

ผลการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สารนิพนธ์
ของ
นางสาวพรพรหม อัดตวิฒนากุล

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

เมษายน 2547

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

บทคัดย่อ
ของ
นางสาวพรพรหม อัดตวันากุล

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
เมษายน 2547

พรพรหม อัดตวัฒน์กุล. (2547). ผลการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ : รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ที่ได้มาโดยการสุ่มอย่างง่ายจำนวน 35 คน กลุ่มตัวอย่างจะได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบแผนการวิจัยที่ใช้ คือ One – Group Pretest – Posttest Design สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล คือ t – test

Dependent

ผลการศึกษาพบว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนที่ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECT OF USING PROBLEM SOLVING EXERCISES ON APPLICATION OF
LINEAR EQUATION ONE VARIABLE OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

MISS PORNPROM ATTAWATTANAKUL

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

April 2004

Pomprom Attawattanakul. (2004). *The Effect of Using Problem Solving Exercises on Application of Linear Equation One Variable of Mathayomsuksa II Students*. Master's Project, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor : Assoc. Prof. Dr.Somchai Chuchat.

The purposes of this research were to construct problem solving exercise on Application of linear equation one variable of Mathayomsuksa II students and to compare the mathematics achievement before and after the instruction by problem solving exercise.

The subject of this study were 35 Mathayomsuksa II students of Bankheknoi School, Khao Kho District, Phetchabun, during the second semester of 2003 academic year. The students were randomly selected by using the simple random sampling technique. The sample group was taught the by using Problem – Solving exercises. The One – Group Pretest – Posttest Design was used for this study. The data were statistically analyzed by using t – test Dependent

The result of this study revealed that mathematics achievement after the instruction by using Problem Solving exercises was significantly higher than that before the instruction at .01 level.

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร และคณะกรรมการสอบ
ได้พิจารณาสารนิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์




(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร



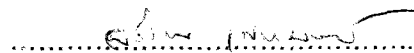
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการสอบ



(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

ประธาน



(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลย์)

กรรมการสอบสารนิพนธ์



(รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)

กรรมการสอบสารนิพนธ์

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



(รองศาสตราจารย์ ดร.อุนเพชร จิตรกุล)

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

วันที่ 17 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2547

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการทำวิจัย จากรองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมาลัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล และรองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณไว้เป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ดร.หาญศึก ตาลศรี อาจารย์นิติมา อัจฉริยะไพธา และ ร้อยโท สมคิด ลินลา ที่กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อบกพร่อง และให้คำแนะนำในเรื่องแผนการจัดการเรียนรู้ แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ อันทำให้สารนิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ใหญ่ คณะครูอาจารย์ โรงเรียนบ้านห้วยน้ำขาวทุกท่าน ที่สนับสนุนและให้โอกาสในการศึกษาต่อรวมทั้งให้กำลังใจเป็นอย่างดีตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านเข็กน้อย คณะครูอาจารย์ที่ได้อำนวยความสะดวกในการทดลองหาคคุณภาพเครื่องมือและดำเนินการทดลองในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2546 ของโรงเรียนบ้านเข็กน้อยทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการหาคคุณภาพเครื่องมือและดำเนินการทดลองในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ภาวนา อัดตวัฒน์ากุล คุณพ่อเกษรภา อัดตวัฒน์ากุล ขอบคุณพี่ๆทุกคนในครอบครัว ตลอดจนเพื่อน ๆ ทุกคนที่คอยให้การสนับสนุนช่วยเหลือและเป็นกำลังใจตลอดมา นอกจากนี้ขอขอบคุณเพื่อนๆ สาขาวิชาการมัธยมศึกษาที่คอยเป็นกำลังใจให้การทำงานวิจัยในครั้งนี้จนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงเกิดจากสารนิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของ บิดา มารดา พี่น้อง และครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ให้ความรัก ความอบอุ่น กำลังใจ และมอบความรู้แก่ผู้วิจัยจนกระทั่งประสบความสำเร็จในการศึกษาครั้งนี้

พรพรหม อัดตวัฒน์ากุล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	3
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	3
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า.....	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า.....	5
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา.....	7
ความหมายของโจทย์ปัญหา.....	7
รูปแบบของโจทย์ปัญหา	7
องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา	8
ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	10
กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์	13
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา	16
เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ.....	18
ความหมายของแบบฝึกทักษะ.....	18
หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึกทักษะ.....	18
หลักการสร้างแบบฝึกทักษะ	19
ลักษณะของแบบฝึกทักษะที่ดี	21
ประโยชน์ของแบบฝึกทักษะ.....	22
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ	23
เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบอัตนัย	23
ความหมายและลักษณะของแบบทดสอบอัตนัย.....	23
หลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัย.....	24
การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย	26
ข้อแนะนำในการให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย.....	28

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2(ต่อ)	
ข้อดีและข้อเสียของแบบทดสอบอัตนัย.....	28
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	30
ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	30
องค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	34
3	
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	35
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	35
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	35
เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	36
การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	36
วิธีดำเนินการและการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	41
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	43
4	
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
5	
สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	48
ความมุ่งหมายของศึกษาค้นคว้า.....	48
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	48
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	48
ประชากร.....	48
กลุ่มตัวอย่าง.....	48
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	49
ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาคว้า.....	49
เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	49
วิธีดำเนินการทดลอง.....	50
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	51
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	51

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5(ต่อ) อภิปรายผล.....	51
ข้อสังเกตในการศึกษาค้นคว้า.....	53
ข้อเสนอแนะ.....	54
บรรณานุกรม.....	55
ภาคผนวก.....	63
ภาคผนวก ก	64
ภาคผนวก ข	68
ภาคผนวก ค	71
ภาคผนวก ง	81
ภาคผนวก จ	142
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์.....	144

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	แบบแผนการทดลองแบบ One Group Pretest - Posttest Design	41
2	ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการทดลอง	47
3	ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ เรื่องการประยุกต์ของ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 15 ข้อ	65
4	ค่า p ค่า q ค่า pq และค่าความเชื่อมั่น(r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ เรื่องการประยุกต์ของ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 15 ข้อ	66
5	ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่น (α) และค่าความแปรปรวน ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 แบบ อัตนัย เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ข้อ	67
6	คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของ กลุ่มทดลอง	69

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ปัจจุบันสังคมไทยมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว โดยเป็นผลมาจากความเจริญก้าวหน้าของวิทยาการต่าง ๆ แนวโน้มของสังคมไทยในอนาคต จะเป็นสังคมที่ใช้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และเป็นสังคมข่าวสารหรือสังคมสารสนเทศ (Information Society) มากขึ้น การพัฒนาผู้เรียนให้พร้อมที่จะดำเนินชีวิตอยู่ในสังคมในอนาคต จึงต้องพัฒนาให้เป็นบุคคลที่มีคุณภาพ เป็นผู้ที่มีความรู้ ทักษะและความสามารถต่าง ๆ โดยสามารถนำความรู้ ทักษะ และความสามารถเหล่านั้นไปใช้แก้ปัญหาและตัดสินใจอย่างมีเหตุผล ตลอดจนสามารถทำงาน และแก้ปัญหาร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สมเดช บุญประจักษ์.2544:33) แต่ในอดีตที่ผ่านมาจนถึงปัจจุบัน กระบวนการเรียนการสอนยังไม่เอื้อต่อการพัฒนาคนให้มีลักษณะ " มองกว้าง คิดไกล ใฝ่รู้ " เพื่อสามารถเผชิญต่อการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วได้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2540:21) การจัดการศึกษาจึงต้องทำให้ผู้เรียนตระหนักถึงความสำคัญของการเรียนรู้ วิธีแสวงหาความรู้และมุ่งให้ผู้เรียนพัฒนาทั้งทางร่างกายและจิตใจ อันจะทำให้เกิดการคิดเป็นและแก้ปัญหาได้

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญ ในการพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะดังกล่าวข้างต้นได้ เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิดและการแก้ปัญหา ดังที่สมาคมศึกษานิเทศก์คณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (The National Council of Supervisors of Mathematics) ได้ให้ทรรศนะเกี่ยวกับคุณลักษณะของผู้เรียนที่จะเจริญเติบโตไปสู่ยุคข่าวสารว่า จะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหาถือว่าเป็นเป้าหมายเบื้องต้นของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ ช่วยให้รู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ และหลักการต่าง ๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในสาขาคณิตศาสตร์และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่น ๆ ตลอดจนสามารถที่จะถ่ายโยงความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาทั่วไปได้ (Bell.1978:311)

ตามโครงสร้างหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้นพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ของทุกวิชาต่างก็มีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพและเหตุผล (กรมวิชาการ. 2535 : 2) โดยเฉพาะอย่างยิ่งคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีจุดมุ่งหมายหลักให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยการคิดคำนวณ การให้เหตุผล และมโนคติต่าง ๆ จากรายงานการประเมินคุณภาพทางการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2538 พบว่า การประเมินนักเรียนตามระดับคุณภาพ มีนักเรียนอยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงสูงถึงร้อยละ 47.33 (สำนักทดสอบทางการศึกษาระดับกรมวิชาการ.2540 : 15) การที่ผลการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ตกอยู่ในสภาพเช่นนี้คงเนื่องจากสาเหตุหลายประการ

ประกอบกัน ซึ่งสาเหตุประการแรกอาจมาจากธรรมชาติของเนื้อหา วิชาคณิตศาสตร์เป็นการคิดคำนวณ ความคิดรวบยอดและทักษะ มีโครงสร้างแสดงความเป็นเหตุเป็นผล สื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม จึงยากต่อการเรียนรู้และทำความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว (ยุพิน พิพิธกุล.2530 : 1-3) ประการที่สอง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นับเป็นปัญหาการเรียนการสอนที่สำคัญประการหนึ่ง เพราะโจทย์ปัญหาเป็นหัวข้อการสอนที่ยากหัวข้อหนึ่งและนักเรียนเข้าใจยาก ซึ่งสาเหตุที่เด็กส่วนใหญ่ทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้เพราะผู้เรียนคิดไม่เป็นและไม่ทราบจะเริ่มต้นคิดแก้ปัญหาอย่างไร อ่านโจทย์แล้วไม่เข้าใจว่าจะดำเนินการในทิศทางใด (เสริมศักดิ์ สุรวัฒน.ม.ป.ป. : 119) ไม่สามารถเปลี่ยนโจทย์ข้อความมาเป็นประโยคสัญลักษณ์คณิตศาสตร์ ไม่สามารถคิดคำนวณตามที่โจทย์ต้องการได้ ไม่สามารถเขียนรูปแบบออกมาได้ อีกทั้ง ครูส่วนใหญ่ มักจะไม่สอนให้ผู้เรียนรู้จักคิดแต่กลับให้จดจำข้อเท็จจริงและฝึกให้ท่องจำ ผู้เรียนจึงไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ควรที่จะใช้ทักษะการแก้ปัญหา เพื่อช่วยแก้ปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ด้านโจทย์ปัญหาที่อยู่ในรูปของภาษาที่ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข โดยผู้เรียนจะต้องแปลงประโยคข้อความให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และจะต้องหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม (Adams,Ellis and Beeson. 1977 : 173) ซึ่งจะต้องอาศัยทักษะการอ่าน การวิเคราะห์ปัญหา การคำนวณ การมองเห็นความสัมพันธ์เป็นส่วนประกอบ ในการแก้ปัญหา (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. 2526 : 427) ถ้านักเรียนได้ฝึกปฏิบัติและแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีการฝึกทักษะในด้านการอ่าน การคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหายังเป็นระบบ ขั้นตอนเป็นประจำแล้วจะทำให้ให้นักเรียนมีการพัฒนาในการแก้ปัญหาสูงขึ้น

แบบฝึกทักษะเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาอย่างหนึ่งที่ตอบสนองความต้องการของนักเรียนที่ชอบค้นคว้าหาคำตอบและกระทำร่วมกับเพื่อน ๆ โดยเริ่มจากการได้เผชิญปัญหาแล้วตั้งคำถามเพื่อหาคำตอบ โดยเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม สรุปข้อมูลได้อย่างสมเหตุสมผล การที่นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการรู้คิดอย่างมี เหตุผล รู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด (สิริพร ทิพย์คง.2536:157) อีกทั้งแบบฝึกยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยเสริมทักษะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น ช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล ช่วยให้ครูมองเห็นจุดเด่นหรือปัญหาต่าง ๆ ของเด็กได้อย่างชัดเจน ซึ่งจะช่วยให้ครูดำเนินการแก้ไขปัญหานั้น ๆ ได้ทันทั่วทั้ง (Petty.1963 :469-472)

ด้วยเหตุผลดังกล่าวนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาใช้เป็นสื่อประกอบการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ดีขึ้น และเพื่อนำผลที่ได้มาใช้ในการปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจและมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

เป็นแนวทางในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและส่งเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ให้ดีขึ้น อีกทั้งยังเป็นแนวทางให้ครูคณิตศาสตร์ได้นำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มาพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 3 ห้องเรียน รวมประชากรทั้งสิ้น 105 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 35 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit)

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลาทดลอง 9 ชั่วโมง โดยทดสอบก่อนเรียน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง ทดสอบหลังเรียน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง ทำการสอนจริง 6 ชั่วโมง

ตัวแปรที่ศึกษา

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. แบบฝึกทักษะ หมายถึง สิ่งที่ผู้สอนมอบให้ผู้เรียนกระทำเพื่อฝึกฝนเนื้อหาต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความชำนาญและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้
2. การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาคำตอบของโจทย์ภาษาที่บรรยายสถานการณ์ด้วยข้อความและจำนวนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข
3. แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบอัตรัย เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อใช้ฝึกฝนเนื้อหาต่าง ๆ ให้เกิดความชำนาญ ส่งเสริมให้เกิดทักษะการแก้โจทย์ปัญหาและให้ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ โดยแบบฝึกนี้ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้การวาดรูป สร้างตาราง สร้างแผนภูมิ และสร้างสมการมาใช้ฝึกในการแก้ปัญหา ซึ่งแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นี้มีทั้งหมด 5 ชุด แต่ละชุดมีส่วนประกอบดังนี้

ชื่อเรื่อง

คำชี้แจง

อธิบายถึงวิธีการปฏิบัติในการทำแบบฝึก

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

จุดมุ่งหมายที่ต้องการให้เกิดกับนักเรียนหลังทำแบบฝึกทักษะจบ

เวลา

บอกเวลาทั้งหมดในการทำแบบฝึกทักษะ

สื่ออุปกรณ์

บอกว่าในแบบฝึกมีสื่ออุปกรณ์อะไรบ้าง

สาระการเรียนรู้

อธิบายความรู้แก่นักเรียน

กิจกรรมการฝึก

เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ปฏิบัติเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมาย

การวัดและประเมินผล

เป็นการวัดประเมินผลความสามารถของนักเรียนจากการทำแบบฝึกในแต่ละชุด

4. แบบทดสอบย่อย หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบอัตรัย เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบภายหลังการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในแต่ละชุด

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนที่ได้จากการตอบแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบก่อนการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และทดสอบหลังการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ครบทั้ง 5 ชุดแล้ว ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นี้แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สูงขึ้นภายหลังจากได้รับการฝึกโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยดังนี้

1. เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

- 1.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา
- 1.2 รูปแบบของโจทย์ปัญหา
- 1.3 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา
- 1.4 ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.5 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ

- 2.1 ความหมายของแบบฝึกทักษะ
- 2.2 หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึกทักษะ
- 2.3 หลักการสร้างแบบฝึกทักษะ
- 2.4 ลักษณะของแบบฝึกทักษะที่ดี
- 2.5 ประโยชน์ของแบบฝึกทักษะ
- 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบอัตนัย

- 3.1 ความหมายและลักษณะของแบบทดสอบอัตนัย
- 3.2 หลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัย
- 3.3 การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย
- 3.4 ข้อแนะนำในการให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย
- 3.5 ข้อดีและข้อเสียของแบบทดสอบอัตนัย

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

- 4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 4.2 องค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

1.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา

อดัม เอลลิสและบีสัน (สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์.2533 : 71 ; อ้างอิงจาก Adams,Ellis and Beson. 1977 : 173) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหา ไว้ดังนี้

โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (word problem) หรือโจทย์เชิงเรื่องราว (Story problem) หรือโจทย์เชิงพรรณนา (Verbal problem) นั่นคือ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่บรรยายสถานการณ์ด้วยข้อความและจำนวนเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวางจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา นั้น ซึ่งในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องอาศัยทักษะและความสามารถต่าง ๆ มาประกอบกัน เช่น ทักษะการอ่านและวิเคราะห์ปัญหา การคำนวณ การมองเห็น ความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ เป็นต้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2526 : 427)

สุมนมาศ สันโดษ (2520 : 5) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงคำถามทางคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนจะต้องตีความหมายโจทย์มาเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ก่อน จึงจะสามารถดำเนินการหาคำตอบได้

วิไลวรรณ เอื้อสุวรรณา (2531 : 28) ได้ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบโดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องหาวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือกตัดสินใจและลงมือแก้ปัญหาเอง

สวัสดี จิตต์จนะ (2535 : 77) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นข้อความที่แสดงถึง เงื่อนไข ความสัมพันธ์ของจำนวนที่กำหนดไว้ในแต่ละประโยคในลักษณะใดลักษณะหนึ่งอันจะก่อให้เกิดจำนวนและผลลัพธ์อีกจำนวนหนึ่งที่ต้องการทราบในคำถามของโจทย์

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ภาษาที่บรรยายสถานการณ์ด้วยข้อความและจำนวนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะและความสามารถต่าง ๆ ที่เหมาะสมมาประกอบกันในการแก้โจทย์ปัญหา

1.2 รูปแบบของโจทย์ปัญหา

แอสลอคและคนอื่น ๆ และชาลส์ (สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์. 2533 : 72 – 73 ; อ้างอิงจาก Ashlock and others. 1983 : 18) ได้แบ่งรูปแบบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. โจทย์ปัญหาในหนังสือ หรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ (Standard textbook or Translation problem) เป็นโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ตายตัว ไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก
2. โจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยกระบวนการ (Process problem) คือ โจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยกลวิธีต่างๆ ซึ่งยุ่งยากมากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้น คือ

2.1 ความเข้าใจปัญหา

2.2 การพัฒนาและการหากลวิธีในการแก้ปัญหา

2.3 การประเมินการแก้ปัญหา

1.3 องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา

ในการแก้โจทย์ปัญหาสิ่งที่เป็นปัญหาสำคัญสำหรับนักเรียน คือ นักเรียนไม่รู้ว่าควรจะเริ่มต้นแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ไม่เข้าใจในปัญหานั้น

