จากการศึกษาค้นคว้ารูปแบบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากนักการศึกษาหลายท่าน ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สรุปรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 รูปแบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

5.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

สำหรับการพัฒนาการให้เหตุผล กิลฟอร์ด และฮอฟเนอร์ (Guilford and Hoepfner 1971 : 28-32) ได้ให้ความเห็นว่าการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำและเป็นสิ่งที่สามารถสอนได้ควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติหรือในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

นิคเคอร์สัน (Nickerson. 1984 : 26-35) ได้สรุปรูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผลตามที่เป็นอยู่ในปัจจุบันออกเป็น 5 กลุ่มดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางกระบวนการคิด (Cognitive Process Approaches) กลุ่มนี้กำหนดข้อตกลงไว้ว่าความสามารถในการคิดนั้นเป็นสิ่งที่ขึ้นอยู่กับกระบวนการคิดพื้นฐานบางประการ เช่น การเปรียบเทียบ การจัดลำดับ การจำแนกประเภท การอ้างอิง และการทำนาย กระบวนการคิดพื้นฐานนี้เป็นกระบวนการคิดอย่างมีระบบเหตุผลซึ่งนำไปใช้ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางยุทธศาสตร์การคิด (Artifitial Intelligence) โปรแกรมนี้มุ่งเน้นเกี่ยวกับกลวิธีที่นำมาใช้การแก้ปัญหา ซึ่งเป็นแนวทางที่นำไปสู่เป้าหมาย ที่เชื่อว่ามีโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จสูงโปรแกรมนี้มักจะพบในงานวิจัยทางด้านจิตวิทยาที่เกี่ยวกับการคิดโดยเฉพาะในด้านการแก้ปัญหาหรือในงานวิจัยที่เกี่ยวกับปัญญาประดิษฐ์

3. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางเกี่ยวกับการพัฒนาการของการคิดตามทัศนะของเพียเจท์ (Formal Thinking or Stage Development) โปรแกรมในกลุ่มนี้สร้างขึ้นตามแนวทัศนะจากการคิดเฉพาะด้าน และลักษณะที่เป็นรูปธรรม ให้สามารถคิดในแนวคิดในแนวกว้างและคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ซึ่งเป็นพัฒนาการในระดับการใช้เหตุผลเชิงตรรกวิทยาได้

4. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางของการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (Language and Symbol Manipulation) โปรแกรมนี้มีความเชื่อว่า การเขียนที่มีประสิทธิภาพนั้นเป็นกิจกรรมที่มีแบบแผนจำเป็นต้องใช้ความสามารถในการแสดงความคิดออกมาให้แจ่มชัด และมีความต่อเนื่องซึ่งลักษณะดังกล่าวนี้จำเป็นต้องมีการวางแผน ตลอดจนกำหนดแนวทางปฏิบัติเพื่อนำไปสู่เป้าหมายโดยมีการแบ่งงานออกเป็นส่วนๆ หรือเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องซึ่งเป็นการฝึกทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลด้านการวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อความ โดยใช้การเขียนเป็นวิธีการแสดงความคิดออกมาเป็นเครื่องมือในการพัฒนา

5. กลุ่มโปรแกรมที่ยึดการคิดเป็นเนื้อหาสาระของการฝึก หรือเป็นโปรแกรมที่ใช้แนวทางของการคิดที่เกี่ยวกับการคิด (Thinking About Thinking) โปรแกรมในแนวทางนี้เชื่อว่า การเรียนรู้เกี่ยวกับการคิดจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนากระบวนการคิดของตนเองให้ดีขึ้น เพราะผู้เรียนจะรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง รู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และต้องการอะไรอันเป็นแนวทางที่ช่วยการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกยะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักแล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

ในการสอนผู้เรียนเพื่อให้เกิดความคิดนั้นผู้สอนจำเป็นต้องหาวิธีการสอน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบและมีเหตุผลมากขึ้นและได้มีนักศึกษาท่านหนึ่งได้ให้ความสนใจและพยายามที่จะศึกษาและทดลองหาวิธีว่า ทักษะการคิดอะไรบ้างที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล และสอนอย่างไรจึงจะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้นได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 แนวทางซึ่ง มีรายละเอียดดังนี้ (Brandt. 1984 : 3)

1. การสอนเพื่อให้คิด (Teaching for Thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด (Teaching of Thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทางตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวการสอน

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching About Thinking) การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเองโดยไม่รู้ตนเองกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (Metacogntion) ของตนเองแนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้นโดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้เพื่อหาแนวทางการแก้ไขได้ตรงจุด

เนื่องจากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลต้องใช้การฝึก และฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่องจากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นในการพัฒนาการให้เหตุผลควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นคาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิดโดยการอธิบายแบบรูปแสดงด้วยภาพหรือจำลองแบบและตอบคำถามแบบต่างๆ เช่น “*ทำไม*” “*อะไรเกิดขึ้นถ้า*...” “*จงยกตัวอย่างของ*...” “*สามารถที่จะใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ถ้าการดำเนินการไม่บรรลุผล*” ล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อความคาดการณ์ การกำหนดรูปแบบ (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ (Lappan and Schram. 1989 : 18-19)

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989 : 29,81) กล่าวว่า “คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล” และเพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริงจำเป็นจะต้องจัดให้มีการให้เหตุผลแทรกอยู่ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น

นอกจากการเตรียมกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว โรแวนและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow. 1993 : 16-18) ยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้ผู้เรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องและบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกหวาดกลัวแต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 194 – 196)

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกิดความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

จากแนวคิดข้างต้นอาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย ใช้วิธีการให้ผู้เรียนได้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (open-ended problem)

5.6 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล สำหรับการศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับการให้เหตุผลได้มีนักการศึกษากล่าวไว้ดังนี้

ฉันทนา ภาคบงกช (2528 : 7) ได้กล่าวว่า ในวงการศึกษาได้ให้ความสำคัญเกี่ยวกับการคิดในเชิงสติปัญญา เพราะสติปัญญามีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับความสามารถในการเรียนรู้ ความสามารถในการแก้ปัญหา การควบคุมพฤติกรรมและอารมณ์ของบุคคลตลอดจนควบคุมสถานการณ์ต่างๆ ได้ และประสาท อิศรปรีดา (2538 : 75) ได้กล่าวว่า ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของแต่ละขั้นพัฒนาการทางปัญญาจะเป็นประโยชน์ต่อครูและนักศึกษา ที่นำไปพัฒนาการเรียนการสอนและหลักสูตรให้สอดคล้องกับระดับพัฒนาการของผู้เรียนแต่ละกลุ่มและแต่ละคน ซึ่งได้มีนักการศึกษา ได้กล่าวถึงทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา ดังนี้

5.6.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์

ดวงเดือน ศาสตรภัทร์ (2520 : 23-74) กล่าวถึงทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์ โดยแบ่งพัฒนาการของมนุษย์ออกเป็น 4 ขั้น ซึ่งเด็กแต่ละชั้นจะมีลักษณะสำคัญดังนี้ คือ

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (The Sensory-Motor Period) อายุแรกเกิด ถึง 2 ปี พฤติกรรมของเด็กในวัยนี้ขึ้นอยู่กับการเคลื่อนไหวเป็นส่วนใหญ่ เด็กจะเรียนรู้สิ่งรอบตัวจากการสัมผัสและการกระทำเท่านั้น เช่นการพูด การกำมือ การไขว่คว้า การร้องให้ การมอง การดูด ในวัยนี้เด็กแสดงให้เห็นว่ามีสติปัญญาด้วยการกระทำ เด็กสามารถ แก้ปัญหาได้แม้ว่าจะไม่สามารถอธิบายได้ด้วยคำพูด เด็กจะต้องมีโอกาสที่จะปะทะกับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเองซึ่งถือว่าเป็นสิ่งจำเป็น เด็กจะสนใจสิ่งต่างๆ และจะเลียนแบบในสิ่งที่พบในตอนปลายของขั้นนี้ เด็กทำสิ่งต่างๆ ซ้ำๆ ด้วยวิธีต่างๆ ที่แปลกออกไป และเริ่มสร้างภาพความคิดในใจได้

2. ขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ (The Period of Preparation Thought) อายุ 2-7 ปี เป็นขั้นการเตรียมตัวเพื่อปฏิบัติการทางความคิด เด็กจะมีพัฒนาการจากการที่ทำอะไรเป็นส่วนใหญ่เนื่องมาจาก

ประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวมาเป็นการกระทำอะไรที่ต้องคิดคำนึงโดยใช้สัญลักษณ์เป็ส่วนมาก เด็กจะเพิ่มความสามารถในการคิดถึงสิ่งต่างๆ ภายในสมองมากขึ้นและพฤติกรรมเนื่องจากประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวจะมีน้อยลง ฉะนั้นเขาจึงสามารถเข้าใจสังค์กัปเกี่ยวกับการอนุรักษ์ การจัดกลุ่มหรือแบ่งหมู่ การจัดเรียงลำดับของสิ่งของ อย่างไรก็ตามความสามารถเข้าใจสังค์กัปดังกล่าวก็ยังจัดอยู่เฉพาะเรื่องที่เป็นรูปธรรมเท่านั้น

3. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรม (Period of Concrete Operations) อายุ 7-11 ปี วัยนี้เด็กสามารถที่จะใช้ปฏิบัติการคิดทางสมอง เริ่มมีความสามารถให้เหตุผลแบบตรรกศาสตร์ และคิดอย่างมีเหตุผลรู้จักแก้ปัญหากับสิ่งต่างๆ ที่เป็นรูปธรรมได้ การมองในสิ่งต่างๆ มีลักษณะ Decentration คือสามารถมองได้ถึง 2 ลักษณะในเวลาเดียวกัน เช่น สามารถคิดถึงขนาดและน้ำหนักหรือขนาดและปริมาตรไปพร้อมๆ กันได้ ลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้คือความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility)

4. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม (The Period of Formal Operation) อายุ 11-15 ปี ขั้นนี้เป็นการพัฒนาการทางสติปัญญาขั้นสุดยอด โครงสร้างของสมองจะพัฒนาสูงสุดเมื่ออายุ 15 ปี เด็กเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่ เด็กจะมีความสามารถคิดแก้ปัญหาหรือสรุปเหตุผลเป็นระบบ สามารถสรุปเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเหตุผลและผลตามหลักตรรกศาสตร์ และสามารถคิดสมมุติฐานหรือความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ต่างๆ อย่างสมเหตุผล และสรุปกฎเกณฑ์จาการตรวจสอบสมมุติฐานที่กำหนดขึ้นด้วยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะตั้งสมมุติฐาน ทฤษฎี และกฎเกณฑ์ต่างๆ ขึ้นและเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยการรับรู้ไม่สำคัญเท่ากับความคิดถึงในที่อาจจะเป็นไปได้ (Possible) ในขั้นนี้ศักยภาพของเด็กในด้านความคิดจะพัฒนาอย่างมีคุณภาพที่สุด

พรรณี ชูทัย (2522 : 53) กล่าวถึงทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาหาความคิดของเพียเจท์ว่าเป็นทฤษฎีที่ได้ศึกษาถึงกระบวนการการคิดถึงสติปัญญาของเด็กแรกเกิดจนถึงวัยรุ่น ความคิดของเขามีอิทธิพลต่อจิตวิทยาการเป็นอย่างมาก เขาได้กระตุ้นให้คนสนใจกับขั้นตอนพัฒนาการโดยเฉพาะในส่วนที่เกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ (Cognition) เพียเจท์ มีความเชื่อว่าเป้าหมายของการพัฒนาการนั้นคือ

1. ความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผลกับสิ่งที่เป็นนามธรรม
2. ความสามารถที่จะคิดตั้งสมมติฐานอย่างสมเหตุสมผล
3. ความสามารถที่จะตั้งกฎเกณฑ์ และแก้ปัญหา

เพียเจท์ เรียกความสามารถในการใช้สมองในระดับนี้ว่า Operation ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของพัฒนาการทางสติปัญญา ลักษณะของการ Operation คือ ความสามารถคิดย้อนกลับได้ (Reversibility) คือสามารถคิดย้อนกลับระหว่างจุดสุดท้ายกับเริ่มต้นได้

จากการศึกษาค้นคว้าทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา จากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล จะต้องใช้การฝึกและจากการฝึกประสบการณ์ที่หลากหลายและได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนพัฒนาการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้นคาดการณ์ ตั้งสมมุติฐาน ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบ

รูป ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปโดยใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์

5.6.2 ปัจจัยของการพัฒนาการทางสติปัญญา

เพียเจท์ ได้มีการอธิบายถึงปัจจัยที่มีผลต่อพัฒนาการทางสติปัญญาไว้ ดังนี้คือ (วราภรณ์ สุรัตนากร. 2540 : 7-8)

1. วุฒิภาวะ (Maturation) เป็นการทำงานของระบบประสาทที่ถูกต้องเหมาะสมกับระดับอายุต่างๆ เป็นสภาพการเปลี่ยนแปลงทางร่างกายซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของแต่ละบุคคลโดยมียีนส์ที่เป็นตัวกำหนดทำให้เด็กสามารถทำกิจกรรมต่างๆ ได้เช่น คลาน ยืน วิ่ง วุฒิภาวะมีผลต่อการพัฒนาสติปัญญาทางอ้อมกล่าวคือ วุฒิภาวะเป็นเครื่องมือของบุคคลในการที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

2. ประสบการณ์ (Experience) เป็นการเรียนรู้สิ่งต่างๆ จากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น เด็กพูดได้ต้องเคยได้ยินเสียงพูดมาก่อน เพียเจท์ กล่าวถึงประสบการณ์ว่ามีอยู่ 2 ลักษณะคือ

2.1 ประสบการณ์ทางภายภาพ (Physical Experience) เป็นการเรียนรู้คุณสมบัติของวัตถุด้วยการกระทำต่อวัตถุ เป็นประสบการณ์ของมนุษย์ที่ได้รับการรับรู้ทางประสาทสัมผัส เช่น เด็กยอมรับว่ารูปสี่เหลี่ยมเกิดจากเส้นตรงที่วางขนานกัน 2 คู่มาประกอบกันเข้า

2.2 ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ (Logical Mathematics Experience) เป็นการเรียนรู้คุณสมบัติของวัตถุโดยการไตร่ตรองจากการกระทำต่อวัตถุเป็นประสบการณ์ได้รับโดยผ่านการปฏิบัติจริง เช่น เด็กจะยอมรับว่าส่วนโค้งที่รองรับคอร์ดของวงกลมเดียวกันจะยาวกว่าคอร์ดก็ต่อเมื่อเขาได้ทำการยืดส่วนโค้งให้เป็นเส้นตรงและวางขนานกับคอร์ดจึงจะเห็นว่ามันยาวกว่าหรือการทดสอบเด็กเรื่องการอนุรักษ์จำนวน ผู้ทดสอบวางลูกปัด 2 แถว แถวละ 10 เม็ดแถวหนึ่งวางเป็นวงกลมอีกแถวหนึ่งวางเป็นเส้นตรงผู้ทดสอบจะนับจำนวนลูกปัดทั้ง 2 แถว ให้เด็กดูแล้วถามว่ามีจำนวนเท่ากันหรือไม่ จากประสบการณ์ทางกายภาพเด็กจะเห็นลูกปัดเป็นวงกลมและเป็นแถวทำให้คิดว่าลูกปัดไม่เท่ากันต้องใช้ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการไตร่ตรอง จากการนั้นจึงจะตอบได้ว่าลูกปัดมีจำนวนเท่ากัน

3. ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (Social Interaction) เป็นการเรียนรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่นและสิ่งแวดล้อม เช่น จากวัฒนธรรม คำสอน การอบรมเลี้ยงดู ทำให้เด็กมีการปรับตัวให้เข้ากับสังคมอย่างไรก็ตามการมีปฏิสัมพันธ์กับสังคมเป็นเพียงปัจจัยหนึ่งซึ่งอาจจะเร้าให้เกิดพัฒนาการทางด้านสติปัญญาแต่ไม่ได้เป็นตัวกำหนดเพราะเด็กมีพัฒนาการทางด้านสติปัญญาตามลำดับขั้นอยู่แล้ว

4. การดำเนินการเข้าสู่ภาวะสมดุล (Equilibration) เป็นปัจจัยสำคัญที่สำคัญเพราะเป็นการผสมผสานที่ได้จากปัจจัยทั้ง 3 ประการที่กล่าวมาแล้วมาใช้ให้เป็นประโยชน์ การดำเนินการเข้าสู่ภาวะสมดุลเป็นกระบวนการภายในร่างกายในการจัดระบบความคิดให้มีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนา

เนื่องจากมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม การได้พบสิ่งใหม่ๆ เด็กต้องมีการปรับเข้าโครงสร้างควบคู่กันไปส่งผลให้เกิดสภาพสมดุลเด็กจะมีความมั่นใจและสามารถคิดแก้ปัญหาต่างๆ ได้

จากการศึกษาข้างต้น พัฒนาการทางสติปัญหาของเพียเจท์ทั้ง 4 ขั้น ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล เป็นการพัฒนาการทางสติปัญญาขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม ซึ่งเด็กในระยะนี้เป็นระยะที่เด็กเริ่มรู้จักอธิบายเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล เด็กจะใช้คณิตศาสตร์ ตรรกวิทยาหรือนามธรรมแก้ปัญหาได้

6. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

6.1 ความหมายของการพิสูจน์

ได้มีผู้ให้ความหมายของการพิสูจน์ (Proof) ไว้หลายท่าน ดังนี้

มัวร์ (ขจรศรี วรรณสถิตย์. 2544 : 9 ; อ้างอิงจาก Moore. 1991 : 51) ได้ให้ความหมายของการพิสูจน์ว่า การพิสูจน์ หมายถึง ลำดับทางตรรกศาสตร์ของประโยค โดยเริ่มจากสมมุติฐานไปจนถึงข้อสรุป ซึ่งมีลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. อาศัยสมมุติฐานพื้นฐาน
2. อาศัยบทนิยามหรือสัจพจน์
3. อาศัยสิ่งที่พิสูจน์มาแล้ว
4. อาศัยกฎของการให้เหตุผล

วิลสัน (Wilson. 1993 : 49) กล่าวว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เป้นกระบวนการที่ใช้บทนิยาม สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์มาแล้วว่าเป็นจริงและการให้เหตุผลแบบนิรนัย ที่จะแสดงว่าข้อความนั้นสมเหตุสมเหตุ

ทอมสัน (Thompson. 1996 : 474) กล่าวคือ การพิสูจน์ เป็นช่องทางหนึ่งที่ช่วยแยกพฤติกรรมทางคณิตศาสตร์ ออกจากพฤติกรรมทางวิทยาศาสตร์ในสาขาอื่นๆ ได้อย่างชัดเจนที่สุด

ฮาน (Rodd. 2000 : 232 ; citing Hanna. 1995) กล่าวคือ การพิสูจน์ คือ การอ้างเหตุผลที่ชัดเจนและแจ่มแจ้ง ซึ่งข้อมูลและกฎการอ้างเหตุผลทั้งหมดถูกนำมาแสดงอย่างชัดเจนพร้อมที่จะเปิดให้มีการวิพากษ์วิจารณ์ได้

โซโลว์ (Solow. 2002 : 3) กล่าวว่า การพิสูจน์ คือ การแสดงความคิดออกมาเป็นคำพูดในภาษาคณิตศาสตร์โดยปราศจากข้อโต้แย้ง

สุเทพ ทองอยู่ (2525 : 34) กล่าวว่า การพิสูจน์ คือ การแสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

ยุพิน พิพิธกุล และ ปรีชา เนาว์เย็นผล (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. 2537 : 118) กล่าวว่า การพิสูจน์ คือ การแสดงการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่สมเหตุสมผล โดยใช้ข้อเท็จจริงที่ยอมรับแล้วและข้อมูลที่กำหนดเป็นข้ออ้าง แล้วใช้รูปการให้เหตุผลนำไปสู่ผลสรุปที่ต้องการ

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยศึกษาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยเท่านั้น ซึ่งมีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบนิรนัย เช่น ดาฟเฟอร์ และทรอนควิสท์ (Wilson. 1993 : 43 ; citing Daffer and Thornquist n.d.) กล่าวว่า การให้เหตุผลแบบนิรัย หมายถึง กระบวนการการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีรูปแบบการแสดงเหตุผล ที่ใช้เป็นหลักฐานเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่มีอยู่ ยุพิน พิพิธกุล และปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) และ(มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. 2537 : 118) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย คือ การอ้างจากข้อความ S_1 , S_2 , S_3 , …, S_n ว่าสามารถสรุปข้อความ Q การให้เหตุผลอาจสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลก็ได้ การให้เหตุผลจะสมเหตุสมถ้าข้อความ $(S_1 \wedge S_2 \wedge S_3 ,\ldots, \wedge S_n) \rightarrow Q$ เป็นสัจนิรันดร์ (Tautology)

จากข้อความข้างต้นกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย หมายถึง กระบวนการให้เหตุผลซึ่งรูปแบบการแสดงเหตุผล กล่าวคือ ถ้า P เป็นเหตุ และ S_1 , S_2 , S_3 , …, S_n เป็นบทนิยาม ทฤษฎี สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์มาแล้ว หรือข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วสรุปข้อความ Q การให้เหตุผลอาจจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลก็ได้ การให้เหตุผลจะสมเหตุสมผลถ้าข้อความ $(S_1 \wedge S_2 \wedge S_3 ,\ldots, \wedge S_n) \rightarrow Q$ เป็นสัจนิรันดร์ (Tautology)

จากความหมายของการพิสูจน์ข้างต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของการพิสูจน์ หมายถึง การใช้นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท กฎการให้เหตุผล หรือข้อมูลที่กำหนดให้ แล้วใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย เพื่อแสดงให้เห็นถึงลำดับของข้อความที่เป็นจริงที่ได้มาจากข้อโต้แย้งที่สมเหตุสมผล

6.2 การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

มีวิธีการพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ หลายรูปแบบ เช่น การพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข การพิสูจน์โดยการแย้งสลับที่ การพิสูจน์โดยใช้ข้อขัดแย้ง มีรายละเอียดดังนี้

6.2.1 การพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข (Rule of Conditional Proof : Rcp) เป็นการพิสูจน์ทางตรง (Direct Proof) โดยเริ่มจากการยอมรับว่าเหตุ (P) เป็นจริง แล้วใช้ บทนิยาม หรือทฤษฎีที่มีก่อนหน้า สัจพจน์ รวมทั้งกฎต่างๆ ทางตรรกศาสตร์อ้างหรือพิสูจน์ให้ได้ผล (Q)

กล่าวคือ ถ้า P เป็นเหตุ และ S_1 , S_2 , S_3 , …, S_n เป็นนิยาม หรือทฤษฎีบท หรือสัจพจน์หรือตรรกศาสตร์ และ Q เป็นผล การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ คือการอ้างเหตุผล P, S_1 , S_2 , S_3 , …, S_n |-- Q ซึ่งสมเหตุสมผล และการแสดงรูปแบบการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลนั้นทำได้ โดยแสดงว่า $(P \wedge S_1 \wedge S_2 \wedge S_3 ,\ldots, \wedge S_n) \rightarrow Q$ เป็นสัจนิรันดร์

<u>ตัวอย่าง</u> จงพิสูจน์ ถ้า a เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 เป็นจำนวนคู่

<u>วิเคราะห์</u> ข้อความ P คือ a เป็นจำนวนคู่

ข้อความ Q คือ a^2 เป็นจำนวนคู่

พิสูจน์ ให้ a เป็นจำนวนคู่

เพราะฉะนั้น มีจำนวนเต็ม k บางจำนวน ซึ่ง $a = 2k$ ...(S_1)

$a^2 = 2(2k^2)$ และ $2k^2$ เป็นจำนวนเต็ม ...(S_2)

ดังนั้น a^2 เป็นจำนวนคู่

(นั้นคือ ได้แสดงแล้วว่า $P \wedge S_1 \wedge S_2 \rightarrow Q$)

6.2.2 การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ (Contra positive)

จากความรู้เรื่องตรรกศาสตร์ เราทราบว่า $P \rightarrow Q$ สมมูลกับ $\sim Q \rightarrow \sim P$ เป็นประพจน์ที่สมมูลกันในลักษณะนี้เรียกว่า ประพจน์แย้งสลับที่ (Contra positive) ดังนั้น ถ้าต้องการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ ก็สามารถพิสูจน์ข้อความ $\sim Q \rightarrow \sim P$ แทนได้ โดยใช้การพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข ช่วยการพิสูจน์ต่อไป

ตัวอย่าง กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็ม จงพิสูจน์ว่า ถ้า a^2 เป็นจำนวนคี่แล้ว a เป็นจำนวนคี่

วิเคราะห์ ข้อความ P คือ a^2 เป็นจำนวนคี่

ข้อความ ~P คือ a^2 เป็นจำนวนคู่

ข้อความ Q คือ a เป็นจำนวนคี่

ข้อความ ~Q คือ a เป็นจำนวนคู่

พิสูจน์ พิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ เราจะต้องพิสูจน์ว่า

ถ้า a เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 เป็นจำนวนคู่

แล้วใช้การพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข ช่วยในการพิสูจน์ต่อไป

(Bittinger. 1972 : 65 - 69)

6.3 การพิสูจน์โดยใช้ข้อแย้ง (Contradiction)

6.3.1 การพิสูจน์ข้อความ P โดยใช้ข้อขัดแย้ง

จากการตรวจสอบค่าความจริง ประพจน์ที่อยู่ในรูป $\sim P \wedge (R \wedge \sim R) \rightarrow P$ เป็นสัจนิรันดร์ ดังนั้น ถ้าเราต้องการพิสูจน์ข้อความ P โดยใช้ข้อขัดแย้ง มีขั้นตอนวิธีพิสูจน์ดังนี้

ขั้นที่ 1 สมมุติ ~P

ขั้นที่ 2 ใช้สมมุติฐาน ~P พิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข จนกระทั่งได้ประพจน์ $R \wedge \sim R$ ซึ่งเป็นประพจน์ที่ขัดแย้งกัน โดยที่ R อาจจะเป็นสัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์มาก่อนหน้า หรือเป็นบทนิยาม

ขั้นที่ 3 จะใช้ P

6.3.2 การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้ข้อขัดแย้ง

ในการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้ข้อขัดแย้ง ทำได้เช่นเดียวกับการพิสูจน์ในข้อ 4.3.1 โดยการเปรียบเทียบข้อความ $P \rightarrow Q$ เหมือนกับข้อความเดี่ยว S ดังนั้นขั้นตอนการพิสูจน์จะเป็นดังนี้

ขั้นที่ 1 สมมุติ ~S คือ $\sim (P \rightarrow Q)$ ซึ่งสมมูลกับ $P \wedge \sim Q$

ขั้นที่ 2 ใช้สมมุติฐานนี้พิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข จนกระทั่งได้ประพจน์ที่ขัดแย้งกัน ซึ่งอาจเป็น $P \wedge \sim P$ หรือ $Q \wedge \sim Q$ หรือ $R \wedge \sim R$ ประพจน์ใดประพจน์หนึ่งก็ได้ เมื่อ R เป็นสัจพจน์ หรือ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์มาแล้ว หรือบทนิยาม

ขั้นที่ 3 จะได้ $P \rightarrow Q$

ตัวอย่าง จงพิสูจน์ว่า $x \neq 0 \rightarrow x^{-1} \neq 0$

วิเคราะห์ ข้อความ P คือ $x \neq 0$

ข้อความ Q คือ $x^{-1} \neq 0$

ข้อความ ~Q คือ $x^{-1} = 0$

พิสูจน์ การพิสูจน์โดยใช้ข้อขัดแย้ง

สมมุติ $x \neq 0 \rightarrow x^{-1} = 0$

พิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไขต่อไปจนกระทั่งได้ $R \wedge \sim R$ หรือประพจน์ที่ขัดแย้งอื่นๆ เพื่อสรุปให้ได้ว่า $x \neq 0 \rightarrow x^{-1} \neq 0$ เป็นจริง

สิ่งสำคัญในวิธีการพิสูจน์โดยใช้ข้อขัดแย้ง คือ ต้องเข้าใจและเขียนข้อความนิเสธ (Negation of Statement) ได้เช่น

ข้อความนิเสธของข้อความ " $x \neq 0 \rightarrow x^{-1} \neq 0$ คือ $x \neq 0 \wedge x^{-1} = 0$ "

(กมล เอกไทยเจริญ. 2541)

6.3 การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$ สามารถทำการพิสูจน์ได้ 2 วิธี ดังนี้

6.3.1 โดยการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ กับ $Q \rightarrow P$ จากความรู้เรื่องการสมมูลของประพจน์ เราทราบว่า $P \leftrightarrow Q$ สมมูลกับ $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ ดังนั้นการพิสูจน์ข้อความ ต้องแยกการพิสูจน์ออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 พิสูจน์ข้อความ $(P \rightarrow Q)$

ตอนที่ 2 พิสูจน์ข้อความ $(Q \rightarrow P)$

แต่ละตอนใช้ความรู้เรื่องการพิสูจน์ข้อความที่เชื่อมด้วย " $\rightarrow$ "

ตัวอย่าง กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็ม จงพิสูจน์ว่า a เป็นจำนวนคู่ก็ต่อเมื่อ a^2 เป็นจำนวนคู่

วิเคราะห์ ข้อความ $P \rightarrow Q$ คือ ถ้า a เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 เป็นจำนวนคู่

ข้อความ $Q \rightarrow P$ คือ ถ้า a^2 เป็นจำนวนคู่แล้ว a เป็นจำนวนคู่

พิสูจน์ ตอนที่ 1 (จะต้องพิสูจน์ว่า ถ้า a เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 เป็นจำนวนคู่)

ให้ a เป็นจำนวนคู่

แล้วพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข พิสูจน์ให้ได้ว่า a^2 เป็นจำนวนคู่

ตอนที่ 2 (จะต้องพิสูจน์ว่า ถ้า a^2 เป็นจำนวนคู่แล้ว a เป็นจำนวนคู่)

(พิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ นั้นคือ ต้องพิสูจน์ว่า ถ้า a เป็นจำนวนคี่แล้ว a^2 เป็นจำนวนคี่)

ให้ a เป็นจำนวนคี่ แล้วพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข พิสูจน์ให้ได้ a^2 เป็นจำนวนคี่

6.3.2 พิสูจน์โดยใช้อีฟ สตริง (Iif - String)

ปัญหาบางปัญหาที่เป็นข้อความ $P \leftrightarrow Q$ การพิสูจน์อาจไม่ต้องแยกออกเป็น 2 ตอนดังในข้อ 6.3.1 หากในระหว่างการพิสูจน์นั้นเราใช้เฉพาะบทนิยามหรือกฎต่างๆ ที่ว่าด้วยการสมมูล

เท่านั้น กล่าวคือ ถ้า สามารถหาข้อความ Q_1 , Q_2 , ..., Q_3 ซึ่งทำให้

$P \leftrightarrow Q_1$

$Q_1 \leftrightarrow Q_2$

$Q_2 \leftrightarrow Q_3$

...