จอห์นสัน และ ไรซิง (Johnson & Rising. 1967 : 169) การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ซับซ้อน ซึ่งประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ (Visualizing) ซึ่งหมายความว่า ผู้ที่จะแก้ไขมองทะลุและกว้างไกลมองเห็นแนวทางที่จะแก้ปัญหา
2. การสร้างจินตนาการ (Imagining) ในการคิดแก้ปัญหา นั้น จะต้องรู้จักจินตนาการว่า ควรเป็นอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
3. การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating) เมื่อมองเห็นแนวทางแล้วก็ลงมือกระทำอย่างมีระบบ มีขั้นตอน มีความชำนาญ
4. การวิเคราะห์ (Analyzing) จะต้องรู้จักวิเคราะห์ตามขั้นตอนที่กระทำนั้น
5. การสรุป (Abstracting) เมื่อลงมือกระทำจนมองเห็นรูปแบบแล้วก็สามารถสรุปได้
6. การโยงความคิด (Associating Ideas) การสัมพันธ์ความคิดเป็นเรื่องจำเป็นอย่างไร่งในการแก้ปัญหา โจทย์ถามเรื่องอะไร ก็สามารถที่จะสัมพันธ์ถึงเรื่องต่อไป และมองเห็นแนวทางได้

ซาลิวสกี (สุดสวาท ชันชมูล. 2530 :12 ; อ้างอิงจาก Zalewski. 1978 : 2804-A) ได้ศึกษาองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า สิ่งที่เป็นองค์ประกอบมีดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
2. ความสามารถในการจัดกระทำ
3. ความเข้าใจในการอ่าน ศัพท์ การตีความ กราฟและตาราง
4. มโนคติทางคณิตศาสตร์
5. ทักษะในการคำนวณ

ไฮเมอร์ และทรูบลัด (สุดสวาท ชันชมูล. 2530 :12 ; อ้างอิงจาก Heimer and Trueblood. 1977 : 32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เทคนิคการรู้ศัพท์ การรู้ศัพท์ในโจทย์คำถาม จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ครูอาจช่วยฝึกฝนให้นักเรียนได้มีความรู้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้นโดยการจัดหาเกมหรือกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คำศัพท์มาให้เล่น
2. ทักษะการคำนวณครูควรช่วยให้นักเรียนได้ฝึกฝนในด้านนี้ เช่น อาจใช้วิธีให้ฝึกคิดคำนวณในใจ

3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การคาดคะเนค่านวน
5. การเลือกใช้วิธีกระทำข้อมูลอย่างถูกต้อง
6. ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
7. การแปลความหมายของโจทย์

คณะกรรมการพัฒนาการสอน การผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์

(2524 : 141-142) ได้กล่าวสรุปไว้ว่าการที่นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ ความสามารถพื้นฐานและมีองค์ประกอบในด้านเจตคติ ที่จะช่วยเป็นพลังสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ปัญหา ดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ

2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ

3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ

4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หากความ

เกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า

5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอนการวิเคราะห์หารูปแบบ และการหาข้อสรุป

6. มีความไม่ใจใคร่รู้ กระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น

7. มีความศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ สุวรร กาญจนมยุร (2533 : 3) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหามีดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำและความหมายของคำต่าง ๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อมีความหมายอย่างไร

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีการบวก ลบ คูณ และหาร ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดได้ด้วยตนเอง

3. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมีทักษะในการบวก ลบ คูณ และหาร ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

4. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับการแสดงวิธีทำ ครูผู้สอนต้องให้นักเรียนฝึกการอ่านย่อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้น ๆ รัดกุม และมีความชัดเจนตามโจทย์

5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนจะต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกคนจากง่ายไปหายาก กล่าวคือเริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่าง หรือเลียนแบบตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำให้ดูก่อน จึงไปฝึกทักษะการแปลความ และฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 81 - 82) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถ
ด้านนี้ คือ ทักษะการอ่าน และการฟัง การรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา
เช่น ในการขีดเส้นใต้ข้อความที่สำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อ แยกแยะประเด็นที่
สำคัญ การเขียนแผนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา
การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความ
ชำนาญเพราะนักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลากรูปแบบ ทำให้มีประสบการณ์ในการ
เลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการให้เหตุผล โดยเฉพาะ
อย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณพื้นฐาน ได้แก่ การบวก ลบ คูณ หาร นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้มี
ความสามารถในการคิดคำนวณมาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา การอธิบายการให้เหตุผล จะต้องอาศัย
ทักษะพื้นฐานในการเขียน และการพูด ต้องมีความเข้าใจกระบวนการของการให้ เหตุผลความหมาย
ของการพิสูจน์ และวิธีการพิสูจน์แบบต่าง ๆ

4. แรงขับ นักเรียนที่จะแก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับ
เกิดจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจไม่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จตลอดจนความซาบซึ้ง
ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัว
นักเรียน โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดใน
รูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบ หรือ ยุทธวิธีใหม่ ๆ อยู่เสมอ

จากองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาข้างต้นที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การสอน
การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีต้องขึ้นอยู่กับองค์ประกอบ 2 กลุ่ม คือ

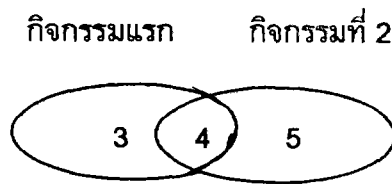
1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้สอน ซึ่งได้แก่ เทคนิควิธีสอนของครูที่จะช่วยให้
นักเรียนได้ฝึกและพัฒนาความรู้ความสามารถพื้นฐาน
2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวนักเรียน ซึ่งได้แก่ ความสามารถในการอ่านข้อมูลที่
โจทย์กำหนดและข้อมูลที่โจทย์ต้องการหาแล้วสามารถตีความโจทย์ แปลงโจทย์ปัญหาจากรูปแบบ
หนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง รวมทั้งมีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอนในการ
วิเคราะห์หารูปแบบและข้อสรุป อีกทั้งยังต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณ ตลอดจนการมีเจตคติที่ดี
ต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วย

1.4 ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เคนเนดี (จุฑารัตน์ จันทะนาม.2543 : 17-19 ; อ้างอิงจาก Kennedy.1984 : 82 -83)
ให้ความคิดเห็นในเรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นการจักระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดและจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต เช่น การหารูปทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม (triangular numbers)

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ เช่น กำหนดปัญหา "ครูมานะต้องการจัดนักเรียน 12 คน ทำกิจกรรม 2 อย่าง โดยมีเงื่อนไขว่าให้นักเรียนทำกิจกรรมแรกจำนวน 3 คน และทำกิจกรรมทั้งสองอย่าง 4 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ทำกิจกรรมแต่ละอย่าง" เขียนแผนภาพแทนสถานการณ์ปัญหาข้างต้นได้ดังนี้



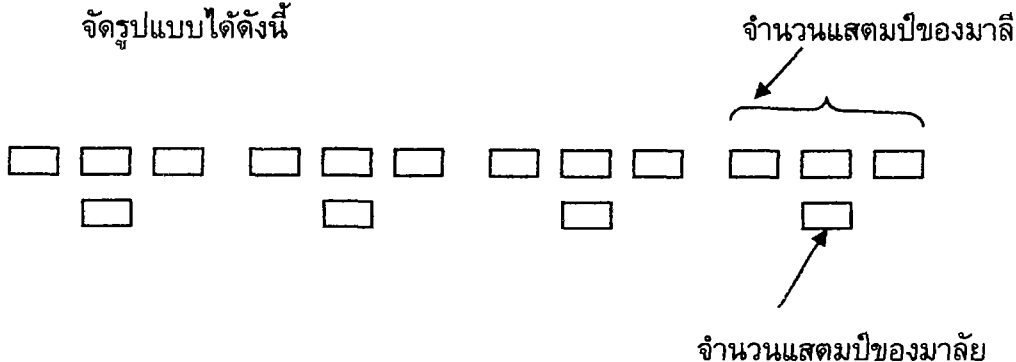
จากแผนภาพ จะได้ว่า

กิจกรรมแรกมีนักเรียน 7 คน

กิจกรรมที่สองมีนักเรียน 9 คน

3. สร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่น่าสนใจมาจัดรูปแบบได้ เช่น เมื่อกำหนดปัญหา "มาลีมีแสตมป์เป็น สามเท่าของมาลัย ถ้ามาลัยมีแสตมป์มากกว่าที่มีอยู่เดิม 8 ดวง เขาทั้งสองจะมีแสตมป์เท่ากัน จงหาว่ามาลีมีแสตมป์กี่ดวง"

จัดรูปแบบได้ดังนี้



จะได้ว่า มาลีมีแสตมป์ 12 ดวง

มาลัยมีแสตมป์ 4 ดวง

4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่น ๆ

5. การเดาและตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดาและตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่ายแต่อาจใช้ยุทธวิธีมากกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ

6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจง

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแสดงว่าเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้ว ทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหา มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบ แล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และ บิลเทอร์ (Hartfield, Edwards and Bilter. 1993 :55 - 60) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเช่นเดียวกันกับของเคนเนดี แต่ได้เพิ่มยุทธวิธีอื่น ๆ อีก เช่น

การตัดข้อมูลที่ไมเกี่ยวข้องออก

การพัฒนาหลักสูตรและเขียนสมการ

การเทียบเคียงกับปัญหาคือ

การเขียนแผนผังขั้นตอนการดำเนินงาน

สมเดช บุญประจักษ์ (2543 : 10 -21) ได้กล่าวไว้ว่ายุทธวิธีในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. การหารูปแบบ
2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ
3. สร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง
4. การสร้างตาราง
5. การเดาและตรวจสอบ
6. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้
7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ (2544 : 55 - 67) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. การลองผิดลองถูก
2. การใช้อุปกรณ์ ตัวอย่าง หรือ การร่าง

3. การค้นหารูปแบบ
4. การแสดงออกมา
5. การทำรายการ ตาราง หรือแผนภูมิ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544 : 7 – 10) ได้กล่าวถึง
ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ
2. ยุทธวิธีเขียนภาพ เขียนแผนภูมิและสร้างแบบจำลอง
3. ยุทธวิธีสร้างตาราง
4. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร
5. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ
6. ยุทธวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง
7. ยุทธวิธีย้อนกลับ
8. ยุทธวิธีสร้างปัญหาใหม่ สามารถแยกได้เป็น 3 ลักษณะคือ
 - 8.1 ยุทธวิธีนึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน
 - 8.2 ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า
 - 8.3 ยุทธวิธีกำหนดเป้าหมายตรง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นมี
หลากหลายวิธี ต้องฝึกให้นักเรียนรู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างมีระบบ มีเป้าหมายที่แน่นอน เริ่ม
จากการทำความเข้าใจปัญหา วางแผนหาวิธีการแก้ปัญหา ปฏิบัติตามแผน และตรวจสอบความ
ถูกต้องของคำตอบ นอกจากนี้ต้องอาศัยยุทธวิธีต่าง ๆ มาช่วยในการแก้ปัญหาด้วย ซึ่งจะทำให้
นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

1.5 กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา (Polya. 1957 : 16-17)
ด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการมองไปที่ตัวปัญหาพิจารณาว่าปัญหา
ต้องการอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง มีสาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบปัญหาจะอยู่ใน
รูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น การเขียนรูป เขียนแผนภูมิ การเขียน
สาระปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการใด
จะแก้ปัญหายังไร ปัญหาที่ทำให้มีความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ในปัญหามีสมาชิกกับประสบการณ์
ในการแก้ปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีอยู่ แล้วกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้หรือค้นพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาต้องมองย้อนกลับไปขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา และมีวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่

กิลฟอร์ด (Guilford.1971 : 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหามี 5 ขั้นตอน คือ

1. เตรียมการ คือ ค้นหาว่าปัญหาคืออะไร
2. วิเคราะห์ คือ พิจารณาถึงสาเหตุของปัญหา
3. เสนอทางแก้ คือ การหาวิธีการเหมาะสมกับสาเหตุของปัญหาแก้ไข
4. ตรวจสอบผล คือ พิจารณาผลลัพธ์ว่าตรงตามที่ต้องการหรือไม่ ถ้าไม่ต้องหาวิธีอื่นจนกว่าจะได้ผลตามที่ต้องการ

5. นำไปประยุกต์ใช้ คือ นำวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลไปใช้กับปัญหาที่คล้ายกันในโอกาสต่อไป

ครูลิขิต และ รวยส์ (ปฐมพร บุญลี.2545.21; อ้างอิงจาก Krulik and Rays.1980)

กล่าวถึงขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา พิจารณาว่าอะไรที่ไม่รู้ และสิ่งที่โจทย์บอกมีอะไรบ้าง
2. วางแผนในการแก้ไขปัญหา ต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับตัวไม่ทราบค่า
3. ดำเนินการตามแผนควรตรวจสอบที่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่อย่าทำข้ามขั้น
4. ขั้นตรวจสอบ ตรวจสอบดูอีกครั้งว่าใช้ข้อมูลหมดหรือยัง ใช้ได้ดีหรือยัง

แบรนส์ฟอร์ด และสไตน์ (ปฐมพร บุญลี.2545.23; อ้างอิงจาก BrandsFord and Stein.1992) กล่าวว่า การแก้ปัญหามี 5 ขั้นตอน คือ

1. กำหนดปัญหา (Identify the Problem)
2. นิยามหรือตีความปัญหา (Define the Problem)
3. หาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (Explore Possible Strategies for Solving Problem)
4. ดำเนินการแก้ปัญหาตามยุทธวิธีที่กำหนด (Acts on the Strategies)
5. ตรวจสอบ หรือประเมินการแก้ปัญหา (Look at the Effects of the Efforts)

หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2534 : 90) ได้ศึกษา

กระบวนการแก้ปัญหามาใช้ในการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์มีขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินตามแผน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบขบวนการและคำตอบ

ทองหล่อ วงศ์อินทร์ (2537 : 43 - 45) ได้วิเคราะห์กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา และสรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหาจากโจทย์
 - 1.1 การบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้
 - 1.2 การบอกเป้าหมายของการแก้ปัญหา
 - 1.3 การบอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา
 - 1.4 การระบุค่าที่ยากต่อการเข้าใจ
2. การสร้างตัวแทนปัญหา
 - 2.1 การวาดรูป แสดงข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนด
 - 2.2 การสร้างแผนภูมิหรือแผนภาพ
 - 2.3 การเขียนสัญลักษณ์ต่าง ๆ แทนข้อความในโจทย์
 - 2.4 การแปลงโจทย์ให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
 - 2.5 การจัดระบบข้อมูลใหม่
3. การวางแผนในการแก้ปัญหา
 - 3.1 การระบุเงื่อนไขจากโจทย์
 - 3.2 การแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา
 - 3.3 การเลือกขั้นตอนในการทำงาน
 - 3.4 การจัดลำดับขั้นตอน
 - 3.5 การประมาณค่าคำตอบ
 - 3.6 การระบุว่าปัญหาเกี่ยวข้องกับการใช้สูตร กฎ หรือหลักเกณฑ์เรื่องใด
4. การลงมือแก้ปัญหา
 - 4.1 การดำเนินการตามแผนที่กำหนดไว้
 - 4.2 การใช้ทักษะทางด้านพีชคณิต
 - 4.3 การระบุเหตุผลในการคำนวณ
 - 4.4 การใช้กฎเกณฑ์ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ
5. การตรวจสอบการแก้ปัญหา
 - 5.1 การตรวจสอบขั้นตอนในการแก้ปัญหา
 - 5.2 การทบทวนคำตอบโดยพิจารณาจากการคิดคำนวณ
 - 5.3 การตรวจสอบคำตอบว่าตรงกับสิ่งที่โจทย์ต้องการหรือไม่
 - 5.4 การตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ
 - 5.5 การทบทวนคำตอบจากการประมาณค่า

จากแนวคิดเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาข้างต้นนี้ สรุปได้ว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหา นั้นต้องมีการทำความเข้าใจกับปัญหา ก่อน จากนั้นก็มีการสร้างตัวแทนของปัญหา มีการวางแผนในการแก้ปัญหา มีการลงมือแก้ปัญหา จนถึงกระบวนการสุดท้ายคือการตรวจสอบการแก้ปัญหา

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮอปคินส์ (Hopkins. 1985 : 2790 - A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบของห้องเรียนที่ส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน จะต้องเป็นห้องเรียนที่มีข่าวสารน่าสนใจ นักเรียนได้อ่านและวิเคราะห์ข่าวอยู่เสมอ มีภาพอุปกรณ์หรือสัญลักษณ์ที่แยกต่างจากข่าวสารนั้น ๆ และนักเรียนมีโอกาสแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างอิสระ เมื่อได้พบเห็นสิ่งเหล่านั้น จึงส่งผลต่อทักษะการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

กูยา (Gooya. 1994 : 2865 - A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์และความเชื่อมั่นในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition based teaching) และการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหากับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุปการใช้กลุ่มย่อยและการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทาง การสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิดสำหรับกลุ่มย่อย นักเรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายปัญหากับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกันทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น จากการศึกษาพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม ที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่าง ๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและการสร้างความรู้ใหม่

เทลเลอร์ (Taylor. 1994 : 633) ได้ศึกษาความเข้าใจในมโนคติและยุทธวิธีการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition strategies) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ การเรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม (Socially assisted learning) กับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 36 คน โดยกิจกรรมของกลุ่มทดลองที่หนึ่งให้เรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม กลุ่มทดลองสองให้เป็นการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD ส่วนกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติในแต่ละกลุ่มย่อยของทั้งสามกลุ่ม ประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถละกันกลุ่มละ 4 คน ผลการทดลองพบว่า คะแนนจากการสอบของกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มสูงกว่ากลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองที่หนึ่งได้คะแนนการสอบวัดการประยุกต์ใช้ความรู้และการยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มทดลองที่สอง นอกจากนี้ยังพบว่ากลุ่มที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคมมีการวางแผน

แก้ปัญหา และแสดงการได้คำตอบของปัญหาได้ชัดเจนกว่ากลุ่มที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD

ทูกอว์ (Tougaw. 1994 : 2934 – A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิดกว้าง (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรมการแก้ปัญหาและเจตคติที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึง การสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปแบบทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิดและเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียนและเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

คนธรรส รสหวาน (2539 : 45 – 48) ได้ศึกษาการพัฒนาารูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยะภาพเด็กและเยาวชน ผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากคะแนนการทำแบบฝึกหัดทำยบทเรียนและคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 80/80

วิไลภรณ์ คำภีระปาวังศ์ (2541 : 58) ได้ศึกษาวิจัยและพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับการสอนแบบปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พรรณี เจียมสุขบุตร (2543 : 50 – 60) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีจำนวนผู้ตรวจ และวิธีการตรวจแตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 70 คน พบว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีการวิเคราะห์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการตรวจให้คะแนนแบบวิธีรวมและวิธีการวิเคราะห์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุนันท์ ฉิมวัย (2543 : 54 – 56) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อนันต์ โพธิกุล (2543 : 70 – 82) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 100 คน พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการ การสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนต้องรู้จักวิธีการที่จะส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้น อันจะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้นซึ่งผู้วิจัยคิดว่า การใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ น่าจะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้น

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ

2.1 ความหมายของแบบฝึกทักษะ

กูด (Good. 1973 : 224) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะ หมายถึง งานหรือการบ้านที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำ เพื่อทบทวนความรู้ที่เรียนไปแล้วและเป็นการฝึกทักษะการใช้กฎหรือสูตรต่าง ๆ ที่เรียนไป

วาสนา สุพัฒน์ (2530: 11) กล่าวว่า แบบฝึกหมายถึงงานหรือกิจกรรมที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำเพื่อทบทวนความรู้ต่าง ๆ ที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะและเพิ่มทักษะซึ่งสามารถนำไปแก้ปัญหาได้

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2540 : 106) กล่าวว่า แบบฝึกทักษะ คือ การจัดประสบการณ์การฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้เกิดการศึกษาและเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องอย่างหลากหลายและแปลกใหม่

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า แบบฝึกทักษะ หมายถึง สิ่งที่ผู้สอนมอบให้ผู้เรียนกระทำเพื่อฝึกฝนเนื้อหาต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความชำนาญและสามารถนำไปแก้ปัญหาได้

2.2 หลักการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึกทักษะ

โรเซนบราวน์ (Rosenbrown. 1969 : 112 - 115) กล่าวว่าในการจัดทำแบบฝึกทักษะนั้น ครูต้องคำนึงถึงความแตกต่างของเด็กส่วนใหญ่ แล้วจัดทำแบบฝึกทักษะไว้ให้มากพอที่เด็กทั้ง

เก่งและอ่อนจะเลือกทำได้ตามความสามารถ และแบบฝึกทักษะนั้นควรจะชัดเจน มีความหมายต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

สุจริต เพียรชอบ และสายใจ อินทรมพรรย์ (2523 : 52 - 62) กล่าวถึงหลักจิตวิทยาที่ใช้ในการสร้างแบบฝึกมีดังนี้

1. กฎการเรียนรู้ของธอร์นไดค์ (Thorndike) เกี่ยวกับกฎการฝึกหัดซึ่งสอดคล้องกับการทดลองของวัตสัน (Watson) นั่นคือ สิ่งใดก็ตามที่มีการฝึกหัดหรือกระทำบ่อย ๆ ย่อมทำให้ผู้ฝึกคล่องแคล่วสามารถทำได้ดี ในทางตรงกันข้าม สิ่งใดก็ตามที่ไม่ได้รับการฝึกหัด ทอดทิ้งไปนานแล้วย่อมทำได้ไม่ดีเหมือนเดิม ต่อเมื่อมีการฝึกฝนหรือกระทำซ้ำ ๆ ก็จะช่วยให้เกิดทักษะเพิ่มขึ้น
 2. ความแตกต่างระหว่างบุคคล เป็นสิ่งที่ครูควรคำนึงด้วยว่านักเรียนแต่ละคนมีความรู้ ความถนัด ความสามารถ และความสนใจที่ต่างกัน ฉะนั้นในการสร้างแบบฝึกจึงควรพิจารณาถึงความเหมาะสม ไม่ยากหรือง่ายจนเกินไป และควรมีหลายแบบ
 3. การจูงใจผู้เรียนนั้นครูสามารถทำได้โดยการจัดแบบฝึกจากง่ายไปหายาก เพื่อดึงดูดความสนใจของผู้เรียน เป็นการกระตุ้นให้ติดตามต่อไป และทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการทำแบบฝึก นอกจากนั้นการใช้แบบฝึกสั้น ๆ จะช่วยไม่ให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย
 4. การนำสิ่งที่มีความหมายต่อชีวิต และการเรียนรู้มาให้ให้นักเรียนได้ทดลองทำ ภาษาที่ใช้พูดเขียนในชีวิตประจำวันจะทำให้ผู้เรียนได้เรียน และทำแบบฝึกในสิ่งที่ใกล้ตัว นอกจากจะจำได้แม่นยำแล้ว นักเรียนยังสามารถนำหลักและความรู้ที่ได้รับไปใช้ประโยชน์อีกด้วย
- จากหลักจิตวิทยาในการสร้างแบบฝึกที่กล่าวมาแล้ว สรุปได้ว่า การสร้างแบบฝึกให้สมบูรณ์นั้น ต้องคำนึงถึงวัยและระดับความสามารถของนักเรียน และควรให้มีการฝึกฝนอยู่เสมอ

2.3 หลักการสร้างแบบฝึกทักษะ

บัทส์ (นิตยา กิจโร.2530 : 40 ; อ้างอิงจาก Butts. 1974) ได้สรุปหลักการสร้างแบบฝึกไว้ดังนี้

1. ก่อนที่จะสร้างแบบฝึกจะต้องกำหนดโครงร่างไว้คร่าว ๆ ก่อนว่าจะเขียนแบบฝึกเกี่ยวกับเรื่องอะไร และมีวัตถุประสงค์เรื่องอะไร
2. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่ทำ
3. เขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาให้สอดคล้องกัน
4. แจกวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมออกเป็นกิจกรรมย่อยโดยคำนึงถึงความเหมาะสมของผู้เรียน
5. กำหนดอุปกรณ์ที่จะใช้ในกิจกรรมแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสม
6. กำหนดเวลาที่ใช้ในการฝึกแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสม
7. การประเมินผลจะประเมินผลหลังเรียนหรือก่อนเรียน

วรรณาด พวงสุวรรณ (2518 : 34 - 37) กล่าวถึงหลักในการสร้างและวางแผนการสร้างแบบฝึกทักษะซึ่งสรุปดังนี้

1. ตั้งวัตถุประสงค์
2. ศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหา
3. ขั้นตอนในการสร้างแบบฝึกทักษะ
 - 3.1 ศึกษาปัญหาในการเรียนการสอน
 - 3.2 ศึกษาจิตวิทยาเกี่ยวกับการเรียนการสอนและจิตวิทยาพัฒนาการ
 - 3.3 ศึกษาเนื้อหาวิชา
 - 3.4 ศึกษาลักษณะของแบบฝึกทักษะ
 - 3.5 วางโครงเรื่องและกำหนดรูปแบบของการฝึกให้สัมพันธ์กับโครงเรื่อง
 - 3.6 เลือกเนื้อหาที่เหมาะสมบรรจุในแบบฝึกทักษะให้ครบตามที่กำหนด

โรจนา แสงรุ่งระวี (2531 : 20)กล่าวถึง การสร้างแบบฝึกทักษะให้มีประสิทธิภาพไว้ว่า

1. ครูควรจัดสิ่งแวดล้อมให้สอดคล้องกับจิตวิทยาพัฒนาการเด็ก
2. มีจุดมุ่งหมายว่าจะฝึกด้านใด ตามลำดับความยากง่าย
3. ความแตกต่างระหว่างบุคคลมีแตกต่างกัน
4. ใช้แบบฝึกง่าย ๆ สั้น ๆ เพื่อให้เด็กเข้าใจง่าย ไม่เบื่อหน่าย
5. แบบฝึกทักษะ ต้องมีความถูกต้อง อย่ามีข้อผิดพลาด
6. คำนึงถึงเวลาที่เหมาะสมและความสนใจ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2537 : 490) กล่าวถึงชุดฝึกหรือแบบฝึกปฏิบัติว่าในการสร้าง

ชุดฝึกหรือแบบฝึกสำหรับวิชาต่าง ๆ ย่อมไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับระดับชั้นและเนื้อหา อย่างไรก็ตาม การสร้างชุดฝึกหรือแบบฝึกมีวิธีการพอสรุปได้ดังนี้

1. ควรมีคำชี้แจงการใช้ ที่มีการกำหนดทิศทางไว้เด่นชัด เช่น เมื่อให้ผู้เรียนอ่านข้อความใดข้อความหนึ่งแล้ว ก็จะเขียนว่า “ โปรดอ่านเรื่อง หน้า ” หรือ “ โปรดพลิกไปหน้า เรื่อง”
2. ควรมีตารางการปฏิบัติเพื่อให้นักเรียนวางแผนได้เอง ซึ่งเรียกว่า ” ใบแนะนำทาง ” หรือ ” Guidesheet ”
3. ไม่ว่าจะแบบแผน หรือเป็นเล่มควรมี ” แผนการสอน ” โดยสังเขปไว้ด้วย โดยเฉพาะมโนคติ วัตถุประสงค์ กิจกรรมการเรียน สื่อการสอนและการประเมินผล เพื่อให้ผู้เรียนได้ทราบทิศทางเป้าหมายและบทบาทของตนเอง
4. ในกรณีที่มีกิจกรรมให้นักเรียนตอบ เดิมคำ เขียนภาพ ฯลฯ ก็ต้องเตรียมเนื้อที่ไว้ในแบบฝึกให้ตรงกัน โดยใช้หมายเลข และรหัสไว้เด่นชัดพอที่ผู้เรียนจะตอบได้ตรงตามที่ครูกำหนดไว้ และควรมี ” บัตรเฉลย ” ไว้ให้แต่ไม่เด่นชัดจนเกินไป เพื่อป้องกันการดูเฉลยก่อนทำกิจกรรม การมีเฉลยไว้จะช่วยแบ่งเบาภาระของครูเพราะนักเรียนช่วยกันตรวจเอง และส่งเสริมการเรียนรู้รายบุคคลได้ด้วย ” บัตรเฉลย ” อาจอยู่ในแบบฝึกหัดหรือแยกต่างหาก
5. ควรออกแบบให้สะดุดตา น่าอ่าน ใช้ภาษาที่เป็นกันเอง และมีการ์ตูนประกอบเนื้อหาให้น่าสนใจ

6. เนื้อหาในชุดฝึกปฏิบัติ ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับหัวเรื่องต่าง ๆ ควรให้ตรงกับเนื้อหาหรือประสบการณ์อื่นใดที่ครูกำหนด

จากที่กล่าวมาข้างต้นเกี่ยวกับหลักในการสร้างแบบฝึก สรุปได้ว่า หลักในการสร้างแบบฝึกควรคำนึงถึงตัวนักเรียนเป็นหลัก โดยมีจุดมุ่งหมายที่แน่นอนว่าจะฝึกเรื่องอะไร จัดเนื้อหาให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ เนื้อหาไม่ยากจนเกินไปและมีรูปแบบหลายแบบที่น่าสนใจ

2.4 ลักษณะของแบบฝึกทักษะที่ดี

บิลโลว์ (Billow. 1962 : 87) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกไว้ว่า แบบฝึกที่ดีนั้นจะต้องดึงดูดความสนใจและสมาธิของเด็ก เรียงลำดับจากง่ายไปยากเปิดโอกาสให้เด็กฝึกเฉพาะอย่าง ใช้ภาษาเหมาะสมกับวัย วัฒนธรรมประเพณี ภูมิหลังทางภาษาของเด็ก แบบฝึกที่ดีควรจะเป็นแบบฝึกสำหรับเด็กเก่ง และสอนซ่อมเสริมสำหรับเด็กอ่อนในขณะเดียวกัน นอกจากนี้แล้วควรใช้หลายลักษณะ และมีความหมายต่อผู้ฝึกอีกด้วย

เอมเมอร์ล (Emeral.1964 : 133-135) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับแบบฝึกไว้ว่าแบบฝึกที่ดีนั้น ควรจะมีรูปภาพเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ศัพท์พร้อมกับความหมายของคำนั้น

ริเวอร์ (River. 1968 : 97 - 105) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกทักษะไว้ดังนี้

1. ต้องมีการฝึกนักเรียนมากพอสมควรในเรื่องหนึ่ง ๆ ก่อนที่จะมีการฝึกเรื่องอื่น ๆ ต่อไป ทั้งนี้ทำขึ้นเพื่อการสอนมิใช่ทำขึ้นเพื่อการสอบ

2. แต่ละบทควรฝึกโดยใช้แบบประโยคเพียงหนึ่งแบบเท่านั้น
3. ฝึกโครงสร้างใหม่กับสิ่งที่เรียนรู้แล้ว
4. ประโยคที่ฝึกควรเป็นประโยคสั้น ๆ
5. ประโยคและคำศัพท์ควรเป็นแบบที่ใช้พูดกันในชีวิตประจำวันที่นักเรียนรู้จักดีแล้ว
6. เป็นแบบฝึกทักษะที่นักเรียนใช้ความคิดด้วย
7. แบบฝึกทักษะควรมีหลาย ๆ แนว เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย
8. ควรฝึกให้นักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนไปแล้วไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ไพร์ตัน สุวรรณแสน (2517 : 189 – 190) กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกทักษะที่ดีดังนี้

1. เกี่ยวกับบทเรียนที่เรียนมาแล้ว
2. เหมาะสมกับระดับวัยและระดับความสามารถของเด็ก
3. มีคำชี้แจงหรือคำสั่งสั้น ๆ กะทัดรัด ที่จะทำให้เด็กเข้าใจ
4. ใช้เวลาเหมาะสม คือไม่ให้เวลายาวนานหรือเร็วเกินไป
5. เป็นที่น่าสนใจและท้าทายความสามารถ

วิชัย เพ็ชรเรือง (2531 : 77) ได้สรุปหลักในการจัดทำแบบฝึกทักษะว่าควรมีลักษณะดังนี้

1. แบบฝึกทักษะต้องมีเอกภาพและความสมบูรณ์ในตัวเอง
2. เกิดจากความต้องการของผู้เรียนและสังคม

3. ครอบคลุมหลายลักษณะวิชาโดยบูรณาการเข้าด้วยกัน
4. ใช้แนวคิดใหม่ในการจัดกิจกรรม
5. สนองความสนใจใคร่รู้และความสามารถของผู้เรียน ให้มีส่วนร่วมอย่างเต็มที่
6. กำเนียงถึงพัฒนาการวุฒิภาวะของผู้เรียน
7. เน้นการแก้ปัญหา
8. ครูและนักเรียนได้มีโอกาสวางแผนงานร่วมกัน
9. แบบฝึกควรเป็นสิ่งที่น่าสนใจ แปลกใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ลักษณะของแบบฝึกทักษะที่ดีควรสร้างให้ตรงกับจุดประสงค์ เรียงลำดับจากง่ายไปหายาก มีหลายแบบหลายชนิดให้นักเรียนได้เลือกทำ เพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน และนักเรียนสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

2.5 ประโยชน์ของแบบฝึกทักษะ

เพตตี (Petty. 1963 : 469 - 472) ได้กล่าวไว้ดังนี้

1. เป็นส่วนเพิ่มหรือเสริมหนังสือเรียนในการเรียนทักษะเป็นอุปกรณ์ในการสอนที่ช่วยลดภาระของครูได้มาก เพราะจัดขึ้นอย่างเป็นระบบ
2. ช่วยเสริมทักษะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น แต่จะต้องอาศัยการส่งเสริมและความเอาใจใส่จากครูผู้สอนด้วย
3. ช่วยในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคล การให้เด็กทำแบบฝึกทักษะที่เหมาะสมกับความสามารถของเขา จะช่วยให้เด็กประสบความสำเร็จในด้านจิตใจมากขึ้น
4. แบบฝึกทักษะช่วยเสริมให้ทักษะทางการแก้ปัญหาคงทนโดยการกระทำดังนี้
 - 4.1 ฝึกทันทีหลังจากเด็กได้เรียนรู้เรื่องนั้น ๆ
 - 4.2 ฝึกซ้ำหลาย ๆ ครั้ง
 - 4.3 เน้นเฉพาะเรื่องที่ต้องการฝึก
5. แบบฝึกทักษะจะใช้เป็นเครื่องมือวัดผลการเรียนหลังจากจบบทเรียนในแต่ละครั้ง
6. แบบฝึกทักษะที่จัดทำขึ้นเป็นรูปเล่มที่เด็กสามารถเก็บรักษาไว้ใช้เป็นแนวทางเพื่อทบทวนด้วยตนเองได้ต่อไป
7. แบบฝึกทักษะช่วยให้ครูมองเห็นจุดเด่นหรือปัญหาต่าง ๆ ของเด็กได้ชัดเจนซึ่งจะช่วยให้ครูดำเนินการปรับปรุงแก้ไขปัญหานั้น ๆ ได้ทันท่วงที
8. แบบฝึกทักษะที่จัดขึ้นนอกจากที่อยู่ในหนังสือเรียนจะช่วยให้เด็กได้ฝึกฝนได้อย่างเต็มที่
9. แบบฝึกที่จัดพิมพ์ไว้เรียบร้อยจะช่วยให้ครูประหยัดทั้งแรงงานและเวลาในการที่ต้องเตรียมสร้างแบบฝึกทักษะอยู่เสมอ ในด้านผู้เรียนก็ไม่ต้องเสียเวลาออกแบบฝึกทักษะจากตำราเรียน ทำให้มีโอกาสได้ฝึกฝนทักษะต่าง ๆ มากขึ้น

10. แบบฝึกทักษะช่วยประหยัดค่าใช้จ่าย เพราะการจัดพิมพ์ขึ้นเป็นรูปเล่มที่แน่นอน ย่อมลงทุนต่ำกว่าที่จะพิมพ์ลงในกระดาษไขทุกครั้ง และผู้เรียนสามารถบันทึกและมองเห็น ความก้าวหน้าของตนเองได้อย่างมีระบบและเป็นระเบียบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แบบฝึกทักษะเป็นเครื่องมือจำเป็นต่อการฝึกทักษะ พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และการฝึกแต่ละทักษะนั้นควรมี หลายแบบเพื่อให้นักเรียนจะได้ไม่เบื่อ และนอกจากนี้แบบฝึกทักษะยังมีประโยชน์สำหรับครูในการสอน ทำให้ทราบพัฒนาการทางทักษะนั้น ๆ ของเด็ก และเห็นข้อบกพร่องในการเรียน เพื่อจะได้แก้ไข ปรับปรุงได้ทันเวลาที่ ช่วยทำให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนได้ดี

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ

จารึก วิเชียรเกื้อ (2527 : 33) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดในแบบเรียนและ แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้น พบว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้แบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยการใช้แบบฝึกหัดในการเรียน

วิชัย พาณิชย์สว (2532 : 17 – 18) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แบบฝึกเสริมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองซึ่งใช้แบบฝึกหัดมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่ม ควบคุมซึ่งไม่ใช้แบบฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปฐมพร บุญลี (2545 : 68) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกเพื่อพัฒนา ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะสูงกว่าก่อนการทดลองโดยใช้ ชุดแบบฝึกทักษะอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกทักษะ สรุปได้ว่า แบบฝึกทักษะที่สร้าง อย่างมีประสิทธิภาพจะช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น และยังเป็นแนวทางในการจัดการ เรียนการสอนสำหรับครูที่สนใจจะสร้างแบบฝึกขึ้นใช้เองภายในโรงเรียน

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบอัตนัย

3.1 ความหมายและลักษณะของแบบทดสอบอัตนัย

ทักแมน (มัณฑณี อินทนา.2533. 149-150 ; อ้างอิงจาก Tuckman. 1975) ได้ให้ ความหมายของแบบทดสอบความเรียงหรือแบบทดสอบอัตนัยว่า เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้สอบได้ แสดงความสามารถในการประยุกต์ความรู้ วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินผลความรู้ที่เรียนมา ดังนั้นคำถามของแบบทดสอบจะต้องเป็นข้อความที่ให้โอกาสผู้สอบได้สร้างและเรียบเรียงคำตอบใน

รูปเชิงสัมพันธ์ตามขอบข่ายความรู้ที่กว้าง ทั้งนี้เพื่อให้แบบทดสอบอัตนัยวัดกระบวนการคิด (Thinking Process) ในระดับที่สูงตามแนวคิดของบลูม (Bloom) คือระดับการเรียนรู้ขั้นวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการประเมินผลเป็นส่วนใหญ่ หรือวัดในระดับการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ต่าง ๆ