$Q_n \leftrightarrow Q$

ก็สามารถสรุป $P \leftrightarrow Q$ ได้

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ A และ B เป็นเซต จงพิสูจน์ว่า $A \cup B = B \cup A$

พิสูจน์ $x \in A \cup B \leftrightarrow x \in A \vee x \in B$

$\leftrightarrow x \in B \vee x \in A$

$\leftrightarrow x \in B \cup A$

ดังนั้น $x \in A \cup B \leftrightarrow x \in B \cup A$

ดังนั้น $A \cup B = B \cup A$

รูปแบบการพิสูจน์ที่กล่าวมา เป็นการพิสูจน์ข้อความที่อยู่ที่ในรูป $P \rightarrow Q$ และ $P \leftrightarrow Q$ นอกจากนี้ยังมีวิธีการพิสูจน์อื่นๆ อีก เช่น การพิสูจน์โดยการใช้หลักอุปนัยทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Induction) การพิสูจน์ว่ามีอยู่ (Existence) การพิสูจน์โดยการแจงกรณี (Proof by case) การพิสูจน์ว่าเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน (Counterexample) เป็นต้น ทั้งนี้การที่ผู้พิสูจน์จะเลือกวิธีการพิสูจน์แบบใดก็ขึ้นอยู่กับโจทย์และความหมาย ซึ่งโจทย์บางโจทย์อาจแสดงการพิสูจน์ได้หลายวิธี หรือบางโจทย์อาจแสดงได้วิธีเดียว ผู้พิสูจน์ต้องรู้จักเลือกวิธีพิสูจน์ โดยต้องเลือกแนวทางในการพิสูจน์ที่เหมาะสมที่สุด โดยยึดหลักที่ว่า ต้องเป็นวิธีที่ง่าย สั้น ชัดเจนและรัดกุม

6.4 เทคนิคที่ช่วยในการพิสูจน์

ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นต้องมีเทคนิคที่ช่วยในการพิสูจน์ ซึ่งเทคนิคหนึ่งก็คือ การเปลี่ยนรูปข้อความที่จะพิสูจน์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์ หรืออาจนำแนวคิดหรือวิธีการพิสูจน์จากทฤษฎีบทที่ได้พิสูจน์มาแล้ว เป็นแนวทางในการพิสูจน์ เป็นต้น ดังที่ บิททินเจอร์ (Bittinger. 1972 : 75 - 79) ได้เสนอเทคนิคที่ช่วยในการพิสูจน์ไว้ดังนี้

1. การเปลี่ยนรูปข้อความที่จะพิสูจน์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ (Translate to Logical Symbolism) คือ การเปลี่ยนแปลงข้อความที่จะพิสูจน์ให้อยู่ในรูปของสัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์ แล้วเลือกวิธีการพิสูจน์ที่เหมาะสม เช่น การพิสูจน์ข้อความ " P เป็นเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับ Q" แปลงให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น $P \rightarrow Q$ แล้วเลือกวิธีการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ ซึ่งมี 3 วิธี คือ

1.1 RCP : การสมมุติ P แล้วพิสูจน์ให้ได้ Q

1.2 Contra positive : สมมุติ ~Q แล้วพิสูจน์ ~P

1.3 Contradiction : สมมุติ $P \wedge \sim Q$ แล้วพิสูจน์เพื่อหาข้อขัดแย้งจากนั้นสรุป Q

เมื่อเลือกวิธีการพิสูจน์แล้ว ก็ทำให้ทราบแนวทางในการพิสูจน์ต่อไป

2. การอุปมา (Analogy) คือ การนำแนวคิดหรือวิธีการพิสูจน์จากทฤษฎีหรือข้อความอื่นที่ได้พิสูจน์มาแล้วเป็นแนวทางหรือแบบอย่างในการพิสูจน์ข้อความที่ต้องการ ซึ่งนักคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่กล่าวว่า การที่จะเป็นนักคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นต้องได้รับการฝึกปฏิบัติ ได้แก้ปัญหา และได้พิสูจน์ข้อความที่หลากหาย

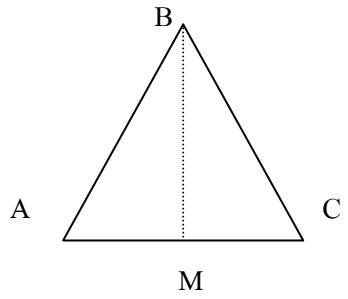
3. วิธีคิดย้อนกลับ (Working Backwards) คือ การใช้วิธีคิดย้อนกลับ เพื่อหาแนวทางการพิสูจน์ เช่น ในการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ ทำโดยเริ่มต้นที่ข้อความ Q แล้วคิดย้อนกลับหาข้อความ R ที่ $P \rightarrow Q$ ต่อไปคิดย้อนกลับหาข้อความ S ที่
$S \rightarrow P$ และดำเนินการเช่นนี้ไปจนได้ข้อความ T ที่ $P \leftarrow T$

นั้นคือ $(R \rightarrow Q) \wedge (S \rightarrow R) \wedge (\ldots \rightarrow S) \wedge (T \rightarrow \ldots) \wedge (P \rightarrow T)$

จะได้ $P \rightarrow T \rightarrow \ldots \rightarrow S \rightarrow R \rightarrow Q$

นั้นคือ สามารถทำการพิสูจน์ $P \rightarrow Q$ ได้ โดยวิธีการคิดย้อนกลับ

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



จงพิสูจน์ว่า ถ้า AB = CB แล้ว $\angle A = \angle C$

วิเคราะห์ ใช้วิธีการคิดย้อนกลับ

1. $\angle A = \angle C$ เมื่อ $\angle A$ และ $\angle C$ เป็นมุมที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

2. สามเหลี่ยมสองรูปจะเท่ากันทุกประการเมื่อ เป็นไปตามเงื่อนไข ด.ม.ด หรือ ม.ด.ม หรือ ด.ด.ด

3. สร้าง ลากเส้นตรง จากจุด B มาแบ่งครึ่ง AC ที่จุด M

จะได้ AM = MC และ BM = BM

4. AB = CB โจทย์กำหนดให้

พิสูจน์ กำหนดให้ AB = CB

ลากเส้นตรง จากจุด B มาแบ่งครึ่ง AC ที่จุด M

จะได้ BM = BM (ด้านร่วม) และ AM = CM (จุด M แบ่งครึ่ง AC)

ดังนั้น $\Delta AMB \cong \Delta CMB$ (ด.ด.ด)

ดังนั้น $\angle A = \angle C$

4. วิธีลองผิดลองถูก (Do – Something Approach, Trial and Error)

ในการพิสูจน์ข้อความบางข้อความ เราไม่มีแบบแผนที่แน่นอนว่าจะดำเนินการพิสูจน์อย่างไร แต่เราสามารถหาวิธีพิสูจน์ ด้วยวิธีหนึ่ง คือการลองผิดลองถูกจนได้ผลสรุปที่ต้องการ เช่น การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ อาจเลือกวิธีการพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข เมื่อไม่ได้ผลสรุปตามที่ต้องการ ก็ลองเลือกวิธีการพิสูจน์ข้อความการแย้งสลับที่ หรือแบบอื่นๆ ซึ่งอาจนำไปสู่ผลสรุปตามที่ต้องการได้ เป็น

5. การใช้บทนิยามในการพิสูจน์ (Use of Definition)

บทนิยามจะช่วยให้เขาใจมโนมติทางคณิตศาสตร์ และเห็นโครงสร้างในการพิสูจน์ ทำให้ทราบว่าจะดำเนินการพิสูจน์ไปในแนวทางใด จึงเลือกวิธีการพิสูจน์ได้ เช่น

ตัวอย่าง ให้ A, B เป็นเซตใดๆ จงพิสูจน์ว่า $A \cap B \subset A$

วิเคราะห์ ในการจะพิสูจน์ว่า $A \cap B \subset A$ โดยอาศัยบทนิยามที่ว่า

" $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ สำหรับสมาชิก x ทุกตัว $x \in A \rightarrow x \in B$ "

ดังนั้นการพิสูจน์ข้อความนี้ ก็ต้องพิสูจน์ให้ได้ว่า

" สำหรับสมาชิก x ทุกตัว ถ้า $x \in A \cap B$ แล้ว $x \in A$ **"**

ต่อไปก็เลือกวิธีการพิสูจน์ที่เหมาะสม ในที่นี้จะเลือกวิธีการพิสูจน์แบบ RCP

พิสูจน์ ให้ x เป็นสมาชิกใดๆ ของเอกภพสัมพัทธ์ U

$x \in A \cap B \rightarrow x \in A \wedge x \in B$

$\rightarrow x \in A$

ดังนั้น $A \cap B \subset A$

6. การใช้ทฤษฎีบทที่มาก่อนหน้าหรือที่พิสูจน์มาแล้ว (Use Previously Proved Theorem)

วิธีนี้เป็นการใช้ทฤษฎีบทที่มาก่อนหน้าหรือที่พิสูจน์มาแล้วมาช่วยในการพิสูจน์ ซึ่งทฤษฎีบทที่นำมาใช้ในการพิสูจน์อาจมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับสิ่งที่เราต้องการพิสูจน์

นอกจากนี้ สุเทพ ทองอยู่ (2533 : 11) ได้กล่าวถึง กระบวนการที่จำเป็นต้องใช้ในการพิสูจน์ไว้ 2 ประการคือ

6.1 การสังเคราะห์ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่เริ่มจากข้อมูลที่กำหนดหรือสมมุติฐาน ดำเนินการไปเรื่อยๆ จนถึงสิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือผลสรุป ดังนั้นผู้แก้ปัญหาต้องพยายามแยกย่อยสมมุติฐาน และพิจารณาว่าสมมุติฐานแต่ละส่วนสามารถสรุปผลใดได้บ้าง จากนั้นใช้ความรู้ต่างๆ ที่เคยทราบมาก่อนรวมทั้งผลที่ได้จากสมมุติฐาน หาเหตุผลที่ชัดเจนเพื่อนำไปสู่ผลสรุป

6.2 การวิเคราะห์ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่กลับกันกับการสังเคราะห์โดยเริ่มจากสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ หรือผลสรุปย้อนหลังไปถึงข้อมูลที่สรุป หรือสมมุติฐาน ผู้พิสูจน์จะต้องพิจารณาว่ามีข้อมูลมีข้อมูลใดนำไปสู่ข้อมูลที่จะนำไปสู่สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะได้ข้อมูลซึ่งสามารถสามารถสรุปได้ผล จากข้อมูลที่กำหนดให้ หรือข้อมูลที่เคยเรียนรู้มาก่อน

จากวิธีการที่กล่าวมาข้างต้นมีความจำเป็นอย่างมากในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเวลาพิสูจน์จะต้องใช้วิธีการต่างๆ อยู่ตลอดเวลา ตลอดจนต้องอาศัยความชำนาญการและไหวพริบในการพิสูจน์ของผู้เรียนเอง ผู้เรียนจะต้องฝึกฝน ทุ่มเทในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเทคนิคต่างๆ เหล่านี้ไม่ใช่เทคนิคที่ตายตัว ผู้พิสูจน์อาจค้นพบวิธีการหรือแนวคิดได้เอง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของผู้พิสูจน์เอง การที่ผู้พิสูจน์มีเทคนิคหรือแนวทางที่ช่วยในการพิสูจน์และรู้จักใช้ ย่อมทำการพิสูจน์ได้ง่ายและสะดวกยิ่งขึ้น

6.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮาร์ท (Hart. 1986 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเขียนพิสูจน์ของนักศึกษาที่เรียนทฤษฎีกลุ่มเบื้องต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษา วิชาเอกคณิตศาสตร์ จำนวน 29 คน ที่เรียนวิชาพิชคณิตนามธรรมชั้นสูงมาอย่างต่อเนื่องมากกว่า 3 รายวิชาขึ้นไป งานวิจัยนี้ได้แบ่งระดับความเข้าใจนิยามเชิงปฏิบัติการ(Operationally defined) ออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ ระดับก่อนความเข้าใจ ระดับความเข้าใจของโครงสร้างของประโยค ระดับความเข้าใจความหมายของคำและประโยคในเชิงรูปธรรม และระดับความเข้าใจความหมายของคำและประโยคในเชิงรูปธรรม ผลการวิจัยพบว่า โดยภาพรวมกลุ่มตัวอย่างมีความเข้าใจความหมายโดยนัย (The implications) ของระดับความเข้าใจนิยามเชิงปฏิบัติการ แต่ยังมีปัญหาในเรื่องการอธิบายและการนำมาใช้ในการประยุกต์

มัวร์ (Moore. 1990 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่องปัญหาในการเรียนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัย งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาปัญหาที่นักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรี ที่เคยประสบปัญหาระหว่างการเปลี่ยนจากการเรียนระดับเบื้องต้นเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหา และการใช้สัญลักษณ์ไปสู่บทเรียนเรื่องการพิสูจน์ในระดับที่สูงขึ้น คำถามที่ใช้ในการวิจัยคือ “ อะไรคือธรรมชาติและที่มาของปัญหาในการเรียนรู้ที่จะอ่านและทำการพิสูจน์ของนักศึกษา ในบทเรียนแรกของการเรียนการพิสูจน์ ” ในหัวข้อที่บรรจุในบทเรียนประกอบด้วย เทคนิคการพิสูจน์ ทฤษฎีเซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และระบบจำนวนจริง และงานที่จะมอบหมายให้นักศึกษาทำนั้นจะเป็นการให้นักศึกษาทำการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างสั้นๆ โดยอาศัยบทนิยาม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษา 16 คน โดยแบ่ง 16 คนนั้นเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรีวิชาเอกคณิตศาสตร์จำนวน 8 คน เป็นนักศึกษาครูระดับปริญญาตรีวิชาเอกคณิตศาสตร์จำนวน 6 คน และนักศึกษาระดับปริญญาโทวิชาเอกคณิตศาสตร์จำนวน 2 คน การเก็บรวบรวมข้อมูลเบื้องต้นจะใช้การสังเกตแบบไม่มีส่วนรวมในชั้นเรียนในแต่ละวัน สัมภาษณ์อาจารย์ผู้สอนและนักศึกษา และทบทวนวิชาร่วมกันนอกห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่าปัญหาในการพิสูจน์ของนักศึกษามี 3 ประเด็นสำคัญ คือ ความเข้าใจในมโนมติ (Concept understand) ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics language and notation) และการเริ่มต้นการพิสูจน์ (Getting started on a proof)

เรโนลด์ (Thomson. 1996 : 478 ; citing Reynolds. 1976) ได้ทำการศึกษาการพิสูจน์ทางอ้อมในวิชาเรขาคณิตเกี่ยวกับเรื่องเส้นและมุมภายใน กลุ่มตัวอย่างเป็นผู้เรียนมัธยมศึกษา ผลการศึกษาพบว่า ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ประมาณ 14% สามารถเขียนการพิสูจน์ได้ และผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประมาณ 70% สามารถเขียนการพิสูจน์ได้ และมีผู้เรียน 12 - 18% จากทุกระดับชั้นสามารถพิสูจน์ได้ถึงจุดที่เกิดการขัดแย้งกัน (Contradiction) แต่ไม่รู้วิธีที่จะทำการพิสูจน์ต่อไปให้จบกระบวนการพิสูจน์

วิลเลียม (Thomson. 1996 : 478 ; citinig William. 1979) ได้ทำการทดสอบผู้เรียนเกี่ยวกับการพิสูจน์ทางอ้อม โดยกำหนดให้ผู้เรียนพิสูจน์ว่า $1 \neq 0$ ซึ่งจำเป็นต้องใช้การพิสูจน์ทางอ้อม ผลปรากฏว่าผู้เรียน 1 ใน 4 มีความคิดว่าการอ้างเหตุผลนี้ไม่สมเหตุสมผล ผู้เรียนส่วนใหญ่ให้เหตุผลว่า สมมุติฐานที่ว่า $1 = 0$ เป็นเท็จตั้งแต่แรก นอกจากนี้ยังพบว่าผู้เรียนให้คำตอบในลักษณะที่เหมือนกันในการทำแบบทดสอบ การพิสูจน์ทางอ้อมในอีก 2 หัวข้อ ประมาณ 1 ใน 3 ของผู้เรียนลงความเห็นว่าการพิสูจน์ทางอ้อมมีความสมเหตุสมผล แต่วิลเลียมสรุปว่า ผู้เรียนน้อยกว่า 20% เท่านั้นที่เข้าใจการพิสูจน์อย่างแท้จริง ส่วนใหญ่จะคิดว่าการพิสูจน์ทางอ้อมไม่มีความน่าเชื่อถือเพียงพอที่จะใช้เป็นเหตุผลในการพิสูจน์ได้ ซึ่งบางส่วนเป็นผลล้มเหลวในการไม่สามารถแยกแยะได้ว่าข้อความที่กำหนดให้กับข้อความขัดแย้งออกจากกันได้ และบางคนคิดว่าเขาสมมุติสิ่งที่ต้องพิสูจน์แล้วถือว่าเป็นการพิสูจน์ การอ้างเหตุผลมักจะวนไปวนมาและไม่สามารถพิสูจน์อะไรได้ ซึ่งสิ่งเหล่านั้นเป็นอุปสรรคที่ขัดขวางความสามารถในการพิสูจน์ทางอ้อมของผู้เรียน

เอทวูด (Atwood. 2001 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเรียนรู้ในการสร้างวิธีการพิสูจน์สำหรับการเรียนการพิสูจน์ในระยะแรก การศึกษานี้ต้องการทดสอบความคิดรวบยอดในการพิสูจน์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี ว่าพวกเขามีวิธีการพัฒนาทักษะอย่างไรในการวางแผนและรายงานการพิสูจน์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตชั้นปีที่ 2 และนักศึกษาชั้นปีที่ 3 วิชาเอกคณิตศาสตร์ จำนวน 16 คน ก่อนการทดลองและการสัมภาษณ์ได้มีการเตรียมเครื่องมือในการวัดความเข้าใจพื้นฐานของนักศึกษาภายหลังการประเมินจะแสดงให้เห็นว่านักศึกษามีวิธีการอย่างไรในการสร้างวิธีการพิสูจน์ทางตรง การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ การพิสูจน์โดยใช้ข้อขัดแย้ง และการพิสูจน์โดยใช้การอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาจำนวนครึ่งหนึ่งแสดงให้เห็นว่าพวกเขาเข้าใจข้อความที่ต้องพิสูจน์และยอมรับในบทนิยามที่ใช้ในการพิสูจน์ นักศึกษา 10 ใน 16 คน ยังแสดงให้เห็นสิ่งที่เป็นการขัดแย้งของข้อความโดยใช้วิธีการยกตัวอย่างค้าน

งานวิจัยภายในประเทศ

ธนูชัย ภูอุดม (2524 : 22 - 23) ได้ศึกษาสมรรถภาพในการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นเท็จ โดยการยกตัวอย่างค้าน ของนิสิตปริญญาเอกคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต ชั้นปีที่ 4 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ผลการวิจัยพบว่า นิสิตมีสมรรถภาพในการพิสูจน์ข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้านต่ำ

นวรัตน์ สุภสินธุ์ (2525 : 1 - 3) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตและระบบจำนวน ของนิสิตที่ได้รับการสอนโดยเน้นการยกตัวอย่างค้านกับการสอนปกติ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตที่ได้รับการสอนโดยเน้นการยกตัวอย่างค้านสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01 และยังพบว่าการสอนโดยเน้นการยกตัวอย่างค้านช่วยให้นิสิตสามารถทำความเข้าใจทฤษฎีบทในเรื่องเซตและระบบจำนวนได้เป็นอย่างดี และช่วยให้นิสิตเข้าใจถึงความสำคัญของเงื่อนไขของบทนิยามและทฤษฎีบทสามารถนำบทนิยามและทฤษฎีต่างๆ ไปใช้อย่างถูกต้องรอบคอบและระมัดระวัง

ขจรศรี วรรณสถิตย์ (2544 : 6 - 58) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 2 หลักสูตรการศึกษาบัณฑิต ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชา คณ 241 (หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ โดยรูปแบบข้อความที่ใช้ในการวิจัยมี 2 รูปแบบ คือ

1. การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$
   1.1 การพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข
   1.2 การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่
   1.3 การพิสูจน์โดยข้อขัดแย้ง
2. การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$

ผลจากการวิจัยพบว่าการพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ และ $P \leftrightarrow Q$ นิสิตมีปัญหาในการพิสูจน์ ซึ่งเรียงลำดับจากปัญหามากไปน้อย ดังนี้ วิธีพิสูจน์โดยใช้ข้อความขัดแย้งเป็นปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มากที่สุด การใช้บทนิยามเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์เป็นปัญหาลำดับที่ 2 วิธีการพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่เป็นปัญหาลำดับที่ 3 การเลือกวิธีการพิสูจน์เป็นปัญหาลำดับที่ 4 การวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์เป็นปัญหาลำกับที่ 5 การพิสูจน์ข้อความในรูป $P \leftrightarrow Q$ เป็นปัญหาลำดับที่ 6 การพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไขเป็นปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์น้อยที่สุด และผลการวิจัยยังพบอีกว่านิสิตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำและนิสิตที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง มีปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มากกว่านิสิตที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น งานวิจัยส่วนใหญ่มุ่งเน้นศึกษาปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ แต่ก็มีงานวิจัยที่แก้ไขปัญหาการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยของนวรัตน์ สุภสินธุ์ ที่ใช้การสอนโดยยกตัวอย่างค้านสอนเรื่องเซตและระบบจำนวน ด้วยเหตุที่งานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้ไขปัญหาการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ยังมีน้อย ประกอบกับผู้เรียนส่วนใหญ่ยังมีปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้วิจัยมีความประสงค์ที่จะหาแนวทางช่วยแก้ไขปัญหาการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน โดยผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยของขจรศรี วรรณสถิตย์ เป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตส่าสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

7. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน

7.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4 – ม. 6)

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ใช้อยู่ในปัจจุบันนี้เป็นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 โดยกำหนดคุณภาพของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 5)

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6) ไว้ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง และสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด
3. มีความเข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
4. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซตสามารถบอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพแทนเซต มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
5. สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรก ของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและการนำไปใช้ได้
6. สามารถสำรวจรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้
7. นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ไปใช้ได้
8. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถใช้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

ปัจจุบันสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ประกอบด้วย สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็น

เป้าหมายในการพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานของผู้เรียนให้มีคุณภาพดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 6 - 7)

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวรการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : ข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค1.2 : ข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายผลและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการใช้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์อื่นๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำหรับมาตรฐานการเรียนรู้ เรื่องเซตและการให้เหตุผล ที่ได้ทำการวิจัยนี้ได้กำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้น ม. 4-ม.6) ตรงกับสาระการเรียนรู้ที่ 4 : พีชคณิตและได้กำหนดรายละเอียดมาตรฐานการเรียนรู้ไว้ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 18-20)

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้

1. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต
2. เข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพนจ์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

1. เขียนแผนภาพแทนเซต (Venn – Euler Diagram) และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการหาสมาชิกของเซตได้
2. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพของเซต (Venn-Euler Diagram)

สาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เลือกช่วงชั้นที่ 4

ตาราง 1 แสดงสาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เลือก

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน	**สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เลือก**
1) จำนวน ● จำนวนจริง ● เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ	1) จำนวน ● ระบบจำนวนจริง ● ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ● จำนวนเชิงซ้อน ● คณิตศาสตร์การเงิน
2) พีชคณิต ● ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ● ลำดับและอนุกรม ● เซต ● การให้เหตุผล	2) พีชคณิต ● ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ● ฟังก์ชัน ● เมทริกซ์ ●กำหนดการเชิงเส้น
3) เรขาคณิต	3) เรขาคณิต ● เรขาคณิตวิเคราะห์ ● เวกเตอร์ในสามมิติ ● เรขาคณิตเพื่อศิลปะและการออกแบบ
4) การวัด ● อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้	4) การวัด ● แผนที่และการสำรวจ
5) สถิติและความน่าจะเป็น ● สถิติเบื้องต้น ● ความน่าจะเป็น	5) สถิติและความน่าจะเป็น ● การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ● การแจกแจงปกติ ● ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล ● การวางแผนการทดลองเบื้องต้น ● ความน่าจะเป็น
	6) แคลคูลัส ● ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ ● แคลคูลัสเบื้องต้น
	7) วิยุตคณิต ● กราฟเบื้องต้น

7.2 หลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศสหรัฐอเมริกา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา หรือ NCTM ได้จัดเอกสารหลักการและมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 :10-360) เพื่อเป็นแนวทางกำหนดทิศทางการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้น K-12 ให้ได้มาตรฐานเดียวกันทั่วประเทศ การจัดการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์สำหรับประเทศสหรัฐอเมริกานั้นมุ่งหวังให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) เยาวชนอเมริกันทุกคนจะต้องมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต้องการให้เน้นกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking)

เอกสารหลักการและมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ที่จัดทำขึ้นนั้น ได้กำหนดหลักการ (Principles) และมาตรฐานทางการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ไว้ 10 มาตรฐาน (Standards) เพื่อให้ครูและผู้วางนโยบายทางการศึกษาคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้กำหนดเป็นแนวทาง และวางกรอบงาน (frameworks) ในการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของแต่ละชั้นดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 :11)

หลักการ (Principles) มีทั้งหมด 6 หลักการ ได้แก่

1. การเสมอภาค (Equity)
2. หลักสูตรคณิตศาสตร์ (mathematics Curriculum)
3. การสอน (Teaching)
4. การเรียนรู้ในชั้นเรียน (Student Learning)
5. การวัดผลประเมินผล (Assessment)

มาตรฐานเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Content Standards) มี 5 มาตรฐาน ได้แก่

1. จำนวนและโอเปอเรชัน
2. รูปแบบ ฟังก์ชัน และพีชคณิต
3. เรขาคณิต และความรู้สึกเชิงมิติ/มิติสัมพันธ์
4. การวัด
5. การวิเคราะห์ข้อมูล สถิติ และความน่าจะเป็น

มาตรฐานที่เกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Process Standards) มี 5 มาตรฐาน ได้แก่

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof)
3. การสื่อสาร / การสื่อความหมาย (Communication)
4. การเชื่อมโยง (Connection)
5. การแสดง / การนำเสนอ (Representation)

มาตรฐาน (Standards) วิชาคณิตศาสตร์ เกรด 9-12

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกาได้กำหนดสำหรับหลักสูตรมาตรฐาน (Standards) วิชาคณิตศาสตร์ ระดับเกรด 9-12 ของผู้เรียนในประเทศสหรัฐอเมริกาว่าควรเรียนเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 10-360)

1. จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations)
2. พีชคณิต (Algebra)
3. เรขาคณิต (Geometry)
4. การวัด (Measurement)
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)
6. การแก้ปัญหา
7. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof)
8. การสื่อสาร / การสื่อความหมาย (Communication)
9. การเชื่อมโยง (Connection)
10. การแสดง/ การนำเสนอ (Representation)

จากการศึกษารายละเอียดของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของประเทศไทยจะพบว่ามีสาระการเรียนรู้เรื่อง การให้เหตุผลบรรจุอยู่ในกลุ่มสาระที่ 4 พีชคณิต ในกลุ่มคณิตศาสตร์พื้นฐาน เพื่อให้ผู้เรียนช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) เรียนเป็นรายวิชาพื้นฐาน และในมาตรฐานหลักสูตรของประเทศสหรัฐอเมริกาก็ได้บรรจุสาระการเรียนรู้เรื่อง การให้เหตุผลการพิสูจน์ อยู่ในมาตรฐานเนื้อหาของพีชคณิต (Algebra) จากความสำคัญของสาระการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผลดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำสาระการเรียนรู้เรื่อง การให้เหตุผลและการเหตุผล มาทดลองสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์ – คณิตฯ โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 4 ห้องเรียน ห้องเรียน ละ 40 คน จำนวนผู้เรียน 160 คน ซึ่งผู้เรียนแต่ละห้องเรียนมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนคละความสามารถของผู้เรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์ – คณิตฯ โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยการสุ่มแบบแบ่ง กลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มด้วยการจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จาก 2 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ซึ่งผู้เรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องมาจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนคละความสามารถของผู้เรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

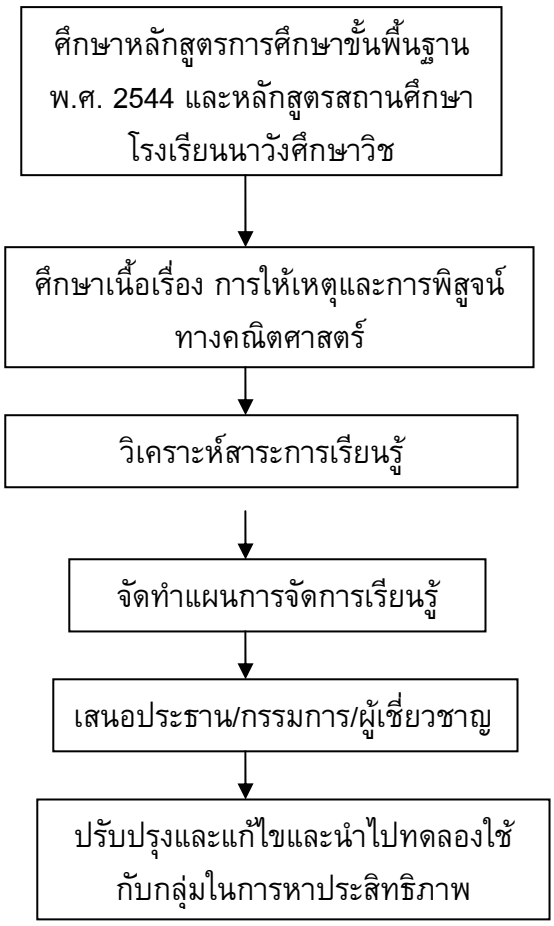
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้

1. แผนจัดการเรียนรู้
2. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 25 ข้อ แบ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 20 ข้อ แบบทดสอบอัตนัย 5 ข้อ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ตามลำดับขั้นตอนตามแผนภาพประกอบต่อไปนี้



ภาพประกอบ 9 ขั้นตอนในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนนาวังศึกษาวิช และแนวการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4 – ม. 6) จากหนังสือคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

2. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จากหนังสือและตำราที่เกี่ยวข้อง

3. วิเคราะห์สาระเพื่อกำหนดขอบข่ายของสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

4. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย

4.1 จุดประสงค์การเรียนรู้

4.2 สาระการเรียนรู้

4.3 กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย

4.3.1 ขั้น " *เตรียมความพร้อม* " คือ ขั้น เตรียมความพร้อมของผู้เรียน

4.3.2 ขั้น "*สังเกต* " คือ ขั้น การสังเกตสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

4.2.3 ขั้น "*อธิบาย* " คือ ขั้น ที่ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบสมมุติฐาน

4.2.4 ขั้น "*ขั้นทดสอบและทำนายผล* " คือ ขั้นการทำนายผลและการสรุปผล

4.2.5 ขั้น " *ควบคุมและนำไปใช้* " คือ ขั้นการส่งเสริมให้ผู้เรียนนำหลักการวิธีการแก้ปัญหาและผลสรุปไปใช้ประโยชน์ในการปรับปรุงการเรียนรู้ในสถานการณ์ต่างๆ

4.4 สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

4.5 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้แบบสังเกตการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนจากการประเมินผลตามสภาพจริง โดยให้ครู เพื่อนครู ผู้เรียน และเพื่อนผู้เรียนมีส่วนร่วมในการประเมิน

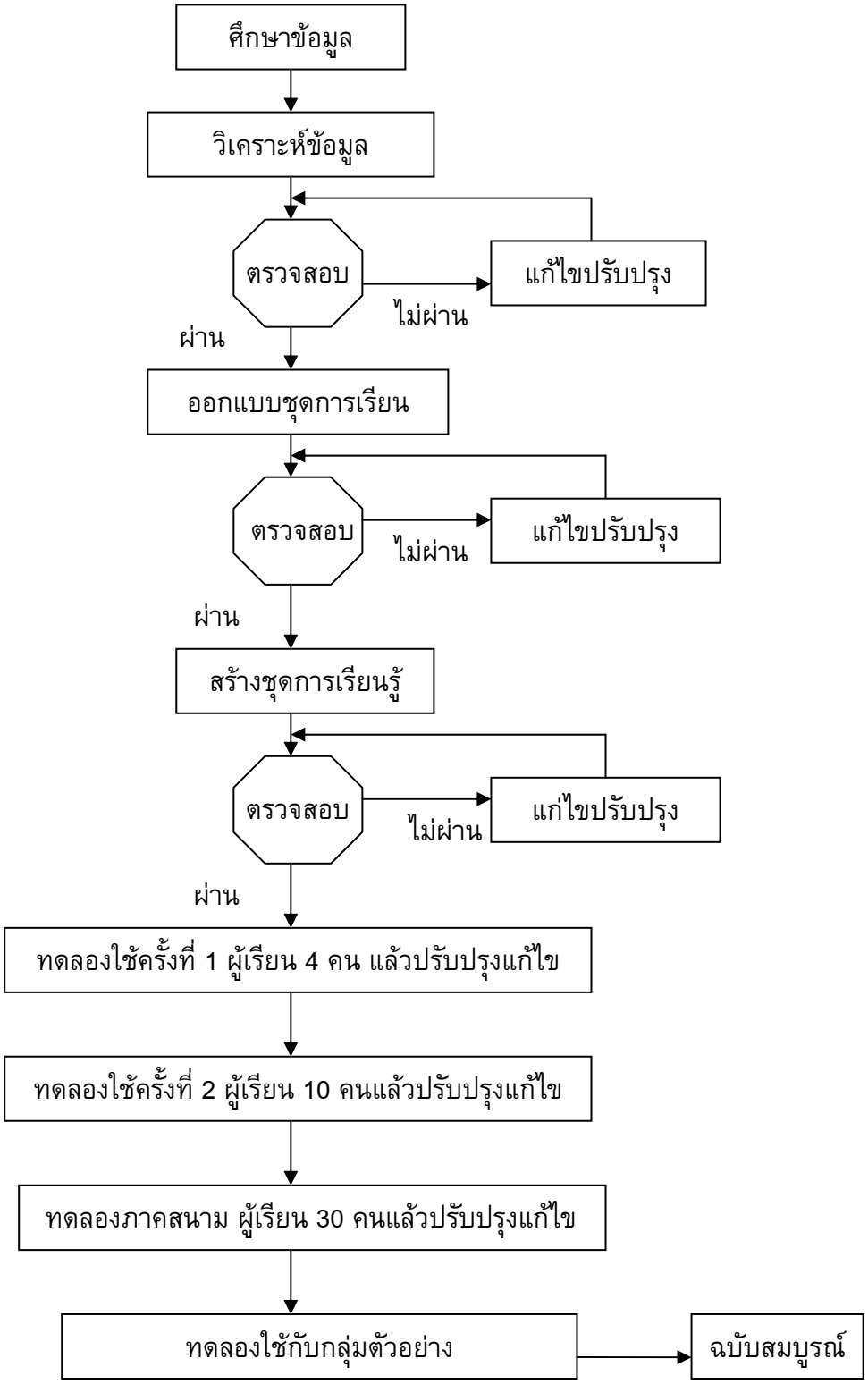
4.6 บันทึกหลังสอน

4.7 ข้อเสนอแนะ

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อประธานควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาก่อนแล้วจึงอนุมัติเสนอผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม ความถูกต้องชัดเจน ความสอดคล้องของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้ และระยะเวลาที่ใช้ ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขโดยผู้วิจัย

6. ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำไปทดลองใช้กับผู้เรียนที่เป็นกลุ่มในการหาประสิทธิภาพ

2. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาที่ 4 มีลำดับขั้นตอนในการสร้างดังต่อไปนี้



ภาพประกอบ 10 ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล

2.1 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าสิ่งที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลดังต่อไปนี้