ภัทรา นิคมานนท์ (2532 : 83) กล่าวว่า ข้อสอบอัตนัยเป็นข้อสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบได้สามารถแสดงออกโดยใช้ภาษาของตนเอง ในการทำแบบทดสอบประเภทนี้ ผู้สอบต้องมีความสามารถในการจัดระเบียบความรู้ แสดงความคิดริเริ่ม และรู้จักสังเคราะห์ข้อความได้อย่างเหมาะสม

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2536 : 32) กล่าวว่า ข้อสอบอัตนัยเป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยคำถามที่มีจำนวนไม่มากนัก ไม่มีคำตอบให้เลือกตอบ ผู้ตอบจะต้องคิดหาคำตอบเอง โดยบูรณาการความรู้ ความคิด แล้วแสดงออกมาเป็นภาษาเขียนอย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลตามหลักวิชาของศาสตร์นั้น ๆ ดังนั้นข้อสอบอัตนัย จึงเป็นเครื่องมือวัดสมรรถภาพทางสมองในระดับสูง วัดทักษะตลอดจนทัศนคติได้อย่างแท้จริง

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ให้ นักเรียนได้มีโอกาสตอบอย่างอิสระเต็มที่ ที่จะแสดงว่าเขารู้อะไร โดยนักเรียนจะต้องจัดระเบียบความรู้ความคิดที่เรียนมา รู้จักคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประเมินผล นำไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ แล้วแสดงออกมาเป็นภาษาเขียนอย่างถูกต้องสมเหตุสมผลตามหลักของวิชานั้น ๆ

3.2 หลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

วิัญญา วิศาลาภรณ์ (2530 : 91) กล่าวถึงข้อควรพิจารณาในการวางแผนการออกข้อสอบแบบความเรียงหรือแบบอัตนัย ดังนี้

1. ข้อสอบควรจะมีวัดสมรรถภาพทางสมองขั้นสูง ที่ข้อสอบประเภทอื่นไม่เหมาะที่จะใช้สอบวัด
2. ข้อสอบควรมีมากข้อพอที่จะเป็นตัวแทนของเนื้อหาวิชา แต่ก็ไม่ควรมีจำนวนมากข้อเกินกว่าที่นักเรียนจะมีเวลาวางแผนการตอบ เขียนตอบ และตรวจสอบความถูกต้องสมบูรณ์ของคำตอบ
3. คำสั่งจะต้องชัดเจน นักเรียนทุกคนจะต้องเข้าใจตรงกันว่าข้อสอบต้องการให้นักเรียนตอบสนองอย่างไร นักเรียนควรจะได้ทราบน้ำหนักคะแนนของแต่ละข้อ และเวลาที่ใช้ทดสอบแต่ละข้อควรจะเป็นเท่าไร
4. ไม่ควรมีข้อเลือกตอบ เพราะจะทำให้เอาคะแนนของนักเรียนแต่ละคนมาเปรียบเทียบกันได้ยาก

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2536 : 35) กล่าวถึงหลักการสร้างข้อสอบอัตนัย โดยมีการวางแผนเป็นลำดับขั้นดังนี้

1. ชั้นเตรียมหรือชั้นวางแผนการสร้างข้อสอบ ต้องกระทำสิ่งต่อไปนี้

- 1.1 ตั้งวัตถุประสงค์ของการสร้างข้อสอบอัตโนมัติว่ามุ่งวัดพฤติกรรมด้านใด
 - 1.2 จัดทำตารางวิเคราะห์หลักสูตร หรือตารางวิเคราะห์เนื้อหาวิชาเพื่อกำหนดว่าข้อสอบ ต้องวัดเนื้อหาและพฤติกรรมด้านใด
 2. ชั้นสร้างเป็นชั้นของการสร้างตามตารางวิเคราะห์เนื้อหาวิชาโดยอาจมีจำนวนข้อสอบมากกว่าที่กำหนด ซึ่งจะดำเนินการคัดทิ้งภายหลัง สิ่งที่ต้องคำนึงถึงในการสร้างคือ
 - 2.1 ควรเป็นข้อสอบที่วัดพฤติกรรมระดับสูง
 - 2.2 ควรมีกรอบโครงสร้างของข้อคำถาม เพื่อให้ผู้ตอบทราบแนวทางว่าควรจะตอบในแง่มุมใด
 - 2.3 ไม่ควรสร้างแบบทดสอบอัตโนมัติให้เลือกทำ เช่น ให้เลือกทำ 4 ข้อ จาก 6 ข้อ
 - 2.4 ควรสร้างให้เหมาะสมกับความสามารถและวุฒิภาวะของผู้ตอบ
 - 2.5 ควรสร้างข้อสอบให้มีรูปแบบใหม่ สถานการณ์ใหม่ ซึ่งมีลักษณะท้าทายกระตุ้นพัฒนาการของผู้ตอบ ในด้านความสามารถทางสมองระดับสูง
 3. ชั้นสร้างคู่มือเฉลยคำตอบและการให้คะแนน
 4. ชั้นทบทวนและคัดเลือกข้อสอบ ในด้านต่าง ๆ เช่น วัดตรงตามจุดประสงค์ คาดคะเนความยากง่าย
- พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544 : 30) ได้กล่าวถึงหลักในการสร้างข้อสอบอัตโนมัติไว้ดังนี้
1. คำถามควรใช้ภาษาที่มีความชัดเจน เข้าใจง่าย เช่น จงหาค่าของ x ที่ทำให้ $[x+1]$ เป็นจริง
 2. ออกข้อสอบให้ตรงจุดมุ่งหมายและเนื้อหาที่สำคัญ
 3. ไม่ควรให้เลือกตอบบางข้อ เพราะจะเกิดการเปรียบเทียบเนื่องจากข้อสอบแต่ละข้อมีความยากง่ายไม่เท่ากัน ทำให้เกิดการได้เปรียบเสียเปรียบกัน
 4. จำนวนข้อสอบควรพอเหมาะกับเวลาที่กำหนดให้ เพื่อให้ผู้สอบสามารถตอบคำถามครบทุกข้อ
 5. กำหนดเวลาสอบไว้ล่วงหน้า เพื่อให้ผู้สอบมีเวลาเตรียมตัวเต็มที่
 6. ออกข้อสอบหลาย ๆ ข้อ ให้มีทั้งข้อยากและข้อง่าย เพื่อให้ข้อสอบมีความเที่ยง
 7. ไม่ควรออกข้อสอบที่วัดความจำอย่างเดียว ควรจะวัดความเข้าใจและการนำไปใช้ด้วย เช่น จงหา ห.ร.ม. ของ (32 , 18 , 6)
 8. ข้อสอบควรเหมาะสมกับวุฒิภาวะของนักเรียน
 9. ควรระบุให้ชัดเจนว่า ข้อสอบนั้นเป็นแบบจำกัดคำตอบหรือไม่ เช่น จงหาค่า $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ จากสมการ $\tan X - \cot X = 0$
 10. เขียนคำสั่งให้ชัดเจนและระบุคะแนนในแต่ละข้อในแต่ละส่วนของข้อหนึ่ง ๆ
 11. ไม่ควรออกข้อสอบแบบเปิดหนังสือตอบ ยกเว้นบางวิชาที่มีสูตรยาว ๆ หรือจำเป็นต้องใช้ตาราง เพราะข้อสอบนี้วัดการวิเคราะห์ สังเคราะห์ การประเมินค่า

จากการศึกษาหลักการสร้างแบบทดสอบอัตนัย สรุปได้ว่า การสร้างแบบทดสอบอัตนัยควรสร้างให้เหมาะสมกับความสามารถและวุฒิภาวะของผู้เรียน ไม่ควรมีข้อให้เลือกตอบจำนวนข้อสอบพอเหมาะกับเวลาที่กำหนด มีคำสั่งที่ชัดเจน มีเกณฑ์การให้คะแนน และวัดเนื้อหาตรงตามจุดประสงค์

3.3 การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นั้น ใช้ทั้งแบบทดสอบอัตนัยและแบบปรนัยซึ่งแบบทดสอบทั้งสองแบบนี้มีเกณฑ์การตรวจ และเกณฑ์การให้คะแนนที่แตกต่างกัน กล่าวคือ แบบทดสอบปรนัยจะให้คะแนนตามตัวเลือกที่ถูก คะแนนที่ได้จากวิธีนี้จึงค่อนข้างที่จะมาตรฐานหรือให้ความยุติธรรมแก่ผู้ตอบ เพราะไม่มีความลำเอียง หรืออคติในการให้คะแนน และใครจะตรวจหรือตรวจเมื่อใดคะแนนที่ได้ก็จะคงเดิม แต่การให้คะแนนของแบบทดสอบอัตนัยค่อนข้างจะไม่ได้มาตรฐานหรือมีความลำเอียงแฝงอยู่ เนื่องจากผู้ตรวจจะต้องเป็นคน ๆ เดียวกัน และการให้คะแนนขึ้นอยู่กับสภาพแวดล้อมของผู้ตรวจ จึงทำให้ผลที่ได้ไม่มีความเที่ยงตรงในการให้คะแนน แบบทดสอบอัตนัยนั้น Thronkide ได้แบ่งรูปแบบการตรวจให้คะแนนเป็น 2 ประเภท (สุนีย์ เหมะประสิทธิ์.2536 : 36-38) คือ

1. การให้คะแนนแบบจุด หรือแบบวิเคราะห์เป็นส่วน ๆ (Point method or Analytical method) เป็นการจัดเตรียมเกณฑ์ซึ่งแบ่งเป็นส่วนย่อย ๆ มีกฎเกณฑ์การให้คะแนนที่ตายตัว วิธีการตรวจให้คะแนนโดยการเปรียบเทียบคำตอบกับค่าเฉลย ถ้าถูกต้องตามเฉลยก็ให้คะแนนเต็ม ถ้าถูกต้องบางส่วนก็ได้คะแนนลดลงตามที่วางไว้การตรวจให้คะแนนด้วยวิธีนี้เหมาะสมกับแบบอัตนัยแบบจำกัดคำตอบ
2. การให้คะแนนแบบประเมินค่าหรือแบบภาพรวม (Rating method or Global Holistic method) เป็นการจัดเตรียมเกณฑ์การให้คะแนนอย่างกว้าง ๆ วิธีตรวจให้คะแนนอย่างกว้าง ๆ โดยการเปรียบเทียบคำตอบข้อหนึ่ง ๆ ของทุกคน พร้อมทั้งจัดแบ่งตามคุณภาพออกเป็นกลุ่มหรือกอง เช่น ข้อนั้นมีคะแนนเต็ม 8 คะแนน จะมี 9 กอง คือ กองที่ได้คะแนนตั้งแต่ 0,1,2,....,8 หรือบางครั้งจัดเป็น 5 กอง เช่น ดีเยี่ยม ดี ปานกลาง ไม่ดี และแย่มาก เป็นต้นวิธีนี้เหมาะสำหรับข้อสอบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบ

ตัวอย่างการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Reys.1992 : 313)

เรย์ได้กำหนดฐนุบริคความสามารถในการแก้ปัญหา โดยที่แต่ละตอนของกระบวนการแก้ปัญหาจะให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 2 คะแนน ตามรายละเอียดดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา
 - 2 : เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์
 - 1 : เข้าใจปัญหาบางส่วน หรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน
 - 0 : ไม่เข้าใจในปัญหาเลย
2. การวางแผนการแก้ปัญหา

- 2 : วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด
- 1 : วางแผนถูกต้องบางส่วน ในส่วนที่แปลความหมายได้ถูกต้อง
- 0 : ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด

3. คำตอบ

- 2 : ตอบได้ถูกต้อง และใช้ภาษาได้ถูกต้อง
- 1 : คัดลอกผิดพลาด คำนวนผิดพลาด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ
- 0 : ไม่ตอบ หรือตอบในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม

ตัวอย่างการให้คะแนนเป็นภาพรวม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546:127 - 132) ได้เสนอแนะตัวอย่างเกณฑ์การประเมินชิ้นงานและการให้คะแนนแบบองค์รวม ดังนี้

- 4 หมายถึง คิดคำนวณหรือเสนอรูปแบบวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง
แม่นยำ
แสดงวิธีการหรือหาเหตุผล สนับสนุนการหาคำตอบได้ครบถ้วน
สมบูรณ์
มองเห็นความเชื่อมโยงหรือการขยายผลไปสู่หลักการของปัญหาได้
อย่างสมบูรณ์
- 3 หมายถึง คำนวณหรือวิธีการถูกต้อง
แสดงวิธีการหรือหาเหตุผล สนับสนุนการหาคำตอบได้บางส่วน
เชื่อมโยงไปสู่หลักการของปัญหาได้บางส่วน
- 2 หมายถึง การคำนวณมีข้อผิดพลาดบางส่วน
แสดงเหตุผล สนับสนุนการหาคำตอบเล็กน้อย
แสดงการเชื่อมโยงหลักการแก้ปัญหาได้เล็กน้อย
- 1 หมายถึง การคำนวณไม่ถูกต้อง
ไม่แสดงเหตุผลการหาคำตอบ

จากการศึกษาหลักการให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยข้างต้น สรุปได้ว่า การให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัยแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. การให้คะแนนแบบจุด เป็นการให้คะแนนเป็นส่วน ๆ มีเกณฑ์การให้คะแนนตายตัว
2. การให้คะแนนแบบภาพรวม เป็นการให้คะแนนโดยรวมมากกว่าตรวจสอบรายละเอียดปลีกย่อย

3.4 ข้อเสนอแนะในการให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย

1. จัดเตรียมคู่มือในการตรวจให้คะแนน ควรมีเกณฑ์ในการให้คะแนนเด่นชัดเป็นระบบ คือ การให้คะแนนแบบจุด หรือการตรวจโดยวิธีเทียบเกณฑ์ ข้อสอบที่วัดความสามารถในระดับสูง เช่น วิเคราะห์ สังเคราะห์ และการนำไปใช้ การให้คะแนนมักให้ความสำคัญกับกระบวนการที่บ่งชี้ถึงความสามารถ โดยมุ่งให้คะแนนในรูปของ

- ความถูกต้องและความสมเหตุสมผล (Accuracy/Reasonableness)
- ความสมบูรณ์และความสอดคล้องภายใน (Completeness/Internal

Consistency)

- ความเป็นเอกลักษณ์และความคิดสร้างสรรค์ (Uniqueness/ Creativity)

2. ในการตรวจให้คะแนนควรปฏิบัติดังนี้

- ควรตรวจให้คะแนนข้อหนึ่ง ๆ ของทุกคนให้เสร็จ เพื่อป้องกันการลำเอียงและเพิ่มความเที่ยงตรงของการให้คะแนน หลีกเลี่ยงการหยุดนาน ๆ แต่ก็ควรมีการหยุดเป็น ช่วง ๆ
- ควรมีการสุ่มตรวจข้อสอบโดยไม่ต้องเรียงลำดับจากคนแรกไปถึงคนสุดท้ายในทุก ๆ ข้อ เพื่อป้องกันการลำเอียง ซึ่งคนแรก ๆ อาจได้คะแนนสูงหรือต่ำกว่าคนอื่น ๆ
- ไม่ควรดูชื่อผู้ตอบ วิธีป้องกันอาจให้ผู้ตอบเขียนชื่อด้านหลังของข้อสอบหรือให้เขียนเฉพาะรหัสหรือเลขที่
- ปัจจัยอื่น ๆ ที่ไม่เกี่ยวกับเนื้อหาสาระของการตอบ เช่น ลายมือ จำนวน ภาษา การสะกดคำ ไม่ควรนำมาพิจารณา

3. จัดทำรายงานผลการให้คะแนนและเกรด พร้อมทั้งบอกจุดบกพร่อง เพื่อผู้เรียนจะได้ทราบข้อบกพร่องของตนว่ามีจุดบกพร่องด้านใด เพื่อซ่อมเสริม และเพื่อง่ายแก่การชี้แจงถึงผลของการให้คะแนนและการตัดเกรด

สรุปได้ว่า การตรวจแบบทดสอบอัตนัยที่มีความถูกต้องและชัดเจนผู้ตรวจต้องปฏิบัติดังนี้

1. ต้องตรวจให้คะแนนข้อหนึ่ง ๆ ของทุกคนให้เสร็จ หลีกเลี่ยงการหยุดพักนาน ๆ
2. ต้องมีการสุ่มตรวจข้อสอบ โดยไม่เรียงลำดับคนแรกถึงคนสุดท้าย
3. ต้องไม่ดูชื่อผู้ตอบ
4. ไม่นำปัจจัยอื่น ๆ มาเกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระการตอบ เช่น ลายมือ
5. มีผู้ตรวจให้คะแนน 2 คน หรือมากกว่า
6. รายงานผลการให้คะแนน เพื่อให้ผู้เรียนทราบว่าตนเองมีข้อบกพร่องในเรื่องใด มีความสามารถในเรื่องใด เพื่อเป็นประโยชน์ในการปรับปรุงแก้ไขเรื่องการเรียนรู้การสอนต่อไป

3.5 ข้อดีและข้อเสียของแบบทดสอบอัตนัย

วิญญา วิศาลาภรณ์ (2530 : 80) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อเสียของข้อสอบอัตนัยดังนี้
ข้อดีของแบบทดสอบอัตนัย

1. ให้เสรีภาพแก่นักเรียนในการตอบ
2. สามารถใช้วัดสมรรถภาพทางสมองขั้นสูง ที่ใช้ข้อสอบชนิดอื่นวัดได้ยาก เช่น การวัดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และการประเมินค่าเป็นต้น
3. สามารถการผสมผสานความคิด วัดกระบวนการความคิด ทักษะในการแก้ปัญหา การอธิบายจุดยืนของตัวเอง
4. เสียเวลาสร้างน้อยกว่าข้อสอบชนิดอื่น

ข้อเสียของแบบทดสอบอัตนัย

1. ขาดความเที่ยงตรงด้านเนื้อหา ข้อสอบอาจไม่ได้เป็นตัวแทนที่ดีของเนื้อหาทั้งหมด
2. เสียเวลาในการตรวจให้คะแนน
3. ยากในการตรวจให้คะแนนให้มีความเชื่อมั่นสูง
4. ถ้านักเรียนมีปัญหาในการแสดงความคิดเห็นโดยการเขียน คะแนนที่ได้อาจไม่สามารถบอกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่แท้จริงได้

วิรัช วรรณรัตน์ (2539 : 19) กล่าวว่า แบบทดสอบในแต่ละรูปแบบมีจุดเด่นจุดบกพร่องที่ควรระมัดระวังในการใช้ และได้เสนอข้อดีและข้อเสียของแบบทดสอบอัตนัยดังนี้

ข้อดี เป็นข้อสอบวัดพฤติกรรมการเขียนได้ดี เหมาะสมสำหรับวัดความสามารถในการสังเคราะห์เรื่องราว หรือความคิดริเริ่มตลอดจนการแสดงความคิดเห็นและการอภิปรายในเชิงเปรียบเทียบ

ข้อเสีย ออกได้ไม่น้อยข้อ ทำให้ไม่ครอบคลุมเนื้อหา ขาดความเป็นปรนัยในการตรวจให้คะแนน

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544 : 32 – 33) ได้กล่าวถึงข้อดีข้อเสียและสาเหตุที่ทำให้ข้อสอบมีความเที่ยงตรงต่ำไว้ดังนี้

ข้อดี

1. ทดสอบความสามารถบางอย่างได้ตรงและเปิดโอกาสให้แสดงความสามารถในการเขียนเพื่อแสดงความคิดโดยตรง

2. สะดวกในการออกข้อสอบ การพิมพ์ หรือเขียนข้อสอบ
3. ให้เสรีภาพแก่ผู้สอบในการตอบคำถาม
4. สามารถวัดเจตคติและส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
5. ส่งเสริมให้ผู้เรียนแสดงออกโดยใช้ภาษาได้อย่างถูกต้อง

ข้อเสีย

1. มีความเที่ยงต่ำ (Low Reliability) เพราะเป็นข้อสอบที่สั้นและมีจำนวนน้อยข้อและสิ่งอื่น ๆ ที่ทำให้ความเที่ยงต่ำลงไปอีก คือ

- 1.1 ความคลุมเครือของข้อสอบ
- 1.2 สภาวะทางอารมณ์และสิ่งแวดล้อมของผู้สอบ

1.3 ความลำเอียงและความไม่แน่นอนของการให้คะแนน ไม่เป็นปรนัย

1.4 เวลาที่ใช้ในการตรวจข้อสอบ

สาเหตุสำคัญที่ทำให้ความเที่ยงตานั้น ไม่ใช่เพราะคุณภาพของตัวข้อสอบเอง แต่ส่วนใหญ่ขึ้นอยู่กับ " ใคร " เป็นผู้ตรวจข้อสอบนั้น " เมื่อใด " แกไขได้โดยผู้ตรวจหลายคน

2. มีความตรงต่ำ (Low Validity) ข้อสอบอาจมีความเที่ยงได้โดยไม่มี ความตรง แต่จะมีความตรงปราศจากความเที่ยงไม่ได้ เนื่องจากข้อสอบแบบอัตนัยคลุมเนื้อหาได้น้อย จึงทำให้ข้อสอบมีความตรงด้านเนื้อหาต่ำ

สาเหตุสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้ข้อสอบแบบอัตนัยมีความเที่ยงต่ำคือความไม่แน่นอน และความลำเอียงในการให้คะแนน ซึ่งมีผลทำให้ข้อสอบนั้นขาดความตรงไปด้วย คือมิได้วัดในสิ่งที่ต้องการจะวัด สาเหตุอันนี้ได้แก่

2.1 เพศของผู้สอบ

2.2 หน้าตาและท่าทางของผู้สอบ

2.3 ความสวยงามของลายมือ

2.4 ความสามารถในการใช้ภาษา

2.5 เจตคติของครูผู้สอน

4. มีประโยชน์ใช้สอยต่ำ (Low Practicality) คือ ตรวจข้อสอบลำบาก ต้องเสียเวลา และพลังงานมาก

จากการศึกษาข้อดีข้อเสียของแบบทดสอบอัตนัย สรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่ดีในการวัดการนำไปใช้ การวิเคราะห์และตีความที่ดีที่สุดสำหรับการวัดการสังเคราะห์และประเมินค่า สามารถวัดกระบวนการคิด ทักษะการแก้ปัญหา การเรียนรู้ในระดับสูงที่มีลักษณะซับซ้อน ส่วนข้อเสียคือ ไม่ครอบคลุมเนื้อหาและคุณภาพด้านความเชื่อมั่น ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ ความเที่ยงตรงของการให้คะแนน นอกจากนี้แบบทดสอบอัตนัยค่อนข้างง่ายในการออกข้อสอบแต่ค่อนข้างยากและเสียเวลาในการตรวจ

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson.1971 : 648) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

กู๊ด (Good.1973 : 7) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง การเข้าถึงความรู้ (Knowledge Attained) หรือการพัฒนาทักษะในการเรียน ซึ่งอาจพิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ คะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบหมายให้หรือทั้งสอง

วิลสัน (Wilson.1971 : 643-685) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาไว้ 4 ระดับดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) คำถามที่วัดความสามารถระดับนี้ จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์ และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรง หรือโดยทางอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง หรือ นิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกกระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำ เกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่า แบ่งได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจการตีความ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principle, Rules and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎ ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรกอาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow A Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจจะต้องแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในด้านอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติหรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการ เพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือ ต้องแยกโจทย์ปัญหาพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้ง อย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้รับคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns , Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลและการระลึกถึงความสำคัญ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูล หรือสิ่งที่กำหนดโจทย์ปัญหาที่พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิด

สร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจโมเมนต์ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยาม ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในขั้นนี้ เป็นการให้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยังยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากโมเมนต์ หลักการ กฎ นิยามหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วย นั่นคือ การถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

นภา เมธาวีชัย (2536 : 65) ได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ และทักษะที่ได้รับและพัฒนาจากการเรียนการสอนวิชาต่าง ๆ ครูอาศัยเครื่องมือวัดผลช่วยในการศึกษาว่านักเรียนมีความรู้และทักษะมากน้อยเพียงใด

สุวิทย์ หิรัญยกานต์ (2540 : 5) ได้กล่าวถึงความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสำเร็จ ความรู้ ความสามารถหรือทักษะ หรือหมายถึงผลการเรียนการสอนหรือผลงานที่ได้จากการประกอบกิจกรรมส่วนนั้นๆ ก็ได้

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา การเข้าถึงความรู้ ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจพิจารณาจากคะแนนสอบ คะแนนจากงานที่ครูมอบหมายให้ หรือพิจารณาทั้งสองอย่าง

4.2 องค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961 : 14-16) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโต สุขภาพทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง
 2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว
 3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน
 4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนในวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน
 5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน
 6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์
- แครร์รอล (Carrol. 1963 : 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนโดยการนำของครู นักเรียน และหลักสูตร เป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ ที่นักเรียนได้รับ

จากการศึกษาองค์ประกอบที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพบว่า มีองค์ประกอบหลายประการที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เช่น ตัวนักเรียน สภาพแวดล้อม ครอบครัว และที่สำคัญ คือการสอนของครู

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้าดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
4. การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
5. วิธีดำเนินการและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 3 ห้องเรียน รวมประชากรทั้งสิ้น 105 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 35 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit)

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลาทดลอง 9 ชั่วโมง โดยทดสอบก่อนเรียน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง ทดสอบหลังเรียน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง ทำการสอนจริง

6 ชั่วโมง

หัวข้อที่ทำการสอนเรื่องการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- ทดสอบก่อนสอน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

- การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน 1 ชั่วโมง

- การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม 2 ชั่วโมง
- การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน 1 ชั่วโมง
- การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน ร้อยละ 1 ชั่วโมง
- การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะเวลา อัตราเร็ว 1 ชั่วโมง
- ทดสอบหลังสอน $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

3. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ประกอบด้วย

- 3.1 แผนการจัดการเรียนรู้ 5 แผน สอนโดยวิธีการแก้ปัญหา
- 3.2 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ชุด
- 3.3 แบบทดสอบย่อย
- 3.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

4. การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเครื่องมือในการวิจัยดังนี้

4.1 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องโจทย์การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้วิธีการแก้ปัญหา ดำเนินการโดย

4.1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชุดปฏิรูปการศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-3) และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ เกี่ยวกับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง คณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4.1.2 วิเคราะห์สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับกระบวนการในการจัดการเรียนการสอน โดยวิธีการแก้ปัญหา

4.1.3 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

- ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้
- สาระสำคัญ
- ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
- สาระการเรียนรู้

- กิจกรรมการเรียนการสอน
- สื่อการเรียนรู้
- การวัดและประเมินผล
- บันทึกผลหลังการสอน

4.1.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องโจทย์การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ใช้วิธีการแก้ปัญหา เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน คือ ดร.หาญศึก ตาลศรี อาจารย์นิติมา อัจฉริยะโพธา ร้อยโท สมคิด ลินลา ตรวจสอบเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความชัดเจน และความถูกต้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ความสอดคล้องกับเนื้อหา กิจกรรมและสื่อการเรียนรู้ และความสอดคล้องในเรื่องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับการวัดและประเมินผล เพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

4.1.5 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องโจทย์การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญ

4.2 สร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดำเนินการโดย

ขั้นที่ 1 เตรียมงานด้านวิชาการ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยก่อนลงมือสร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ศึกษาเทคนิคการสอนโดยการใช้แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
2. ศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตร คู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. วิเคราะห์หลักสูตร สาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
4. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
5. เลือกหน่วยการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้เลือก เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในการสร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบ่งเนื้อหาออกเป็นชุดได้ทั้งหมด 5 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน

ชุดที่ 2 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม

ชุดที่ 3 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน

ชุดที่ 4 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน ร้อยละ

ชุดที่ 5 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะทาง เวลา อัตราเร็ว

ขั้นที่ 2 สร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. กำหนดรูปแบบของแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

ชื่อเรื่อง	
คำชี้แจง	อธิบายถึงวิธีการปฏิบัติในการทำแบบฝึก
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	จุดมุ่งหมายที่ต้องการให้เกิดกับนักเรียนหลังทำแบบฝึกทักษะจบ
เวลา	บอกเวลาทั้งหมดในการทำแบบฝึกทักษะ
สื่ออุปกรณ์	บอกว่าในแบบฝึกมีสื่ออุปกรณ์อะไรบ้าง
สาระการเรียนรู้	อธิบายความรู้แก่นักเรียน
กิจกรรมการฝึก	เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ปฏิบัติเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมาย
การวัดและประเมินผล	เป็นการวัดประเมินผลความสามารถของนักเรียนจากการทำแบบฝึกในแต่ละชุด

2. กำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

3. กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่ตั้งไว้ โดยยึดกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

4. นำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และและผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน คือ ดร.หาญศึก ดาลศรี อาจารย์นิตติมา อัจฉริยะโพธา ร้อยโทสมคิด ลินลา เพื่อตรวจสอบเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

5. นำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พร้อมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้งแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

6. นำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พร้อมแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้ว ไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 10 คน โดยใช้สอนจำนวน 6 ชั่วโมง หลังจากการทดลองสอนแล้ว ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกข้อบกพร่องในด้านความเหมาะสมของเนื้อหา ความยากง่ายของภาษา และเวลาที่ใช้ในการสอนแต่ละเนื้อหาของแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และกิจกรรมในแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำมา

ปรับปรุงแก้ไขแล้วให้อาจารย์ที่ศึกษาศาสนาพนธ์ตรวจแก้ไขอีกครั้งก่อนนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4.3 สร้างแบบทดสอบย่อย

เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดผลหลังจากการสอนจบในแต่ละชุดของแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย และในแต่ละชุดมีจำนวนข้อสอบดังนี้

- ชุดที่ 1 การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน จำนวน 3 ข้อ
- ชุดที่ 2 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม จำนวน 3 ข้อ
- ชุดที่ 3 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน จำนวน 2 ข้อ
- ชุดที่ 4 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน ร้อยละ จำนวน 2 ข้อ
- ชุดที่ 5 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะทาง เวลา อัตราเร็ว จำนวน 2 ข้อ

ในการสร้างแบบทดสอบย่อยผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

4.3.1 ศึกษาสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเรื่องโจทย์การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหลักสูตรกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์

4.3.2 สร้างแบบทดสอบย่อยทั้ง 5 ชุด เรื่องโจทย์การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้ในแต่ละผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

4.3.3 นำแบบทดสอบย่อยทั้ง 5 ชุดที่สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ศึกษาศาสนาพนธ์และผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน คือ ดร.หาญศึก ตาลศรี อาจารย์นิติมา อัจฉริยะโพธา ร้อยโทสมคิด ลินลา เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและความครอบคลุมของคำถาม แก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำ

4.3.4 นำแบบทดสอบย่อยที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ศึกษาศาสนาพนธ์ ตรวจสอบอีกครึ่งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอนะ

4.3.5 นำแบบทดสอบย่อยที่ได้รับการตรวจจากผู้เชี่ยวชาญ และปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในครั้งนี้

4.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์นี้แบ่งเป็น 2 ตอน ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ มีวิธีการสร้างดังนี้

4.4.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน วิธีเรียนและสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างและการวิเคราะห์ข้อทดสอบของ ชวาล แพร์ตกุล (2520:1-407) และไพศาล หวังพานิช (2526:57-62)

4.4.2 สร้างตารางวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่สอดคล้องกับกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สาระการเรียนรู้เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ร่วมกับอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจำนวน 3 ท่าน

4.4.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง แล้วนำแบบทดสอบเสนออาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน คือ ดร.หาญศึก ตาลศรี อาจารย์นิตติมา อัจฉริยะโพธา ร้อยโทสมคิด ลินลาตรวจความสอดคล้องของเนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและความครอบคลุมของคำถาม

4.4.4 นำแบบทดสอบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC (Index of item Objective Congruence) ตามสูตรของโรวินสกีและแฮมเบิลตัน (บุญเชิด ภิญญอนันตพงษ์. 2526 : 88 - 90) และคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป โดยเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ จำนวน 25 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัย 5 ข้อ นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทำการทดสอบ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 75 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนบ้านเข็ญน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ที่เรียนเรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านมาแล้ว

4.4.5 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดย
ตอนที่ 1 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้คะแนน 1 คะแนนสำหรับข้อสอบที่ตอบถูกและให้ 0 คะแนนสำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบเกิน 1 คำตอบ

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย ตรวจสอบให้คะแนนตามเกณฑ์ โดยมีเกณฑ์ดังนี้
เกณฑ์การให้คะแนน

ความเข้าใจในปัญหา	ให้ 2 คะแนน	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มา และสิ่งที่โจทย์ให้หาถูกต้องทั้งหมด
	ให้ 1 คะแนน	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มา และสิ่งที่โจทย์ให้หาถูกต้องบางส่วน
	ให้ 0 คะแนน	เมื่อเขียนแสดงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มา และสิ่งที่โจทย์ให้หาไม่ถูกต้อง
การวางแผนและการแก้ปัญหา	ให้ 2 คะแนน	เมื่อเขียนแสดงความสัมพันธ์และวิธีการแก้ปัญหาถูกต้องทั้งหมด

ให้ 1 คะแนน เมื่อเขียนแสดงความสัมพันธ์และวิธีการแก้ปัญหา ถูกต้องบางส่วน

ให้ 0 คะแนน เมื่อเขียนแสดงความสัมพันธ์และวิธีการแก้ปัญหา ไม่ถูกต้อง

คำตอบที่ได้

ให้ 1 คะแนน เมื่อตอบถูกต้อง

ให้ 0 คะแนน เมื่อตอบผิดหรือไม่ตอบ

4.4.6 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก (p) และหาค่าอำนาจจำแนก (r) พร้อมกับคัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้ครอบคลุมเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังจากตารางวิเคราะห์หลักสูตร โดยพิจารณาดังนี้

4.4.6.1 แบบทดสอบตอนที่ 1 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ใช้เทคนิค 27% ของจุง เตฟาน (fan.1952:6-52) เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.28 - 0.65 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 - 0.75 จำนวน 15 ข้อ จากทั้งหมด 25 ข้อ

4.4.6.2 แบบทดสอบตอนที่ 2 แบบทดสอบแบบอัตนัยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) (พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2538 : 147-148) เฉพาะข้อที่มีความยาก ตั้งแต่ 0.44 - 0.56 และค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.55 - 0.75 จำนวน 3 ข้อ จากทั้งหมด 5 ข้อ

4.4.7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 75 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเชื่อมั่นดังนี้

4.4.7.1 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกใช้สูตร KR-20 (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ.2540:183-184) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.66

4.4.7.2 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 2 แบบอัตนัย ใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบัค (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ.2540 :170-172) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.65

5. วิธีดำเนินการและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบ One Group Pretest - Posttest Design ซึ่งมีลักษณะของแบบแผนการทดลองดังนี้

ตาราง 1 แบบแผนการทดลองแบบ One Group Pretest - Posttest Design

กลุ่มทดลอง	สอบก่อนการฝึก	ฝึก	สอบหลังการฝึก
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนแบบแผนการทดลอง

E	หมายถึง	กลุ่มทดลอง
T_1	หมายถึง	การสอบก่อนการฝึก
T_2	หมายถึง	การสอบหลังการฝึก
X	หมายถึง	การจัดกระทำ (Treatment) โดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้ง 5 ชุด

ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนดังนี้

5.1 ขอความร่วมมือกับโรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5.2 ชี้แจงให้กลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้ผู้เรียนปฏิบัติได้ถูกต้อง

5.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ไปทดสอบกลุ่มตัวอย่างแล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างเป็นคะแนนสอบก่อนเรียน (Pretest)

5.4 ดำเนินการทดลอง โดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้เวลาทดลองฝึก 6 ชั่วโมง

- การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน 1 ชั่วโมง
- การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม 2 ชั่วโมง
- การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน 1 ชั่วโมง
- การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน ร้อยละ 1 ชั่วโมง
- การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะเวลาทางเวลาอัตราเร็ว 1 ชั่วโมง

5.5 เมื่อดำเนินการทดลองเสร็จแล้ว นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มาทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นชุดเดียวกันกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนเรียน บันทึกคะแนนเป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest)

5.6 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1. สถิติพื้นฐาน

6.1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ.2540: 53)

$$\text{สูตร} \quad \bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ \bar{X} แทน ค่าเฉลี่ย
 $\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

6.1.2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ.2540 : 103)

$$\text{สูตร} \quad S = \sqrt{\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $\sum x^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
 $(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

6.2 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

6.2.1 การหาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (บุญเชิด ภิญโญ อนันตพงษ์. 2526 : 89)

$$\text{สูตร} \quad IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

6.2.2 หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ตอนที่ 1 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยใช้เทคนิค 27% จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของจุง เตพี ฟาน (Fan.1952 : 3-32)

6.2.3 หาค่าความยากของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 แบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) (พร้อมพรรณ อุดมสิน.2544 : 147 – 148)

สูตร	$P_E = \frac{s_h + s_l - (n_i)(X_{\min})}{n_i(X_{\max} - X_{\min})}$	
เมื่อ	s_h	แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	s_l	แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_i	แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

6.2.4 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ตอนที่ 2 แบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) (พร้อมพรรณ อุดมสิน.2544 : 147 – 148)

สูตร	$D_E = \frac{s_h - s_l}{n_h(X_{\max} - X_{\min})}$	
เมื่อ	s_h	แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง
	s_l	แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน คะแนนสูงสุดที่ได้
	X_{\min}	แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_h	แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

6.2.5 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตอนที่ 1 แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยคำนวณจากสูตร KR 20 คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ.2540 : 183 -184)

สูตร	$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s_i^2} \right]$	
เมื่อ	r_{tt}	แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน สัดส่วนของผู้ทำถูกในแต่ละข้อ
	q	แทน สัดส่วนของผู้ทำผิดในแต่ละข้อ
	s_i^2	แทน คะแนนความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

6.2.6 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบทดสอบแบบอัตนัย ใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของ ครอนบัท (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ.2540 :170-172)

สูตร			$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$
เมื่อ	α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	n	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$\sum s_i^2$	แทน	ผลรวมของความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s_t^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