2.1.1 ศึกษาและวิเคราะห์โครงสร้างหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) จากหนังสือคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการและหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนนาวังศึกษาวิช

2.1.2 ศึกษาสาระการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาชุดการเรียน โดยศึกษาจากหนังสือและตำราที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการเรียน คัดเลือกบทเรียน ผู้วิจัยได้จัดเนื้อหาและชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 5 ชุด โดยใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ดังนี้

ชุดการเรียนที่ 1 เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 3 ชั่วโมง

ชุดการเรียนที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 3 ชั่วโมง

ชุดการเรียนที่ 3 เรื่อง การอ้างเหตุผล จำนวน 2 ชั่วโมง

ชุดการเรียนที่ 4 เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ จำนวน 4 ชั่วโมง

ชุดการเรียนที่ 5 เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$ จำนวน 4 ชั่วโมง

2.2 ในการสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยได้ประยุกต์รูปแบบของคาร์ดาเรลลี่ (Cardarelli. 1973 : 150) ,ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2523 : 120) และกิดานันท์ มลิทอง (2531 : 18) มาประยุกต์ใช้ซึ่งประกอบด้วย

2.2.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียน เป็นส่วนที่อธิบายรายละเอียดการใช้ชุดการเรียน

2.2.2 ชื่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์

2.2.3 คำชี้แจง อธิบายจุดมุ่งหมายของชุดการเรียนและลักษณะของชุดการเรียน

2.2.4 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เป็นสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์นี้จบลง

2.2.5 เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำชุดการเรียน

2.2.6 สื่อการเรียนรู้ บอกถึงในชุดการเรียนนั้นมีวัสดุ – อุปกรณ์อะไรบ้าง

2.2.7 สาระการเรียนรู้ อธิบายความรู้กับผู้เรียน

2.2.8 กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นส่วนกำหนดที่ให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์

2.2.9 การประเมินผลการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ผู้เรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองจากการทำกิจกรรมในแต่ละชุดการเรียน

2.3 นำชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลเสนอต่อประธานควบคุมปริญญานิพนธ์เพื่อพิจารณาแล้วอนุมัติเสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบคุณภาพและความถูกต้องเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข และทดสอบหาประสิทธิภาพต่อไป

2.4 หลังจากที่ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การพิสูจน์และการให้เหตุผลที่สร้างขึ้นแล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนตามความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย 80/80 ดังขั้นตอนต่อไปนี้

2.4.1 หาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (1 : 4)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน จำนวน 5 ชุด ไปทดลองรายบุคคลกับผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 4 คน ที่มีระดับความสามารถเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน เพื่อพิจาณาเกี่ยวกับภาษา กิจกรรม สื่อต่างๆ ที่ใช้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เก็บข้อมูลต่างๆ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขโดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน ตลอดจนประเมินการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยประจำชุด ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขในเรื่องภาษา กิจกรรมการเรียนรู้ และระยะเวลาที่ใช้ให้เหมาะสม

2.4.2 หาประสิทธิภาพเป็นรายกลุ่ม (1 : 10)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน จำนวน 5 ชุด ไปทดลองรายบุคคลกับผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 10 คน มีระดับความสามารถเก่ง 3 คนปานกลาง 4 คน และอ่อน 3 คน เพื่อพิจารณาเกี่ยวกับภาษา กิจกรรม สื่อต่างๆ ที่ใช้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เก็บข้อมูลต่างๆ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขโดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

2.4.3 หาประสิทธ์ภาพเป็นรายกลุ่ม (1 : 30)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนที่ได้รับการปรับปรุงการสอนจากขั้นตอนการสอนเป็นรายกลุ่ม (1 : 30) แล้วไปทดลองกับผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช้กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน ซึ่งเป็นผู้เรียนโรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนแบบสืบสวนสอบสวนตามเกณฑ์ 80/80

2.5 หลังจากที่ผู้วิจัยหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเสร็จแล้ว ปรับปรุงแก้ไขแล้วจึงเสนอต่อประธานและกรรมการ ตรวจสอบความถูกต้อง และนำไปจัดพิมพ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2 แบบ คือ แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 20 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัย 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างต่อไปนี้

3.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบเลือกตอบ

3.1.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3.1.2 ศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง วิเคราะห์สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ใช้ทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.1.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผู้วิจัยสร้างตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้

3.1.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้นเสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง และเหมาะสม โดยพิจารณาจากค่า IOC $\geq$ 0.5 แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

3.1.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะอีกครั้ง

3.1.6 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่แก้ไขเรียบร้อยแล้วไปทดลองกับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ที่เรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มาแล้ว จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.1.7 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่ผู้เรียนทำ โดยให้คะแนน 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับคำตอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบ

3.1.8 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไปหาความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบปรนัย โดยใช้เทคนิค 27 % จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 217-219 ; อ้างอิงจาก Fan. 1952 : 3-32)

3.1.9 คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีค่าความยาก (p) ระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 20 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ ในการทดลองครั้งนี้ค่าความยาก (p) ระหว่าง 0.28 – 0.72 และค่าอำนาจจำแนก (r) ระหว่าง 0.26 – 0.74

3.1.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ ที่คัดเลือกแล้ว ไปทดสอบกับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยการคำนวณจากสูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์สัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 197-199) แล้วนำเสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบเลือกตอบ เท่ากับ 0.80

3.2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย

3.2.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.2.2 ศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง วิเคราะห์สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ใช้ทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผู้วิจัยสร้างตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ โดยสร้างให้มีความสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้

3.2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน คือ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง และเหมาะสม โดยพิจารณาจากค่า IOC $\geq$ 0.5 แล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

3.2.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะอีกครั้ง

3.2.6 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่แก้ไขเรียบร้อยแล้วไปทดลองกับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ที่เรียน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มาแล้ว จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.2.7 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่ผู้เรียนทำโดยให้

3 คะแนน สำหรับที่แสดงวิธีคิดละเอียดเท่ากับเฉลยคำตอบได้ถูกต้อง หรือแสดงวิธีคิดไม่ละเอียดเท่ากับเฉลยคำตอบแต่ได้คำตอบถูกต้อง

2 คะแนน สำหรับที่แสดงวิธีคิดแบบอื่นๆ แต่วิธีการและคำตอบถูกต้อง

1 คะแนน สำหรับที่แสดงวิธีคิดถูกต้องเกินครึ่งหนึ่งของขั้นตอนแต่คำตอบผิด

0 คะแนน สำหรับที่แสดงวิธีคิดผิดหรือแสดงวิธคิดได้ไม่ถึงครึ่งหนึ่งของขั้นตอนและคำตอบผิด

3.2.8 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไปหาความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย ของ วิทนีย์ และ ซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 199-201 ; อ้างอิงจาก Whitney & Sabers. 1970)

3.2.9 คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีค่าความยาก (P_E) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตามเกณฑ์ ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไปนี้โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 5 ข้อ จากจำนวน 10 ข้อ ในการทดลองครั้งค่าความยาก (P_E) เท่ากับ 0.57 – 0.78 และค่าอำนาจจำแนก (D) เท่ากับ 0.40 – 0.66

3.2.10 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ข้อ ที่คัดเลือกแล้ว ไปทดสอบกับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของ ครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 218) แล้วนำเสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ในการทดลองครั้งนี้ ค่าความเชื่อมั่น (α) เท่ากับ 0.81

3.2.11 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ในขั้นประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการให้เหตุผล ผู้วิจัยได้ใช้แบบแผนการทดลอง One – Group Pretest – Posttest (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 200 - 202)

ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E หมายถึง กลุ่มทดลอง

X หมายถึง การจัดกระทำ (Treatment)

T_1 หมายถึง การทดสอบก่อนที่จะจัดกระทำการทดลอง (Pretest)

T_2 หมายถึง การทดสอบหลังการจัดกระทำการทดลอง (Posttest)

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยวางแผนดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ชี้แจงให้ผู้เรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อที่ผู้เรียนจะได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทำการทดสอบกับผู้เรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดลองครั้งนี้ เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre - Test) เวลา $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง (เดือนมิถุนายน 2550)

3. ดำเนินการทดลองโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาในการทดลอง 16 ชั่วโมง

4. เมื่อเสร็จสิ้นการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ทำการทดสอบหลังเรียน (Post - test) เวลา $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้สอบก่อนเรียน (เดือนสิงหาคม 2550)

5. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมุติฐานต่อไป (เดือนตุลาคม 2550)

การจัดกระทำข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดสอบครั้งนี้ ผู้วิจัยมีลำดับขั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1.1 หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลทางและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้สูตร E_1 / E_2

1.2 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้สถิติ t – test Dependent

1.3 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล กับเกณฑ์ โดยใช้สูตรทางสถิติแบบ t – test One Sample

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

2.1. สถิติพื้นฐาน

1.1.1 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 79)

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.1.2 หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของแบบทดสอบ (Standard Deviation) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 308)

$$S = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

X แทน คะแนนของผู้เรียนแต่ละคน

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$N-1$ แทน จำนวนตัวแปรอิสระ (Degrees of freedom)

2.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

2.2.1 การศึกษาค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 248-249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2.2 หาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบ โดยเทคนิค 27% จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 217-219 ; อ้างอิงจาก Fan. 1952 : 3-32)

2.2.3 หาค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบอัตนัยโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบของวิทนีย์ และซาเบอร์ส จากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 199 – 201 ; อ้างอิงจาก D.R Whitney & D.L.Sabers. 1970 : 214-215)

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{man} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ค่าดัชนีความยาก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนของผู้เรียนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนของผู้เรียนกลุ่มอ่อน

X_{man} แทน คะแนนที่ผู้เรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่ผู้เรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{man} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_U แทน ผลร่วมของคะแนนของผู้เรียนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลร่วมของคะแนนของผู้เรียนกลุ่มอ่อน

X_{man} แทน คะแนนที่ผู้เรียนทำได้สูงสุด

X_{min} แทน คะแนนที่ผู้เรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบเลือกตอบ โดยคำนวณจากสูตร KR – 20 (Kuder - Richardson) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 197 - 199)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1-\frac{\sum pq}{s_t^{\,2}}\right]$$

r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ

n แทน จำนวนข้อของเครื่องมือวัด

p แทน สัดส่วนของผู้ทำได้ในข้อหนึ่งๆ นั้นคือสัดส่วนของคนทำถูกกับคนทั้งหมด

q แทน สัดส่วนของผู้ทำผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ คือ 1 – p

$S_t^{\,2}$ แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนั้น

2.2.5 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบัค (Cronbach)(ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2543 : 218)

$$\alpha = \frac{K}{K-1}\left[1-\frac{\sum S_i^{\,2}}{S_t^{\,2}}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

K แทน จำนวนข้อสอบ

$S_i^{\,2}$ แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

$S_t^{\,2}$ แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

โดยที่ $S_i^{\,2} = \frac{N\sum X_i^{\,2}-\left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}$

เมื่อ $S_i^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

$\sum X_i$ แทน ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i

$\sum X_i^{\,2}$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังในข้อที่ i

N แทน จำนวนคนเข้าสอบ

2.3 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

2.3.1 ใช้สูตร E_1 / E_2 (ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. 2528 : 214 - 215) เพื่อทดสอบสมมุติฐานของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 ดังนี้

สูตรที่ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100$$

E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียน คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัดหรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

$\sum X$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบฝึกหัด หรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมการเรียนรู้

N แทน จำนวนผู้เรียน

สูตรที่ 2

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100$$

E_2 แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปในตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียน) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน หรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนด้วยชุดการเรียน

B แทน คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียน หรือกิจกรรมหลังเรียน

N แทน จำนวนผู้เรียน

2.3.2 ใช้วิธีทางสถิติแบบ t – test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาพัฒนาการ การให้เหตุผล ของผู้เรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน จากสูตร (Ferguson. 1971 : 154)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}} \quad ; df = N - 1$$

t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution

$\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนใช้ชุดการเรียน

$\left(\sum D\right)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนใช้ชุดการเรียน

N แทน จำนวนผู้เรียน

2.3.3 ใช้สูตรทางสถิติแบบ t – test One Sample เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล กับเกณฑ์ จากสูตร (สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์ และเตือนใจ เกตุษา. 2544 : 216-217)

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{N}} \quad ; df = N - 1$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากร

S แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

N แทนจำนวนกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

$\overline{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

K แทน จำนวนคะแนนเต็ม

E_1 แทน คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

E_2 แทน คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม (μ) = 24)

S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

t แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

N-1 แทน ระดับชั้นแห่งความเป็นอิสระ (Degrees of freedom)

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับขั้น ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับเกณฑ์ ร้อยละ 60

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ปรากฏผลในตาราง 1 ดังนี้

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์	เกณฑ์ 80/80	
	E_1	E_2
1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย	80.48	86.00
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย	90.00	92.33
3. การอ้างเหตุผล	80.63	87.67
4. การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$	87.56	84.67
5. การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$	85.33	85.33
เฉลี่ย	84.80	87.20

จากตาราง 2 พบว่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 84.80/87.20 แสดงว่าชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยคำนวณความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t – test Dependent ปรากฏในตาราง 3

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลัง ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การทดสอบ	N	K	$\overline{X}$	S	t
ก่อนเรียน	40	40	11.75	2.86	
					43.96**
หลังเรียน	40	40	26.45	3.49	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 3 ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างก่อนและหลังเรียนได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนการสอน

3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล กับเกณฑ์ โดยใช้ t – test One Sample

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลกับเกณฑ์

การทดสอบ	N	K	$\overline{X}$	S	μ (60%)	t
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์	40	40	26.45	3.49	24	4.55**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 66.13

บทที่ 5
สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนาโดยมีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ ดังนี้

สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น

3 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นกับเกณฑ์

สมมุติฐานการวิจัย

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียน

3 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ขึ้นไป

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์ – คณิตฯ โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียน ละ 40 คน จำนวนผู้เรียน 80 คน ซึ่งผู้เรียนแต่ละห้องเรียนมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนคละความสามารถของผู้เรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. กลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์ – คณิตฯ โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยการสุ่มแบบแบ่ง กลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่มด้วยการจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จาก 2 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ซึ่งผู้เรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องมาจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนคละความสามารถของผู้เรียน

2. นำกลุ่มตัวอย่างที่ได้มาจัดเป็นกลุ่มละ 4 คน ตามระดับความสามารถสูง ปานกลาง ต่ำ เป็น 1 : 2 : 1 โดยใช้คะแนนจากการทดสอบวัดความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนตอนสอบเข้าชั้นในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 ตามเกณฑ์ที่ ชวาล แพรัตกุล (2516 : 374-377) เสนอไว้ดังนี้

ระดับความสามารถสูง	คือ	นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ขึ้นไป
ระดับความสามารถปานกลาง	คือ	นักเรียนที่มีคะแนนระหว่างเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25-75
ระดับความสามารถต่ำ	คือ	นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นไทล์ที่ 25 ลงมา

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นสาระการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ตามแนวทางของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4) โดยผู้วิจัยได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	การให้เหตุผล	8 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	8 ชั่วโมง

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 ใช้เวลาทดลองทั้งหมด 19 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง ทดลองสอน 16 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกศึกษาปีที่ 4
2. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 25 ข้อ แบ่งเป็นแบบทดสอบปรนัย (แบบเลือกตอบ) 20 ข้อ ได้ค่าความยาก(p) อยู่ระหว่าง 0.28 - 0.72 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.26– 0.74 ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) เท่ากับ 0.80 และแบบทดสอบอัตนัย 5 ข้อ ได้ค่าความยาก (P_E) อยู่ระหว่าง 0.57 - 0.78 ค่าอำนาจจำแนก (D) อยู่ระหว่าง 0.40 – 0.66 ค่าความเชื่อมั่น (α) เท่ากับ 0.81

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมาทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 40 คน โดยใช้เวลา 90 นาที
2. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างในเดือนมิถุนายนถึงเดือนสิงหาคม โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 5 ชุด เป็นระยะเวลารวม 16 ชั่วโมง โดยภายหลังจากการสอนในแต่ละชุดการเรียนจะให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน มาทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนเรียน (Prosttest) กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1

ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนนาวังศึกษาวิช อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู จำนวน 40 คน โดยใช้เวลา 90 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ใช้สูตร E_1 / E_2 เพื่อทดสอบประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. วิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติการวิเคราะห์แบบ t – test Dependent
3. วิเคราะห์คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้สถิติวิเคราะห์แบบ t – test One Sample

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 84.80/87.20
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการศึกษาค้นคว้าได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ทำการวิจัยและพัฒนามีประสิทธิภาพ 84.80/87.20 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้ 80/80 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 1 โดย 80 ตัวแรก หมายถึง ประสิทธิภาพที่ได้จากคะแนนในการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แต่ละหน่วยการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งหมดแล้วไม่ต่ำกว่าร้อยละ 80 และ 80 ตัวหลัง หมายถึง ประสิทธิภาพที่ได้จากคะแนนเฉลี่ยในการทำแบบทดสอบหลังเรียนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แต่ละหน่วยการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งหมดแล้วไม่ต่ำกว่าร้อยละ 80

1.1 ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรียบเรียงขึ้น มีการแบ่งสาระการเรียนรู้ออกเป็นเนื้อหาย่อยๆ เรียงลำดับต่อเนื่องจากง่ายไปหายาก เข้าใจง่าย แต่ละหัวข้อย่อยจะแยกเนื้อหาออกเป็นคาบ (1 ชั่วโมง) และในเนื้อหาแต่ละคาบเรียน มีการนำเสนอปัญหาหรือตัวอย่างให้ผู้เรียนได้ศึกษาก่อน คู่มือการใช้ชุดการเรียน ชื่อชุดการเรียน คำชี้แจง ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เวลา สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมในใบงานให้ผู้เรียนปฏิบัติระหว่างเรียน และมีแบบฝึกหัดประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ (Skinner) ที่กล่าว “ ถ้าแบ่งเนื้อหาวิชาที่จะถ่ายทอดให้ผู้เรียนเป็นตอนๆ ทีละน้อย เหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน ผู้เรียนจะสามารถรับความรู้ได้ดีกว่าให้ความรู้ผู้เรียนทีละมากๆ ” และในชุดการเรียนคณิตศาสตร์มีการกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้ผู้เรียนได้ทราบ ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ตรงตามเนื้อหาและทราบแนวทางวัดผลในแต่ละชุดการเรียน ทั้งยังสามารถตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหาจากการทำแบบฝึกหัดของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งเป็นไปตามลำดับขั้นการเรียนรู้ 9 ขั้นของ กาเย่ (Gagne') ที่กล่าวว่า การบอกให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์ปลายทางของการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางไปสู่จุดหมายนั้น ทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพ สร้างความจำและความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น (ไชยยศ เรืองสุวรรณ. 2533 : 65)

1.2 การดำเนินการสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์หลักสูตร ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้กระบวนการเรียนรู้ กำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ และวิธีการประเมินที่ยึดถือความสอดคล้องของเนื้อหากับจุดประสงค์ในการเรียนเป็นหลักทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ไปตามลำดับขั้นและรับทราบผลการเรียนย้อนกลับได้ทันที จึงทำให้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของกฤษมันต์ วัฒนาณรงค์ (2538 : 11) ที่กล่าวไว้ว่า กระบวนการดังกล่าวเป็นองค์ประกอบสำคัญที่ทำให้เกิดประสิทธิภาพในการเรียนรู้ได้และสอดคล้องกับแนวคิดของ บลูม(Bloom. 1976 : 115-124) กล่าวว่า การสอนที่มีประสิทธิภาพจะต้องมีการให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ไขข้อบกพร่อง (Feedback and Corrections) จะต้องมีการแจ้งผลการเรียนและข้อบกพร่องให้ผู้เรียนทราบ และสอดคล้องกับแนวคิดของ สุกิจ ศรีพรหม (2541 : 72) กล่าวว่า ชุดการเรียนทำให้เกิดประสิทธิภาพอย่างเชื่อถือได้

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของ

ผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.1 ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไข ตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ และด้านการวัดผลประเมินผล และผ่านการหาประสิทธิภาพได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นตามมาด้วย

2.2 ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมกลุ่มคละความสามารถของผู้เรียนตามระดับความสามารถ นักเรียนมีความสามารถสูงจะช่วยเหลือนักเรียนที่มีความสามารถต่ำเพื่อความสำเร็จหรือเป้าหมายของกลุ่ม ทำให้เกิดการช่วยเหลือซึ่งกันและกันทั้งยังเกิดการพึ่งพาอาศัยกันทางบวก ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ จอห์นและจอห์นสัน (John and Johnson. 1999 :105-107) กล่าวว่า สมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันทางการเรียนและต้องระลึกว่าทุกคนต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มคือความสำเร็จของนักเรียนแต่ละคน และเช่นเดียวกันผลงานของแต่ละคนก็เป็นผลงานของกลุ่มด้วย จึงมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนสูงขึ้น

3. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 3 ทั้งนี้อันเนื่องมาจาก ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีส่วนร่วม เกิดมุมมองทางความคิดของผู้เรียนในกลุ่มและชั้นเรียน โดยมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกระบวนการกลุ่มคละระดับความสามารถผู้เรียนผู้เรียนที่มีความสามารถสูงจะช่วยเหลือผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำ ทำให้ผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำเกิดความเข้าใจในสาระการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ จอยซ์ (Joyce. 2004 : Online) ได้ศึกษาการใช้กลุ่มย่อยเพื่อช่วยเหลือการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์และส่งเสริมทักษะทางสังคม ผลการศึกษาพบว่าการใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือทำให้นักศึกษาเกิดการเรียนรู้ ด้วยเหตุดังกล่าวจึงมีผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงแรกๆ ผู้เรียนผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำและปานกลางจะไม่ยอมอ่านใบความรู้และไม่ทำแบบฝึกระหว่างเรียน จะคอยลอกคำตอบจากนักเรียนที่มีความสามารถสูง โดยที่สมาชิกในกลุ่มจะลอกคำตอบอย่างเดียวโดยไม่สนใจวิธีหาคำตอบมาคำตอบหาได้อย่างไร ผู้วิจัยจึงอธิบายให้ผู้เรียนฟังถึงการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ว่าผู้เรียนต้องช่วยกันศึกษาใบความรู้และอภิปรายหาข้อสรุปกันภายในกลุ่มและช่วยกันทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนแล้วนำเสนอคำตอบของกลุ่มพร้อมอธิบายผู้เรียนก็รับฟังและช่วยกันทำกิจกรรม ซึ่งผู้เรียนที่มีความสามารถสูงจะเป็นผู้นำการอภิปรายภายในกลุ่มก็ทำให้ผู้เรียนในกลุ่มเข้าใจในการเรียนมากยิ่งขึ้น

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของผู้เรียนอยู่ในระดับดี เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการเรียน มีความสนใจในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี มีการสนทนาปรึกษากันภายในกลุ่ม ถึงแม้ผู้เรียนที่มีความสามารถต่ำจะเรียนไม่คอยเก่งแต่พอได้มาร่วมกลุ่มกับนักเรียนที่มีความสามารถปานกลางและมีความสามารถสูง ผู้เรียนจะปรับตัวเองให้ทันเพื่อนจนสามารถเรียนรู้ได้ดีขึ้น

3. ในการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ควรมีเวลาเพียงพอในการจัดกิจกรรมต่างๆ ในแต่ละชุดการเรียนและครูผู้สอนต้องให้ผู้เรียนได้ผ่อนคลายระหว่างทำกิจกรรมบ้างเพราะนักเรียนจะเครียดเวลาทำกิจกรรมเป็นเวลานานๆ

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 เนื่องจากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้นำเนื้อหา เรื่อง การให้เหตุผล รวมอยู่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ในช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6) โดยหลักสูตรดังกล่าวกำหนดให้สถานศึกษาดำเนินการจัดสาระการเรียนรู้ของเนื้อหาวิชาเองตามมาตรฐานการเรียนรู้ ดังนั้นชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ซึ่งมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่เหมาะสม ครูผู้สอน จึงอาจใช้เป็นตัวอย่างในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง การให้เหตุผล เพื่อให้สอดคล้องกับหลักสูตรสถานศึกษาขั้น

พื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยสามารถเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนเพียงบางส่วนหรือทั้งหมดก็ได้ และในแต่ละกิจกรรมครูผู้สอนสามารถปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับสติปัญญาของผู้เรียน หรืออาจจะใช้เป็นตัวอย่างของชุดการเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนในเนื้อหาอื่นของสถานศึกษาต่อไป

1.2 ครูควรฝึกให้ผู้เรียน เรียนรู้การแก้ปัญหาด้วยตัวเองหรือปรึกษากันภายในกลุ่มเพื่อหาข้อสรุปร่วมกัน ครูเป็นเพียงผู้คอยให้คำแนะนำช่วยเหลือมากกว่าจะเป็นผู้บอกความรู้ให้แก่ผู้เรียน

1.3 การให้ผู้เรียนทำกิจกรรมในใบงานหรือใบกิจกรรมก่อนทำแบบฝึกหัด ทำให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองและทำให้เข้าใจเนื้อหา ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง

1.4 การให้ผู้เรียนทราบผลคะแนนโดยทันทีหลังจากทำแบบทดสอบย่อยจะทำให้ผู้เรียนตั้งใจเรียน และกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้นเพื่อจะทำคะแนนให้ดียิ่งขึ้นในกิจกรรมต่อไป

1.5 ก่อนสอนโดยใช้ชุดการเรียนควรแนะนำวิธีการใช้ชุดการเรียนแต่ละเนื้อหาให้ผู้เรียนเข้าใจวิธีการเรียนก่อน เพราะถ้าผู้เรียนไม่เข้าใจจะทำให้การเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการทำกิจกรรมและเกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน

1.6 ถ้าผู้เรียนมีผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ครูควรเรียกพบเป็นรายบุคคลแล้วสอนเพิ่มเติม และเสริมแรงทางบวกโดยให้กำลังใจในการทำกิจกรรมครั้งต่อไป

1.7 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนสอนโดยใช้ชุดการเรียน ครูผู้สอนควรจัดให้มีกิจกรรมที่หลากหลาย สอดแทรกกิจกรรมการเรียน เช่น กิจกรรมนันทนาการหรือคุณธรรมจริยธรรมด้วย เพื่อไม่ให้ผู้เรียนได้เกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นการวิจัยเชิงพัฒนาที่ใช้ชุดการเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ในชุดการเรียนจะประกอบด้วย แผนจัดการเรียนรู้ ใบความรู้ ใบกิจกรรมระหว่างเรียน แบบฝึกหัด แบบทดสอบย่อย ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการเรียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ อาจจะนำไปใช้บางส่วนหรือทั้งชุดการเรียน

2.2 ในการทำวิจัยในครั้งต่อไปผู้วิจัยควรศึกษาตัวแปรอื่น เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการบูรณาการ หรือการวัดเจตคติในด้านต่างๆ ของผู้เรียน ฯลฯ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กมล เอกไทยเจริญ. (2541). *เอกสารประกอบการเรียนวิชา คณ 241 หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

กรมวิชาการ.(2544ก). *เทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุด การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.

_____.(2545). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

_____. (2546). *ผลประเมินคุณภาพการศึกษา.* (ออนไลน์). แหล่งที่มา : htt.//dcid.go.th. วันสืบค้น 18 มิถุนายน 2547.

กัลยา ทองสุ. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). *นวัตกรรมทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

กิดานันท์ มลิทอง. (2531). *เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาโสตทัศนศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2536). *เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย.* พิมพ์ครั้งที่ 2 กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกื้อกูล ควรหาเวช. (2542). *นวัตกรรมทางการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : S R Printing.

ขจรศรี วรรณสถิต. (2544). *ปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.

ขวัญตา พันธ์บ้านแหลม. (2546). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เรื่อง กราฟและการประยุกต์ของกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4* . ปริญญานิพนธ์ กศ.ม(คณิตศาสตร์). กรุงเทพ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

คณะอนุกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). *ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย.

คำโง่น เขียนทิลม. (2547). *การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งสำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. (2528). *การเลือกและการใช้สื่อการสอน.* กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. อัดสำเนา.

ฉวีวรรณ เศวตสาลย์ และคณะ. (2545). *ชุดปฏิรูปการเรียนรู้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ม.4 – ม.6.* กรุงเทพฯ : ประสานมิตร

ฉันทนา ภาคบงกช. (2528). *สอนให้เด็กคิด : โมเดลการพัฒนาทักษะการคิดเพื่อคุณภาพชีวิตและสังคม.* กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชวาล แพรัตกุล. (2520). *เทคนิคการเขียนข้อสอบ.* กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2523). *นวัตกรรมทางการศึกษา.* ในเอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา, หน่วยที่ 11 – 15, หน้า 12 – 13. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมธิราช.

_____. (2523). *เอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อการศึกษาเล่มที่ 1 หน่วยที่ 1 – 5.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์เกษตรแห่งประเทศไทย.

ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2526). *การเลือกและการใช้สื่อการสอน.* กรุงเทพฯ : วัฒนาพาณิชย์.

_____. *เทคโนโลยีทางการศึกษา* : หลักการ และแนวปฏิบัติ. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.

ดวงเดือน ศาสตรภัทร์. (2520). *พัฒนาการทางสติปัญญาตามทฤษฎีของเพียเจท์.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาจิตวิทยา มหาวิทยลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2531). *การสร้างเสริมสมรรถภาพการสอนคณิตศาสตร์ของครูระดับประถมศึกษา.* กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยสำนักพิมพ์.

ธนูชัย ภูอุดม. (2524). *การศึกษาสมรรถภาพในการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน ของนิสิตปีที่ 4 วิชาเอกคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาบัณฑิต.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ธีรนุช นามประเทือง. (2545). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติ และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 4 MAT.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

นวรัตน์ สุภสินธุ์. (2525). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตระดับปริญญาตรี ปีที่ 1 เรื่อง เซตและระบบจำนวน โดยการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้านกับการ สอนปกติ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

นิติยา ปภาพจน์. (2540). *การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

บุญเกื้อ ควรหาเวช. (2530). *นวัตกรรมทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมธิราช.

_____. (2542). *นวัตกรรมทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. บางเขน.

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. (2527). *การวัดและการประเมินผลทางการศึกษา* : ทฤษฎีและการประยุกต์. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญทัศน์.

ปณตพร โจทย์กิ่ง. (2530). *การสร้างชุดการสอนของกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตเรื่องศาสนาสำหรับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยชุดการสอนกับการสอนปกติ โรงเรียนเชิงชุมราษฎร์นุกูล จังหวัดสกลนคร .* วิทยานิพนธ์. ศศ.ม. (การสอนสังคมศึกษา). กรุงเทพ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

ประเสริฐ เสียงดี. (2527). *การศึกษาปรัชญาทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์.* วิทยานิพนธ์ วท.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2545, พฤศจิกายน – 2546 ,มกราคม). *ความสำคัญของคณิตศาสตร์.* วารสารคณิตศาสตร์. 46(530-532) : 13-15

พงศ์รัศมิ์ เฟื่องฟู. (2545). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตสาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.* ปริญญานิพนธ์. กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พรรณี ชูทัย. (2522). *จิตวิทยาการเรียนการสอน : จิตวิทยาการศึกษาสำหรับครูในชั้นเรียน.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). *การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไพศาล หวังพาณิช. (2526). **การวัดผลการศึกษา.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพาณิชย์.

ยุทธนา ถากร. (2546). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ ความสนใจและความมีวินัยในตนเองทางการเรียนรู้ ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 2 ที่มีความสามารถทางการเรียนที่ต่างกัน โดยใช้การเรียนด้วยตนเอง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องสมการและการแก้สมการ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (เทคโนโลยีการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ยุพิน พิพิธกุล และ ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). *"รูปแบบการเรียนการสอนพิสูจน์" ในประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8 – 11*. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ตันบรรจง. (2531). *สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

รังสรรค์ ทองสุกนอก. (2547). *ชุดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ (Problem-Based Learning) เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 5 กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

_____. (2539). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.* กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

_____. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้.* พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

วราภรณ์ สุรัตนากร. (2540). *ผลของการฝึกแก้ปริศนาคณิตศาสตร์ต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.1 ที่มีความรับรู้ความสามารถของตนเองทางด้านคณิตศาสตร์ต่างกัน*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาพัฒนาการ). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วัชรี บูรณสิงห์. (2525). *"การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล," เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *พัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์ .

วิเชียร เลาหโกศล. (2545). *เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการจัดทำสาระของหลักสูตรสถานศึกษาเพื่อพัฒนาครูโรงเรียนแกนนำวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.* กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

วิมล ลิ้มเศรษโฐ. (2527). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้หนังสือการ์ตูนเป็นอุปกรณ์การสอนปกติในโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.* วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนสังคมศึกษา). กรุงเทพ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

วิรุฬห์ บุญสมบัติ. (2521). *" การศึกษาธรรมชาติวิทยา โครงการวิทยาศาสตร์ทั่วไป,"* *ธรรมชาติวิทยา หน่วยที่ 7* . กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วีระ ตันตระกูล และ ปรีชา นิพนธ์พิทยา. (2533). *บันไดสู่ความก้าวหน้าของข้าราชการครู กทม.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

วีระ ไทยพานิช. (2529). *57 วิธีสอน.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. (2546). *สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 เล่ม 1.* กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แม็ค.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2535). *เอกสารวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 1.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

_____. (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2544). *สาระและมาตรฐานหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน วิชาคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : สถาบัน ฯ.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2544). *การให้เหตุผล.* พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : Learn and Play MATHGROUP.

สาโรจน์ แพ่งยัง. (2529). *เทคโนโลยีการผลิตสื่อการสอน : หลักการและทฤษฎีที่นำไปใช้.* กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พริกหวานกราฟฟิค.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สุกิจ ศรีพรหม. (2541). *"ชุดการสอนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน," วารสารวิชาการ.* 1(9) : 68 – 72

สุเทพ ทองอยู่. (2529). *" การให้เหตุผล" ในเอกสารการสอนชุดวิชาตรรกศาสตร์ เซตและทฤษฎีจำนวน.* นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.1

_____. *" ปัญหาทางคณิตศาสตร์ "* ในเอกสารประกอบการอบรมครูคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 6 วันที่ 9 – 10 พฤษภาคม 2533. หน้า 1 – 23. กรุงเทพฯ : คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2533). *การพัฒนาชุดการเรียนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์ และคณะ . (2544). *วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพ ฯ : ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

สุวิทย์ มูลคำและอรทัย มูลคำ. (2545). *20 วิธีจัดการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาคุณธรรมจริยธรรม ค่านิยมและการเรียนรู้โดยการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

สุวานิน รุ่งเรืองธรรม. (2526). *เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย.* พิมพ์ครั้งที่ 2 กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคนิคทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาครุศาสตร์เทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

หทัยกาญจน์ อินบุญมา. (2547). *ชุดการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความรู้สึกเชิงจำนวน เรื่อง การประมาณค่า ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* สารานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อรอุมา ไชยโยธา. (2547). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยตนเองแบบสืบสวนสอบสวนที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* สารานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อาริสา ฉัตรกิจวรุณ. (2529). *รากฐานเรขาคณิตศาสตร์.* สงขลา : ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.

Armstrong, Jane. (1972,April). " The Development and Evaluation of a Multi – Media Self – Instructional Package in Beginning French at Tarrant Country Junior College*, " Dissertation Abstracts International.* 32 : 5669 – A

Atwood, Peter R. (2001). *Learning to Construct Proofs in a First Course on Mathematical Proof*. (Online). Available : htt://dbonline.lib.cmu.ac.th/dao/detail.nsp

Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 Helping Children Think Mathematically*. New York : Macmillan Publishing Company.

Bell,Frederick H. *(1978). Teaching and Leaning Mathematics (in Secondary school) 2nd ed.* Wm.C : Brown Company Publishers.

Bittinger, M.L. (1972). *Logic and Proof.* Massachusetts : Addison-Wesley.

Brandt, Ron. (1984, September). "Teaching of Thinking , for Thinking , about Thinking ," *Educational Leadership.* 42(1) : 3.

Brawley, Olethe Daniels. (1975, January). " A Study of Evaluating the Evaluating the Effects of Using Multi – Media Instructional Modules to Teacher Time – Telling to Retarded Learner, " *Dissertation Abstracts International*. 35 : 4280 – A.

Bruce, Meeks Elija. (1972, February). " Learning Packages Versus Conventional Methods of Instruction," *Dissertation Abstracts International* . 32 : 429 – A.

Bruner,Jerome Seymour. (1966). *The Process of Education*. Cambridge : Harvard University Press.

Bull, Michaerl Parter. (1993, May). Exploring the Effects on Mathematics Achievement of Eighth Grade students that are Taught Problem-Solving Through a Four-Step Method That Addresses the Perceptual Strengths of Each Student (Magic Math). *Dissertation Abstracts*. (Online). 54-09A.

Cardarelli, Sally M. (1973). *Individualized Instruction Program Materials*. New York : McGraw-Hill.

Carroll, John B. (1963, May). *" A Model of School Learning,"* Teacher College Record. 64 : 723-733.

Fan, Chung – The. (1952). *Item Analysis Table.* Princeton, New Jersey : Educational Testing Service.

Ferguson, George A. (1971). *Statistical Analysis in Psychology and Education*. 4th ed. Tokyo : McGraw – Hill.

Finn.Kelly F, et al.(2003,June). Teacher Variables That Relate to Student Achievement When Using a Standards-Based Curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*. 34(3) : 228-A.

Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education. 3rd . ed .* New York : Teacher College Preess.

Guilford, J.P. and Hoepfner. (1971). *The Analysis of Intelligence*. New York : McGran – Hill. Inlow. Gail M. (1963). Maturity in High School Teaching. Englewoot Califs, New Jersy : Prentice Hall, Inc.

Hart, Eric W. (1986). *An Exploratory Study of The Proof – Writing Performance of College Students in Elementary Group Theory*. (Online). Available : http://dbonline.lib.cmu.ac.th/dao/detail.nsp

Houston, Robert W. and others. (1972). *Developing Instruction Modules : A Module System for Writing Modules*. Texas College of Education : University of Houston.

Kapfer, Phillip G. and Kapfer, B. Mirian (1972). *Learning Package in American Education.* N.T : Englewood Cliffs.

Kemp, J.E. and Dayton, D.K. (1985). *Planning and Production Instructional Media*. 5th ed. New York : Harper and Row.

Krulik, Stephen and Rudnick, Jessl A. (1993). *Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers.* Boston : Allyn and Bacon, Inc.

Lappan , Glena and Pamela W, Schram. (1989). *"Communication and Reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics ," in New Directions for Elementary School Mathematics*. 1989 yearbook. p. 14 – 30 Reston. Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics , Inc.

Mc Donald, E.J. (1971, May). " The Development and Evaluation of a Set of Multi – Media Self Instructional Learning Packages for Use in Remedial English at Urban Community College, " *Dissertation Abstracts International*. 34 : 432 – A.

Moore, Robert Crumley. (1990). *Collegs Students' Difficulties in Learning to Do Mathematics Proof.* (Online). Available:http://dbonline.lib.cmu.ac.th/dao/detail.nsp

Nickerson, Raymand. (1984, September). "Kinds of Thinking Taught in Current Programs," *Educational Leadership.* 42(1) : 26 – 36.

O Daffer, Phares G. (1990 May). *"Inductive and deductive Reasoning"* The Mathematics Teacher. 93(6) : 379-380.

Prescott, Daniel A. (1961). *" Report of Conference on Child Study," Educational Bulletin.* Faculty of Education, Chulalongkorn University.

Riorden, Jurie E. and Noyce, Pendred E. (2001, July). The Impacts of Standards-Based Mathematics Curriculum on Student Achievement in Massachusetts. *Journal for Research in Mathematics Education*.32(4) : 368-A.

Satterfielf, Melanie. (2001). " Geometer 's Sketchpad : single – user package, version 3 " *Dissertation Abstracts International.* (Online). Available : htt://vnweb.hwwilsonweb.com. Retrieved April , 8 2005.

Solow,Daniel. (2002). *How to Read and Do Proofs*. 3rd ed. U.S.A. : Jonh wiley & Sons Inc.

Suchmam , Richard J. (1962 , June). *" The Elementary School Training Program in Scicen tific In guiry ".* Instructor. 3(31) : 128

The National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* : Reston Virginia. The National Council of Teacher of Mathematics, Inc

_____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* United Stages of America : Inc

Thompson, Denisse R. (1996, September). (2001, January). *The Effects of Curriculum on Achievement in Second-year Algebra* : The Example of the University of Chicago School Mathematics Project. Journal for Research in Mathematics Education. 32(1) : 58-A.

_____. (1996, September). *" Leaning and Teaching indirect Proof ,"* The Mathematicas Tescher. 89(6) : 474 – 478.

William, Weber , B. Jr. (1999, Fall). " Connecting Concepts of Number to Mental Computation Procedures : An Examination of Middle Grade Students' Achievement And thinking, " *Focus on Learning Problems in Mathematics.* 21(4) : 40-62

Wilson, James W. (1971). *" Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics,"* in Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. P. 643-696. Edited by Benjamin S. Bloom. U.S.A. , McGraw – Hill.

Wilson, Patricia S. (1993). *Research Ideas for The Classroom: High School Mathematics.* New York : NCTM.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. ตารางค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัย เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3. ตารางค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่า (α) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ตาราง 5 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัย เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญ			ค่าความสอดคล้อง	ผลการคัดเลือก	ข้อ				ค่าความสอดคล้อง	ผลการคัดเลือก
	1	2	3				1	2	3		
1	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	16	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
2	0	1	1	0.67	คัดเลือกไว้	17	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
3	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	18	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
4	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	19	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
5	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	20	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
6	0	1	1	0.67	คัดเลือกไว้	21	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
7	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	22	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
8	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	23	0	1	1	0.67	คัดเลือกไว้
9	0	1	1	0.67	คัดเลือกไว้	24	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
10	0	1	1	0.67	คัดเลือกไว้	25	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
11	1	0	1	0.67	คัดเลือกไว้	26	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
12	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	27	0	1	1	0.67	คัดเลือกไว้
13	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	28	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
14	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	29	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
15	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	30	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัยเฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC $\geq$ 0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 – 1 จำนวน 20 ข้อ

ตาราง 6 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญ			ค่าความสอดคล้อง	ผลการคัดเลือก	ข้อ				ค่าความสอดคล้อง	ผลการคัดเลือก
	1	2	3				1	2	3		
1	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	6	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
2	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	7	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
3	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	8	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
4	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	9	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้
5	1	1	1	1.0	คัดเลือกไว้	10	0	1	1	0.67	คัดเลือกไว้

คัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัยเฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า IOC $\geq$ 0.5 จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 – 1 จำนวน 5 ข้อ

ตาราง 7 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบปรนัย เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ข้อ	R_H	R_L	p	r
1	23	14	0.69	0.33
2	26	13	0.72	0.48
3	22	7	0.54	0.56
4	19	9	0.52	0.37
5	23	3	0.48	0.74
6	25	7	0.59	0.67
7	16	9	0.46	0.26
8	26	12	0.70	0.52
9	27	11	0.70	0.59
10	17	3	0.37	0.52
11	19	12	0.57	0.26
12	19	4	0.43	0.56
13	17	8	0.46	0.33
14	11	4	0.28	0.26
15	15	4	0.35	0.41
16	23	13	0.67	0.37
17	19	3	0.41	0.59
18	18	5	0.43	0.48
19	21	7	0.52	0.52
20	21	13	0.63	0.30

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) เท่ากับ 0.80

ตาราง 8 ค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่า (α) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ข้อ	S_U	S_L	P_E	D
1	70	37	0.57	0.66
2	75	48	0.73	0.54
3	74	54	0.78	0.40
4	68	43	0.61	0.50
5	75	47	0.72	0.56

ค่าความเชื่อมั่น (α) เท่ากับ 0.81

ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. ตารางคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล

3. ตารางคะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย

4. ตารางคะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย

5. ตารางคะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง การอ้างเหตุผล

6. ตารางคะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

7. ตารางคะแนนการหาประสิทธิ์ภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$

ตาราง 9 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่	ก่อนเรียน (40 คะแนน)	หลังเรียน (40 คะแนน)	ผลต่าง	
			D	D^2
1	12	26	14	196
2	15	28	13	169
3	11	29	18	324
4	18	35	17	289
5	16	32	16	256
6	10	22	12	144
7	12	25	13	169
8	13	27	14	196
9	17	32	15	225
10	9	23	14	196
11	12	24	12	144
12	11	25	14	196
13	10	29	19	361
14	9	25	16	196
15	7	25	18	324
16	8	24	16	256
17	14	30	16	256
18	13	28	15	225
19	15	29	14	196
20	14	25	11	121
21	8	23	15	225
22	12	27	15	225
23	6	19	13	169
24	8	25	17	289
25	10	27	17	289

คนที่	ก่อนเรียน (40 คะแนน)	หลังเรียน (40 คะแนน)	ผลต่าง	
			D	D^2
26	12	28	16	256
27	13	25	12	144
28	15	32	17	289
29	14	30	16	256
30	11	24	13	169
31	10	25	15	225
32	13	28	15	225
33	17	30	13	169
34	12	27	15	225
35	9	23	14	196
36	8	19	11	121
37	14	25	11	121
38	9	23	14	196
39	11	24	14	196
40	12	31	19	361
ผลรวม	588	8,818		

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐานทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$$

เมื่อ t แทน ค่าที่พิจารณาใน t – Distribution

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของผลต่างของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของผลต่างของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

df แทน $N-1$

เนื่องจาก $\sum D = 588$; $\sum D^2 = 8{,}818$; $(\sum D)^2 = 345{,}744$; $N = 40$

ดังนั้น $$t = \frac{588}{\sqrt{\frac{40(8818) - 345744}{40 - 1}}}$$

$$= \frac{588}{\sqrt{178.87}}$$

$$= \frac{588}{13.37}$$

$$= 43.96$$

(เปิดตาราง t จะได้ ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.896 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 40 -1 = 39)

ตาราง 10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล

คนที่	คะแนนของผู้เรียนแต่ละคน (X)	X^2
1	26	676
2	28	784
3	29	841
4	35	1225
5	32	1024
6	22	484
7	25	625
8	27	729
9	32	1024
10	23	529
11	24	576
12	25	625
13	29	841
14	25	625
15	25	625
16	24	576
17	30	900
18	28	784
19	29	841
20	25	625
21	23	529
22	27	729
23	19	361
24	25	625
25	27	729

คนที่	คะแนนของผู้เรียนแต่ละคน (X)	X^2
26	28	784
27	25	625
28	32	1024
29	30	900
30	24	576
31	25	625
32	28	784
33	30	900
34	27	729
35	23	529
36	19	361
37	25	625
38	23	529
39	24	576
40	31	961
ผลรวม	1,058	28,460

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากผู้เรียนได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{N}} \quad ; \ df = N - 1$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มประชากร

S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

N แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$$S = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

X แทน คะแนนของผู้เรียนแต่ละคน

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$N-1$ แทน จำนวนตัวแปรอิสระ (Degrees of freedom)

เนื่องจาก $\sum X$ = 1,058 , $\sum X^2$ = 28,460 , $\left(\sum X\right)^2$ = 1,119,364 , μ = 24 , N = 40

$$\bar{X} = \frac{1058}{40}$$

$$= 26.45$$

$$S = \sqrt{\frac{40(28460) - 1119364}{40(40-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{1138400 - 1119364}{1560}}$$

$$= \sqrt{12.20}$$

$$= 3.49$$

ดังนั้น $t = \frac{26.45 - 24}{3.49/\sqrt{40}}$; df = N - 1

$$= \frac{2.45}{0.55}$$

$$= 4.55$$

(เปิดตาราง t จะได้ ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.896 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ df = 40 -1 = 39)

ตาราง 11 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ชุดที่ 1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (14 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (10 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (14 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (10 คะแนน)
1	12	8	16	9	7
2	10	9	17	12	9
3	11	10	18	13	10
4	13	9	19	11	8
5	12	8	20	10	8
6	9	7	21	14	9
7	14	10	22	13	10
8	12	9	23	12	8
9	10	9	24	10	8
10	13	10	25	12	9
11	12	9	26	11	9
12	10	8	27	10	7
13	11	8	28	9	8
14	12	9	29	8	8
15	10	8	30	13	9

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{338}{30} \times 100}{14} = 80.48$$

$$E_1 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{258}{30} \times 100}{10} = 86.00$$

ตาราง 12 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ชุดที่ 2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย

คนที่	คะแนนแบบฝึกหัด (12 คะแนน)	คะแนนแบบทดสอบย่อย (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนแบบฝึกหัด (12 คะแนน)	คะแนนแบบทดสอบย่อย (10 คะแนน)
1	9	9	16	10	8
2	11	10	17	12	9
3	10	9	18	12	9
4	9	9	19	8	7
5	9	8	20	9	10
6	12	10	21	12	10
7	12	10	22	11	9
8	10	9	23	11	10
9	11	9	24	10	9
10	12	10	25	12	10
11	9	9	26	12	9
12	12	10	27	10	8
13	11	9	28	11	10
14	12	9	29	12	10
15	11	9	30	12	10

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{324}{30} \times 100}{12} = 90.00$$

$$E_1 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{277}{30} \times 100}{10} = 92.33$$

ตาราง 13 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ชุดที่ 3 การอ้างเหตุผล

คนที่	คะแนนแบบฝึกหัด (16 คะแนน)	คะแนนแบบทดสอบย่อย (10 คะแนน)	คนที่	คะแนนแบบฝึกหัด (16 คะแนน)	คะแนนแบบทดสอบย่อย (10 คะแนน)
1	12	7	16	12	7
2	11	8	17	14	8
3	13	9	18	13	10
4	12	10	19	12	9
5	10	9	20	11	9
6	13	8	21	15	10
7	14	10	22	13	9
8	12	9	23	14	8
9	15	9	24	13	8
10	14	10	25	15	8
11	12	9	26	12	9
12	13	8	27	11	9
13	15	8	28	13	8
14	14	10	29	12	9
15	13	9	30	14	9

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{387}{30} \times 100}{16} = 80.63$$

$$E_1 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{263}{30} \times 100}{10} = 87.67$$

ตาราง 14 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ชุดที่ 4 การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (15 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (10 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบทดหัด (15 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (10 คะแนน)
1	10	8	16	12	8
2	12	8	17	15	9
3	11	7	18	14	10
4	14	9	19	14	9
5	12	9	20	11	7
6	13	8	21	15	9
7	15	10	22	14	8
8	12	9	23	15	9
9	15	10	24	14	8
10	15	9	25	14	8
11	12	9	26	15	9
12	12	8	27	10	7
13	14	8	28	12	7
14	13	8	29	13	9
15	12	7	30	14	10

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{394}{30} \times 100}{15} = 87.56$$

$$E_1 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{254}{30} \times 100}{10} = 84.67$$

ตาราง 15 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ชุดที่ 5 การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (15 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (10 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (15 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (10 คะแนน)
1	7	8	16	9	8
2	8	8	17	10	9
3	7	8	18	10	10
4	8	9	19	9	9
5	8	9	20	9	9
6	9	8	21	10	10
7	10	10	22	8	9
8	9	8	23	7	9
9	9	8	24	9	8
10	8	7	25	10	9
11	7	8	26	9	8
12	8	8	27	7	8
13	9	9	28	8	7
14	9	8	29	8	9
15	8	9	30	9	9

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{256}{30} \times 100}{10} = 85.33$$

$$E_1 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{256}{30} \times 100}{10} = 85.33$$

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โดยใช้
ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

โดย

นางวัชระ น้อยมี
นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา
(การสอนคณิตศาสตร์)

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4) **หน่วยการเรียนรู้ที่ 1**

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย จำนวน 3 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ ผู้เรียน

1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย
2. สามารถบอกรูปแบบการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ ผู้เรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ ผู้เรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการอ้างหลักฐาน ซึ่งนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เป็นเหตุหรือข้อกำหนด (hypothesis) เพื่อยืนยันข้อสรุปหรือผล (conclusion) ว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือความจริงนั้นๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

การให้เหตุผลที่สำคัญมีอยู่ 2 วิธี คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

การให้เหตุแบบอุปนัย หมายถึง การให้เหตุผลจากการพิจารณาว่าสิ่งที่กำหนดให้สนับสนุนผลสรุปเท่านั้น เป็นการค้นคว้าความจริงจากการสังเกต การใช้ประสบการณ์ใช้เหตุการณ์เฉพาะซึ่งเกิดขึ้นซ้ำๆ กันหลายๆ ครั้ง การทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วคาดคะเนผลสรุป บางครั้งเป็นการสรุปจากกรณีย่อยๆ แล้วนำมาสรุปเป็นข้อความทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้อาจจะได้ผลที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียมความพร้อม

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ
2. แจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนชุดที่ 1 ให้ผู้เรียนคนละ 1 ชุด
3. ให้ผู้เรียนเข้ากลุ่ม ซึ่งครูจัดไว้แล้วกลุ่มละ 4 คน
4. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 1-1 และ 1-2 ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น

ขั้นสังเกต

5. ให้ผู้เรียนซักถามปัญหาภายในกลุ่มและนำข้อสรุปของแต่ละคนมาวิเคราะห์ร่วมกันเป็นข้อสรุปของกลุ่มและศึกษาใบความรู้ที่ 1-1

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นอธิบาย

6. ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบในใบงานที่ 1-1 และส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุปของกลุ่มสู่ห้องเรียนเพื่อร่วมกันสรุปทั้งชั้นเรียน

ขั้นทดสอบและทำนายผล

6. ผู้เรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรม ที่ 1-1 เพื่อทดสอบข้อสรุป ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ ครูคอยดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของผู้เรียน
7. สุ่มผู้เรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
8. ผู้เรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นควบคุมและนำไปใช้

9. ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 1 และตรวจสอบคำตอบจากเฉลย

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย
2. ใบความรู้ที่ 1-1,1-2
3. ใบงานที่ 1-1
4. ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 1-1
5. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 1

การวัดผลและประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความรับผิดชอบ และมีระเบียบวินัย	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบสังเกตพฤติกรรม - ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 1-1
2. ตรวจผลงาน	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย	ผ่านเกณฑ์ 80% ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อยประชุดการเรียนที่ 1

บันทึกผลหลังการสอน

.....
.....
.....
.....
.....

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4) **หน่วยการเรียนรู้ที่ 1**

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย จำนวน 3 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ ผู้เรียน

1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบนิรนัย
2. สามารถบอกรูปแบบการให้เหตุผลแบบนิรนัยได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ ผู้เรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ ผู้เรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การให้เหตุผลแบบนิรนัย หมายถึง การให้เหตุผลที่อ้างว่าสิ่งที่กำหนดให้ยืนยันผลสรุป โดยกำหนดให้เหตุหรือข้อสมมุติเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงแล้วใช้ความรู้พื้นฐานหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ ที่ยอมรับกันมาก่อนว่าเป็นจริง สรุปผลจากเหตุที่กำหนดให้

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียมความพร้อม

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ
2. แจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 2 ให้ผู้เรียนคนละ 1 ชุด
3. ให้ผู้เรียนเข้ากลุ่ม ซึ่งครูจัดไว้แล้วกลุ่มละ 4 คน
4. ผู้เรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 - 7 รายบุคคล ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้ การให้เหตุผลมากขึ้น

ขั้นสังเกต

5. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 2-2 ครูกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้นโดยการใช้คำถาม

6. ให้ผู้เรียนซักถามปัญหาภายในกลุ่มและนำข้อสรุปของแต่ละคนมาวิเคราะห์ร่วมกันเป็นข้อสรุปของกลุ่มและทำใบงานที่ 2-1

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นอธิบาย

7. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 2-3 ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น

8. ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบในใบงานที่ 2-2 และส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุปของกลุ่มสู่ห้องเรียนเพื่อร่วมกันสรุปทั้งชั้นเรียน

ขั้นทดสอบและทำนายผล

9.ผู้เรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 2-1 เพื่อทดสอบข้อสรุป ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ ครูคอยดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของผู้เรียน

10. สุ่มผู้เรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง

11. ผู้เรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นควบคุมและนำไปใช้

11. ผู้เรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 2-1 และนำเสนอครูผู้สอนทุกคน

12. ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 2-1 และตรวจสอบคำตอบจากเฉลย

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย
2. ใบงานที่ 2-1 , 2-2 , 2-3
3. ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 2-1
4. แบบฝึกประสบการณ์ที่ 2-1
5 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 2-1

การวัดผลและประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1.สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความรับผิดชอบ และมีระเบียบวินัย	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบสังเกตพฤติกรม - แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
2.ตรวจผลงาน	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย	ผ่านเกณฑ์ 80% ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อยชุดที่ 2-1

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4) **หน่วยการเรียนรู้ที่ 1**

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง การอ้างเหตุผล จำนวน 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ ผู้เรียน

1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผล
2. สามารถบอกรูปแบบการให้เหตุผลได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ ผู้เรียนมีความสามารถ

สื่อสารและนำเสนอ

1. ให้เหตุผล
2. แก้ปัญหา
3. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ ผู้เรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล (valid) คือ **การอ้างเหตุผล** หรือข้ออ้างที่กำหนดให้เป็นจริง เรียกว่า **เหตุ** เป็นผลให้เกิด **ข้อสรุป** ที่เป็นจริงได้

การให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล (invalid) คือ **การอ้างเหตุผล** หรือข้ออ้างที่กำหนดให้เป็นจริง เรียกว่า **เหตุ** ไม่เป็นผลให้เกิด **ข้อสรุป** ที่เป็นจริงได้

การตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพ

การตรวจสอบการให้เหตุผลแบบอุปนัย – แบบนิรนัย ว่าผลที่สรุปได้สมเหตุสมผลหรือไม่ สมเหตุสมผลทำได้หลายวิธี วิธีหนึ่งคือ การโดยใช้แผนภาพแทนเซตของ เวนน์ – ออยเลอร์ ที่ใช้ในเรื่องเซตมาช่วยในการตรวจสอบ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียมความพร้อม

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ
2. แจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนชุดที่ 2 ให้ผู้เรียนคนละ 1 ชุด
3. ให้ผู้เรียนเข้ากลุ่ม ซึ่งครูจัดไว้แล้วกลุ่มละ 4 คน

4. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 3-1 ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น

ขั้นสังเกต

5. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 3-2 ครูกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้นโดยการใช้คำถาม
6. ให้ผู้เรียนซักถามปัญหาภายในกลุ่มและนำข้อสรุปของแต่ละคนมาวิเคราะห์ร่วมกันเป็นข้อสรุปของกลุ่มและทำใบงานที่ 3-1

ขั้นอธิบาย

7. ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบในใบงานที่ 3-2 และส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุปของกลุ่มสู่ห้องเรียนเพื่อร่วมกันสรุปทั้งชั้นเรียน

ขั้นทดสอบและทำนายผล

8. ผู้เรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 3-1 ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ ครูคอยดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของผู้เรียน
9. สุ่มผู้เรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
10. ผู้เรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นควบคุมและนำไปใช้

11. ผู้เรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 3-1 และนำเสนอครูผู้สอนทุกคน
12. ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 3 และตรวจสอบคำตอบจากเฉลย

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การอ้างเหตุผล
2. ใบความรู้ที่ 3-1 , 3-2
3. ใบงานที่ 3-1 , 3-2
4. ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 3- 1
5. แบบฝึกประสบการณ์ที่ 3-1
6. แบบทดสอบย่อยประจำการเรียน ชุดที่ 3

การวัดผลและประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1.สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบความรับผิดชอบและมีระเบียบวินัย	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2.ตรวจผลงาน	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3.ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การอ้างเหตุผล	ผ่านเกณฑ์ 80% ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อยชุดที่ 3

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4) **หน่วยการเรียนรู้ที่ 1**

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ ทางตรงหรือโดยใช้กฎของเงื่อนไข จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ ผู้เรียน

1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้กฎของเงื่อนไข
2. สามารถบอกรูปแบบการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้กฎของเงื่อนไขได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ ผู้เรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ ผู้เรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การพิสูจน์ทางตรงหรือโดยใช้กฎของเงื่อนไข (Rule of Conditional Proof : Rcp) เป็นการพิสูจน์ทางตรง (Direct Proof) โดยเริ่มจากการยอมรับว่าเหตุ (P) เป็นจริง แล้วใช้ บทนิยาม หรือทฤษฎีที่มีก่อนหน้า สัจพจน์ รวมทั้งกฎต่างๆ ทางตรรกศาสตร์อ้างหรือพิสูจน์ให้ได้ผล (Q)

กล่าวคือ ถ้า P เป็นเหตุ และ S_1 , S_2 , S_3 , …, S_n เป็นนิยาม หรือทฤษฎีบทหรือสัจพจน์ และ Q เป็นผล การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ คือการอ้างเหตุผล

$P, S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n \vdash Q$ ซึ่งสมเหตุสมผล และการแสดงรูปแบบการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลนั้นทำได้ โดยแสดงว่า $(P \wedge S_1 \wedge S_2 \wedge S_3, \ldots, \wedge S_n) \rightarrow Q$ เป็นสัจนิรันดร์

การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้กฎของเงื่อนไขกระทำโดยสมมุติว่า P แล้วแสดงให้ได้ว่า Q เป็นจริง รูปแบบในการพิสูจน์เป็นดังต่อไปนี้

พิสูจน์ สมมุติว่า P เป็นจริง

.....
.....
.....

} ใช้ P และ $S_1 \wedge S_2 \wedge S_3, \ldots, \wedge S_n$

เพราะฉะนั้น Q เป็นจริง

คือ $P \rightarrow Q$

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียมความพร้อม

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ
2. แจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนชุดที่ 4 (การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้กฎของเงื่อนไข) ให้ผู้เรียนคนละ 1 ชุด
3. ให้ผู้เรียนเข้ากลุ่ม ซึ่งครูจัดไว้แล้วกลุ่มละ 4 คน
4. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 4-1 ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้นและผู้เรียนทำใบงานที่ 4-1

ขั้นสังเกต

5. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 4-2 ครูกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้นโดยการใช้คำถาม
6. ให้ผู้เรียนซักถามปัญหาภายในกลุ่มและนำข้อสรุปของแต่ละคนมาวิเคราะห์ร่วมกันเป็นข้อสรุป

ขั้นอธิบาย

7. ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบในใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 4-2 และส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุปของกลุ่มสู่ห้องเรียนเพื่อร่วมกันสรุปทั้งชั้นเรียน

ขั้นทดสอบและทำนายผล

8. ผู้เรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 4-1 เพื่อทดสอบข้อสรุป ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ ครูคอยดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของผู้เรียน
9. ผู้เรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ขั้นควบคุมและนำไปใช้

10. ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 4 และตรวจสอบคำตอบจากเฉลย

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การอ้างเหตุผล
2. ใบความรู้ที่ 4-1 , 4-2
3 ใบงานที่ 4-1
4. ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 4- 1
5. แบบฝึกประสบการณ์ที่ 4-1
6. แบบทดสอบย่อยประจำการเรียน ชุดที่ 4

การวัดผลและประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1.สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความรับผิดชอบ และมีระเบียบวินัย	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบสังเกตพฤติกรม
2.ตรวจผลงาน	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้กฎของเงื่อนไข	ผ่านเกณฑ์ 80% ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 4

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4) **หน่วยการเรียนรู้ที่ 2**

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ ผู้เรียน

1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่
2. สามารถบอกรูปแบบการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ ผู้เรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ ผู้เรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่เป็นวิธีการพิสูจน์วิธีหนึ่ง จากความรู้เรื่องตรรกศาสตร์ เราทราบว่า $P \rightarrow Q$ สมมูลกับ $\sim Q \rightarrow \sim P$ ประพจน์ที่สมมูลกันในลักษณะนี้เรียกว่า ประพจน์แย้งสลับที่ (Contra positive) ดังนั้น ถ้าต้องการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ ก็สามารถพิสูจน์ข้อความ $\sim Q \rightarrow \sim P$ แทนได้ โดยใช้การพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข ช่วยการพิสูจน์ต่อไป

การพิสูจน์ $\sim Q \rightarrow \sim P$ ก็จะดำเนินการพิสูจน์เช่นเดียวกับการพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข ดังนั้น เราอาจพิสูจน์ว่า $P \rightarrow Q$ เป็นจริง โดยสมมุติว่า $\sim Q$ เป็นจริง แล้วแสดงให้ได้ว่า $\sim P$ เป็นจริง การพิสูจน์อยู่ในรูปดังนี้

พิสูจน์ สมมุติว่า ~Q เป็นจริง

..... }
..... } ใช้ ~Q และ $S_1 \wedge S_2 \wedge S_3, \ldots, \wedge S_n$
..... }

เพราะฉะนั้น ~P เป็นจริง

คือ $\sim Q \rightarrow \sim P$ **ดังนั้น** $P \rightarrow Q$

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียมความพร้อม

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ
2. แจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนชุดที่ 4 (การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่) ให้ผู้เรียนคนละ 1 ชุด
3. ให้ผู้เรียนเข้ากลุ่ม ซึ่งครูจัดไว้แล้วกลุ่มละ 4 คน
4. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 4-3 ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น

ขั้นสังเกต

5. จากผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 4-3 ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนสนใจและครูคอยกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้นโดยให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มได้ตอบคำถามโดยทั่วถึง

ขั้นอธิบาย

6. ให้ผู้เรียนซักถามปัญหาในใบความรู้ที่ 4-2 ภายในกลุ่มและนำข้อสรุปของแต่ละคนมาวิเคราะห์ร่วมกันเป็นข้อสรุปของกลุ่มและทำใบงานที่ 4-3

8. ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบในใบงานที่ 4-3 และส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุปของกลุ่มสู่ห้องเรียนเพื่อร่วมกันสรุปทั้งชั้นเรียน

ขั้นทดสอบและทำนายผล

8. ผู้เรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 4-2 เพื่อทดสอบข้อสรุป ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ ครูคอยดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของผู้เรียน
9. สุ่มผู้เรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
10. ผู้เรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ขั้นควบคุมและนำไปใช้

11. ผู้เรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 4-2 และนำเสนอครูผู้สอนทุกคน
12. ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 4 และตรวจสอบคำตอบจากเฉลย

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การอ้างเหตุผล
2. ใบความรู้ที่ 4-3
3 ใบงานที่ 4-2 ,
4. ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 4-2
5. แบบฝึกประสบการณ์ที่ 4-2
6. แบบทดสอบย่อยประจำการเรียน ชุดที่ 4

การวัดผลและประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1.สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความรับผิดชอบ และมีระเบียบวินัย	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบสังเกตพฤติกรม
2.ตรวจผลงาน	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3.ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่	ผ่านเกณฑ์ 80% ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 4

บันทึกผลหลังการสอน

……
……
……
……
……
……
……

แผนจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4) **หน่วยการเรียนรู้ที่ 2**

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$ จำนวน 3 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ ผู้เรียน

1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$
2. สามารถบอกรูปแบบการการพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$ ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ ผู้เรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ ผู้เรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. ระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$ จากความรู้เรื่องการสมมูลของประพจน์ เราทราบว่า $P \leftrightarrow Q$ สมมูลกับ $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ ดังนั้นการพิสูจน์ข้อความ ต้องแยกการพิสูจน์ออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 *พิสูจน์ข้อความ $(P \rightarrow Q)$*

ตอนที่ 2 *พิสูจน์ข้อความ $(Q \rightarrow P)$*

แต่ละตอนใช้ความรู้เรื่องการพิสูจน์ข้อความที่เชื่อมด้วย " $\rightarrow$ "

และในการพิสูจน์ $P \rightarrow Q$ และ $Q \rightarrow P$ ก็ใช้วิธีการพิสูจน์ตามวิธีการต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้ว โครงสร้างของการพิสูจน์ข้อความ $P \leftrightarrow Q$ สามารถพิสูจน์ได้ดังนี้

พิสูจน์ ตอนที่ 1 พิสูจน์ $P \rightarrow Q$

.....