6.3 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

6.3.1 ใช้สถิติ t-test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สูตร			$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} ; df = N - 1$
เมื่อ	$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบก่อนและหลังการใช้แบบฝึก
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบก่อนและหลังการใช้แบบฝึก
	N	แทน	จำนวนผู้เรียนทั้งหมด

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มทดลอง
\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
D	แทน	ความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่
$\sum D$	แทน	ผลรวมของ D ทั้งหมด
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของ D แต่ละตัวยกกำลังสอง
t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณา (t - test dependent)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการนำคะแนนความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t - test dependent ปรากฏในตารางที่ 2 ดังนี้

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการทดลอง

	N	\bar{X}	$\sum D$	$\sum D^2$	t
Pre-test	35	10.06			
			400	4956	t= 20.10**
Post-test	35	21.57			

** มีนัยสำคัญที่ .01

$t_{(.01, 34)} = 2.440$

ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลตาราง 2 ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลัง

การสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนาโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งสามารถสรุปสาระสำคัญได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 3 ห้องเรียน รวมประชากรทั้งสิ้น 105 คน

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 35 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนที่ไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนโดยการลดความสามารถของนักเรียน

3. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 หลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนบ้านเข็ญน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4. ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ดำเนินการทดลองใน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลาทดลองจำนวน 9 ชั่วโมง โดยแบ่งเป็นการทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง เวลาเรียน 6 ชั่วโมง การทดสอบหลังเรียน (Post-test) $1\frac{1}{2}$ ชั่วโมง

5. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ประกอบด้วย

5.1 แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 แผน สอนโดยวิธีการแก้ปัญหา

5.2 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 แบบฝึกทักษะการอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน

ชุดที่ 2 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม

ชุดที่ 3 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน

ชุดที่ 4 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน ร้อยละ

ชุดที่ 5 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะทาง เวลา อัตราเร็ว

5.3 แบบทดสอบย่อย เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ใช้วัดผลหลังการเรียนในแต่ละชุดของแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้คือ

ชุดที่ 1 การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน จำนวน 3 ข้อ

ชุดที่ 2 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม จำนวน 3 ข้อ

ชุดที่ 3 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน จำนวน 2 ข้อ

ชุดที่ 4 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน ร้อยละ จำนวน 2 ข้อ

ชุดที่ 5 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะทาง เวลา อัตราเร็ว จำนวน 2 ข้อ

5.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบทดสอบดังนี้

5.4.1 แบบทดสอบชนิดเลือกตอบแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ นำไปหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ได้ค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง 0.28 - 0.65 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.20 - 0.75 มีความเชื่อมั่น 0.66

5.4.2 แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ นำไปหาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก ได้ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.44 - 0.56 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.55 - 0.75 มีความเชื่อมั่น 0.65

6. วิธีดำเนินการทดลอง

6.1 ขอความร่วมมือจากโรงเรียนที่ทำการศึกษาดทดลองจำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

6.2 ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อนักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

6.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre - test)

6.4 ดำเนินการทดลองโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำนวน 6 ชั่วโมง ดังนี้

- ชุดที่ 1 แบบฝึกทักษะการอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน จำนวน 1 ชั่วโมง
- ชุดที่ 2 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม จำนวน 2 ชั่วโมง
- ชุดที่ 3 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับเศษส่วน จำนวน 1 ชั่วโมง
- ชุดที่ 4 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราส่วน ร้อยละ จำนวน 1 ชั่วโมง
- ชุดที่ 5 แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับระยะทาง เวลา อัตราเร็ว จำนวน 1 ชั่วโมง

แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาทั้ง 5 ชุด ผ่านการตรวจจากอาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์และ
ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง

6.5 ทำการทดสอบหลังเรียน (Post - test) ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน

6.6 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ โดยใช้วิธีทางสถิติเพื่อ
ตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ใช้วิธีการทางสถิติแบบ t - test Dependent เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลองและหลังการทดลองโดยใช้แบบฝึกทักษะการ
แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา
คณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี
ที่ 2 ก่อนและหลังการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนภายหลังจาก
ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐาน ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ วิมล
พงษ์पालิต (2541 : 1 - 62) สุนันท์ ฉิมวัย (2543 : 54 - 56) ปฐมพร บุญลี (2545 : 66 - 77)
ซึ่งพอสรุปได้มาจากสาเหตุต่อไปนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะการ
แก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนได้เรียนรู้แนวทางการแก้ปัญหามีระบบ มีเป้าหมายที่
แน่นอน เพราะภายในแบบฝึกทักษะนั้นผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหามาของโพลยา ซึ่งมี 4
ขั้นตอนโดย

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา การเรียนการสอนจะเริ่มจากการให้นักเรียนได้วิเคราะห์
โจทย์ปัญหา จับใจความ ให้นักเรียนบอกได้ว่า สิ่ง โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่โจทย์

ต้องการทราบคืออะไร โดยนักเรียนเขียนรายละเอียดลงในแบบฝึกทักษะตามความเข้าใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา การเรียนการสอนเริ่มจากการให้นักเรียนหาทฤษฎีมาแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย โดยแบบฝึกทักษะจะเน้นที่วิธี การวาดรูป การสร้างตาราง การสร้างแผนภูมิ การสร้างสมการและวิธีผสมผสาน โดยครูจะเป็นเพียงผู้ชี้แนะและให้นักเรียนศึกษาจากชุดแบบฝึก

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน การเรียนการสอนจะให้นักเรียนลงมือปฏิบัติและดำเนินการตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ การเรียนการสอนจะให้นักเรียนตรวจสอบผลย้อนกลับว่าได้ผลตามที่ต้องการหรือไม่

ซึ่งจากวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยา นี้ ส่งผลให้นักเรียนสามารถเริ่มต้นแก้โจทย์ปัญหาได้ด้วยตนเอง โดยมองเห็นภาพ ใช้จินตนาการในการสร้างภาพทำให้เกิดแนวทางในการแก้ปัญหา ลงมือดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่วางไว้และมีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้โดยการมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา จากเหตุผลเหล่านี้ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

2. แบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบฝึกที่เรียงเนื้อหาจากง่ายไปยาก มีรูปภาพและการ์ตูนประกอบ ทำให้นักเรียนที่เรียนเกิดความสนใจที่จะติดตามเนื้อหา กระตือรือร้นในการเรียนรู้ รู้สึกสนุกและไม่เบื่อหน่ายในการที่จะศึกษาหาความรู้ อีกทั้งแบบฝึกทักษะนี้ได้ให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเองทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ได้ตามศักยภาพของตน ไม่ต้องกลัวว่าจะเรียนไม่ทันเพื่อน ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น และในการทำแบบฝึกทักษะนั้นยังเป็นการทบทวนเนื้อหาที่ได้เรียนมาในทันที ซึ่งการฝึกหัดหรือกระทำบ่อย ๆ นั้นทำให้นักเรียนเกิดความคล่องแคล่วและช่วยทำให้เกิดทักษะเพิ่มมากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับกฎการเรียนรู้ของธอร์นไคด์ ที่ว่า สิ่งใดก็ตามที่มีการฝึกหัดบ่อย ๆ ย่อมทำให้ผู้ฝึกคล่องแคล่วสามารถทำได้ดี ในทางตรงกันข้าม สิ่งใดก็ตามที่ไม่ได้รับการฝึกหัด ทอดทิ้งไปนานแล้วย่อมทำได้ไม่ดีเหมือนเดิม ต่อเมื่อมีการฝึกฝนหรือกระทำซ้ำ ๆ ก็จะช่วยให้เกิดทักษะเพิ่มขึ้น จากสิ่งเหล่านี้ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

3. การสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีการกำหนดผลการเรียนรู้ไว้อย่างชัดเจน มีเนื้อหา แบบฝึกทักษะ แบบทดสอบย่อยประจำชุด เมื่อนักเรียนศึกษาเนื้อหาจบและทำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จบนักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องได้จากเฉลยที่อยู่หลังชุดแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนตรวจสอบตนเองได้ทันทีว่ามีพัฒนาการเพิ่มขึ้นเท่าใดหรือมีข้อบกพร่องที่จุดใด และเรียนรู้ที่จะแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที เมื่อนักเรียนทราบผลของการทำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา

คณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น และแบบฝึกทักษะนี้ยังช่วยให้ครูมองเห็นจุดเด่นและปัญหาของนักเรียนได้ชัดเจนขึ้น ทำให้ครูสามารถที่จะดำเนินการแก้ไขปัญหาของนักเรียนได้ทันที จากสิ่งเหล่านี้ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น

ข้อสังเกตในการศึกษาค้นคว้า

จากการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ข้อสังเกตสรุปได้ดังนี้

1. ในการเรียนด้วยชุดแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นวิธีการใหม่สำหรับนักเรียน ดังนั้นในช่วงแรกของการทดลองนักเรียนเกิดความสับสนและไม่เข้าใจขั้นตอนในการศึกษาบทเรียน ทำให้การปฏิบัติกิจกรรมไม่ค่อยทันเวลาที่กำหนด ผู้วิจัยต้องคอยให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการทำกิจกรรม
2. นักเรียนมีความสนใจในการเรียน ตั้งใจเรียน และมีความกระตือรือร้นที่จะเรียนสังเกตจากการซักถามกันเองระหว่างศึกษา ซักถามครู ตั้งใจในการทำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ช่วยกันตอบคำถามเวลาเฉลยแบบฝึก และกระตือรือร้นที่จะขอรับแบบฝึกทักษะไปอ่าน จึงทำให้การทดลองเป็นไปตามสมมติฐาน
3. ในการทำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงชอบที่จะใช้วิธีการแก้ปัญหาโดยการสร้างสมการและทำกิจกรรมได้เสร็จทันเวลา แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำจะชอบใช้วิธีการวาดรูปและสร้างตารางในการแก้ปัญหามักจะทำแบบฝึกได้ไม่ค่อยทันเวลา ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางจะเลือกใช้วิธีการที่หลากหลาย คือ ทั้งสร้างตาราง สร้างสมการและวาดรูปและเวลาที่ใช้ในการทำแบบฝึกส่วนใหญ่จะทำทันเวลา
4. ในการทำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ชุดที่ 2 นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผู้วิจัยต้องคอยดูแลเป็นพิเศษเพราะในการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองบางครั้งนักเรียนไม่เข้าใจ ไม่กล้าซักถาม ทำให้เกิดความท้อแท้ในการเรียน แต่เมื่อผู้วิจัยคอยให้ความสนใจและช่วยเหลือแนะนำทำให้นักเรียนเหล่านี้เกิดกำลังใจในการทำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนเริ่มทำได้ทำให้มีกำลังใจในการทำแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชุดต่อไป

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ก่อนทำการเรียนการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ควรมีการแนะนำให้นักเรียนเข้าใจในวิธีการเรียนก่อน เพราะถ้านักเรียนเกิดความสับสนหรือไม่เข้าใจวิธีการเรียนอาจส่งผลให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนได้
2. ครูผู้สอนอาจนำชุดแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไปใช้สอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนที่บกพร่องหรือไม่เข้าใจในเรื่องนั้น ๆ
3. ควรมีการกล่าวชมเชยหรือให้รางวัลแก่นักเรียนหรือมีการเสริมแรงให้กับนักเรียนที่ตั้งใจเรียน

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการใช้ชุดแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ และระดับชั้นอื่น ๆ ต่อไป โดยเลือกเนื้อหาที่เหมาะสม
2. ควรมีการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการนำการ์ตูนมาใช้ในการสร้างแบบฝึกทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์
3. ควรมีการศึกษาการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์กับตัวแปรอื่น ๆ นอกเหนือจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เช่น ความมีวินัยในตนเอง ความรับผิดชอบ ความคงทนในการเรียนรู้ เป็นต้น
4. ในการทดลองครั้งต่อไปควรใช้วิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญด้วยวิธีการสอนรูปแบบต่างๆ โดยใช้แบบฝึกทักษะเป็นส่วนประกอบในกิจกรรมการเรียนการสอน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2535).หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533).
กรุงเทพฯ:โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กรมสามัญศึกษา , หน่วยศึกษานิเทศก์. (2534). คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้น
กระบวนการวิชาคณิตศาสตร์.กรุงเทพฯ ฯ:โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ✓ คณะอนุกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). ชุด
เรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์.กรุงเทพฯ: ทบวงมหาวิทยาลัย.
- คนธรรส รสหวาน. (2539).การพัฒนารูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่องโจทย์ปัญหา บวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ใน โรงเรียนโครงการนำร่อง
ศูนย์พัฒนาอัจฉริยะภาพเด็กและเยาวชน.ปริญญาโท กศ.ม.(การศึกษาพิเศษ).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- จุฑาทาร์ตน์ จันทะนาม. (2543). การพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ด
ประกอบสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- ✓ จารึก วิเชียรเกื้อ. (2527).การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่
1 จากการสอนโดยใช้แบบฝึกในแบบเรียนและแบบฝึกที่สร้างขึ้น. ปริญญาโท กศ.ม.
(คณิตศาสตร์).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ✓ จีวีวรรณ เสวตมาลย์. (2544).ศิลปะการสอนคณิตศาสตร์.กรุงเทพฯ ฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ชวาล แพร่จตุล. (2520).เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2537).” หน่วยที่ 2 กระบวนการสันนิษฐานและการและระบบสื่อการสอน , ”
เอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา.นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัย
ธรรมาธิราช.
- ชูลีพร แจ่มถนอม. (2542).การสร้างแบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกการคิดโจทย์คำนวณเคมี เรื่องสมบัติ
ของก๊าซ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่4. สารนิพนธ์ กศ.ม.(การวัดผลการศึกษา).กรุงเทพฯ ฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- ทองหล่อ วงษ์อินทร์. (2537).การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา และ
เมตาคognitionชั้นของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญและไม่ชำนาญในการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ ค.ด. (จิตวิทยาการศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.ถ่ายเอกสาร.
- นพดล ฤทธิโสม. (2537).ผลการฝึกโจทย์ปัญหาด้วยแบบทดสอบแบบตอบสั้นและแบบเลือกตอบที่
มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์.ปริญญาโท กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา) .
กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- นิภา เมธาวีชัย. (2536). การประเมินผลการเรียน. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สถาบันราชภัฏ
ธนบุรี.
- นิตยา กิจโร. (2530). การศึกษาผลการฝึกทักษะการตั้งคำถามของนักเรียนในการสอนวิชา
วิทยาศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทาง
วิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- บุญเชิด ภิญาญอนันตพงษ์. (2526). แบบทดสอบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ :
โอเดียนสโตร์.
- ปฐมพร บุญลี. (2545). การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์
กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). " หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์, " ประมวลสาระชุดวิชา
สารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมา
ธิราช.
- พรรณิ เจียมสุขบุตร. (2543). การเปรียบเทียบความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ
แก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีจำนวนผู้ตรวจและวิธีการตรวจแตกต่างกัน. ปรินญา
ณินพนธ์ กศ.ม.(การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ ฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิ
โรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ :
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2538). วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ ฯ : สำนัก
ทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ไพรัตน์ สุวรรณแสน. (2517). การทำและ การใช้แบบฝึกเสริมทักษะ คู่มือครู : แนวคิดและทักษะบาง
ประการเกี่ยวกับกลยุทธ์ การสอนเด็กเริ่มเรียนที่พูดสองภาษา. กรุงเทพฯ ฯ : สำนักงาน
ศึกษาธิการเขต 11.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ ฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ภัทรา นิคมานนท์. (2532). การประเมินผลและการสร้างแบบทดสอบ. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ ฯ:
ภาควิชาทดสอบและการวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ วิทยาลัยครูจันทระเกษม.
- ภัณฑณี อินทนา. (2533). การวัดและประเมินผลในโรงเรียน. โรงเรียนมัธยมสาธิต
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2526). เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8 –
15. กรุงเทพฯ ฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

- ยุพิน พิพิธกุล. (2530).*การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- โรจนา แสงรุ่งระวี.(2531). ผลสัมฤทธิ์ในการเขียนสะกดคำด้วยการใช้แบบฝึกของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. (2540).*เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*.กรุงเทพฯ : สุริยาสาสน์.
- วรรณท พวงสุวรรณ. (2518).*การสร้างแบบฝึกการผันวรรณยุกต์สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1* วิทยานิพนธ์ ค.ม.(การมัธยมศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์วิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- วิญญา วิศาลาภรณ์. (2530).*การสร้างแบบทดสอบ*. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วาสนา สุพัฒน์. (2530).*การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูโดยการทำแบบฝึกหัด ปรนัยชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดอัตโนมัติกับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน.ปริญญาานิพนธ์* กศ.ม.(การวัดผลการศึกษา).กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิชัย พาณิชย์สว. (2532). *รายงานการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่ใช้แบบฝึกหัดเสริมการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ในชั้นเรียน*.กรุงเทพฯ:ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.ถ่ายเอกสาร.
- วิชัย เพ็ชรเรือง. (2531).*การเปรียบเทียบความสามารถในการอ่านภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่พูดภาษาถิ่น ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกซ่อมเสริมกับกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้แบบฝึกซ่อมเสริมทั่วไปของโรงเรียนสุนทรวัฒนา สำนักงานการประถมศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ.ปริญญาานิพนธ์* กศ.ม.(การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- วิไลภรณ์ คำภีระปาวงศ์. (2541).*การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ค203 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนแม่ทะประชาสามัคคี จังหวัดลำปาง*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). นนทบุรี : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- วิไลวรรณ เอื้อสุวรรณ. (2531).*การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุสรณ์ โดยวิธีการสอนแบบวรรณิ์ และวิธีการสอนของ*

- สสวท. ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม.(การประถมศึกษา).กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- ✓ วิรัช วรรณรัตน์. (2539).*การวัดและการประเมินผลการศึกษา*.กรุงเทพฯ ฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ศึกษาศึกษา การทรว. (2533).*หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)*.กรุงเทพฯ ฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2543).*เอกสารประกอบการอบรมครู และเอกสารประกอบการเรียนเรื่องการแก้ปัญหา*.กรุงเทพฯ ฯ : สถาบันราชภัฏพระนคร.
- _____. (2544, พฤศจิกายน - มกราคม). "แนวคิดในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ," *วารสารคณิตศาสตร์*. 506-508(44) : 33-38.
- ✓ สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2522).*แบบทดสอบวินิจจัย*.กรุงเทพฯ ฯ:สำนักทดสอบทางการศึกษากรมวิชาการ.
- _____. (2540). *เอกสารทางวิชาการ การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเอกสารลำดับที่ 33*. กรุงเทพฯ ฯ : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- ✓ ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน.(2544).*การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ ฯ : ม.ป.พ.
- _____. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 – 4 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ ฯ : สำนักพิมพ์กราฟฟิคโกร.
- ✓ สวัสดิ์ จิตต์นะ. (2535,เมษายน - พฤษภาคม). "แนวคิดการสอนโจทย์ปัญหา," *สารพัฒนาหลักสูตร*. 11(110) : 75-81.
- สิริพร ทิพย์คง. (2536). *เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์*.กรุงเทพฯ ฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.ถ่ายเอกสาร.
- สุวรร กาญจนมยุร. (2533).*เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา*.พิมพ์ครั้งที่ 3.กรุงเทพฯ ฯ :ไทยวัฒนาพานิช.
- ✓ สุจริต เพียรชอบ และสายใจ อินทร์พรชัย. (2523).*วิธีสอนภาษาไทยระดับมัธยมศึกษา*.กรุงเทพฯ ฯ :ไทยวัฒนาพานิช.
- สุดสวาท ชันธมุล. (2530).*ผลการสอนโจทย์ปัญหา 2 วิธีที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ*.ปรินญาณีพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) .กรุงเทพฯ ฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.ถ่ายเอกสาร.
- ✓ สุณีย์ เหมาะประสิทธิ์. (2533).*การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*.ปรินญาณีพนธ์ กศ.ด. (พัฒนศึกษาศาสตร์) .กรุงเทพฯ ฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

- _____ (2536, มกราคม - เมษายน). "ข้อสอบอัตนัย," วารสารการวัดผลทางการศึกษา. 14(42) : 32 - 39.
- สุนันท์ จิมวัย. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนนมาศ สันโดษ. (2520). ความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุวิทย์ หิรัญยกานต์ และคณะ. (2540). พจนานุกรมศัพท์การศึกษา. กรุงเทพฯ : บริษัท ไอคิว บুক เซนเตอร์.
- เสริมศักดิ์ สุรวัดลก. (ม.ป.ป.). คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2540). แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ: สำนักนายกรัฐมนตรี.
- สำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ. (2540). รายงานผลการประเมินคุณภาพทางการศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2538 . กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- อนันต์ โพธิกุล. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร
- Adams, Sam., L. Ellis and B.F. Beeson. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York : Harper & Row Publishers.
- Ashlock, Roert. and others. (1983). *Guiding Each Child's Learning of Mathematics : A Diagonostic Approach to Instruction*. Columbus : A Bell & Howell.
- Bell, F. H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary Schools)*. Dubuque, Iowa : Wm.C. Brown Company Publisheres.
- Billow, F.L. (1962). *The Teacher Work Out His Own Exeicies. The Techniques of Language Teaching*. London : Green and Company Ltd.
- Carroll, J. B. (1963, May). "A Model of School Learning," *Teacher College Record*. 64(2) : 723 - 733.