ดำเนินการพิสูจน์ตามวิธีที่กล่าวมาแล้ว

.....

ตอนที่ 2 พิสูจน์ $Q \rightarrow P$

.....

ดำเนินการพิสูจน์ตามวิธีที่กล่าวมาแล้ว

.....

เพราะฉะนั้น $P \leftrightarrow Q$

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียมความพร้อม

1.แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ

2. แจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนชุดที่ 2 ให้ผู้เรียนคนละ 1 ชุด

3. ให้ผู้เรียนเข้ากลุ่ม ซึ่งครูจัดไว้แล้วกลุ่มละ 4 คน

4. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 5-1 ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น

ขั้นสังเกต

5. ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคลในใบความรู้ที่ 5-2 ครูกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้นโดยการใช้คำถาม

6. ให้ผู้เรียนซักถามปัญหาภายในกลุ่มและนำข้อสรุปของแต่ละคนมาวิเคราะห์ร่วมกันเป็นข้อสรุปของกลุ่มและทำใบงานที่ 5-1

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นอธิบาย

7. ครูผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบในใบงานที่ 5-2 และส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุปของกลุ่มสู่ห้องเรียนเพื่อร่วมกันสรุปทั้งชั้นเรียน

ขั้นทดสอบและทำนายผล

8. ผู้เรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 5-1 เพื่อทดสอบข้อสรุป ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ ครูคอยดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของผู้เรียน

9. สุ่มผู้เรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง

10. ผู้เรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นควบคุมและนำไปใช้

11. ผู้เรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 5-1 และนำเสนอครูผู้สอนทุกคน
12. ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 5 และตรวจสอบคำตอบจากเฉลย

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การอ้างเหตุผล
2. ใบความรู้ที่ 5-1 , 5-2
3 ใบงานที่ 5-1 , 5-2
4. ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 5- 1
5. แบบฝึกประสบการณ์ที่ 5-1
6. แบบทดสอบย่อยประจำการเรียน ชุดที่ 5

การวัดผลและประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1.สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความรับผิดชอบ และมีระเบียบวินัย	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบสังเกตพฤติกรม
2.ตรวจผลงาน	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3.ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$	ผ่านเกณฑ์ 80% ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อย ชุดที่ 5

บันทึกผลหลังการสอน

……
……
……
……
……
……
……

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
เรื่อง
การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์

1. ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาอย่างละเอียด
2. ให้นักเรียนเข้ากลุ่ม ซึ่งครูจัดไว้กลุ่มละ 4 คน แล้วให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาภายในกลุ่มของตัวเอง
3. ให้สมาชิกภายในกลุ่มช่วยกันกำหนดปัญหาและหาคำตอบของกิจกรรมตามขั้นตอนแบบสืบสวนสอบสวน
4. ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาหาข้อสรุปของตนเอง และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองในการศึกษาชุดการเรียน
5. นำข้อสรุปที่แต่ละคนได้ มารวมกันวิเคราะห์เป็นข้อสรุปของกลุ่ม
6. ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอข้อสรุปของกลุ่มสู่ห้องเรียนเพื่อร่วมกันสรุปทั้งชั้นเรียน
7. เมื่อนักเรียนทำใบกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้วให้ตรวจคำตอบจากเฉลยที่อยู่ด้านหลังของชุดการเรียน
8. หลังจากนักเรียนศึกษาและทำใบกิจกรรมจากชุดการเรียนที่ 1 เสร็จเรียบร้อยแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน

คู่มือชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จัดทำขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และเพื่ออำนวยความสะดวกในการเตรียมการสอนและในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งชุดการเรียนนี้จะครอบคลุมสาระการเรียนรู้เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการอธิบายถึงสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผลแบบอุปนัย การให้เหตุผลแบบนิรนัย การอ้างเหตุผล การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \leftrightarrow Q$ ให้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทุกคนได้เรียน โดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนนี้ แบ่งเป็น 2 หน่วยการเรียนรู้ คือ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การให้เหตุผล หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ แต่ละหน่วยการเรียนรู้นั้นจะแบ่งเป็นหัวข้อย่อย ซึ่งแต่ละหัวข้อย่อยจะจัดทำในรูปของ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ ใบงาน ใบกิจกรรมระหว่างเรียนและในแต่ละใบงานและใบกิจกรรมระหว่างเรียนจะมี กิจกรรมหลายลักษณะดังรายละเอียดที่ปรากฏอยู่ในแต่ละหัวข้อย่อย ซึ่งประกอบด้วย ใบงาน ใบกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบฝึกประสบการณ์ และในแต่ละใบงานและใบกิจกรรมระหว่างเรียนจะมีกิจกรรมหลายลักษณะ ดังรายละเอียดที่ปรากฏอยู่ในแต่ละหัวข้อย่อย

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูอาจปรับเปลี่ยนกิจกรรมและวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ตามความเหมาะสม โดยคำนึงถึงระดับสติปัญญา และความสามารถของผู้เรียนเป็นสำคัญ ควรให้ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้คอยชี้แนะ และตั้งคำถามและให้ผู้เรียนสรุปชุดการเรียนในแต่ละหัวข้อ โดยครูอาจเสริมแต่งตามความเหมาะสม แล้วร่วมกันสรุปกับผู้เรียนอีกครั้ง

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ประกอบด้วย

1. ชื่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์
2. คำชี้แจง อธิบายจุดมุ่งหมายของชุดการเรียนและลักษณะของชุดการเรียน
3. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เป็นสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากการศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์นี้จบลง
4. เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำชุดการเรียน
5. สื่อการเรียนรู้ บอกถึงในชุดการเรียนนั้นมีวัสดุ – อุปกรณ์ อะไรบ้าง
6. สาระการเรียนรู้ อธิบายความรู้ให้กับผู้เรียน
7. แผนจัดการเรียนรู้ เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ ที่กำหนดที่ให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์
8. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นการประเมินผลการเรียนรู้ เป็นส่วนที่ผู้เรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเอง จากการทำกิจกรรมในแต่ละชุดการเรียน

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)



คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 1 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (เวลา 3 ชั่วโมง)

1. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสาระการเรียนรู้อย่างละเอียด
2. ผู้เรียนแต่ละกลุ่มต้องช่วยกันศึกษาใบความรู้ ใบงาน ใบกิจกรรมระหว่างเรียน แบบฝึกประสบการณ์ โดยจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดให้ อย่างเคร่งครัด
3. ถ้ากลุ่มใดสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
4. เมื่อผู้เรียนศึกษาใบความรู้และทำกิจกรรมจากชุดการเรียนเสร็จแล้ว ให้ส่งชุดการเรียนที่ถือว่าเป็นผลงานของผู้เรียนหลังหมดเวลาทำกิจกรรม

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน

ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังศึกษาชุดการเรียนเสร็จแล้วจะเป็นคะแนนเก็บของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาผู้เรียนในการศึกษาเรื่องการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ผู้เรียนเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยได้

เวลาที่ใช้ 3 ชั่วโมง

สื่อ ใบความรู้ที่ 1-1 , 1- 2 ใบงาน 1-1 , 1-2 ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 1-1 แบบฝึกประสบการณ์ที่ 1-1 และแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 1

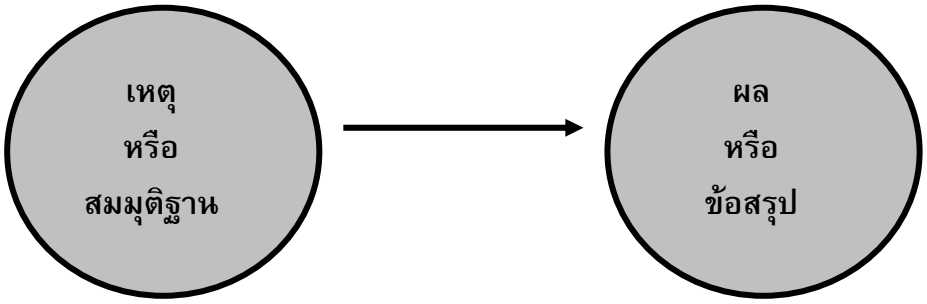
<u>คำชี้แจง</u> **ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้และทำงานและกิจกรรมระหว่างเรียน**

ใบความรู้ที่ 1-1

พัฒนาการการให้เหตุผล

ความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และศาสตร์แขนงอื่นๆ ล้วนแล้วแต่มาจากเรื่องของการให้เหตุผล ซึ่งเป็นสิ่งที่มนุษย์ใช้อยู่เป็นประจำ การที่มนุษย์ใช้การให้เหตุผล ก็เพื่อที่จะแสดงหรือสนับสนุนความเชื่อและให้ยอมรับข้อสรุปที่เกิดขึ้นจากการมีเหตุบางประการ **จอร์จ บูล (George Boole)** เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษในช่วงปี ค.ศ.1815 -1864 หนังสือของบูลลีนที่ชื่อ The Laws of Thought และ The Mathematical Analysis of Logic มีส่วนในการกระตุ้นและพัฒนาการให้เหตุผลโดยใช้ตรรกศาสตร์ พีชคณิตบูลลีน **(Boolean Algebra)** เป็นวิชาที่สำคัญและมีบทบาทมาก

กระบวนการของการให้เหตุผลนั้นเป็นการตอบคำถามว่า “ ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ” “ ทำไมจึงเป็นเช่นนี้ ” ซึ่งประกอบด้วยส่วนสำคัญสองส่วนคือ



การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการอ้างหลักฐาน ซึ่งนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เป็น **เหตุ** หรือ **ข้อกำหนด (hypothesis)** เพื่อยืนยัน **ข้อสรุป** หรือ **ผล (conclusion)** ว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือความจริงนั้นๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

การให้เหตุผลที่สำคัญมีอยู่ 2 วิธี คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย **(Inductive Reasoning)**
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย **(Deductive Reasoning)**

ในชีวิตจริงของเราบ่อยครั้งที่เราถูกถามว่าทำไม เราจึงต้องมีการให้เหตุผล และในบางครั้งเราก็ไม่สามารถบอกเหตุผลได้ ในการตอบคำถามทำไม บางครั้งผู้ตอบอาจใช้วิธียกตัวอย่าง เช่น “ ทำไมคุณถึงรู้ว่าคุณไม่ชอบเล่นกีฬาฟุตบอล ” ผู้ตอบอาจตอบว่า “ ที่ผ่านมาฉันเล่นฟุตบอลมักจะ

ได้รับบาดเจ็บทุกครั้งเลย ” การอ้างเหตุผลแบบนี้เป็นการอ้างเหตุผลอีกแบบหนึ่งโดยใช้ประสบการณ์ในอดีต

ตัวอย่าง

1. เมื่อวานนี้วิทย์ขี่จักรยานมาโรงเรียน
2. วันนี้วิทย์ขี่จักรยานมาโรงเรียน

พิจารณาด้วยตรรกศาสตร์ ได้ผลสรุป ว่า

1. วิทย์ขี่จักรยานมาโรงเรียนทุกวัน
2. วิทย์อาจไม่ได้ขี่จักรยานมาโรงเรียนทุกวันก็ได้

เหตุผลก็คือเรารู้เพียงว่าวิทย์ขี่จักรยานมาโรงเรียนเมื่อวานนี้กับวันนี้เท่านั้น จึงไม่สามารถสรุปได้ว่าวิทย์ขี่จักรยานมาโรงเรียนทุกวัน เขาอาจขี่จักรยานมาโรงเรียนทุกวันหรือบางวันก็ได้

ใบความรู้ที่ 1-2

การให้เหตุผลแบบอุปนัย(Inductive Reasoning)

การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

คำว่า **อุปนัย** มาจากคำสองคำประสมกัน ได้แก่

อุป ตามพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน กล่าวว่า เป็นคำประกอบหน้าศัพท์ที่มาจากบาลีและสันสกฤต แปลว่า เข้าไปใกล้ รอง เช่น อุปราช อุปนายก เป็นต้น

นัย ตามพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน กล่าวว่า เป็นคำนาม แปลว่า ข้อสำคัญ ข้อเค้าเค้าความ ความเงื่อน วิธี

ดังนั้น เมื่อนำคำสองคำมาผสมกันเป็นคำว่า **อุปนัย** ความหมายที่ใกล้เคียงกับความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในทางคณิตศาสตร์น่าจะหมายถึง การสรุปจากข้อสำคัญหรือเค้าความที่เป็นรอง หรือส่วนย่อยที่เกิดขึ้นก่อน แล้วนำไปสู่การสรุปในกรณีทั่วไป

ในชีวิตประจำวัน เราจำเป็นต้องใช้เหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในการทำกิจกรรมต่างๆ พิจารณาการให้เหตุผลเพื่อหาข้อสรุปจากสิ่งที่กำหนดให้หรือเหตุในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง มนุษย์สังเกตพบว่า ทุกๆ วันที่ผ่านมาดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออกและตกทางทิศตะวันตก มนุษย์จึงสรุปว่าดวงอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออกและตกทางทิศตะวันตก

ตัวอย่าง

เหตุ 1) สุคุณณี ใส่แว่นตา เขาเป็นคนเรียนเก่ง

2) อาภาพรใส่แว่นตา เขาเป็นคนเรียนเก่ง

ผลสรุป วัชระใส่แว่นตา เขาเป็นคนเรียนเก่ง

ตัวอย่าง

เหตุ 1) เมื่อวานนี้ เฟื้องคำดื่มน้ำส้ม

2) วันนี้เฟื้องคำ ดื่มน้ำส้ม

ผลสรุป เฟื้องคำดื่มน้ำส้มทุกวัน

จากเหตุที่กำหนดให้ ผลสรุปอาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้ เนื่องจากผลสรุปเป็นการคาดคะเนจากพฤติกรรมที่เฟื้องคำชอบทำซ้ำๆ กัน เช่น ถ้าพรุ่งนี้เฟื้องคำรีบออกจากบ้านไปโรงเรียนลืมดื่มน้ำส้ม ผลสรุปก็ไม่เป็นความจริง

ตัวอย่าง

เหตุ 1) การสอบย่อยครั้งที่ 1 เลิศศักดิ์สอบตก

2) การสอบย่อยครั้งที่ 2 เลิศศักดิ์สอบตก

3) การสอบกลางภาค เลิศศักดิ์สอบตก

ผลสรุป การสอบปลายภาค เลิศศักดิ์สอบตก

จากเหตุที่กำหนด ผลสรุปอาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้ เนื่องจากผลสรุปการสอบปลายภาคเป็นคาดคะเนจากผลสอบครั้งที่ผ่านๆ มา ซึ่งนำมาสรุปไม่ได้เพราะการสอบปลายภาค เลิศศักดิ์อาจทำข้อสอบได้มากกว่าการสอบครั้งที่ผ่านมา

ตัวอย่าง ผู้เรียนสังเกตการบวกจำนวนคู่กับจำนวนคี่ดังนี้

2 + 1 = 3

4 + 1 = 5

2 + 3 = 5

4 + 3 = 7

5 + 6 = 11

ผู้เรียนทดลองต่อไปอีกหลายๆ ตัวอย่าง แล้วสรุป " ถ้าหาผลบวกของจำนวนคู่กับจำนวนคี่แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนคี่ "

การให้เหตุผลในตัวอย่างทั้งหมดข้างต้น เรียกว่า **" การให้เหตุผลแบบอุปนัย "**

การให้เหตุแบบอุปนัย หมายถึง การให้เหตุผลจากการพิจารณาว่าสิ่งที่กำหนดให้สนับสนุนผลสรุปเท่านั้น เป็นการค้นคว้าความจริงจากการสังเกต การใช้ประสบการณ์ การใช้เหตุการณ์เฉพาะซึ่งเกิดขึ้นซ้ำๆ กันหลายๆ ครั้ง การทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วคาดคะเนผลสรุป บางครั้งเป็นการสรุปจากกรณีย่อยๆ แล้วนำมาสรุปเป็นข้อความทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้อาจจะได้ผลที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้

การให้เหตุผลแบบอุปนัย ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมใช้มากในวงการวิทยาศาสตร์และทางการแพทย์ การที่นักวิทยาศาสตร์จะสรุปเป็นทฤษฎีบททางวิทยาศาสตร์ได้จะต้องเกิดจากการทดลองในห้องปฏิบัติการซ้ำแล้วซ้ำอีก จนกระทั่งแน่ใจในความคงเส้นคงวาของผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น จึงสรุปได้เป็นกรณีทั่วไป

ในวงการแพทย์ การคิดค้นตัวยาใหม่ๆ ก็เช่นกัน กว่าที่ตัวยาเหล่านั้นจะถูกนำมาจำหน่ายได้ จะต้องมีกระบวนการที่นำไปทดลองกับสัตว์ หลายๆ ครั้ง แล้วนำมาทดลองกับคนซ้ำแล้วซ้ำอีกจนแน่ใจในผลของการใช้ยานั้น ก่อนที่จะถูกนำมาใช้ในกรณีทั่วไป

สำหรับในวิชาคณิตศาสตร์ก็มีการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อสรุปคำตอบหรือช่วยในการแก้ปัญหาเช่นกัน ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจนคือเรื่อง **แบบรูป (pattern)** ซึ่งเป็นการสรุปจากการสังเกตภาพหรือจำนวนที่เกิดขึ้นก่อนหน้าทีจะสรุปผล เช่น จากรูปแบบ **1 , 3 , 5 , 7 , 9** ถ้าต้องการหาจำนวนถัดไปจาก 9 อีก 5 จำนวน เมื่อใช้การสังเกต จากรูปแบบของจำนวนที่กำหนดให้พบว่าแต่ละจำนวนมีค่าเพิ่มขึ้นที่ละสอง โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย ที่ได้จากการสังเกตข้างต้น จะได้ว่าจำนวนนับถัดจาก 9 อีก 5 จำนวน คือ **11 , 13 , 15 , 17** และ **19**

ใบงานที่ 1-1

ชื่อผู้เรียน/กลุ่ม..... ชั้น ม.4 /.....

จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ การให้เหตุผลแบบอุปนัย

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ การให้เหตุผลแบบอุปนัยมา 3 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจและอธิบายการให้เหตุผลแบบอุปนัย
คำชี้แจง ให้ผู้เรียนศึกษาตัวอย่างการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ใบความรู้ที่ 1 - 3

ตัวอย่าง จากการสังเกต ผลจากการนำจำนวนเต็มบวกที่มีหลักหน่วยเป็น 5 มายกกำลังสองจะพบว่า

$5^2 = 25$

$15^2 = 225$

$25^2 = 625$

$35^2 = 1225$

$45^2 = 2025$

ผลสรุป จำนวนเต็มบวกที่มีหลักหน่วยเป็น 5 เมื่อยกกำลังสองแล้วจะได้จำนวนเต็มบวกซึ่งลงท้ายด้วย 25 และจำนวนที่อยู่หน้า 25 คือ ผลคูณของจำนวนที่อยู่หน้า 5 (จำนวนที่นำมายกกำลังสอง) กับจำนวนที่มากกว่าจำนวนที่อยู่หน้าห้าอยู่ 1

การสรุปผลเช่นนี้ ถือว่าเป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย โดยสังเกตจากการยกกำลังสองของห้าจำนวนที่ให้ไว้

จากผลสรุปดังกล่าว หาผลการยกกำลังสองของจำนวนเต็มที่หลักหน่วยเป็น 5 บางจำนวนได้ดังนี้

หา 55^2 โดยเขียนผลคูณของ 5×6 แล้วต่อด้วย 25 ซึ่งก็คือ 3025

หา 65^2 โดยเขียนผลคูณของ 6×7 แล้วต่อด้วย 25 ซึ่งก็คือ 4225

เป็นต้น

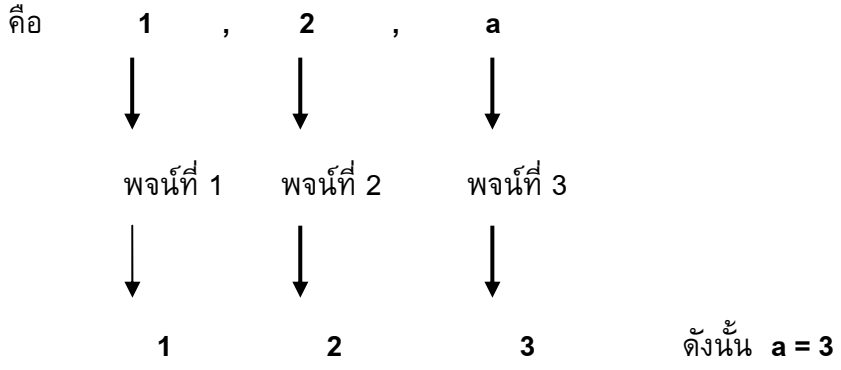
ในรูปแบบที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวน บางครั้งอาจจะได้ผลสรุปที่แตกต่างกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเหตุผลของแต่ละคน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงลำดับดังนี้ **1 , 2 , a**

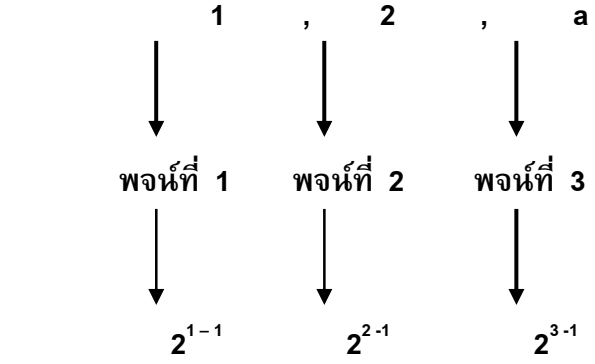
จะสรุปผลว่า **a** เป็นจำนวนใด เพราะเหตุใด

วิธีทำ การให้เหตุผลแบบอุปนัยที่นำมาใช้กับแบบรูปนี้ เป็นการสังเกตจำนวนเต็มบวกอยู่ก่อนหน้า **a** ว่า มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร

แบบที่ 1 พจน์ที่ **n = n**



แบบที่ 2 พจน์ที่ $n = 2^{n-1}$



คือ $a = 2^{3-1} = 2^2 = 4$

ตัวอย่างที่ 3 จากการสังเกตผลบวกของจำนวนเต็มบวกคี่ ดังต่อไปนี้

$$1 = 1$$

$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

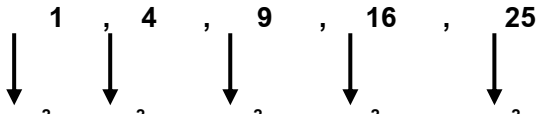
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หาผลบวกของ

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$$

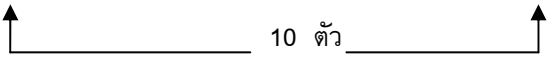
วิธีทำ จากผลบวกที่กำหนดให้ คือ

พบว่า



สรุปผล ผลบวกของจำนวนเต็มบวกคี่ ตั้งแต่ 1 เป็นต้นไป จำนวน **n** ตัว เท่ากับ n^2

ดังนั้น $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100 = 10^2$



ตรวจสอบ จากการตรวจสอบโดยการหาผลบวก พบว่า

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 10^2 = 100$$

ดังนั้น ที่สรุปว่าผลบวกเป็น 10^2 เป็นจริง

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4 วริศราชิมองุ่นพวงหนึ่งที่เธอซื้อมาจากตลาด พบว่า

องุ่นผลที่ 1 ที่เด็ดออกมาจากพวง มีรสหวาน

องุ่นผลที่ 2 ที่เด็ดออกมาจากพวง มีรสหวาน

องุ่นผลที่ 3 ที่เด็ดออกมาจากพวง มีรสหวาน

สรุปองุ่น : องุ่นพวงนี้มีรสหวาน

ผลสรุปที่ได้อาจเป็นความจริงหรือไม่จริงก็ได้ เนื่องจากผลสรุปเกิดจากการคาดคะเนเท่านั้น แม้ว่าวริศราจะชิมซ้ำกันหลายๆ ครั้งก็ตาม

ตัวอย่างที่ 5 เมื่อวานนี้อารีมาทำงานสาย
วันนี้ อารีมาทำงานสาย
ผลสรุป : อารีมาทำงานสายทุกวัน
ผลสรุปที่ได้อาจจะเป็นจริงหรือไม่ก็ได้ เนื่องจากผลสรุปเกิดจากการคาดคะเนหรือเป็นการสังเกตจากพฤติกรรมที่อารีชอบทำซ้ำๆ กันเท่านั้น

ตัวอย่างที่ 6 70 % ของเด็กชอบกินช็อกโกแลต
น้องนัทเป็นเด็ก
ผลสรุป : น้องนัทชอบกินช็อกโกแลต
การให้เหตุผลในตัวอย่างนี้เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย จะเห็นว่า ผลสรุปที่ได้อาจจะเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้ ในการให้เหตุผลเราต้องพิจารณาข้อมูลอื่นๆ อย่างครบถ้วน เช่น คำว่า **“ เด็ก ”** นั้นต้องมีอายุเท่าใดจึงจะเรียกว่าเด็ก เด็กอายุเท่าใดที่ชอบกินช็อกโกแลต จำนวนเปอร์เซ็นต์จะต้องสูงเท่าใดจึงจะมีความน่าเชื่อถือ (แต่ต้องไม่ถึง 100 % มิฉะนั้นผลสรุปที่ได้จะเป็นจริง) เป็นต้น

การให้เหตุผลแบบอุปนัยที่ถูกต้อง คือ การให้เหตุผลที่ถ้าข้ออ้างจริงมีความน่าจะเป็นสูงที่ผลสรุปจะเป็นจริง

อย่างไรก็ตาม แม้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะมีจุดอ่อน แต่ก็มีคุณค่ามากเราพบว่าความรู้หลายอย่างที่มนุษย์มี รวมทั้งความรู้ในทางวิทยาศาสตร์ที่สร้างความเจริญให้แก่โลกมีรากฐานมาจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 1 -1

1. จำนวนเจ็ดจำนวน เรียงลำดับกันดังต่อไปนี้ จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หา **a , b** และ **c**

(1) **12 , 15 , 18 , a , b , c และ 30**

วิธีทำ ผลสรุปจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นดังนี้

.....

ดังนั้น **a = ... , b = ... , c = ...**

2. จากการสังเกตผลบวกของจำนวนเต็มบวกคู่ ดังต่อไปนี้

$2 = 2$

$2 + 4 = 6$

$2 + 4 + 6 = 12$

$2 + 4 + 6 + 8 = 20$

$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$

จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หาผลบวกของ

$2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 22$

วิธีทำ จากผลบวกที่กำหนดให้ จะพบว่า ผลบวกดังกล่าวมีความสัมพันธ์กับจำนวนตัวของจำนวนที่นำมาบวกกัน ดังนี้

2 , 6 , 12 , 20 , 30

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

....

สรุปผล .....

ดังนั้น $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 22 =$ .....

ตรวจสอบ

3. จากการสังเกตผลจากการคำนวณที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$(1 \times 9) + 2 = 11$

$(12 \times 9) + 3 = 111$

$(123 \times 9) + 4 = 1{,}111$

$(1234 \times 9) + 5 = 11{,}111$

จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หาผลลัพธ์ของ

$(12345 \times 9) + 6$

วิธีทำ จากการสังเกตผลการคำนวณที่กำหนดให้ สรุปผลจากการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ดังนี้.....

ดังนั้น $(12345 \times 9) + 6$ = ...

ตรวจสอบ

4. จงเขียนผลบวกของกำลังสามของจำนวนนับ ในรูปของกำลังสองของจำนวนนับ แล้วสังเกตและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเขียนผลบวกในแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปของกำลังสองของจำนวนนับ

(1) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3$

(2) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 10^3$

$1^3 = 1^2$

$1^3 + 2^3 = 3^2 = (1 + 2)^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2 = (1 + 2 + 3)^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 =$ ..... $= (.....)^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 =$ ..... $= (.....)^2$

ผลสรุป โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะได้ว่า

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + n^3 = (.....)^2$

ดังนั้น

(1) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 =$ .....

= .....

(2) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 10^3 =$ .....

= .....

แบบฝึกระหว่างเรียนที่ 1-1

1. ให้สังเกตแบบรูปของผลลัพธ์ต่อไปนี้ และใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเติมคำตอบในช่องว่างสุดท้ายให้ถูกต้อง

(1) $1^2 = 1$

$11^2 = 121$

$111^2 = 12321$

$1111^2 = 1234321$

$11111^2 = 123454321$

$111111^2 =$ ☐

(2) $3^2 = 9$

$33^2 = 1089$

$333^2 = 110889$

$3333^2 = 11108889$

$33333^2 =$ ☐

(3) $6^2 = 36$

$66^2 = 4356$

$666^2 = 443556$

$6666^2 = 44435556$

$66666^2 =$ ☐

2. จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หา a จากแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1) **3 , 7 , 11 , a , 19 , a = ...**

(2) **90 , a , 78 , 72 , 66 , a = ...**

(3) **4 , 5 , 7 , 10 , a , 19 , a = ...**

(4) **1 , 4 , 9 , a , 25 , 36 , a = ...**

(5) **20 , 18 , 14 , a , 0 , a = ...**

(6) **1 , -1 , 2 , -6 , a , -120 , a = ...**

3. จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หาข้อสรุปต่อไปนี้

(1) ผลบวกของจำนวนคี่สองจำนวนใดๆ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) ผลคูณของจำนวนคู่กับจำนวนคี่สองจำนวนใดๆ

.....

.....

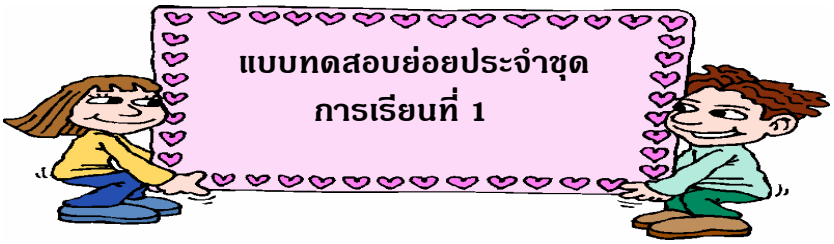
.....

.....

.....

.....

.....



จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. พิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ 1) วันจันทร์อารีภรณ์กินกุ้งแล้วมีอาการแพ้

2) วันพุธอารีภรณ์กินปูม้าแล้วเกิดอาการแพ้

3) วันศุกร์อารีภรณ์กินปลาหมึกแล้วเกิดอาการแพ้

ผลสรุป อารีภรณ์แพ้อาหารทะเล

จากการพิจารณาเป็นการให้เหตุผลแบบใด

ก. อุปนัย ข. นิรนัยค. ทั้งอุปนัยและนิรนัย ง. ไม่เป็นทั้งอุปนัยและนิรนัย

2. ให้ผู้เรียนสังเกตการบวกจำนวนคู่กับจำนวนคู่ดังนี้

2 + 2 = 4

4 + 4 = 8

6 + 6 = 12

8 + 8 = 16

ผู้เรียนทดลองต่อไปอีกหลายตัวอย่าง แล้วสรุปว่า “*ถ้าหาผลบวกของจำนวนคู่กับจำนวนคู่ ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนคู่เสมอ*” เป็นการให้เหตุผลแบบใด

ก. อุปนัย ข. นิรนัยค. ทั้งอุปนัยและนิรนัย ง. ไม่เป็นทั้งอุปนัยและนิรนัย

3. พิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ 1) นายดำเป็นมะเร็ง กินกระเทียมแล้วหายจากการเป็นมะเร็ง

2) นายแดงเป็นมะเร็ง กินกระเทียมแล้วหายจากการเป็นมะเร็ง

3) นายส้มจ๋าเป็นมะเร็ง กินกระเทียมแล้วหายจากการเป็นมะเร็ง

ผลสรุปในข้อใดเป็นผลสรุปของการให้เหตุผล **แบบอุปนัย**

ก. คนที่เป็นมะเร็งแล้วกินกระเทียมจะหายจากการเป็นมะเร็ง

ข. คนที่เป็นมะเร็งแล้วกินกระเทียมไม่หายจากการเป็นมะเร็ง

ค. คนไม่เป็นมะเร็งเพราะกินกระเทียมเป็นประจำ

ง. สรุปไม่ได้

4. กำหนดให้ เหตุ 1) มารุติชอบกินขนมหวาน เขาจึงเป็นโรคเบาหวาน

2) นิรุติชอบกินขนมหวาน เขาจึงเป็นโรคเบาหวาน

3) อนิรุติชอบกินขนมหวาน

ผลสรุป อนิรุติเป็นโรคเบาหวาน

จากที่กำหนดให้เป็นการให้เหตุผลแบบใด

ก. ไม่เป็นทั้งอุปนัยและนิรนัย ข. นิรนัย ค. อุปนัย ง. เป็นทั้งอุปนัยและนิรนัย

5. จำนวน 6 จำนวน เรียงกันดังนี้

4 , 5 , 7 , 10 , a , 19

โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย a คือ จำนวนใด

ก. 13 ข. 14 ค. 15 ง. 16

6. จำนวน 7 จำนวน เรียงกันดังนี้

2 , 5 , 10 , 17 , 26 , b , 50

โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย **b** คือ จำนวนใด

ก. 35 ข. 36 ค. 37 ง. 38

7. เศษส่วน 5 จำนวนเรียงกันดังนี้

$$\frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{c}, \frac{a}{81}, \frac{64}{243}$$

โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย **a + c** เท่ากับจำนวนในข้อใด

ก. 59 ข. 58 ค. 57 ง. 56

8. จำนวน 6 จำนวนเรียงกันดังต่อไปนี้

A	242	353	464	B	686

โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย **B – A** เท่ากับจำนวนในข้อใด

ก. 222 ข. 333 ค. 555 ง. 444

9. จำนวน 10 จำนวน เรียงกันดังนี้

1 , 4 , 3 , 12 , 5 , 36 , a , 108 , 9 , b

โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย **a + b** จะเท่ากับจำนวนใด

ก. 331 ข. 333 ค. 335 ง. 337

10. จงหาสี่จำนวนถัดไปของแต่ละแบบรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(10.1) **a , 3 , b , 6 , c , 9 , ... , ... , ... , ... , f , 18**

(10.2) **2 , 5 , 4 , 10 , 6 , 15 , ... , ... , ... , ... , 12 , 30**



เฉลยใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 1-1

1. จำนวนเจ็ดจำนวน เรียงลำดับกันดังข้อต่อไปนี้ จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หา จำนวน

a , b และ c

(1) **12 , 15 , 18 , a , b , c , 30**

วิธีทำ ผลสรุปจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นดังนี้

สังเกตจำนวนสามจำนวนที่อยู่ก่อนหน้า a

12 , 15 , 18 , a , b , c , 30

พจน์ที่ **1 2 3 4 5 6 7**

3 ×4 3×5 3×6 .... 3×10

ดังนั้น จำนวนหกจำนวนเรียงลำดับกัน โดยมีแบบรูป ดังนี้

พจน์ที่ **n = 3 × (n + 3) = 3n + 9**

ดังนั้น **a = พจน์ที่ 4 = 3(4) + 9 = 21 , b = พจน์ที่ 5 = 3(5) + 9 = 24**

c = พจน์ที่ 6 = 3(6) + 9 = 27

2. จากการสังเกตผลบวกของจำนวนเต็มบวกคู่ ดังต่อไปนี้

$$2 = 2$$

$$2 + 4 = 6$$

$$2 + 4 + 6 = 12$$

$$2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หาผลบวกของ

$2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 22$

วิธีทำ จากผลบวกที่กำหนดให้ จะพบว่า ผลบวกดังกล่าวมีความสัมพันธ์กับจำนวนตัวของจำนวนที่นำมาบวกกัน ดังนี้

2	,	**6**	,	**12**	,	**20**	,	**30**
↓		↓		↓		↓		↓
1×2		**2×3**		**3×4**		**4×5**		**5×6**

สรุปผล ผลบวกของจำนวนเต็มบวกคู่ ตั้งแต่ 2 เป็นต้นไป n จำนวน เท่ากับ $n(n + 1)$

ดังนั้น $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 22 = 11(11+1) = 132$

11 จำนวน

ตรวจสอบ จากการตรวจสอบการหาผลบวก พบว่า

$2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 22 = 132$

3. จากการสังเกตผลจากการคำนวณที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$(1 \times 9) + 2 = 11$

$(12 \times 9) + 3 = 111$

$(123 \times 9) + 4 = 1{,}111$

$(1234 \times 9) + 5 = 11{,}111$

จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หาผลลัพธ์ของ

$(12345 \times 9) + 6$

วิธีทำ จากการสังเกตผลการคำนวณที่กำหนดให้ สรุปผลจากการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ดังนี้

- จากผลคูณ (123×9) และเพิ่มจำนวนที่คูณกับ 9 เป็น 1234, 12345 ,...
- (123×9) บวกด้วย 4 ได้ผลลัพธ์เป็น 1,111 ซึ่งมีเลขโดด 1 ทั้งหมด 4 ตัว

ดังนั้น $(12345 \times 9) + 6 = 111{,}111$

ตรวจสอบ จากการตรวจสอบผลการคำนวณ $(12345 \times 9) + 6 = 111{,}111$

4. จงเขียนผลบวกของกำลังสามของจำนวนนับในรูปของกำลังสองของจำนวนนับ แล้วสังเกตและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยเขียนผลบวกในแต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปของกำลังสองของจำนวนนับ

(1) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3$

(2) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 10^3$

$1^3 = 1^2$

$1^3 + 2^3 = 3^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 15^2$

ผลสรุป โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะได้ว่า

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \ldots + n)^2 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

ดังนั้น

(1) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 = \left[\frac{8(8+1)}{2}\right]^2$

$= 36^2$

(2) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 10^3 = \left[\frac{10(10+1)}{2}\right]^2$

$= 55^2$

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 2
การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)



คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 2 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (เวลา 3 ชั่วโมง)

1. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสาระการเรียนรู้อย่างละเอียด
2. ผู้เรียนแต่ละกลุ่มต้องช่วยกันศึกษาใบความรู้ ใบงาน ใบกิจกรรมระหว่างเรียน แบบฝึกประสบการณ์โดยจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดให้ อย่างเคร่งครัด
3. ถ้ากลุ่มใดสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
4. เมื่อผู้เรียนศึกษาใบความรู้และทำกิจกรรมจากชุดการเรียนเสร็จแล้ว ให้ส่งชุดการเรียนที่ถือว่าเป็นผลงานของผู้เรียนหลังหมดเวลาทำกิจกรรม

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน

ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังศึกษาชุดการเรียนเสร็จแล้วจะเป็นคะแนนเก็บของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาผู้เรียนในการศึกษาเรื่องการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ผู้เรียนเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยได้

เวลาที่ใช้ 3 ชั่วโมง

สื่อ ใบความรู้ที่ 2-1 ,2-2 , 2-3 ใบงานที่ 2-1 ,2-2 ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 2-1 แบบฝึกประสบการณ์ที่ 2-1 และแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 2-1

การให้เหตุผลแบบนิรนัย

(Deductive Reasoning)

คำชี้แจง ตอนที่ 1 ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้และทำใบงาน
ระหว่างเรียน ใช้เวลา 30 นาที

ใบงานที่ 1

ให้ผู้เรียนพิจารณาการให้เหตุผลเพื่อหาข้อสรุปจากสิ่งที่กำหนดให้หรือเหตุในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

กำหนดให้ : 1) เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสตั้งฉากซึ่งกันและกัน

2) $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมี $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ เป็นเส้นทแยงมุม

ผลสรุป : $\overline{AC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BD}$

ตัวอย่างที่ 2

กำหนดให้ : 1) มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน

2) ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว $A\hat{B}C$ และ $A\hat{C}B$ เป็นมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยม

ผลสรุป : $A\hat{B}C = A\hat{C}B$

ตัวอย่างที่ 3

กำหนดให้ : 1) มนุษย์ทุกคนต้องตาย

2) นายวีระศักดิ์เป็นมนุษย์

ผลสรุป : นายวีระศักดิ์ต้องตาย

ตัวอย่างที่ 4

กำหนดให้ : 1) ถ้าฝนตกแล้วรถจะติด

2) ฝนตก

ผลสรุป : รถจะติด

ตัวอย่างที่ 5

กำหนดให้ : 1) ถ้าฝนตกแล้วรถจะติด

2) รถไม่ติด

ผลสรุป : ฝนไม่ตก

ตัวอย่างที่ 6

กำหนดให้ : 1) วิทย์มีอายุมากกว่าวุฒิ

2) วุฒิอายุมากกว่าวีระ

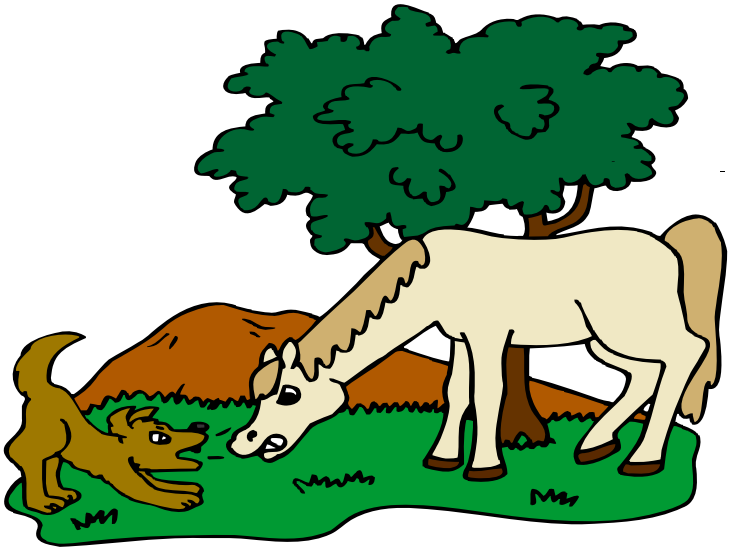
ผลสรุป : วิทย์อายุมากกว่าวีระ

ตัวอย่างที่ 7

กำหนดให้ : 1) แมวทุกตัวเป็นสัตว์มี 4 ขา

2) บรีสนีย์เป็นแมว

ผลสรุป : บริสนีย์มี 4 ขา



ใบความรู้ที่ 2-2

การให้เหตุผลในตัวอย่าง ของใบงานที่ 1 เป็นการให้เหตุ โดยเริ่มต้นจาก **เหตุ** หรือ **สมมุติฐาน** แล้วอาศัยความจริงที่ยอมรับแล้วที่เรียกว่า สัจพจน์ อาศัยทฤษฎีบทที่ทราบมาก่อนแล้ว อาศัยข้อตกลง กฎต่างๆ หรือบทนิยาม นำสิ่งเหล่านี้มายืนยันจนกระทั่งได้ **ผล** หรือ **ข้อสรุป** ที่ต้องการ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ทฤษฎีบทต่างๆ ในทางคณิตศาสตร์ เป็นความจริงที่สามารถพิสูจน์ได้ การพิสูจน์ของทฤษฎีบทเหล่านี้ เรียกว่าเป็นการให้เหตุผล **แบบนิรนัย**

ข้อความหรือประโยคที่จะใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย พิสูจน์จากเหตุนำไปสู่ผล มักจะเป็นข้อความที่มีรูปแบบดังนี้

ถ้า ... **(เหตุหรือสมมุติฐาน)** ... แล้ว ... **(ผลหรือข้อสรุป)** ...

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> เช่น

(1) ถ้าเซตว่าง หมายถึง เซตที่ไม่มีสมาชิก และ A เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิก แล้วเซต A เป็นเซตว่าง

ข้อความ (1) นี้สามารถเขียนในอีกรูปแบบหนึ่ง โดยแยกเหตุและผลชัดเจนดังนี้

เหตุ : 1) เซตว่าง หมายถึง เซตที่ไม่มีสมาชิก

: 2) A เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิก

ผลสรุป A เป็นเซตว่าง

(2) ถ้าสิ่งมีชีวิตทุกสิ่งต้องการอาหาร และคนเป็นสิ่งมีชีวิต และนายกมลเป็นคน แล้ว นายกมลต้องการอาหาร

ข้อความ (2) เขียนใหม่ได้ว่า

เหตุ : 1) สิ่งมีชีวิตทุกสิ่งต้องการอาหาร

: 2) คนเป็นสิ่งที่มีชีวิต

: 3) นายกมลเป็นคน

ผลสรุป นายกมลต้องการอาหาร

การให้เหตุผลดังตัวอย่าง เป็นการนำความรู้พื้นฐานที่ยอมรับกันมาก่อนว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลไปสู่ข้อสรุป ความรู้พื้นฐานนี้อาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง กฎ หรือบทนิยาม ลักษณะการหาผลสรุปจากความรู้พื้นฐานที่ย่อมรับกันมาก่อนซึ่งเป็นที่นิยมใช้กันมาตั้งแต่สมัยกรีกโบราณกว่า 2000 ปีมาแล้วเรียกว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัย

> **การให้เหตุผลแบบนิรนัย** หมายถึง การให้เหตุผล โดยเริ่มจาก**เหตุ** หรือสมมุติฐาน แล้วอาศัยความจริงที่ยอมรับแล้วที่เรียกว่า สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่ทราบมาก่อนแล้ว ข้อตกลงกฎต่างๆ หรือบทนิยาม นำสิ่งเหล่านี้มายืนยันจนได้ **ผล** หรือ **ข้อสรุป** ที่ต้องการ

การให้เหตุผลแบบนิรนัยจะประกอบด้วยสองส่วน ส่วนแรกเป็นส่วนที่เราต้องยอมรับกันก่อนเรียกว่า **เหตุ (Premise)** อีกส่วนหนึ่งเรียกว่า **ผลสรุป (Conclusion)**

ตัวอย่างที่ 2

เหตุ : 1. นักเรียนโรงเรียนกีฬาทุกคนเล่นกีฬาเก่ง

: 2. แมวเหมียวเป็นนักเรียนโรงเรียนกีฬา

ผลสรุป แมวเหมียวเล่นกีฬาเก่ง

จากเหตุบังคับให้นักเรียนโรงเรียนกีฬาทุกคนเล่นกีฬาเก่ง ถ้าแมวเหมียวเป็นนักเรียนโรงเรียนกีฬา แมวเหมียวเล่นกีฬาเก่ง จะได้ว่า **เหตุ** มีผลสนับสนุนให้เกิด **ผลสรุป**

ตัวอย่างที่ 3

เหตุ : 1. นกทุกตัวเป็นสัตว์ที่บินได้

: 2. สัตว์ที่บินได้ทุกตัวจะมีหูตั้งและยาว

ผลสรุป นกทุกตัวมีหูตั้งและยาว

จากเหตุบังคับให้นกทุกตัวเป็นสัตว์ที่บินได้ ถ้าสัตว์ที่บินได้ทุกตัวจะมีหูตั้งและยาว นกทุกตัวมีหูตั้งและยาว จะได้ว่า **เหตุ** มีผลสนับสนุนให้เกิด **ผลสรุป**

ตัวอย่างที่ 4

เหตุ : 1. ผู้หญิงสวยทุกคนมียิ้มสวย

: 2 ลักษณาวรรณเป็นผู้หญิงสวย

ผลสรุป ลักษณาวรรณมียิ้มสวย

จากเหตุบังคับให้ผู้หญิงสวยทุกคนมียิ้มสวย ลักษณาวรรณเป็นผู้หญิงสวย ลักษณาวรรณมียิ้มสวย จะได้ว่า **เหตุ** มีผลสนับสนุนให้เกิด **ผลสรุป**

ใบงานที่ 2-1

ชื่อผู้เรียน/กลุ่ม..... ชั้น ม.4/.....

จุดประสงค์การเรียนรู้ ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ การให้เหตุผลแบบนิรนัย

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ การให้เหตุผลแบบนิรนัย มา 3 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบความรู้ที่ 2-3

ความสมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 1 เหตุ : 1. ถ้าเปิดไฟที่รั้วบ้านแล้ว แมงเม่าจะมาเล่นแสงไฟ

: 2. แมงเม่าไม่มาเล่นแสงไฟ

ผลสรุป ไม่ได้เปิดไฟที่รั้วหน้าบ้าน

จากเหตุบังคับให้ถ้าเปิดไฟที่รั้วบ้านแล้ว แมงเม่าจะมาเล่นแสงไฟ และแมงเม่าไม่มาเล่นแสง ผลสรุป ไม่ได้เปิดไฟที่รั้วหน้าบ้าน จะได้ว่า **เหตุ** มีผลสนับสนุนให้เกิด **ผลสรุป**

ตัวอย่างที่ 2 เหตุ : 1. ดาวฤกษ์ทุกดวงมีแสงสว่างในตัวเอง

: 2. ดวงอาทิตย์เป็นดาวฤกษ์

ผลสรุป ดวงอาทิตย์มีแสงสว่างในตัวเอง

จากเหตุบังคับให้ดาวฤกษ์ทุกดวงมีแสงสว่างในตัวเอง และดวงอาทิตย์เป็นดาวฤกษ์ ดวงอาทิตย์มีแสงสว่างในตัวเอง จะได้ว่า **เหตุ** มีผลสนับสนุนให้เกิด **ผลสรุป**

ตัวอย่างที่ 3 เหตุ : 1. ดอกกุหลาบทุกชนิดเป็นดอกไม้

: 2. ดอกไม้ทุกชนิดมีกลิ่นหอม

ผลสรุป ดอกกุหลาบมีกลิ่นหอม

จากเหตุบังคับให้ ดอกกุหลาบทุกชนิดเป็นดอกไม้ ดอกไม้ทุกชนิดมีกลิ่นหอม ดอกกุหลาบมีกลิ่นหอม จะได้ว่า **เหตุ** มีผลสนับสนุนให้เกิด **ผลสรุป**

จากตัวอย่างจะเห็นได้ว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่เป็นการอ้างว่าสิ่งที่กำหนดให้ **เหตุ** เพื่อยืนยัน **ผลสรุป** อาจกล่าวได้ว่า **การให้เหตุผลแบบนิรนัย คือการอ้างเหตุผลที่ถ้าข้ออ้างหรือเหตุจริง เป็นไปไม่ได้ที่ผลสรุปจะเป็นเท็จ** การให้เหตุผลแบบนิรนัยจะต้องทำการตรวจสอบต่อไปว่า **เป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่**

การให้เหตุผลแบบนิรนัย มีส่วนประกอบ 2 ส่วน คือ เหตุ และ ผล การตรวจสอบว่า การให้เหตุแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่ ถ้าเหตุที่กำหนดให้ทุกเหตุเป็นจริงแล้วนำเหตุทั้งหมดมาวิเคราะห์ว่า จะได้ผลที่เป็นจริงหรือไม่

- ถ้าได้ผลเป็นจริง จะเรียกการให้เหตุผลนี้ว่า เป็นการให้เหตุผล **ที่สมเหตุสมผล (Valid)** หรือผลที่ได้เป็นผล**ที่สมเหตุสมผล**
- ถ้าผลที่กำหนดให้ไม่จำเป็นต้องเกิดขึ้นตามนั้น จะกล่าวว่า ผลเป็นเท็จ ในกรณีนี้จะเรียกการให้เหตุผลนี้ว่า เป็นการให้เหตุผลที่ **ไม่สมเหตุสมผล (Invalid)** หรือผลที่ได้เป็นผลที่ไม่สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 4 เหตุ : 1. นกทุกตัวเป็นสัตว์ที่บินได้

: 2. กระจอกเทศเป็นนก

ผลสรุป กระจอกเทศเป็นสัตว์ที่บินได้

จากเหตุที่เป็นจริงว่า นกทุกตัวบินได้ ดังนั้น ถ้ากระจอกเทศเป็นนก กระจอกเทศต้องบินได้ จะเห็นว่าเหตุทำให้เกิดผลที่เป็นจริงได้ การให้เหตุผลในตัวอย่างนี้จึงเป็นการให้เหตุผลที่ **สมเหตุสมผล**

ตัวอย่างที่ 5 เหตุ : 1. นกทุกตัวเป็นสัตว์ที่บินได้

: 2. กระจอกเทศเป็นสัตว์ที่บินได้

ผลสรุป กระจอกเทศไม่ใช่นก

จากเหตุที่เป็นจริง ว่านกทุกตัวบินได้ คือ ต้องเป็นนกจึงจะบินได้ การที่กระจอกเทศบินได้ กระจอกเทศอาจเป็นนกหรือไม่เป็นนกก็ได้ และ เหตุในตัวอย่างนี้ไม่สามารถทำให้เกิดผลที่เป็นจริงได้ การให้เหตุผลในตัวอย่างนี้จึงเป็นการให้เหตุผลที่ **ไม่สมเหตุสมผล**

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนพิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 6 เหตุ : 1 เซตว่าง หมายถึง เซตที่ไม่มีสมาชิก

: 2 A เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิก

ผลสรุป A เป็นเซตว่าง

จะพบว่า เมื่อยอมรับว่า **เหตุ 1)** และ **เหตุ 2)** เป็นจริงแล้ว A ซึ่งเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกตามเหตุข้อ 2) สอดคล้องกับเหตุข้อ 1) จึงได้ว่า A เป็นเซตว่าง แสดงว่าผลเป็นจริง

ดังนั้น การให้เหตุผลนี้เป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล A เป็นเซตว่าง จึงเป็นผลที่สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 7 เหตุ : 1) สัตว์มีปีกทุกตัวบินได้

: 2) เป็ดเป็นสัตว์มีปีก

ผลสรุป เป็ดบินได้

เมื่อยอมรับว่า เหตุข้อ 1) และ เหตุข้อ 2) เป็นจริง เป็ดซึ่งเป็นสัตว์มีปีก ตามข้อ 2) สอดคล้องกับเหตุข้อ 1) ผลที่กล่าวว่าเป็ดบินได้ จึงเป็นจริง

ดังนั้น การให้เหตุผลนี้เป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

ใบงานที่ 2- 2

<u>คำชี้แจง</u> ให้ผู้เรียนพิจารณาการให้เหตุผลในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นการให้แบบอุปนัยหรือแบบนิรนัย

(1) **เหตุ** 1) คุณพ่อชอบดื่มกาแฟ
2) คุณแม่ชอบดื่มกาแฟ
3) คุณลุงชอบดื่มกาแฟ
ผลสรุป ผู้ใหญ่ทุกคนชอบดื่มกาแฟ
เป็นการให้เหตุผลแบบ .....

(2) **เหตุ** 1) สิ่งมีชีวิตทุกชนิดต้องกินอาหาร
2) คนเป็นสิ่งมีชีวิต
ผลสรุป คนต้องกินอาหาร
เป็นการให้เหตุผลแบบ .....

(3) **เหตุ** 1) คนวิ่งเร็วกว่าแมว
2) แมววิ่งเร็วกว่าไก่
ผลสรุป คนวิ่งเร็วกว่าไก่
เป็นการให้เหตุผลแบบ .....

(4) **เหตุ** 1) เมื่อวันจันทร์ โรงเรียนมีการแข่งขันฟุตบอล วัชระกลับบ้านดึก
2) เมื่อวันศุกร์ โรงเรียนมีนิทรรศการ วัชระกลับบ้านดึก
ผลสรุป เวลาโรงเรียนมีกิจกรรม วัชระจะกลับบ้านดึก
เป็นการให้เหตุผลแบบ .....

(5) **เหตุ** 1) ถ้าจีราวรรณสอบตก คุณแม่จะตี
2) คุณแม่ไม่ตีจีราวรรณ
ผลสรุป จีราวรรณสอบไม่ตก
เป็นการให้เหตุผลแบบ .....

ใบงานที่ 2- 3

<u>คำชี้แจง</u> ให้ผู้เรียนพิจารณาการให้เหตุผลในข้อต่อไปนี้ว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผล

(1) **เหตุ** : 1) สิ่งมีชีวิตทุกสิ่งต้องตาย

: 2) ก้อนหินเป็นสิ่งมีชีวิต

ผลสรุป ก้อนหินต้องตาย

เป็นการให้เหตุผลที่ .....

เพราะ .....

.....

(2) **เหตุ** : 1) สิ่งมีชีวิตทุกสิ่งต้องตาย

: 2) ก้อนหินเป็นสิ่งที่ไม่มีชีวิต

ผลสรุป ก้อนหินไม่ต้องตาย

เป็นการให้เหตุผลที่ .....

เพราะ .....

.....

(3) **เหตุ** : 1) เรือทุกลำลอยน้ำได้

: 2) โฟมลอยน้ำได้

ผลสรุป โฟมเป็นเรือ

เป็นการให้เหตุผลที่ .....

เพราะ .....

.....

ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 2-1

<u>คำชี้แจง</u> ให้ผู้เรียนพิจารณาการให้เหตุผลในข้อต่อไปนี้ว่าเป็นการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผล

(1) **เหตุ** : 1) เรือทุกลำลอยน้ำได้
: 2) โฟมไม่ใช่เรือ
ผลสรุป โฟมลอยน้ำไม่ได้
เป็นการให้เหตุผลที่ .....
เพราะ .....
.....
.....

(2) **เหตุ** : 1) แมวทุกตัวชอบกินปลาทู
: 2) ส้มจ๋ำเป็นแมว
ผลสรุป ส้มจ๋ำชอบกินปลาทู
เป็นการให้เหตุผลที่ .....
เพราะ .....
.....
.....

(3) **เหตุ** : 1) ต้นไม้ทุกชนิดมีใบสีเขียว
: 2) หญ้าเป็นต้นไม้ชนิดหนึ่ง
ผลสรุป หญ้ามีใบสีเขียว
เป็นการให้เหตุผลที่ .....
เพราะ .....
.....
.....

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 2 -1

จงหาตัวอย่างของผลที่สมเหตุสมผลจากเหตุที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(1) **เหตุ** : 1) มีปลาบางชนิดที่ว่ายน้ำไม่ได้
2) ปลาทุกชนิดเป็นสัตว์ที่กินได้

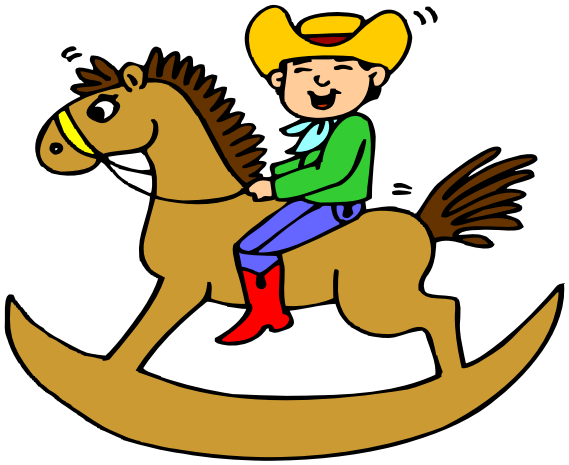
ผล : .....

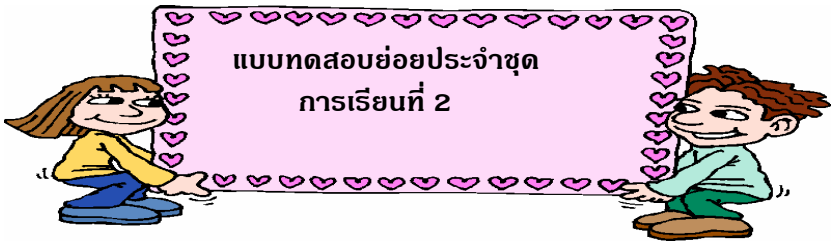
(2) **เหตุ** : 1) นกทุกชนิดเป็นสัตว์เลือดอุ่น
2) มีนกบางชนิดอาศัยอยู่ในน้ำ

ผล : .....

(3) **เหตุ** : 1) นักเรียนหญิงทุกคนเป็นนักเรียนที่ตั้งใจเรียน
2) ไม่มีนักเรียนที่ตั้งใจเรียนคนใดที่สอบตก

ผล : .....





จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) กำหนด **เหตุ** : 1) ถ้านักเรียนขาดเรียนแล้วจะถูกทำโทษ
2) สันติเป็นนักเรียนที่ขาดเรียน

สรุปผล : สันติถูกทำโทษ

จากที่กำหนดให้ เป็นการให้เหตุผลแบบใด

ก. อุปนัย ข. นิรนัย ค. ทั้งอุปนัยและนิรนัย ง. ไม่เป็นทั้งอุปนัยและนิรนัย

2) ข้อใดเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ก. **เหตุ** : 1) ครูทุกคนชอบอ่านหนังสือพิมพ์
2) นทีชอบอ่านหนังสือพิมพ์

ผลสรุป : นทีเป็นครู

ข. **เหตุ** : 1) คนที่สูบบุหรี่มากจะเป็นมะเร็งปอด
2) ศิวเรศเป็นมะเร็งปอด

ผลสรุป : ศิวเรศสูบบุหรี่มาก

ค. **เหตุ** : 1) ต้นไม้ยืนต้นทุกชนิดจะมีผล
2) ต้นมะม่วงมีผล

ผลสรุป : ต้นมะม่วงเป็นไม้ยืนต้น

ง. **เหตุ** : 1) ต้นไม้ยืนต้นทุกชนิดจะมีผล
2) ต้นกล้วยเป็นไม้ยืนต้น

ผลสรุป : ต้นกล้วยมีผล

3) กำหนดเหตุ ดังต่อไปนี้

เหตุ : 1) นกทุกตัวเป็นสัตว์ปีก
2) สัตว์ปีกบางตัวบินไม่ได้
3) แก้วเป็นชื่อสัตว์เลี้ยงของฉันที่ไม่มีปีก

ข้อใดต่อไปนี้เป็น**ผลที่สมเหตุสมผล**

ก. แก้วบินไม่ได้ ข. แก้วบินได้

ค. แก้วไม่เป็นนก ง. แก้วเป็นนก

4) กำหนดการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ : 1) เป็ดทุกตัวว่ายน้ำได้
2) สัตว์ที่ว่ายน้ำได้ทุกตัวจะบินไม่ได้
3) สัตว์เลี้ยงของฉันว่ายน้ำได้ทุกตัว

ผล : 1) สัตว์เลี้ยงของฉันบางตัวเป็นเป็ด
2) สัตว์เลี้ยงของฉันทุกตัวบินไม่ได้

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ผล 1) และ 2) สมเหตุสมผล

ข. ผล 1) และ 2) ไม่สมเหตุสมผล

ค. ผล 1) สมเหตุสมผล แต่ผล 2) ไม่สมเหตุสมผล

ง. ผล 1) ไม่สมเหตุสมผล แต่ผล 2) สมเหตุสมผล

5) กำหนดเหตุ ดังต่อไปนี้

เหตุ : 1) ครูทุกคนในโรงเรียนนี้เป็นคนใจดี
2) มีครูบางคนในโรงเรียนนี้เป็นคนร่ำรวย
3) สมหวังไม่ได้เป็นครูโรงเรียนนี้
4) สมทรงไม่เป็นคนใจดี

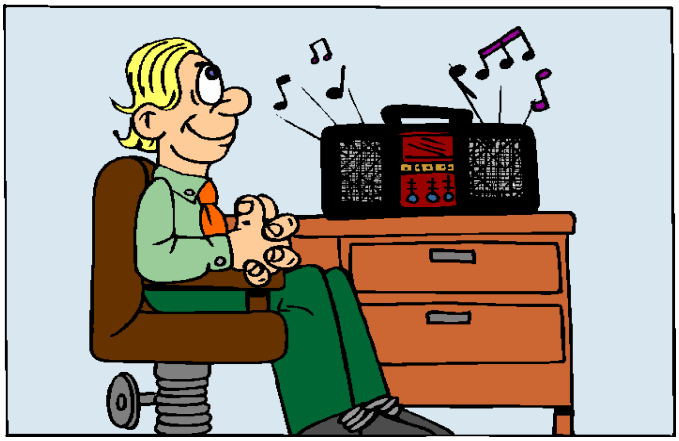
ข้อใดต่อไปนี้เป็น**ผล**ที่**สมเหตุสมผล**

ก. สมหวังไม่เป็นคนร่ำรวย ข. สมหวังเป็นคนใจร้าย

ค. สมทรงเป็นคนร่ำรวย ง. สมทรงไม่ได้เป็นครูโรงเรียนนี้



ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 3
การอ้างเหตุผล



คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 3 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การอ้างเหตุผล (เวลา 2 ชั่วโมง)

1. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสาระการเรียนรู้อย่างละเอียด
2. ผู้เรียนแต่ละกลุ่มต้องช่วยกันศึกษาใบความรู้ ใบงาน ใบกิจกรรมระหว่างเรียน แบบฝึกประสบการณ์ โดยจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดให้ อย่างเคร่งครัด
3. ถ้ากลุ่มใดสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
4. เมื่อผู้เรียนศึกษาใบความรู้และทำกิจกรรมจากชุดการเรียนเสร็จแล้ว ให้ส่งชุดการเรียนที่ถือว่าเป็นผลงานของผู้เรียนหลังหมดเวลาทำกิจกรรม

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน

ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังศึกษาชุดการเรียนเสร็จแล้วจะเป็นคะแนนเก็บของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาผู้เรียนในการศึกษาเรื่องการอ้างเหตุผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ผู้เรียน บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพแทนเซต

เวลาที่ใช้ 2 ชั่วโมง

สื่อ ใบความรู้ 3-1 , 3-2 ใบงาน 3-1 , 3-2 ใบกิจกรรมระหว่างเรียน แบบฝึกประสบการณ์ 3-1 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 3

การอ้างเหตุผล

คำชี้แจงตอนที่ 1 ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้ ทำใบงาน และใบกิจกรรมระหว่างเรียน