- Emeral, V.D. (1964). *Learning to read Picture with Improving the teaching and reading*. New York : Prentice-hall.
- Fan, Chung – Teh. (1952). *Item Analysis Table*. Princeton. New Jersey : Educational Service.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York : McGraw – Hill Book Company.
- Gooya, Zahra. (1994,February). " Influences of Metacognition – Based Teaching via Problem Solving on Students Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem – Solving ," *Dissertation Abstracts International*. 54(8) : 2865 – A.
- Guilford, J.P. (1971). *Theoanalysis of intelligence*. New York ; McGraw – Hill.
- Hatfield, Mary M., Noney T. Edwards and Gury G. Bilter. *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools*. Boston : Allyn and Bacon,Inc.
- Heimer,R.T & Trublood,C.R. (1977). *Strategies for Teaching Children's Mathematics*. New York : Addison Wesley Publishing Company,Inc.
- Hopkins,M.H.(1985,March). " A Classroom Model for Diagnosing the Problem Solving of Elementary School Students," *Dissertation Abstracts International*. 45(9):2790-A.
- Johnson,Donovan A. and Rising, Gerald R.(1967). *Guidelines for Teacher Mathematics*. New York : Wadworth Publishing Co. Inc.
- Kennedy, Leonard M. (1984). *Guiding Children ' s Learning of Mathematics*. 4th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company.
- Krulik , Stephen and Robert E. Reys. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston , Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics , Inc.
- Petty,Green. (1963). *Laguage Workbook and Practices Material , Developing Language Skills in Elementary School*. New York : Allyn and Bacon.
- Polya,George. (1957). *How to Solve it*. Englewood Cliffs, New Jersey : Princention University Press.
- Reys, Robert E., Marilyn N. Suydum & Mary Montgomery Lindquist.(1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Bston : Allyn and Bacon, Inc.
- River,Willga M.(1968). *Teaching Foreign Language Skills*. Chicago : The University of Chicago Press.
- Rosenbrown , Peter S. (1969). " Language Instruction and the School ," *Report of the 20th Annual Round Table Meeting on Linguistics and Language Students*. P. 112 – 115. Washington D.C. : George Town University Press.

- Taylor , Jill. (1994 , August). " Socially Assisted Learning and Mathematical Problem Solving (Vygotskian)," *Dissertation Abstracts International*. 55 (2) : 2804.
- Tougaw , Paul William. (1994,February). " A Study of The Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem Solving Behaviors of Secondary School Students," *Dissertation Abstracts International*. 54 (8) : 2934 – A.
- Wilson, J. W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," *Handbook on Formative and summative Evaluation of Student Learning*. Edited by Benjamin S. Bloom. P.P. 643 - 696 U.S.A. : McGraw-Hill.
- Zalewski, Claire Jean.(1978,July). " An Investigation of Selected Factors Contributing to Success in Solving Mathematical Word Problem," *Dissertation Abstracts International*. 58(1): 2804 – A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 15 ข้อ
2. ค่า p ค่า q ค่า pq และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 15 ข้อ
3. ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่น (α) และค่าความแปรปรวน ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ข้อ

ตาราง 3 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 15 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.45	0.20
2	0.58	0.55
3	0.63	0.75
4	0.55	0.40
5	0.58	0.75
6	0.55	0.50
7	0.28	0.25
8	0.65	0.60
9	0.48	0.35
10	0.33	0.25
11	0.38	0.55
12	0.38	0.30
13	0.63	0.45
14	0.45	0.70
15	0.35	0.30

ตาราง 4 ค่า p ค่า q ค่า pq และค่าความเชื่อมั่น (r_u) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 15 ข้อ

ข้อ	p	q	pq
1	0.48	0.52	0.25
2	0.76	0.24	0.18
3	0.52	0.48	0.25
4	0.57	0.43	0.25
5	0.80	0.20	0.16
6	0.73	0.27	0.20
7	0.63	0.37	0.23
8	0.63	0.37	0.23
9	0.51	0.49	0.25
10	0.41	0.59	0.24
11	0.53	0.47	0.25
12	0.61	0.39	0.24
13	0.71	0.29	0.21
14	0.72	0.28	0.20
15	0.41	0.59	0.24

$$\sum pq = 3.38$$

ค่าความเชื่อมั่น (r_u) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ

$$r_u = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right]$$

$$k = 15, \sum pq = 3.38, s^2 = 8.98$$

$$r_u = \frac{15}{15-1} \left[1 - \frac{3.38}{8.98} \right]$$

$$r_u = 0.66$$

ตาราง 5 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่น (α) ค่าความแปรปรวน ของ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย เรื่อง การประยุกต์
ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 3 ข้อ

ข้อ	ค่าความยาก	ค่าอำนาจจำแนก	ค่าความแปรปรวน
1	0.56	0.67	1.94
2	0.44	0.75	2.81
3	0.55	0.55	3.35

ค่าความเชื่อมั่น (α) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 แบบ
อัตนัย

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_i^2} \right]$$

$$n = 3, \sum s_i^2 = 8.10, s_i^2 = 14.20$$

$$\alpha = \frac{3}{3-1} \left[1 - \frac{8.10}{14.20} \right]$$

$$\alpha = 1.5 \times 0.43$$

$$\alpha = 0.65$$

ภาคผนวก ข

- ตารางคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

ตาราง 6 คะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียวชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง จำนวน 35 คน
(คะแนนเต็ม 30 คะแนน)

คนที่	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน	D	D ²	คนที่	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน	D	D ²
1	9	24	15	225	19	13	21	8	64
2	10	13	3	9	20	8	20	12	144
3	14	21	7	49	21	17	22	5	25
4	14	23	9	81	22	8	26	18	324
5	7	18	11	121	23	11	25	14	196
6	12	23	11	121	24	13	20	7	49
7	8	22	14	196	25	3	18	15	225
8	11	22	11	121	26	12	20	8	64
9	4	20	16	256	27	9	22	13	169
10	16	25	9	81	28	12	20	8	64
11	11	24	13	169	29	14	25	11	121
12	6	22	16	256	30	4	18	14	196
13	11	23	12	144	31	9	17	8	64
14	7	19	12	144	32	9	22	13	169
15	9	24	15	225	33	12	25	13	169
16	10	24	14	196	34	12	21	9	81
17	10	20	10	100	35	9	22	13	169
18	8	21	13	169					

การวิเคราะห์ข้อมูลคะแนนวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองก่อนเรียนและหลังเรียน สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ แบบ t – test Dependent

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \quad (df = N - 1)$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t - Distribution
	D	แทน	ความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่
	N	แทน	จำนวนคู่
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของ D แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของ D ทั้งหมดยกกำลังสอง

ดังนั้นจากสูตร จะได้

$$\sum D = 400 , \quad (\sum D)^2 = 160000 , \quad \sum D^2 = 4956$$

$$t = \frac{400}{\sqrt{\frac{35(4956) - 160000}{35 - 1}}}$$

$$t = \frac{400}{\sqrt{\frac{13460}{34}}}$$

$$t = \frac{400}{19.90}$$

$$t = 20.10$$

$$t_{(0.01)} = 2.440 , \quad df = 34$$

ภาคผนวก ค

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด (ข้อละ 1 คะแนน)

1. สนามบาสเกตบอลรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า วัดความยาวรอบสนามบาสเกตบอลทั้งหมดได้ 46 เมตร ถ้าความยาวของด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 7 เมตร สนามบาสเกตบอลนี้มีด้านยาวยาวเท่าไร

ก. 7 เมตร	ข. 8 เมตร
ค. 15 เมตร	ง. 16 เมตร
2. วีระนำเงินไปบริจาค 5 แห่ง แห่งละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่ามีเงินเหลืออยู่ 140 บาท ถ้าวีระมีเงิน 3,590 บาท วีระบริจาคเงินแห่งละเท่าไร

ก. 690 บาท	ข. 700 บาท
ค. 710 บาท	ง. 719 บาท
3. ในกระปุกออมสินใบหนึ่งมีเหรียญบาทและเหรียญห้าบาทอยู่รวมกัน 77 เหรียญ คิดเป็นเงิน 181 บาท จงหาว่าในกระปุกออมสินมีเหรียญห้าบาทกี่เหรียญ

ก. 22 เหรียญ	ข. 24 เหรียญ
ค. 26 เหรียญ	ง. 31 เหรียญ
4. ซื้อดินสอมา 20 แท่ง ราคา 140 บาท ดินสอมีสองชนิด ชนิดหนึ่งราคาแท่งละ 6 บาท อีกชนิดหนึ่งราคาแท่งละ 11 บาท อยากทราบว่าซื้อดินสอชนิดที่ราคาถูกกว่ามากี่แท่ง

ก. 4 แท่ง	ข. 7 แท่ง
ค. 13 แท่ง	ง. 16 แท่ง
5. สองเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 12 เป็น 50 จำนวนนั้นคืออะไร

ก. 21	ข. 19	ค. 18	ง. 17
-------	-------	-------	-------
6. น้อยมีอายุมากกว่าก้อย 3 ปี ถ้าอายุของน้อยและก้อยรวมกันได้ 21 ปี อยากทราบว่าก้อยมีอายุกี่ปี

ก. 12 ปี	ข. 11 ปี	ค. 9 ปี	ง. 7 ปี
----------	----------	---------	---------
7. หนังสือแฮร์รี่พ็อตเตอร์เล่ม 3 มีจำนวนหน้าทั้งหมด 500 หน้า วันแรกอ่านได้ $\frac{2}{5}$ ของจำนวนทั้งหมด วันที่สองอ่านได้ $\frac{7}{15}$ ของจำนวนหน้าที่เหลือ เหลือหนังสือที่ยังไม่ได้อ่านอีกกี่หน้า

ก. 67 หน้า	ข. 90 หน้า
ค. 140 หน้า	ง. 160 หน้า

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 แบบเลือกตอบ

1. ค
2. ก
3. ค
4. ง
5. ข
6. ค
7. ง
8. ข
9. ง
10. ข
11. ข
12. ก
13. ข
14. ค
15. ก

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย

1. วิธีทำ สร้างตาราง

นักเรียนโรงเรียนบ้านเข็ญน้อยจำนวน 550 คน
 มีผู้สมัครประธานนักเรียนจำนวน 2 คน
 ผู้ได้รับเป็นประธานนักเรียนมีคะแนนมากกว่าผู้แพ้ 130 คะแนน

คะแนนคนแพ้	คะแนนผู้ชนะ	คะแนนรวม
100	230	330
120	250	370
140	270	410
.	.	.
.	.	.
.	.	.
200	330	530
210	340	550

∴ คะแนนของผู้แพ้คือ 210 คะแนน คะแนนของผู้ชนะคือ 340 คะแนน

วิธีทำ สร้างสมการ

ให้คะแนนผู้ชนะเป็น x คะแนน
 คะแนนผู้ชนะมากกว่าผู้แพ้ 130 คะแนน
 คะแนนผู้แพ้เป็น $x - 130$ คะแนน
 จำนวนคนเลือกตั้ง 550 คน
 เขียนเป็นสมการได้ $x + (x - 130) = 550$

$$2x = 550 + 130$$

$$x = \frac{680}{2} = 340$$

∴ คะแนนของผู้แพ้คือ $550 - 340 = 210$ คะแนน

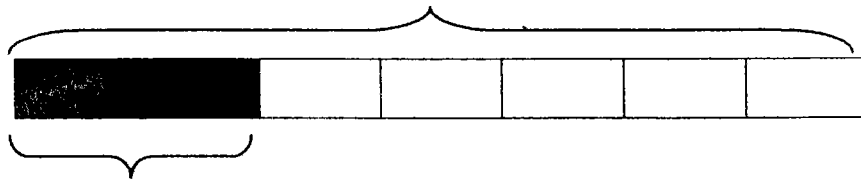
คะแนนของผู้ชนะคือ 340 คะแนน

2. วิธีทำ

วาดรูป

ส่วนหัวเรือยาวเป็น $\frac{2}{7}$ ของลำเรือ

ความยาวของลำเรือ = ?



ความยาวของหัวเรือ 10.5 เมตร

2 ส่วน คิดเป็นความยาว 10.5 เมตร

1 ส่วน คิดเป็นความยาว $10.5 \div 2 = 5.25$ เมตร7 ส่วน คิดเป็นความยาว $7 \times 5.25 = 36.75$ เมตร

∴ ความยาวของลำเรือยาว 36.75 เมตร

วิธีทำ

สร้างสมการ

ให้ความยาวของลำเรือยาว x เมตรเรือลำหนึ่งมีส่วนหัวเรือยาว $\frac{2}{7}$ ของลำเรือ เท่ากับ $\frac{2}{7}x$ เมตร

หัวเรือยาว 10.5 เมตร

เขียนเป็นสมการได้ $\frac{2}{7}x = 10.5$

$$x = \frac{10.5 \times 7}{2}$$

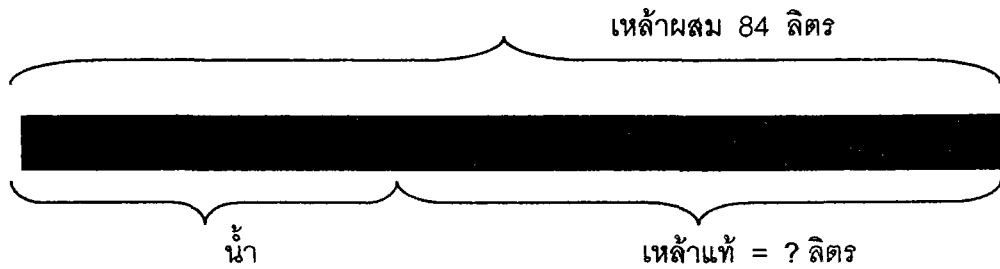
$$x = 36.75$$

∴ ความยาวของลำเรือยาว 36.75 เมตร

3. วิธีทำ

วาดรูป

เหล้าผสมมีอัตราส่วนระหว่างน้ำกับเหล้าแท้เป็น 8 : 13



21 ส่วน คิดเป็น 84 ลิตร

1 ส่วน คิดเป็น $84 \div 21 = 4$ ลิตร13 ส่วน คิดเป็น $4 \times 13 = 52$ ลิตร

∴ เหล้าผสมจำนวน 84 ลิตร ใช้เหล้าแท้ 52 ลิตร

วิธีทำ

สร้างสมการ

ให้ใช้เหล้าแท้ x ลิตร

เหล้าผสมมีอัตราส่วนระหว่างน้ำกับเหล้าแท้เป็น 8 : 13

ต้องการเหล้าผสมจำนวน 84 ลิตร

เขียนเป็นสมการได้ $\frac{x}{21} = \frac{13}{84}$

$$x = \frac{13 \times 21}{84}$$

$$x = 52$$

∴ เหล้าผสมจำนวน 84 ลิตร ใช้เหล้าแท้ 52 ลิตร

ภาคผนวก ง

- แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เรื่องการอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผนแก้ปัญหา จำนวน 1 ชม.
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สาระสำคัญ

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

1. ส่วนที่โจทย์ต้องการหา โดยส่วนมากอยู่ในลักษณะของคำถาม
2. ส่วนที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งแบ่งเป็นข้อมูลที่จำเป็น หรือข้อมูลที่ไม่จำเป็น หรือข้อมูลที่ไม่เพียงพอต่อการแก้โจทย์ปัญหา โดยส่วนมากอยู่ในประโยคบอกเล่า

การวางแผนในการแก้ปัญหา

เป็นการคิดค้นยุทธวิธี และเลือกเฟ้นยุทธวิธีที่เหมาะสมในการหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งอาจประกอบไปด้วยยุทธวิธีต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การวาดรูป
2. การสร้างตาราง
3. การสร้างแผนภูมิ
4. การสร้างสมการ
5. การผสมผสาน เป็นการนำยุทธวิธีต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ ฯลฯ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. วิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
2. บอกได้ว่าส่วนใดเป็นส่วนที่โจทย์ต้องการและส่วนใดเป็นส่วนที่โจทย์กำหนดให้
3. วางแผนและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนใฝ่รู้
2. มีความรับผิดชอบ
3. มีความรับผิดชอบ

สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

1. ส่วนที่โจทย์ต้องการหา โดยส่วนมากอยู่ในลักษณะของคำถาม
2. ส่วนที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งแบ่งเป็นข้อมูลที่จำเป็น หรือข้อมูลที่ไมจำเป็น หรือข้อมูลที่ไมเพียงพอต่อการแก้โจทย์ปัญหา โดยส่วนมากอยู่ในประโยคบอกเล่า

ประเภทของโจทย์ปัญหา แบ่งเป็น 2 ลักษณะ

1. โจทย์ปัญหาปกติ (Routine Problem) คือ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลสอดคล้องกับการนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
2. โจทย์ปัญหาไม่ปกติ (Nonroutine Problem) คือ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลมากหรือน้อยเกินไปในการนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งผู้เรียนจะต้องเลือกหรือหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

1. การวาดรูป
2. การสร้างตาราง
3. การสร้างแผนภูมิ
4. การสร้างสมการ
5. การผสมผสาน

ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ปัญหาแบบปกติ)