ใบความรู้ที่ 3-1

การให้เหตุผลประกอบด้วยส่วนสองส่วน ส่วนแรกเป็นส่วนที่เราต้องยอมรับก่อนเรียกว่า **เหตุ** หรือสิ่งที่กำหนดให้ และส่วนที่สองเรียกว่า **ผลสรุป** เราตัดสินใจว่าผลสรุปถูกต้องก็ต่อเมื่อมีความสมเหตุสมผล

การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล (valid) คือ **การอ้างเหตุผล** หรือข้ออ้างที่กำหนดให้เป็นจริง เรียกว่า **เหตุ** เป็นผลให้เกิด **ข้อสรุป** ที่เป็นจริงได้

การให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล (invalid) คือ **การอ้างเหตุผล** หรือข้ออ้างที่กำหนดให้เป็นจริง เรียกว่า **เหตุ** ไม่เป็นผลให้เกิด **ข้อสรุป** ที่เป็นจริงได้

การตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพ

การตรวจสอบการให้เหตุผลแบบอุปนัย - แบบนิรนัยที่ สมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผล ทำได้หลายวิธี วิธีหนึ่งคือ ใช้แผนภาพแทนเซตของเวนน์ – ออยเลอร์ ที่ใช้ในเรื่องเซตมาช่วยในการตรวจสอบได้ โดยใช้สำหรับข้อความที่สามารถเขียนแผนภาพแทนเซตได้

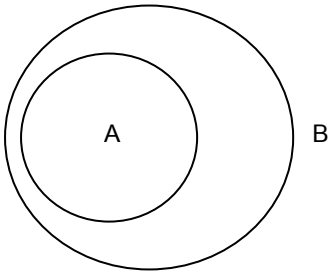
ข้อความที่ 1 : สิ่งมีชีวิตทุกสิ่งต้องตาย

ความหมายในเชิงเซต : มีเซตเกิดขึ้น 2 เซต

A แทนเซตของสิ่งมีชีวิต

B แทนเซตของสิ่งที่ต้องตาย

จากข้อความที่กำหนดให้ กล่าวในเชิงเซตได้ว่า สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B จะได้ $A \subset B$ ซึ่งเขียนแผนภาพได้ดังนี้



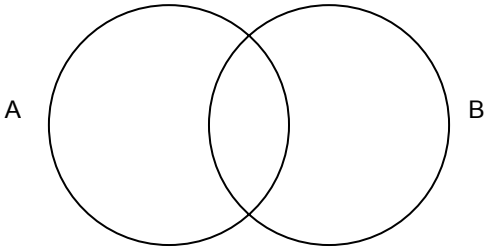
จากแผนภาพ อาจจะมีสิ่งอื่นที่อยู่นอกเซต A แต่อยู่ในเซต B ได้

ข้อความที่ 2 : มีนกบางชนิดที่บินได้

ความหมายในเชิงเซต ให้ A แทนเซตของนก

B แทนเซตของสิ่งที่บินได้

ดังนั้น มีสมาชิกบางตัวของ A ที่เป็นสมาชิกของ B นั้นคือ $A \cap B \neq \phi$ เขียนแทนเป็นแผนภาพ



ดังนี้

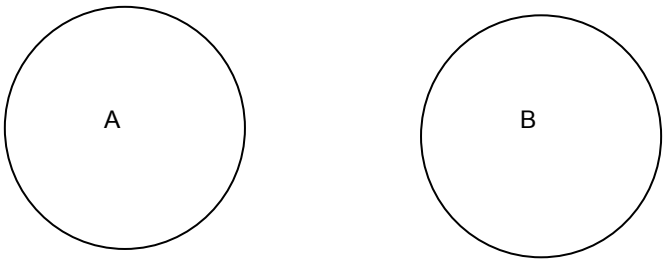
ข้อความที่ 3 : ไม่มีรถประจำทางคันใดที่ใช้น้ำมันเบนซิน 95

ความหมายในเชิงเซต ให้ A แทนเซตของรถประจำทาง

B แทนเซตของสิ่งที่ใช้น้ำมันเบนซิน 95

ดังนั้น ไม่มีสมาชิกของ A ตัวใดที่เป็นสมาชิกของ B

คือ A และ B เป็นเซตที่ไม่มีส่วนรวม เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้

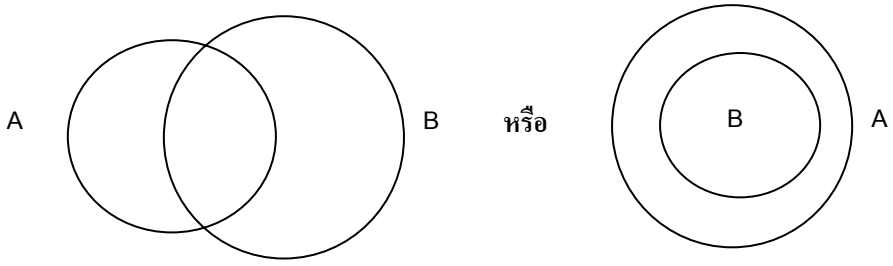


ข้อความที่ 4 : มีรถบรรทุกบางคันไม่ใช้น้ำมันดีเซล

ความหมายในเชิงเซต ให้ A แทนเซตของรถบรรทุก

B แทนเซตของสิ่งที่ใช้น้ำมันดีเซล

ดังนั้น มีสมาชิกของ A บางตัวที่ไม่เป็นสมาชิกของ B เขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



วิธีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลทำโดยเขียนแผนภาพให้สอดคล้องกับเหตุหรือสิ่งที่กำหนดให้ทุกกรณี โดยมีหลักการว่า

1. ถ้าแผนภาพทุกแผนภาพสอดคล้องกับผลสรุปตามที่สรุปไว้ เรากล่าวการให้เหตุผลนั้นสมเหตุสมผล (Valid)

2. ถ้าแผนภาพบางกรณีไม่สอดคล้องกับผลสรุปตามที่สรุปไว้ เรากล่าวว่าการให้เหตุผลนั้นไม่สมเหตุสมผล (Invalid)



ใบความรู้ที่ 3 - 1

การใช้แผนภาพเพื่อช่วยในการตรวจสอบว่า การให้เหตุผลนั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ จะทำให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น โดยมีวิธีการดังนี้

- เขียนแผนภาพแทนเหตุ ซึ่งอาจจะเขียนแผนภาพแทนเซตได้มากกว่าหนึ่งกรณีเราจำเป็นต้องเขียนแผนภาพทุกกรณีเท่าที่จะเป็นไปได้
- พิจารณาว่า จากแผนภาพที่แทนเหตุดังกล่าวจะสามารถสรุปผลตามที่ต้องการได้หรือไม่ ถ้าทุกกรณีสามารถสรุปผลได้ การให้เหตุผลนั้น สมเหตุสมผล แต่ถ้ามีบางกรณีไม่เป็นไปตามสรุปผลดังกล่าว การให้เหตุผลนั้นจะไม่สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 1 จงใช้แผนภาพตรวจสอบการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ : 1) คนที่ออกกำลังกายทุกคนเป็นคนมีสุขภาพดี

2) เอนกเป็นผู้ที่ออกกำลังกาย

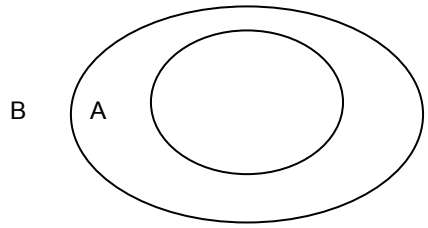
ผล : เอนกเป็นคนสุขภาพดี

วิธีทำ ● เขียนแผนภาพแทนข้อความในเหตุ

ให้ A แทนเซตของคนออกกำลังกาย

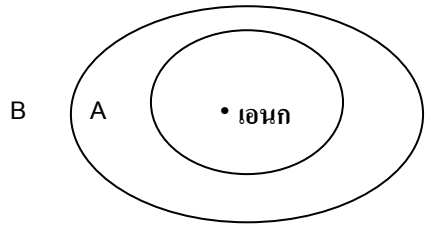
B แทนเซตของคนสุขภาพดี

เหตุ 1) หมายถึง สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B ดังนั้น $A \subset B$ จะได้แผนภาพดังนี้



เหตุ 2) หมายถึง เอนกเป็นสมาชิกของ A

ดังนั้น แผนภาพมีเพียงกรณีเดียวดังนี้



จากแผนภาพนี้ จะพบว่า เอนกเป็นสมาชิกของ B

แสดงว่า เอนกเป็นคนมีสุขภาพดี

ดังนั้น ผล เป็นผลที่สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 2 จงใช้แผนภาพตรวจสอบการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ : 1) คนที่ออกกำลังกายทุกคนเป็นคนมีสุขภาพดี

2) เอนกเป็นคนสุขภาพดี

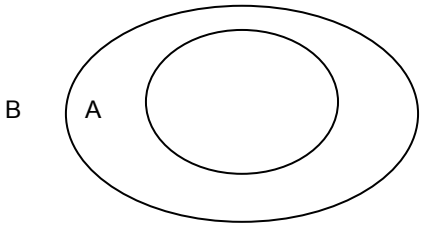
ผล : เอนกเป็นผู้ที่ออกกำลังกาย

วิธีทำ ● เขียนแผนภาพแทนข้อความในเหตุ

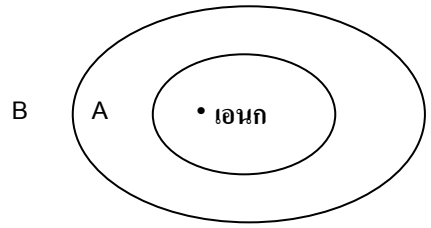
ให้ A แทนเซตของคนออกกำลังกาย

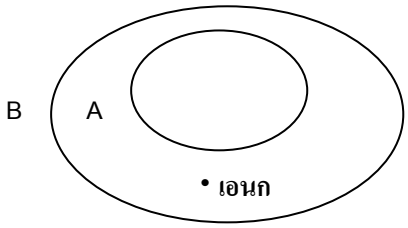
B แทนเซตของคนสุขภาพดี

เหตุ 1) หมายถึง สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B ดังนั้น $A \subset B$ จะได้แผนภาพดังนี้



เหตุ 2) หมายถึง เอนกเป็นสมาชิกของ B การวางตำแหน่งของอเนกในเซต B จึงมี 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 : เอนกเป็นสมาชิกของเซต A กรณีที่ 2 : เอนกไม่เป็นสมาชิกของ A





จะเห็นว่า มีบางกรณีที่ไม่เป็นไปตามผลที่กล่าวว่า เอนกเป็นคนที่ออกกำลังกาย (กรณีที่ 2)

ดังนั้น การให้เหตุผลนี้ไม่สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 3 จงใช้แผนภาพตรวจสอบการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ : 1) นักเรียนที่ตั้งใจเรียนทุกคนจะสอบได้

2) นักเรียนที่ขยันทุกคนจะสอบได้

ผล : มีนักเรียนที่ขยันบางคนตั้งใจเรียน

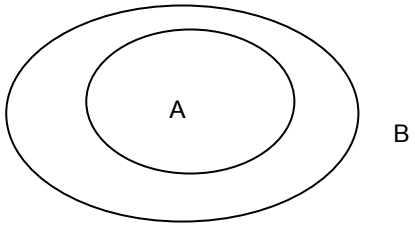
วิธีทำ ● เขียนแผนภาพแทนข้อความในเหตุ

ให้ A แทนเซตของนักเรียนที่ตั้งใจเรียน

B แทนเซตของผู้ที่สอบได้

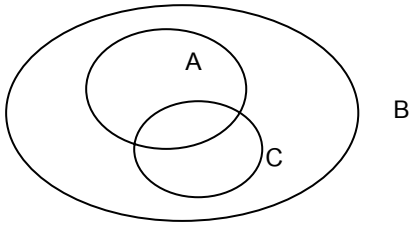
C แทนเซตของนักเรียนที่ขยัน

เหตุ 1) หมายถึง $A \subset B$ จะได้แผนภาพดังนี้

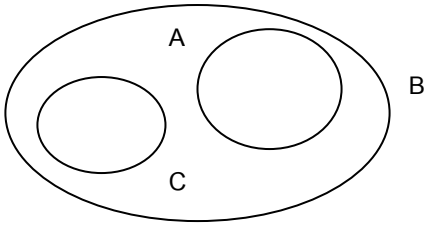


เหตุ 2) หมายถึง $C \subset B$ เราสามารถเขียนแผนภาพแทน C ได้หลากหลายแบบ แผนภาพที่เป็นไปได้บางแบบคือแผนภาพต่อไปนี้

ภาพกรณีที่ 1



ภาพกรณีที่ 2



จากภาพกรณีที่ 2 จะพบว่า $A \cap C = \phi$ ซึ่งแสดงว่า ไม่มีนักเรียนที่ขยันตั้งใจเรียน ดังนั้น ผลสรุปจึงไม่สมเหตุสมผล ที่ว่ามีนักเรียนที่ขยันบางคนตั้งใจเรียน

ใบงานที่ 3-1

<u>คำชี้แจง</u> จงให้ความหมายในเชิงเซตของข้อความในข้อต่อไปนี้ โดยใช้แผนภาพแทนเซต

1) **ข้อความ** : จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทน .....

B แทน .....

ดังนั้น .....

.....

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้

2) **ข้อความ** : ไม่มีจำนวนอตรรกยะใดเป็นจำนวนตรรกยะ

ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทน .....

B แทน .....

ดังนั้น .....

.....

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้

3) **ข้อความ** : มีนักเรียนบางคนที่ไม่ใช่นักกีฬา

ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทน .....

B แทน .....

ดังนั้น .....

.....

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้

4) **ข้อความ** : มีนักเรียนบางคนเป็นนักกีฬา

ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทน .....

B แทน .....

ดังนั้น .....

.....

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้

ใบงานที่ 3-2

ตัวอย่าง **ข้อความ** : 1) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ 2) 0 เป็นจำนวนเต็ม

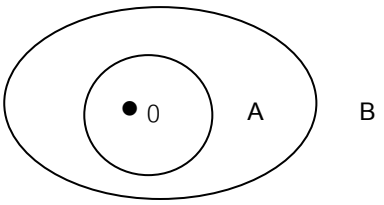
ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทนเซตของจำนวนเต็ม

B แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

ดังนั้น จากข้อความ 1) สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B จะได้ $A \subset B$

จากข้อความ 2) 0 เป็นสมาชิกของ A ให้ ● แทน 0 ซึ่งอยู่ในเซต A ข้อความทั้งสองเขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้



คำชี้แจง จงให้ความหมายในเชิงเซตของข้อความในข้อต่อไปนี้

ข้อความ : 1) สิ่งมีชีวิตทุกสิ่งต้องการอาหาร 2) คนเป็นสิ่งมีชีวิต 3) เอนกเป็นคน

ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทนเซตของสิ่งที่ต้องการอาหาร

B แทนเซตของ .....

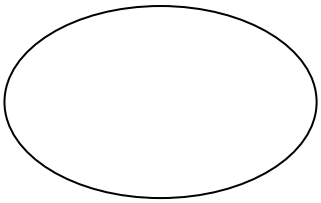
C แทนเซตของ .....

ข้อความ 1) หมายถึง .....

ข้อความ 2) หมายถึง .....

ข้อความ 3) .....

ดังนั้นเขียนแทนข้อความทั้งหมดด้วยแผนภาพดังนี้



ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 3 -1

<u>คำชี้แจง</u> ให้ผู้เรียนใช้แผนภาพตรวจสอบการให้เหตุผลต่อไปนี้ ว่าผลสรุปเป็นผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่

(1) **เหตุ** : 1) แมวทุกตัวชอบกินปลาทู

: 2) ส้มจ๋ำเป็นแมว

ผลสรุป ส้มจ๋ำชอบกินปลาทู

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) **เหตุ** : 1) คนที่รักษาศีล 5 ทุกคนเป็นคนดี

2) มีคนดีบางคนเป็นคนรวย

3) ดำเป็นคนรวย

ผลสรุป : ดำเป็นคนดี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 3 -1

(1). จงตรวจสอบการให้เหตุผลในข้อต่อไปนี้ว่าเป็นการสรุปผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพ เวนน์ – ออยเลอร์

1). **เหตุ** 1. มนุษย์ทั้งหมดมีหู
2. ไก่ทุกตัวเป็นมนุษย์
ผล ไก่ทุกตัวมีหู

.....
.....
.....
.....
.....
.....

2). **เหตุ** 1. นกทุกตัวมีปีก
2. เป็ดทุกตัวมีปีก
ผล เป็ดทุกตัวเป็นนก

.....
.....
.....
.....
.....
.....

3). **เหตุ** 1. จำนวนเต็มที่หารด้วย 2 แล้วเหลือเศษ 1 เป็นจำนวนคี่
2. หาร 10 ด้วย 2 แล้วเหลือเศษ 1
ผล 10 เป็นจำนวนคี่

.....
.....
.....
.....

(2) จงแสดงเหตุที่กำหนดให้โดยใช้แผนภาพ – ออยเลอร์ พร้อมทั้ง สรุปผล ที่สมเหตุสมผล

1). **เหตุ** 1. นักเรียนทุกคนต้องทำการบ้าน
2. คนทำการบ้านทุกคนสอบผ่าน

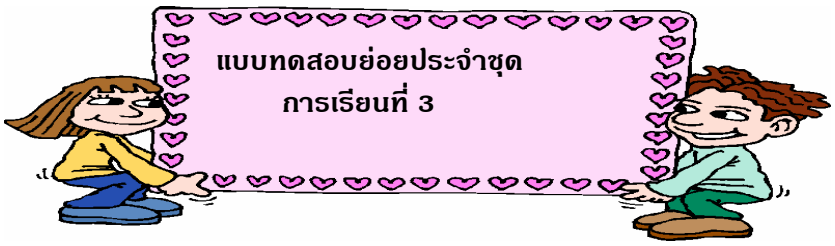
สรุปผล .....

2). **เหตุ** 1. จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
2. 5 เป็นจำนวนเต็ม

สรุปผล .....

3). **เหตุ** 1. มีนักเรียนบางคนเป็นคนเรียนเก่ง
2. ไม่มีคนเรียนเก่งที่สอบไม่ได้

สรุปผล .....



จงตรวจสอบการให้เหตุผลในข้อต่อไปนี้ว่าเหตุผลเป็นผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่ สมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพ เวนน์ – ออยเลอร์

1). **เหตุ** 1. คนที่ฝึกสมาธิทุกวันจะมีความจำดี
2. คนที่มีพลังจิตทุกคนจะมีความจำดี
ผล คนที่ฝึกสมาธิบางคนจะเป็นคนมีพลังจิต

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2). **เหตุ** 1. แมวเป็นสัตว์ที่มีขน
2. สัตว์ที่มีขนทุกตัวออกลูกเป็นไข่
ผล แมวออกลูกเป็นไข่

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



เฉลยใบงานที่ 3-1

1) **ข้อความ** : จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

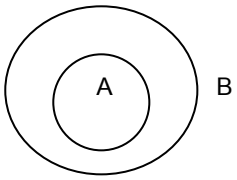
ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทนเซตของจำนวนนับ

B แทนเซตของจำนวนเต็ม

ดังนั้น สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B นั้นคือ $A \subset B$

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้



2) **ข้อความ** : ไม่มีจำนวนอตรรกยะใดเป็นจำนวนตรรกยะ

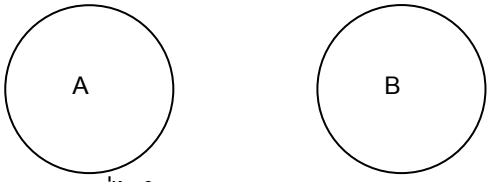
ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ

B แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

ดังนั้น ไม่มีสมาชิกของ A ตัวใดที่เป็นสมาชิกของ B

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้



3) **ข้อความ** : มีนักเรียนบางคนที่ไม่ใช่นักกีฬา

ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทนเซตของนักเรียน

B แทนเซตของนักกีฬา

ดังนั้น มีสมาชิกของ A บางตัวที่ไม่เป็นสมาชิกของ B

เขียนแทนด้วยแผนภาพ ดังนี้



4) **ข้อความ** : มีนักเรียนบางคนเป็นนักกีฬา

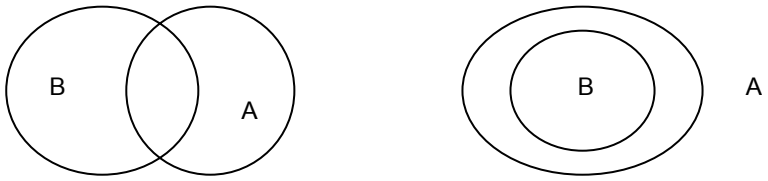
ความหมายในเชิงเซต :

ให้ A แทนเซตของนักเรียน

B แทนเซตของนักกีฬา

ดังนั้น มีสมาชิกบางตัวของ A ที่เป็นสมาชิกของ B

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้



เฉลยใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 3-1

(1) **เหตุ** : 1) แมวทุกตัวชอบกินปลาทู

: 2) ส้มจ๋าเป็นแมว

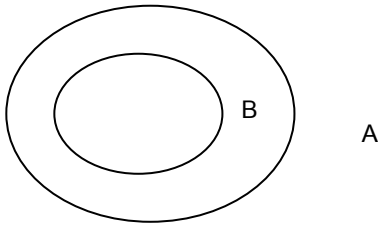
ผลสรุป ส้มจ๋าชอบกินปลาทู

จาก เหตุ 1) แมวทุกตัวชอบกินปลาทู

A แทนเซตของสิ่งที่ชอบกินปลาทู

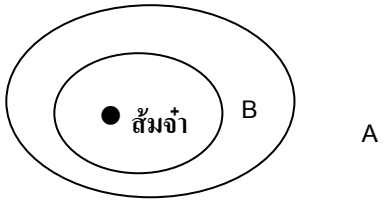
B แทนเซตของแมว

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้



เหตุ 2) ส้มจ๋าเป็นแมว หมายถึง ส้มจ๋าเป็นสมาชิกของ B

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้



จากแผนภาพ จะพบว่า ส้มจ๋าเป็นสมาชิกของ A

แสดงว่า ส้มจ๋าชอบกินปลาทู

ดังนั้น ผล เป็นผลที่ **สมเหตุสมผล**

(2) **เหตุ** : 1) คนที่รักษาศีล 5 ทุกคนเป็นคนดี

2) มีคนดีบางคนเป็นคนรวย

3) ดำเป็นคนรวย

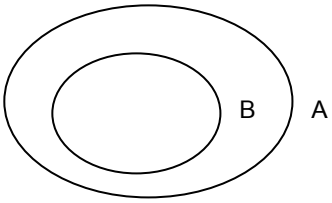
ผลสรุป : ดำเป็นคนดี

จาก เหตุ 1) คนที่รักษาศีล 5 ทุกคนเป็นคนดี

A แทนเซตของคนดี

B แทนเซตของคนที่รักษาศีล 5

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้

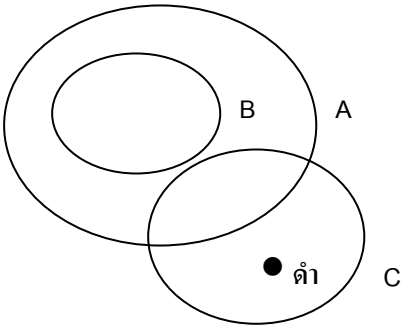


จาก เหตุ 2) มีคนดีบางคนเป็นคนรวย

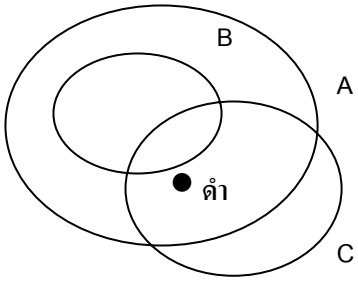
3) ดำเป็นคนรวย

C แทนเซตของคนรวย

เขียนแทนด้วยแผนภาพดังนี้



หรือ



จากแผนภาพ จะพบว่า ดำเป็นสมาชิกของ C แต่ว่า ไม่มีเหตุที่จะสนับสนุนเพียงพอที่จะสรุปว่า ดำเป็นคนดี

ดังนั้น ผลเป็นผลที่ไม่สมเหตุสมผล

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 4

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$



คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน ชุดที่ 4 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ **(เวลา 4 ชั่วโมง)**

1. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและสาระการเรียนรู้อย่างละเอียด
2. ผู้เรียนแต่ละกลุ่มต้องช่วยกันศึกษาใบความรู้ ใบงาน ใบกิจกรรมระหว่างเรียน แบบฝึกประสบการณ์ โดยจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดให้ อย่างเคร่งครัด
3. ถ้ากลุ่มใดสงสัยหรือมีปัญหาที่ไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
4. เมื่อผู้เรียนศึกษาใบความรู้และทำกิจกรรมจากชุดการเรียนเสร็จแล้ว ให้ส่งชุดการเรียนที่ถือว่าเป็นผลงานของผู้เรียนหลังหมดเวลาทำกิจกรรม

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน

ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังศึกษาชุดการเรียนเสร็จแล้วจะเป็นคะแนนเก็บของผู้เรียนแต่ละคน เพื่อนำไปใช้เป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาผู้เรียนในการศึกษาเรื่องการพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ผู้เรียน

1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$
2. สามารถพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ ได้

เวลาที่ใช้ 4 ชั่วโมง

สื่อ ใบความรู้ที่ 4-1 , 4-2 , 4-3 , 4-4 ใบงานที่ 4-1 , 4-2 , 4-3 ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 4-1 , 4-2 , 4-3 แบบฝึกประสบการณ์ที่ 4-1 , 4-2 , 4-3 และแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนชุดที่ 4

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

คำชี้แจงตอนที่ 1 ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้และทำใบงาน
ระหว่าง เรียน ใช้เวลา 30 นาที

ใบความรู้ที่ 4-1

ประพจน์ (Proposition) คือ ประโยคบอกเล่าหรือประโยคปฏิเสธที่เป็นจริงหรือเป็นเท็จอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

ตัวอย่าง 1. ข้าวเป็นอาหารหลักของคนไทย

2. 0 เป็นจำนวนคู่

3. เซตของจำนวนเต็มเป็นเซตของจำนวนตรรกยะ

4. จังหวัดระนองมีพลเมืองน้อยที่สุดในประเทศไทย

5. เส้นตรงสองเส้นที่ตั้งฉากกันมีความชันเท่ากัน

เราใช้ตัวอักษร เช่น p , q , r , s , t , . . . แทนประพจน์

เช่น p แทนด้วยประพจน์ ABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า

q แทนด้วยประพจน์ 2 + 3 = 6

ตัวเชื่อม (Connective) เราใช้ตัวเชื่อมเพื่อเชื่อมประพจน์สองประพจน์เข้าด้วยกันทำให้ได้ประพจน์ใหม่ซึ่งเราเรียกว่า ประพจน์ผสม (Compound Proposition) ตัวเชื่อมที่เราใช้กันได้แก่

1. ตัวเชื่อม และ (and) แทนด้วย “$\wedge$”
2. ตัวเชื่อม หรือ (or) แทนด้วย “$\vee$”
3. ตัวเชื่อม ถ้า . . . แล้ว . . . (If . . . then . . .) แทนด้วย “$\rightarrow$”
4. ตัวเชื่อม . . . ก็ต่อเมื่อ . . . (. . . if and only if . . .) แทนด้วย “$\leftrightarrow$”

ตารางค่าความจริง (Truth Table)

เมื่อกำหนดให้ p , q เป็นประพจน์สองประพจน์ ใดๆ สามารถสรุปค่าความจริง กรณีต่างๆ ของประพจน์ด้วยตัวเชื่อมประพจน์ต่างๆ ดังนี้ (**T** แทนประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริง และ **F** แทนประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นเท็จ)

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	~p	~q
T	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F	F	T

F	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**
F	**F**	**F**	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**

จากตารางค่าความจริงของตัวเชื่อมประพจน์ต่างๆ จะพบว่า

1. $\mathbf{p \wedge q}$ มีค่าความจริงเป็นจริง**(T)** เมื่อประพจน์ย่อย มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งหมด ส่วนกรณีอื่นๆ มีค่าความจริงเป็นเท็จ **(F)** เสมอ
2. $\mathbf{p \vee q}$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ **(F)** เมื่อประพจน์ย่อย มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งหมด ส่วนกรณีอื่นๆ จะมีค่าความจริงเป็นจริง **(T)** เสมอ
3. $\mathbf{p \rightarrow q}$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ **(F)** เมื่อ เหตุ **p** เป็นจริง และผล **q** เป็นเท็จ **(F)** ส่วนกรณีอื่นๆ จะมีค่าความจริงเป็นจริง **(T)** เสมอ
4. $\mathbf{p \leftrightarrow q}$ มีค่าความจริงเป็นจริง **(T)** เมื่อประพจน์ย่อย มีค่าความจริงเหมือนกันทั้งหมด
5. $\mathbf{\sim p}$ มีค่าความจริงตรงข้ามกับ **p**

รูปแบบของประพจน์ที่สมมูล (Equivalence) กัน ถ้ารูปแบบของประพจน์สองประพจน์ใดที่มีค่าความจริงเหมือนกันกรณีต่อกรณีแล้วจะสามารถนำไปใช้แทนกันได้ เรียกรูปแบบของประพจน์ดังกล่าวนี้ว่าเป็น **รูปแบบที่สมมูลกัน**

ตัวอย่าง เช่น $p \rightarrow q$ กับประพจน์ $\sim p \vee q$ เป็นรูปแบบที่สมมูลกัน ซึ่งสามารถตรวจสอบได้โดยใช้ตารางค่าความจริง

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

จากตัวอย่างข้างต้น เขียนแทนประพจน์สองประพจน์ที่สมมูลกันได้

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

ตัวอย่าง รูปแบบประพจน์สองประพจน์ที่สมมูลกัน

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

สัจนิรันดร์ (Tautology) เรียกรูปแบบของประพจน์ ซึ่งมีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณีว่า **สัจนิรันดร์ (Tautology)**

ตัวอย่าง จงแสดงว่า ประพจน์ $p \rightarrow (p \vee q)$ เป็นสัจนิรันดร์

p	q	$p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

ตัวอย่าง รูปแบบประพจน์ที่เป็นสัจนิรันดร์ (Tautology) ที่สามารถแสดงได้โดยวิธีหาค่าความจริงโดยใช้ตารางค่าความจริง

$$p \rightarrow p \vee q$$
$$p \wedge q \rightarrow p$$
$$(p \wedge q) \rightarrow q$$
$$p \vee p \leftrightarrow p$$
$$p \vee q \leftrightarrow q \vee p$$
$$p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$$
$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$
$$\sim(\sim p) \leftrightarrow p$$
$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$$
$$\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow p \wedge \sim q$$
$$[\sim p \rightarrow (q \wedge \sim q)] \rightarrow p$$
$$\sim p \wedge (p \vee q) \rightarrow q$$

การอ้างเหตุผล คือ การอ้างว่า จากประโยค $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3, \ldots, \wedge P_n$ เราสามารถสรุปประโยค Q ได้ ซึ่งเขียนแทนด้วย

P_1
P_2
P_3
...
P_n

ผลสรุป Q

การอ้างเหตุผลอาจสมเหตุสมผล หรือไม่สมเหตุสมผลก็ได้

ตัวอย่าง การอ้างเหตุผลที่สมเหตุสมผล

1. ถ้าฝนตกแล้วหลังคาบ้านจะเปียก
2. ฝนตก

ผลสรุป หลังคาบ้านเปียก

ตัวอย่าง การอ้างเหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล

1. ถ้าฝนตกแล้วหลังคาบ้านจะเปียก
2. หลังคาบ้านเปียก

ผลสรุป ฝนตก

การอ้างเหตุผลจะสมเหตุสมผล ก็ต่อเมื่อ $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3, \ldots, \wedge P_n$ เป็นจริง แล้ว Q จะเป็นจริงด้วย

การอ้างเหตุผลจะสมเหตุสมผลก็ต่อเมื่อ $(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3, \ldots, \wedge P_n) \rightarrow Q$ เป็นสัจนิรันดร์ ทำนองเดียวกัน การอ้างเหตุผลจะไม่สมเหตุสมผล ก็ต่อเมื่อ $(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3, \ldots, \wedge P_n) \rightarrow Q$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ใบงานที่ 4 – 1
เรื่อง การหาค่าความจริงของประพจน์
ชื่อ..... **ชั้น ม. 4 /** .....

1) จงหาค่าความจริงของรูปแบบประพจน์ต่อไปนี้ เมื่อกำหนดค่าความจริงของประพจน์ย่อยให้โดยใช้แผนภูมิต้นไม้

(1) $p \rightarrow (p \wedge q)$ เมื่อกำหนด p เป็นเท็จ q เป็นจริง

.....

.....

.....

(2) $(p \wedge q) \rightarrow p$ เมื่อกำหนด p เป็นจริง q เป็นเท็จ

.....

.....

.....

(3) $\sim p \vee q$ เมื่อกำหนด p เป็นจริง q เป็นจริง

.....

.....

.....

(4) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \leftrightarrow \sim p)$ เมื่อกำหนด p เป็นจริง q เป็นเท็จ

.....

.....

.....

(5) $(p \vee q) \vee r$ เมื่อกำหนด p , q , r เป็นเท็จ

.....

.....

.....

2) ประพจน์ $\sim p \leftrightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริงหรือเท็จ เมื่อ p และ q มีค่าความจริงเป็นเท็จทั้งคู่

.....

.....

.....

3) กำหนดให้ประพจน์ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง และประพจน์ $r \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ

(1) $(p \wedge q) \rightarrow r$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) กำหนด p, q, r, s เป็นประพจน์โดยที่ $(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ และ $p \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริง จงหาค่าความจริงของ

(1) $p \rightarrow s$

.....

.....

.....

.....

(2) $q \rightarrow s$

.....

.....

.....

.....

ใบความรู้ที่ 4 - 2

การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย เราจะพบว่าการให้เหตุผลทั้งสองแบบมีลักษณะเป็นกลุ่มของประพจน์สองกลุ่ม คือ กลุ่มแรกเป็นสมมุติฐานหรือเหตุ กลุ่มหลังเป็นผลสรุป การตรวจสอบว่าผลเป็นผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่ บางครั้งไม่สามารถใช้แผนภาพแทนเซตตรวจสอบได้ การตรวจสอบ-มีอีกวิธีหนึ่งคือ การตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ เราทำได้

โดยเปลี่ยนข้อความที่กำหนดให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ แล้วนำ**สมมุติฐานหรือเหตุ** เชื่อมด้วย **“ และ ”** ($\wedge$) จากนั้นนำประพจน์ที่ได้มาเชื่อมกับผลในรูป **“ ถ้า ... แล้ว ...”** แล้วตรวจสอบค่าความจริงทุกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด ถ้าเป็นจริงทุกกรณี (เป็นสัจนิรันดร์ Tautology) ก็จะสรุปว่า ผลเป็นผลที่สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 1 จงตรวจสอบว่าการให้เหตุผลนี้ผลสรุปเป็นผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1) ถ้าฉันขยันแล้วฉันจะสอบได้

2) ฉันขยัน

ผลสรุป ฉันสอบได้

ให้ P_1 แทน ฉันขยัน

P_2 แทน ฉันสอบได้

เมื่อข้อความเปลี่ยนเป็นสัญลักษณ์จะได้ $(P_1 \rightarrow P_2) \wedge P_1] \rightarrow P_2]$

ตรวจสอบค่าความจริงของประพจน์ได้ดังนี้

P_1	P_2	$P_1 \rightarrow P_2$	$[(P_1 \rightarrow P_2) \wedge P_1]$	$[(P_1 \rightarrow P_2) \wedge P_1] \rightarrow P_2]$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

จะได้ว่าค่าความจริงของประพจน์เป็นจริงทุกกรณี ดังนั้นผลเป็นผลที่เหตุสมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 2 จงตรวจสอบว่าการให้เหตุผลนี้ผลสรุปเป็นผลที่สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1) ถ้าฉันสอบได้แล้วฉันจะเลี้ยงอาหารเธอ

2) ฉันสอบไม่ได้

ผลสรุป ฉันไม่เลี้ยงอาหารเธอ

ให้ P_1 แทน ฉันสอบได้

ให้ P_2 แทน ฉันจะเลี้ยงอาหารเธอ

เมื่อข้อความเปลี่ยนเป็นสัญลักษณ์จะได้

$[(P_1 \rightarrow P_2) \wedge \sim P_1] \rightarrow \sim P_2]$

ตรวจสอบค่าความจริงของประพจน์ได้ดังนี้

P_1	P_2	$\sim P_1$	$\sim P_2$	$P_1 \rightarrow P_2$	$[(P_1 \rightarrow P_2) \wedge \sim P_1]$	$[(P_1 \rightarrow P_2) \wedge \sim P_1] \rightarrow \sim P_2]$
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**T**
T	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**T**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**

จะเห็นได้ว่าค่าความจริงของประพจน์เป็นเท็จบางกรณี ดังนั้นผลสรุปเป็นผลที่ไม่สมเหตุสมผล

เมื่อพิจารณาการให้เหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น เป็นการให้เหตุผล จากเหตุ (1) ซึ่งแทนด้วยประพจน์ (P_1) , และ เหตุ (2) แทนด้วยประพจน์ (P_2) แล้วสามารถสรุป ผลสรุป แทนด้วยประพจน์ Q

เปลี่ยนข้อความเป็นสัญลักษณ์จะได้ $P_1 \wedge P_2 \rightarrow Q$

สรุปได้ว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัย คือ การให้เหตุผลโดยอ้างจากข้อความ P_1 , P_2 , P_3 , ..., P_n ว่าสามารถสรุปผลสรุป Q ผลสรุปอาจสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผลก็ได้ แต่ถ้าประพจน์ $(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3, \ldots, \wedge P_n) \rightarrow Q$ เป็นสัจนิรันดร์ (Tautology) ผลสรุปนั้นจะผลสรุปที่สมเหตุสมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ 3 การนำไปใช้ในการพิสูจน์ จงพิสูจน์ว่า **“** ผลคูณของจำนวนคู่เป็นจำนวนคู่ **”**

ก่อนการพิสูจน์เราต้องยอมรับบทนิยามเกี่ยวกับจำนวนคู่ ดังนี้

บทนิยาม จำนวนคู่ คือ จำนวนเต็มที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูป 2k เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม

นอกจากนี้เราต้องยอมรับสมบัติการบวก การคูณ สมบัติการสลับที่ของการบวกและการคูณจำนวนเต็ม สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม สมบัติการมีอินเวอร์ส สมบัติการมีเอกลักษณ์ สมบัติการเท่ากัน

พิสูจน์ ให้ a , b เป็นจำนวนคู่ จะได้ว่า a = 2n และ b = 2m เมื่อ m , n เป็นจำนวนเต็ม

จาก a = 2n และ b = 2m

จะได้ ab = (2n)(2m) = 2(2nm)

ab เป็นจำนวนคู่

สรุปผล ผลคูณของจำนวนคู่เป็นจำนวนคู่

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ มีวิธีการพิสูจน์หลายรูปแบบ คือ

ก. การพิสูจน์ทางตรงหรือโดยใช้กฎของเงื่อนไข

ข. การพิสูจน์ทางอ้อมหรือโดยการแย้งสลับที่ การพิสูจน์โดยใช้ข้อขัดแย้ง

การพิสูจน์ทางตรงหรือโดยใช้กฎของเงื่อนไข (Rule of Conditional Proof : Rcp) เป็นการพิสูจน์ทางตรง (Direct Proof) โดยเริ่มจากการยอมรับว่าเหตุ (P) เป็นจริง แล้วใช้ บทนิยาม หรือทฤษฎีที่มีก่อนหน้า สัจพจน์ รวมทั้งกฎต่างๆ ทางตรรกศาสตร์อ้างหรือพิสูจน์ให้ได้ผล (Q) กล่าวคือ ถ้า P_1 , P_2 , P_3 , ..., P_n เป็นเหตุที่ยอมรับว่า นิยาม ทฤษฎีบท สัจพจน์ และ Q เป็นผลสรุป การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ คือการให้เหตุผล $[P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge, \ldots \wedge P_n] \rightarrow Q$ ซึ่งสมเหตุสมผลและการแสดงรูปแบบการให้เหตุผลสมเหตุสมผลนั้นทำได้ โดยแสดงว่า $(P_1 \wedge P_2 \wedge P_3, \ldots, \wedge P_n) \rightarrow Q$ เป็นสัจนิรันดร์

การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้กฎของเงื่อนไขกระทำโดยสมมุติว่า P เป็นจริงแล้วแสดงให้ได้ว่า Q เป็นจริง การพิสูจน์จะอยู่ในรูป

พิสูจน์ สมมุติว่า P เป็นจริง

.....
.....
.....

} ใช้ $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3, \ldots, \wedge P_n$

เพราะฉะนั้น Q เป็นจริง

นั้นคือ $P \rightarrow Q$

โครงสร้างของการพิสูจน์

ส่วนเริ่มต้นของการพิสูจน์ : กำหนดให้.....

สมมุติ.....

ส่วนแสดงการพิสูจน์ : ใช้ $\mathbf{P_1 \wedge P_2 \wedge P_3, \ldots, \wedge P_n}$ ช่วยใน การพิสูจน์

•
•
•

Q

ส่วนสรุปการพิสูจน์ : ดังนั้น.....

ตัวอย่าง 4 จงพิสูจน์ ถ้า a เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 เป็นจำนวนคู่

ส่วนเริ่มต้นของการพิสูจน์

วิเคราะห์ ข้อความ P คือ a เป็นจำนวนคู่

ข้อความ Q คือ a^2 เป็นจำนวนคู่

ส่วนแสดงการพิสูจน์

ให้ a เป็นจำนวนคู่

เพราะฉะนั้น มีจำนวนเต็ม k บางจำนวน ซึ่ง $a = 2k$

$a^2 = 2(2k^2)$ และ $2k^2$ เป็นจำนวนเต็ม

ส่วนสรุปการพิสูจน์

ดังนั้น a^2 เป็นจำนวนคู่

ตัวอย่าง 5 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม จงพิสูจน์ว่า ถ้า a และ b ต่างก็เป็นจำนวนคี่ แล้ว a + b จะเป็นจำนวนคู่

ส่วนเริ่มต้นของการพิสูจน์

วิเคราะห์ ข้อความ P คือ a และ b เป็นจำนวนคี่

ข้อความ Q คือ a + b เป็นจำนวนคู่

ส่วนแสดงการพิสูจน์

สมมุติให้ a และ b เป็นจำนวนคี่

เพราะฉะนั้น มีจำนวนเต็ม K บางจำนวน ซึ่ง $a = 2K + 1$

และมีจำนวนเต็ม M บางจำนวน ซึ่ง $b = 2M + 1$

$a + b = (2K + 1) + (2M + 1)$

$= 2(K + M + 1)$

ให้ $K + M + 1 = N$ จะได้ว่า N เป็นจำนวนเต็ม

จะได้ $a + b = 2N$ โดยที่ N เป็นจำนวนเต็ม

ส่วนสรุปการพิสูจน์

ดังนั้น a + b เป็นจำนวนคู่

ตัวอย่าง 6 กำหนดให้ x เป็นจำนวนเต็ม จงพิสูจน์ว่า ถ้า x เป็นจำนวนคู่ แล้ว x + 3 จะเป็นจำนวนคี่

ส่วนเริ่มต้นของการพิสูจน์

วิเคราะห์ ข้อความ P คือ x เป็นจำนวนคู่

ข้อความ Q คือ x + 3 เป็นจำนวนคี่

สมมุติให้ x เป็นจำนวนคู่

ส่วนแสดงการพิสูจน์

เพราะฉะนั้น มีจำนวนเต็ม K บางจำนวน ซึ่ง $x = 2K$

จาก $x + 3 = 2K + 3$

$x + 3 = 2(k + 1) + 1$

ให้ $K + 1 = r$ จะได้ r เป็นจำนวนเต็ม

นั้นคือ $x + 3 = 2r + 1$ โดย r เป็นจำนวนเต็ม ********** (S_2)

ส่วนสรุปการพิสูจน์

ดังนั้น x + 3 เป็นจำนวนคี่

ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 4 – 1

เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$ โดยใช้กฎของเงื่อนไข

ชื่อ..... ชั้น ม. 4 / .....

ให้ผู้เรียนพิสูจน์ข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้

กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็ม จงพิสูจน์ว่า ถ้า a เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 จะเป็นจำนวนคู่ด้วย

<u>ส่วนเริ่มต้นของการพิสูจน์</u>

วิเคราะห์ ข้อความ P คือ .....

ข้อความ Q คือ .....

สมมุติให้ .....

.....

<u>ส่วนแสดงการพิสูจน์</u>

เพราะฉะนั้น .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ส่วนสรุปการพิสูจน์</u>

ดังนั้น.....

.....

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 4 - 1

ให้ผู้เรียนพิสูจน์ข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้

กำหนดให้ a เป็นจำนวนจำนวนเต็ม จงพิสูจน์ ถ้า a เป็นจำนวนคู่ แล้ว a^4 จะเป็นจำนวนคู่

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ใบความรู้ที่ 4 - 3

การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป $P \rightarrow Q$

โดยใช้ประพจน์แย้งสลับที่ (Contrapositive)

การพิสูจน์โดยใช้ประพจน์แย้งสลับที่เป็นวิธีการพิสูจน์วิธีหนึ่ง จากความรู้เรื่องตรรกศาสตร์เราทราบว่า $P \rightarrow Q$ สมมูลกับ $\sim Q \rightarrow \sim P$ ประพจน์ที่สมมูลกันในลักษณะนี้เรียกว่า ประพจน์แย้งสลับที่ (Contrapositive) ดังนั้น ถ้าต้องการพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ ก็สามารถพิสูจน์ข้อความ $\sim Q \rightarrow \sim P$ แทนได้ โดยใช้กฎของเงื่อนไข ช่วยในการพิสูจน์

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็ม

จงพิสูจน์ว่า ถ้า a^2 เป็นจำนวนคี่แล้ว a เป็นจำนวนคี่

<u>ส่วนเริ่มต้นของการพิสูจน์</u>

วิเคราะห์ ข้อความ P คือ a^2 เป็นจำนวนคี่

ข้อความ ~P คือ a^2 เป็นจำนวนคู่

ข้อความ Q คือ a เป็นจำนวนคี่

ข้อความ ~Q คือ a เป็นจำนวนคู่

<u>ส่วนแสดงการพิสูจน์</u>

พิสูจน์โดยใช้ประพจน์แย้งสลับที่ เราจะต้องพิสูจน์ว่า

ถ้า a เป็นจำนวนคู่แล้ว a^2 เป็นจำนวนคู่

แล้วใช้การพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข ช่วยในการพิสูจน์ต่อไป

การพิสูจน์ $\sim Q \rightarrow \sim P$ ก็จะดำเนินการพิสูจน์เช่นเดียวกับการพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข ดังนั้น เราอาจพิสูจน์หาค่าความจริงของประพจน์ $P \rightarrow Q$ โดยสมมุติว่า ~Q เป็นจริงแล้ว แสดงได้ว่า ~P เป็นจริง การพิสูจน์อยู่ในรูปดังนี้

พิสูจน์ สมมุติว่า ~Q เป็นจริง

.....
.....
.....

} ใช้ ~Q และบทนิยาม ทฤษฎีบท สัจพจน์ ฯลฯ

เพราะฉะนั้น ~P เป็นจริง

นั้นคือ $\sim Q \rightarrow \sim P$ **ดังนั้น** $P \rightarrow Q$

ใบงานที่ 4 – 2

เรื่อง การพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ **โดยใช้ประพจน์แย้งสลับที่**

ชื่อ..... **ชั้น ม. 4 /** .....

<u>จากโครงสร้างในการพิสูจน์โดยใช้</u> ข้อความแย้งสลับที่ (Contrapositive)

พิสูจน์ สมมุติว่า ~Q เป็นจริง

.....
.....
.....
} ใช้ ~Q และบทนิยาม ทฤษฎีบท สัจพจน์ ฯลฯ

เพราะฉะนั้น ~P เป็นจริง

นั้นคือ ~Q → ~P **ดังนั้น** P → Q

<u>จงพิสูจน์</u> ถ้า x เป็นจำนวนเต็มคู่ แล้ว x + 3 จะเป็นจำนวนคี่

<u>ส่วนเริ่มต้นของการพิสูจน์</u>

วิเคราะห์ ข้อความ P คือ x เป็นจำนวนเต็มคู่

ข้อความ ~P คือ .....

ข้อความ Q คือ x + 3 เป็นจำนวนคี่

ข้อความ ~Q คือ .....

<u>ส่วนแสดงการพิสูจน์</u> สมมุติ ~Q เป็นจริง และ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
} *ใช้ ~Q บทนิยาม, สัจพจน์ หรือทฤษฎีบท*

<u>ส่วนสรุปการพิสูจน์</u> .....

.....

.....

ใบกิจกรรมระหว่างเรียนที่ 4 – 2

เรื่อง การพิสูจน์ข้อความที่อยู่ในรูป P → Q โดยใช้ประพจน์แย้งสลับที่

ชื่อ/กลุ่ม..... ชั้น ม. 4 / .....

<u>กำหนดข้อความ</u>

กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็ม จงพิสูจน์ว่า ถ้า a^2 เป็นจำนวนคู่ แล้ว a จะเป็นจำนวนคู่ด้วย

<u>จากข้อความข้างต้น</u>

ประพจน์แย้งสลับที่คือ .....

.....

1. ถ้าพิสูจน์ข้อความข้างต้นโดยใช้ประพจน์แย้งสลับที่

สิ่งที่กำหนดให้คือ ....(~Q)

สิ่งที่ต้องพิสูจน์คือ ....(~P)

<u>จงเขียนโครงสร้างของการพิสูจน์</u>

ส่วนเริ่มต้นของการพิสูจน์ : .....

.....

.....

ส่วนแสดงการพิสูจน์ ใช้ ~Q และ S_1 , S_2 , S_3 , …, S_n ช่วยในการพิสูจน์

- .....
- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

เพื่อแสดงว่า.....

ส่วนสรุปการพิสูจน์ : .....

.....

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 4 - 2

จงพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้โดยใช้ประพจน์แย้งสลับที่ (Contrapositive)

<u>กำหนดข้อความ</u> กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม

จงพิสูจน์ว่า ถ้า a และ b ต่างก็ เป็นจำนวนคู่ แล้ว a + b จะเป็นจำนวนคู่ด้วย

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 4 - 3

จงพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ โดยใช้ข้อขัดแย้ง

กำหนดให้ x เป็นจำนวนเต็มใดๆ

จงพิสูจน์ว่า ถ้า x เป็นจำนวนคี่ แล้ว x + 1 เป็นจำนวนคู่

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนที่ 4

จงพิสูจน์ข้อความ $P \rightarrow Q$ ในข้อความต่อไปนี้

1. จงพิสูจน์ว่า “ ถ้า m เป็นจำนวนเต็มคู่ แล้ว 3m เป็นจำนวนเต็มคู่” โดยใช้กฎของเงื่อนไข

.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. จงพิสูจน์ว่า “ ถ้า a^3 เป็นจำนวนคี่แล้ว a เป็นจำนวนคี่” โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่

.....
.....
.....
.....
.....
.....

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (ช่วงชั้นที่ 4)

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (ช่วงชั้นที่ 4) คะแนนเต็ม 40 คะแนน

เวลา 1.30 ชั่วโมง

คำชี้แจง ตอนที่ 1 *เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่เพียงข้อเดียว*

1. กำหนด เหตุ : 1) คนดื่มสุรามากจะเป็นโรคตับแข็ง
2) สุราศักดิ์ดื่มสุรามาก
สรุป : สุราศักดิ์เป็นโรคตับแข็ง

จากที่กำหนดให้เป็นการให้เหตุผลแบบใด

ก. อุปนัย ข. นิรนัยค. ทั้งอุปนัยและนิรนัย ง. ไม่เป็นทั้งอุปนัยและนิรนัย

2. พิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

(1) กำหนด เหตุ : 1) คนสวยทุกคนยิ้มสวย
2) ออยเป็นคนสวย
สรุป : ออยยิ้มสวย

(2) กำหนด เหตุ : 1) ทุกคนที่ชอบกินอาหารรสเค็มจัดจะเป็นโรคไต
2) คนเป็นโรคไตทุกคนจะผอม
สรุป : ทุกคนที่ชอบกินอาหารรสเค็มจัดจะผอม

(3) กำหนด เหตุ : 1) ตั้มชอบดื่มเหล้า เขาเป็นโรคความดันโลหิตสูง
2) ยิมส์ชอบดื่มเบียร์ เขาเป็นโรคความดันโลหิตสูง
3) จิ๋วชอบดื่มไวน์ เขาเป็นโรคความดันโลหิตสูง
สรุป : คนที่ชอบดื่มเครื่องดื่มที่มีแอลกอฮอล์จะเป็นโรคความดันโลหิตสูง

ข้อใดเป็นการให้เหตุผล **แบบนิรนัย**

ก. (1) และ (2) ข. (1) และ (3) ค. (2) และ (3) ง. (1) , (2) และ (3)

3. กำหนด เหตุ : 1) เมื่อวานนี้รถติดมาก
2) วันนี้รถติดมาก
สรุป : พรุ่งนี้รถติดมาก

จากที่กำหนดให้เป็นการให้เหตุผลแบบใด

ก. อุปนัย ข. นิรนัยค. ทั้งอุปนัยและนิรนัย ง. ไม่เป็นทั้งอุปนัยและนิรนัย

4. กำหนด (1) เหตุ : 1) นักเรียนชายทุกคนเล่นฟุตบอลเก่ง
2) วัชระเป็นนักเรียนชาย
สรุป : วัชระเล่นฟุตบอลเก่ง

(2) เหตุ : 1) ถ้านักเรียนมาโรงเรียนสายจะต้องถูกทำโทษ
2) ศยามลเป็นนักเรียนที่มาโรงเรียนสาย

สรุป : ศยามลถูกทำโทษ

ก. (1) และ (2) เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ข. (1) และ (2) เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ค. (1) เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย และ (2) เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย

ง. (1) เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย และ (2) เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย

5. การให้เหตุผลในข้อใดเป็นการอ้างเหตุผลหรือข้ออ้างที่กำหนดให้เป็นผลให้เกิดข้อสรุปได้

ก. เหตุ : 1) นักเรียนที่ขยันอ่านหนังสือจะสอบได้คะแนนดี

2) วริศราเป็นนักเรียนที่สอบได้คะแนนดี

สรุป : วริศราเป็นนักเรียนที่ขยันอ่านหนังสือ

ข. เหตุ : 1) ถ้าฝนตกหนักน้ำจะท่วม

2) น้ำท่วม

สรุป : ฝนตกหนัก

ค. เหตุ : 1) หนูทุกตัวเกลียดแมว

2) แมวทุกตัวเกลียดหมา

สรุป : แมวบางตัวรักหมา

ง. เหตุ : 1) ภราดรบอกว่าวันนี้ไม่ไปเล่นเทนนิสหรือไม่ก็ไปเตะฟุตบอล

2) วันนี้ภราดรไม่ได้ไปเล่นเทนนิส

สรุป : วันนี้ภราดรไปเตะฟุตบอล

6. กำหนดเหตุให้ดังต่อไปนี้

เหตุ : 1) นักเรียนหญิงบางคนเป็นคนเรียนเก่ง

2) คนเรียนเก่งทุกคนเป็นคนตรงต่อเวลา

ผลสรุปข้อใด**ไม่จริง**

ก. คนตรงต่อเวลาทุกคนเป็นคนเรียนเก่ง ข. นักเรียนหญิงบางคนเป็นคนตรงต่อเวลา

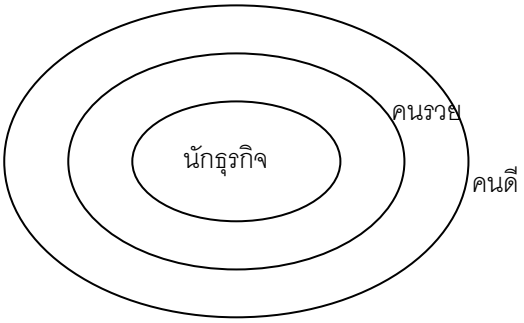
ค. คนตรงต่อเวลาบางคนเป็นคนเรียนเก่ง ง. นักเรียนหญิงบางคนเป็นคนเรียนเก่งและตรงต่อเวลา

7. ให้ผู้เรียนหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล **"***นักเรียนทุกคนต้องแต่งกายสุภาพ นายแดงแต่งกายสุภาพ***"**

ก. นายแดงเป็นนักเรียน ข. นายแดงไม่ใช่นักเรียน

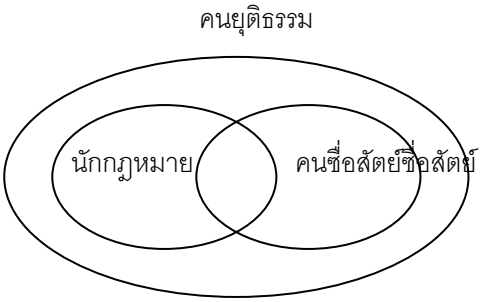
ค. นายแดงอาจเป็นนักเรียน ง. สรุปไม่ได้

8. จากแผนภาพที่กำหนด ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง



ก. คนดีเป็นคนรวย
ข. คนรวยเป็นนักธุรกิจ
ค. คนดีเป็นนักธุรกิจ
ง. นักธุรกิจเป็นคนดี

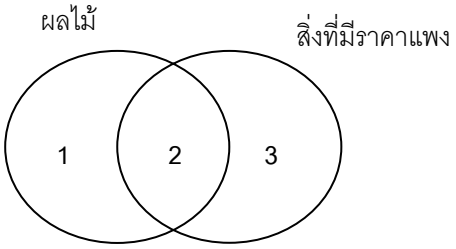
9. จากแผนภาพที่กำหนด ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง



ก. นักกฎหมายบางคนเป็นคนซื่อสัตย์แต่ไม่มีความยุติธรรม
ข. นักกฎหมายทุกคนเป็นคนยุติธรรมแต่ไม่เป็นซื่อสัตย์
ค. นักกฎหมายทุกคนเป็นคนซื่อสัตย์แต่ไม่มีความยุติธรรม
ง. นักกฎหมายที่มีความยุติธรรมบางคนเป็นคนซื่อสัตย์

10. กำหนด เหตุ 1) ส้มเป็นผลไม้
2) ผลไม้บางชนิดราคาแพง

ถ้าแผนภาพที่แทนเหตุ 1) และ เหตุ 2) เป็นดังนี้

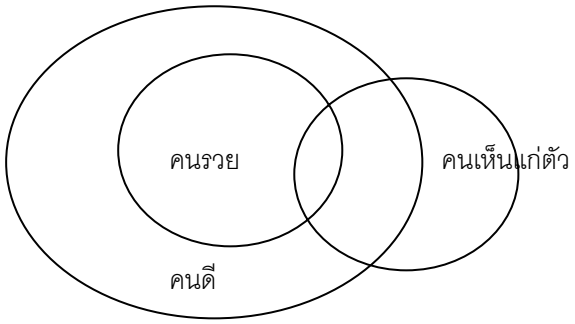


จงพิจารณาว่าส้มควรอยู่ในพื้นที่ส่วนใด

ก. 1 หรือ 2 ข. 1 และ 3

ค. 2 และ 3 ง. 1 , 2 และ 3

11. จากแผนภาพที่กำหนดให้ ผลสรุปที่สมเหตุสมผลตรงกับข้อใด



ก. คนเห็นแก่ตัวทุกคนเป็นคนดี

ข. คนดีทุกคนเป็นคนรวย

ค. คนรวยเป็นคนเห็นแก่ตัว

ง. คนรวยบางคนเป็นคนเห็นแก่ตัว

12. กำหนด เหตุ : 1) พี่ช่วยเหลือทุกคน

2) ทุกคนเกรงใจแม่

3) พี่และแม่เป็นคน

จากเหตุที่กำหนดให้ ผลสรุป ในข้อใดทำให้ได้การให้เหตุผลที่ **สมเหตุสมผล**

ก. แม่เกรงใจพี่ ข. แม่ช่วยเหลือพี่

ค. พี่ช่วยเหลือและเกรงใจแม่ ง. พี่ช่วยเหลือและไม่เกรงใจแม่

13. กำหนด เหตุ : 1) ถ้าถึงเวลา 18.00 น. ครูต้องชักธงชาติลง

2) ครูไม่ชักธงชาติ

จากเหตุที่กำหนด **ผลสรุป** ในข้อใดทำให้ได้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

ก. ครูที่ชักธงชาติไม่อยู่ ข. ลมแรงมากชักธงชาติลงไม่ได้

ค. ไม่ใช่เวลา 18.00 น. ง. ครูใหญ่สั่งว่าไม่ให้ชักธงชาติลง

14. กำหนด เหตุ : 1) ถ้าเป็นไก่แล้วต้องมีหาง

2) ถ้ามีหางแล้วต้องว่ายน้ำได้

จากเหตุที่กำหนด **ผลสรุป** ในข้อใดทำให้ได้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

ก. หมาไม่มีหาง ข. หมาว่ายน้ำได้

ค. ไก่ว่ายน้ำได้ ง. หมาว่ายน้ำไม่ได้

15. กำหนด เหตุ : 1) ถ้าเป็นนักเรียนแล้วต้องตั้งใจเรียนและตรงต่อเวลา

2) วริศราเป็นนักเรียน

จากเหตุที่กำหนด **ผลสรุป** ในข้อใดทำให้ได้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

ก. วริศราตั้งใจเรียน ข. วริศรามีความรับผิดชอบ

ค. วริศราเรียนเก่ง ง. วริศรามาโรงเรียนแต่เช้าทุกวัน

16. กำหนด เหตุ : 1) จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

2) จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

จากเหตุที่กำหนด **ผลสรุป** ในข้อใดทำให้ได้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

ก. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม ข. จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

ค. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นนับ ง. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนนับ

17. กำหนด เหตุ 1) ครูอนุบาลทุกคนเป็นคนใจดี

2) ไม่มีคนใจดีคนใดเป็นคนใจร้าย

จากเหตุทั้งสองข้อดังกล่าว ข้อใดถูกต้อง

ก. ไม่มีผลสรุปที่ทำให้สมเหตุสมผล

ข. ไม่มีครูอนุบาลคนใดเป็นคนใจร้าย เป็นผลสรุปที่ทำให้การให้เหตุผลสมเหตุสมผล

ค. มีคนดุร้ายบางคนเป็นครูอนุบาล เป็นผลสรุปที่ทำให้การให้เหตุผลสมเหตุสมผล

ง. มีครูอนุบาลบางคนเป็นคนดุร้าย เป็นผลสรุปที่ทำให้การให้เหตุผลสมเหตุสมผล

18. กำหนด เหตุ 1) ดอกกุหลาบทุกดอกมีสีขาว

2) ดอกไม้ในแจกันนี้เป็นดอกกุหลาบ

ในการให้เหตุผลแบบนิรนัย ข้อใดเป็นข้อสรุปที่ถูกต้องที่สุด

ก. ดอกไม้ในแจกันนี้มีกลิ่นหอม

ข. ดอกไม้ในแจกันนี้สวย

ค. ดอกไม้ในแจกันนี้มีราคาแพง

ง. ดอกไม้ในแจกันนี้มีสีขาว

19. กำหนด เหตุ 1) ชาวสวนยางทุกคนเป็นคนขยัน

2) คนขยันทุกคนร่ำรวย

3) คนร่ำรวยทุกคนอยู่ดีกินดี

4) สมปองเป็นชาวสวน

ในการให้เหตุผลแบบนิรนัย ข้อใดเป็นข้อสรุปที่ถูกต้องที่สุด

ก. สมศรีเป็นคนขยัน

ข. สมศรีเป็นคนร่ำรวย

ค. สมศรีกินดีอยู่ดี

ง. เป็นข้อสรุปที่สมเหตุสมผลทั้งข้อ 1) , 2) และข้อ 3)

20. กำหนด เหตุ 1) ถ้าฝนตกหนักแล้วน้ำจะท่วม

2) ถ้าน้ำท่วมแล้วจะเกิดโรคระบาด

3) ถ้าโรคระบาดแล้วประชาชนจะยากจน

4) ประชาชนไม่ยากจน

ในการให้เหตุผลแบบนิรนัย ข้อใดเป็นข้อสรุปที่ถูกต้องที่สุด

ก. เกิดโรคระบาดที่ควบคุมได้

ข. น้ำท่วมไม่มาก

ค. ฝนไม่ตกหนัก

ง. ไม่เป็นข้อสรุปที่สมเหตุสมผลทั้ง ก. , ข. และ ค.

คำชี้แจง ตอนที่ 2 *เป็นแบบอัตนัย ให้ผู้เรียนหาคำตอบโดยการแสดงวิธีทำ*

1. กำหนด เหตุ : 1) ถ้าเป็นเป็ดแล้วจะมี 4 ขา

2) นงนุชไม่มี 4 ขา

ผลสรุป นงนุชไม่เป็นเป็ด

จงตรวจสอบความสมเหตุสมผล โดยใช้แผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์

2. กำหนด เหตุ : 1) นักกีฬาทุกคนมีสุขภาพแข็งแรง

2) นักศึกษาพละบางคนเป็นนักกีฬา

ผลสรุป นักศึกษาพละบางคนมีสุขภาพแข็งแรง

จงตรวจสอบความสมเหตุสมผล โดยใช้แผนภาพ เวนน์ - ออยเลอร์

3. กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็มใดๆ

จงพิสูจน์ว่า ถ้า a^2 เป็นจำนวนคี่แล้ว a จะเป็นจำนวนคี่

4. กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็มใดๆ

จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a + 3$ เป็นจำนวนคู่ แล้ว a เป็นจำนวนคี่

5. กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็มใดๆ

จงพิสูจน์ว่า ถ้า a เป็นจำนวนเต็ม แล้ว $a^2 + a$ เป็นจำนวนคู่

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์
   ข้าราชการบำนาญ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. อาจารย์วิไลวรรณ อำไพพักตร์
   ตำแหน่ง ครู อันดับ คศ. 3 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร ฯ
3. อาจารย์พีระ ฉิมคง
   ตำแหน่ง ครู อันดับ คศ 3 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร ฯ

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายวัชระ น้อยมี
วันเดือนปีเกิด	12 ธันวาคม 2516
สถานที่เกิด	อำเภอวังสะพุง จังหวัดเลย
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	37 หมู่ 17 ตำบลหนองหญ้าปล้อง อำเภอวังสะพุง จังหวัดเลย 42130
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	ครูอันดับ คศ. 1
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนนาวังศึกษาวิช ตำบลนาเหล่า อำเภอนาวัง จังหวัดหนองบัวลำภู

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2535	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนเลยพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดเลย
พ.ศ. 2539	ครุศาสตร์บัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาโทวิทยาศาสตร์กายภาพ จาก สถาบันราชภัฏหมู่บ้านจอมบึง อำเภอจอมบึง จังหวัดราชบุรี
พ.ศ. 2551	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