ทาทาต้องการแบ่งเงินจำนวนหนึ่งให้น้อง 5 คน ถ้าเขานำเงินไปเก็บส่วนหนึ่งเป็นเงิน 35 บาท ก็จะแบ่งให้น้องได้คนละ 75 บาท อยากทราบว่า ทาทามีเงินกี่บาท

1. การทำความเข้าใจปัญหา (วิเคราะห์โจทย์ปัญหา)

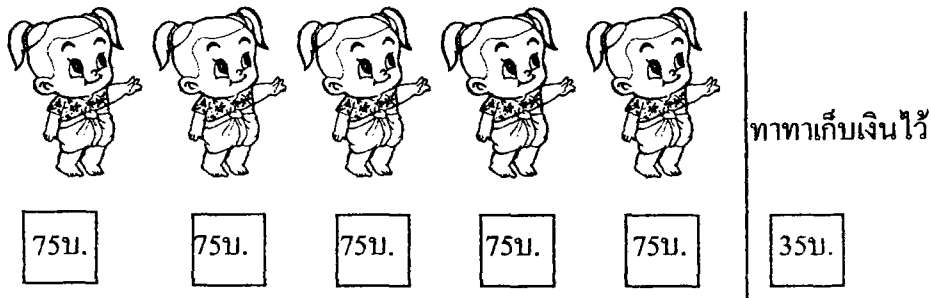
- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. <u>สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา</u> | ทาทามีเงินกี่บาท |
| 2. <u>สิ่งที่โจทย์กำหนดให้</u> | |
| <u>ข้อมูลที่จำเป็น</u> | แบ่งเงินให้น้อง 5 คน , เขานำเงินไปเก็บส่วนหนึ่งเป็นเงิน 35 บาท ,แบ่งเงินให้น้องได้คนละ 75 บาท |
| <u>ข้อมูลที่ไม่จำเป็น</u> | ไม่มี |
| <u>ข้อมูลเพียงพอหรือไม่</u> | เพียงพอแล้ว |

2. การวางแผนในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การวาดรูป

1. วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

2. หาคำตอบจากรูปที่วาด



วิธีที่ 2 การสร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

$$\text{ถ้าให้ } x \text{ แทนจำนวนเงินที่ทาทามี จะได้สมการ } (5 \times 75) + 35 = x$$

ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ปัญหาแบบปกติ)

มะขามนำเงินใส่ซอง 3 ซอง ซองละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่ายังมีเงินเหลืออยู่ 7 บาท ถ้ามะขามมีเงิน 52 บาท มะขามนำเงินใส่ซอง ๆ ละเท่าไร

1. การทำความเข้าใจปัญหา (วิเคราะห์โจทย์ปัญหา)

1. สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา มะขามนำเงินใส่ซอง ๆ ละเท่าไร

2. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ข้อมูลที่ไม่จำเป็น

มะขามนำเงินใส่ซอง 3 ซอง ซองละเท่า ๆ กัน ,
มีเงินเหลืออยู่ 7 บาท

ข้อมูลที่ไม่จำเป็น

ไม่มี

ข้อมูลเพียงพอหรือไม่

เพียงพอ

2. การวางแผนในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การสร้างตาราง

1. ออกแบบสร้างตารางตามสิ่งที่โจทย์กำหนด
2. แทนค่าตัวเลขในตารางจนกว่าจะได้คำตอบตรงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

กิจกรรมการเรียนรู้

1. อธิบายจุดประสงค์ในการทำกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาให้นักเรียนฟังพร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม
2. ครูสนทนาและยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ พร้อมทั้งซักถามถึงวิธีการวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหาว่าทำอะไรได้บ้าง
3. ครูแจกแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผนให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาและทำแบบฝึก (30 นาที)
4. เฉลยแบบฝึกทักษะอีกครั้ง โดยให้นักเรียนที่มีวิธีคิดที่แตกต่างจากเฉลยแสดงความคิดเห็นของตนเอง
5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนเรื่องการอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผน
6. ครูแจกแบบทดสอบย่อยให้นักเรียนแต่ละคนทำ (15 นาที)

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผนแก้ปัญหา
2. แบบทดสอบย่อย

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตการทำกิจกรรม	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- นักเรียนร้อยละ 80 ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม
2. ทำแบบฝึกทักษะ	- แบบฝึกทักษะ	- นักเรียนร้อยละ 80 เข้าใจและทำแบบฝึกได้ถูกต้อง
3. ทดสอบย่อย	- แบบทดสอบย่อย	- นักเรียนร้อยละ 80 ทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ชุดที่ 1

เรื่องการอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และการวางแผนแก้ปัญหา

จำนวน 1 ชั่วโมง



ชื่อ

ชั้น ม. 2 ห้อง เลขที่

คู่มือการใช้ แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 การอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผนแก้ปัญห

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนทุกคนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียด
2. นักเรียนต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดอย่างเคร่งครัด
3. ถ้านักเรียนคนใดสงสัยหรือมีปัญหาไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนและเพื่อน ๆ ได้ตลอดเวลา
4. เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกทักษะเสร็จแล้วสามารถตรวจแบบฝึกทักษะได้จากเฉลยหลังชุดแบบฝึกทักษะ
5. เมื่อนักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมจากแบบฝึกทักษะจบทุกขั้นตอนแล้ว นักเรียนต้องทำแบบทดสอบย่อยทุกคน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้

1. วิเคราะห์โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
2. บอกได้ว่าส่วนใดเป็นส่วนที่โจทย์ต้องการและส่วนใดเป็นส่วนที่โจทย์กำหนดให้
3. วางแผนและเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญห

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนใฝ่รู้
2. มีความรับผิดชอบ
3. มีระเบียบวินัย

เวลา เวลาที่ใช้ในการศึกษาและทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน 30 นาที

สื่ออุปกรณ์

1. ใบเนื้อหา
2. แบบฝึกทักษะการอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผนแก้ปัญห
3. ใบเฉลยแบบฝึกทักษะการอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผนแก้ปัญห
4. แบบทดสอบย่อย

การประเมินผล

1. สังเกตจากการทำกิจกรรม
2. ตรวจสอบแฟ้มทักษะระหว่างเรียน
3. ทดสอบ

ก่อนอื่นเรามาศึกษาขั้นตอนในการ
แก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปร
เดียว กันดีกว่า



การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ การหาคำตอบของโจทย์ปัญหานั้น ๆ ขั้นตอนใน
การแก้โจทย์ปัญหามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์ต้องการทราบอะไร
- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา

เป็นการคิดค้นยุทธวิธี และเลือกเพื่อนยุทธวิธีที่เหมาะสมในการหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหา
จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งอาจประกอบไปด้วยยุทธวิธีต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การวาดรูป
2. การสร้างตาราง
3. การสร้างแผนภูมิ
4. การสร้างสมการ
5. การผสมผสาน เป็นการนำยุทธวิธีต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ ฯลฯ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

เป็นขั้นตอนที่ต้องดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

เป็นขั้นตอนที่ต้องพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา



ที่นี้รู้แล้วสินะว่าการแก้ปัญหามี
ขั้นตอนอย่างไรบ้าง

คราวนี้เรามาศึกษาการวิเคราะห์
โจทย์ปัญหาและการวางแผนแก้ปัญหา
ดีกว่า



โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปประกอบด้วย 2 ส่วน คือ

1. ส่วนที่โจทย์ต้องการหา โดยส่วนมากอยู่ในลักษณะของคำถาม
2. ส่วนที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งแบ่งเป็นข้อมูลที่จำเป็น หรือข้อมูลที่ไม่จำเป็น หรือข้อมูลที่ไม่เพียงพอต่อการแก้โจทย์ปัญหา โดยส่วนมากอยู่ในประโยคบอกเล่า

ประเภทของโจทย์ปัญหา แบ่งเป็น 2 ลักษณะ

1. โจทย์ปัญหาปกติ (Routine Problem) คือ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลสอดคล้องกับการนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
2. โจทย์ปัญหาไม่ปกติ (Nonroutine Problem) คือ โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลมากหรือน้อยเกินไปในการนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งผู้เรียนจะต้องเลือกหรือหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

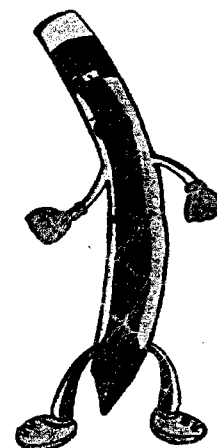
ขั้นแรกของการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เราต้อง

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ ถ้ากลัวลืมก็ให้ขีดเส้นใต้หรือทำสัญลักษณ์จุดที่สำคัญไว้
2. แยกแยะสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
3. ดูข้อมูลที่โจทย์ให้ว่าข้อมูลใดสำคัญ ข้อมูลใดไม่สำคัญและมีข้อมูลเพียงพอในการหาคำตอบหรือไม่

การวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการคิดค้นยุทธวิธีและเลือกแผนยุทธวิธีที่เหมาะสมในการหาคำตอบหรือแก้โจทย์ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

1. การวาดรูป
2. การสร้างตาราง
3. การสร้างแผนภูมิ
4. การสร้างสมการ
5. การผสมผสาน เป็นการนำยุทธวิธีต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ ฯลฯ



ตัวอย่างที่ 1 (โจทย์ปัญหาแบบปกติ)

ทาทาต้องการแบ่งเงินจำนวนหนึ่งให้น้อง 5 คน ถ้าเขานำเงินไปเก็บส่วนหนึ่งเป็นเงิน 35 บาท ก็จะแบ่งให้น้องได้คนละ 75 บาท อยากทราบว่า ทาทามีเงินกี่บาท

1. การทำความเข้าใจปัญหา (วิเคราะห์โจทย์ปัญหา)

1. สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา ทาทามีเงินกี่บาท

2. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ข้อมูลที่จำเป็น แบ่งเงินให้น้อง 5 คน , เขานำเงินไปเก็บส่วนหนึ่งเป็นเงิน 35 บาท ,แบ่งเงินให้น้องได้คนละ 75 บาท

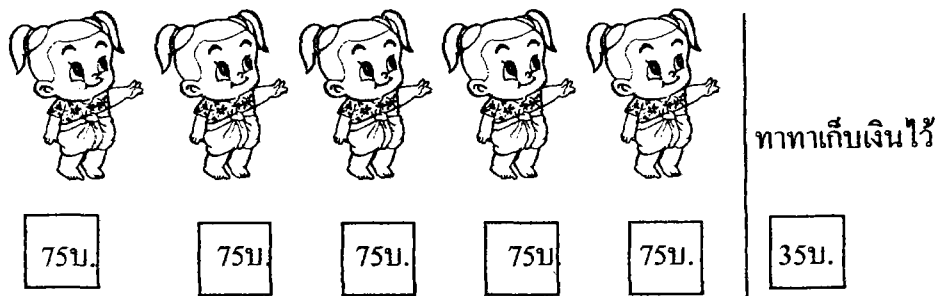
ข้อมูลที่ไม่จำเป็น ไม่มี

ข้อมูลเพียงพอหรือไม่ เพียงพอแล้ว

2. การวางแผนในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การวาดรูป

1. วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
2. หาคำตอบจากรูปที่วาด



วิธีที่ 2 การสร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้มันมีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

$$\text{ถ้าให้ } x \text{ แทนจำนวนเงินที่ทาทามี จะได้สมการ } (5 \times 75) + 35 = x$$

ตัวอย่างที่ 2 (โจทย์ปัญหาแบบปกติ)

มะขามนำเงินใส่ซอง 3 ซอง ซองละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่ายังมีเงินเหลืออยู่ 7 บาท ถ้ามะขามมีเงิน 52 บาท มะขามนำเงินใส่ซอง ๆ ละเท่าไร

1. การทำความเข้าใจปัญหา (วิเคราะห์โจทย์ปัญหา)

1. สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา มะขามนำเงินใส่ซอง ๆ ละเท่าไร

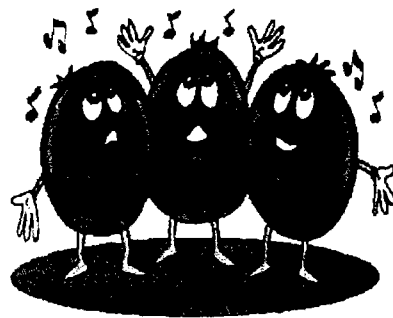
2. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ข้อมูลที่ไม่จำเป็น มะขามนำเงินใส่ซอง 3 ซอง ซองละเท่า ๆ กัน ,

มีเงินเหลืออยู่ 7 บาท

ข้อมูลที่ไม่จำเป็น ไม่มี

ข้อมูลเพียงพอหรือไม่ เพียงพอ



2. การวางแผนในการแก้ปัญหา

วิธีที่ 1 การสร้างตาราง

1. ออกแบบสร้างตารางตามสิ่งที่โจทย์กำหนด
2. แทนค่าตัวเลขในตารางจนกว่าจะได้คำตอบตรงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

มะขามนำเงินใส่ซอง			เหลือเงิน	รวมเป็นเงิน
ซอง 1	ซอง 2	ซอง 3		
1	1	1	7	10
2	2	2	7	13
3	3	3	7	16
.
.
.
15	15	15	7	52

วิธีที่ 2 สร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

ถ้าให้ x แทนจำนวนเงินที่ใส่ในแต่ละซอง จะได้สมการ $3x + 7 = 52$

ตัวอย่างที่ 3 (โจทย์ปัญหาแบบไม่ปกติ)

ศรีมีเงินจำนวนหนึ่ง พ่อให้เงินเพิ่ม 80 บาท แม่ให้อีก 250 บาท เดิมศรีมีเงิน ^{อะไร}

1. การทำความเข้าใจปัญหา (วิเคราะห์โจทย์ปัญหา)

1. สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

เดิมศรีมีเงินเท่าไร

2. สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ข้อมูลที่จำเป็น

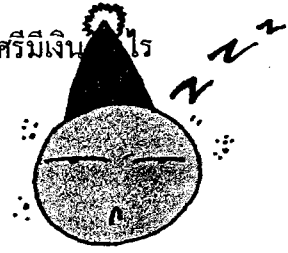
พ่อให้เงินเพิ่ม 80 บาท , แม่ให้อีก 250 บาท

ข้อมูลที่ไม่จำเป็น

ไม่มี

ข้อมูลเพียงพอหรือไม่

ไม่เพียงพอ เพราะข้อมูลไม่ได้กำหนดว่าหลังจากพ่อ และแม่ให้เงินแล้วศรีมีเงินทั้งหมดเท่าไร



2. การวางแผนในการแก้ปัญหา

ไม่มีเพราะข้อมูลไม่เพียงพอในการแก้ปัญหา

สรุป

โจทย์ปัญหาแบบปกติ เป็นโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลที่นำมาใช้ในการแก้ โจทย์ปัญหาพอดีกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็น

ส่วนที่โจทย์ต้องการให้หา เป็นข้อมูลในลักษณะของประโยคคำถามที่อยู่ท้าย โจทย์ปัญหา

ส่วนที่โจทย์กำหนดให้ เป็นข้อมูลที่อยู่ในลักษณะของประโยคบอกเล่ามักอยู่ใน ส่วนต้นของโจทย์ปัญหา

โจทย์ปัญหาไม่ปกติ เป็นโจทย์ปัญหาที่ข้อมูลที่ กำหนดให้ประกอบด้วยข้อมูลที่จำเป็นหรือไม่ จำเป็นหรือไม่เพียงพอต่อการแก้โจทย์ปัญหา

ข้อมูลที่จำเป็น คือ จำนวนข้อมูลที่พอดีกับความ จำเป็นที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ข้อมูลที่ไม่จำเป็น คือ จำนวนข้อมูลที่มากเกินไป ความจำเป็นที่นำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

ข้อมูลที่ไม่เพียงพอ คือ ข้อมูลที่กำหนดให้มี น้อยเกินไปทำให้ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

1. การวาดรูป
2. การสร้างตาราง
3. การสร้างแผนภูมิ
4. การสร้างสมการ
5. การผสมผสาน เป็นการนำยุทธวิธีต่าง ๆ มา ประยุกต์ใช้



2. สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งนี้มีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร ถ้าวัดรอบสนาม
ได้ยาว 100 เมตร จงหาว่าสนามกว้างเท่าไร

1. ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ข้อมูลที่จำเป็น.....
.....
.....

ข้อมูลที่ไม่จำเป็น.....

ข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่ เพราะ

2. การวางแผนแก้ปัญหา

เฉลยแบบฝึกทักษะ ชุดที่ 1

1. สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา จำนวนสัมที่ซื้อครั้งแรก
 สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา
 ข้อมูลที่จำเป็น แม่แบ่งส้มให้คน 15 คน
 ปรากฏว่าแบ่งไม่เท่ากันจึงไปซื้อเพิ่มอีก 10 ผล
 ได้รับส้มคนละ 4 ผล
 ข้อมูลที่ไม่จำเป็น ไม่มี
 ข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่ เพราะ เพียงพอ
 การวางแผนแก้ปัญหา วาดรูปหรือสร้างสมการ

2. สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา สนามกว้างเท่าไร
 สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา
 ข้อมูลที่จำเป็น สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้าง
 อยู่ 5 เมตร
 วัตรอบสนามได้ยาว 100 เมตร
 ข้อมูลที่ไม่จำเป็น ไม่มี
 ข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่ เพราะ เพียงพอ
 การวางแผนแก้ปัญหา วาดรูปและสร้างสมการ

3. สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา จำนวนสองจำนวน
 สิ่งที่ต้องพิจารณาให้หา
 ข้อมูลที่จำเป็น ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 25
 $\frac{2}{3}$ ของจำนวนที่น้อยกว่า มากกว่า $\frac{1}{4}$ ของจำนวนที่มากกว่าอยู่ 2
 ข้อมูลที่ไม่จำเป็น ไม่มี
 ข้อมูลเพียงพอหรือไม่ ถ้าไม่ เพราะ เพียงพอ
 การวางแผนแก้ปัญหา สร้างสมการ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 8 เรื่องการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม จำนวน 2 ชม.
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

สาระสำคัญ

การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ เป็นการหาคำตอบของสมการที่โจทย์บรรยายถึงสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการหาค่า ซึ่งอาจใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. วางแผนในการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน
4. ตรวจสอบคำตอบ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการใช้วิธีการที่หลากหลายแก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนใฝ่รู้
2. มีความรับผิดชอบ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

ขั้นตอนในการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์ต้องการทราบอะไร
- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา

แผนในการแก้ปัญหอาจประกอบไปด้วยยุทธวิธีดังต่อไปนี้

1. การวาดรูป

2. การสร้างตาราง
3. การสร้างแผนภูมิ
4. การสร้างสมการ
5. การผสมผสาน เป็นการนำยุทธวิธีต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ ฯลฯ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

เป็นขั้นตอนที่ต้องดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

เป็นขั้นตอนที่ต้องพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1

มาลีมีเงินอยู่ 525 บาท แต่ยังมีน้อยกว่าสมศรีอยู่ 17 บาท อยากทราบว่าสมศรีมีเงินอยู่กี่บาท

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
 - สมศรีมีเงินอยู่กี่บาท
2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง
 - มาลีมีเงินอยู่ 525 บาท
 - มาลีมีเงินน้อยกว่าสมศรีอยู่ 17 บาท

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

แผนที่ 1 สร้างแผนภูมิ

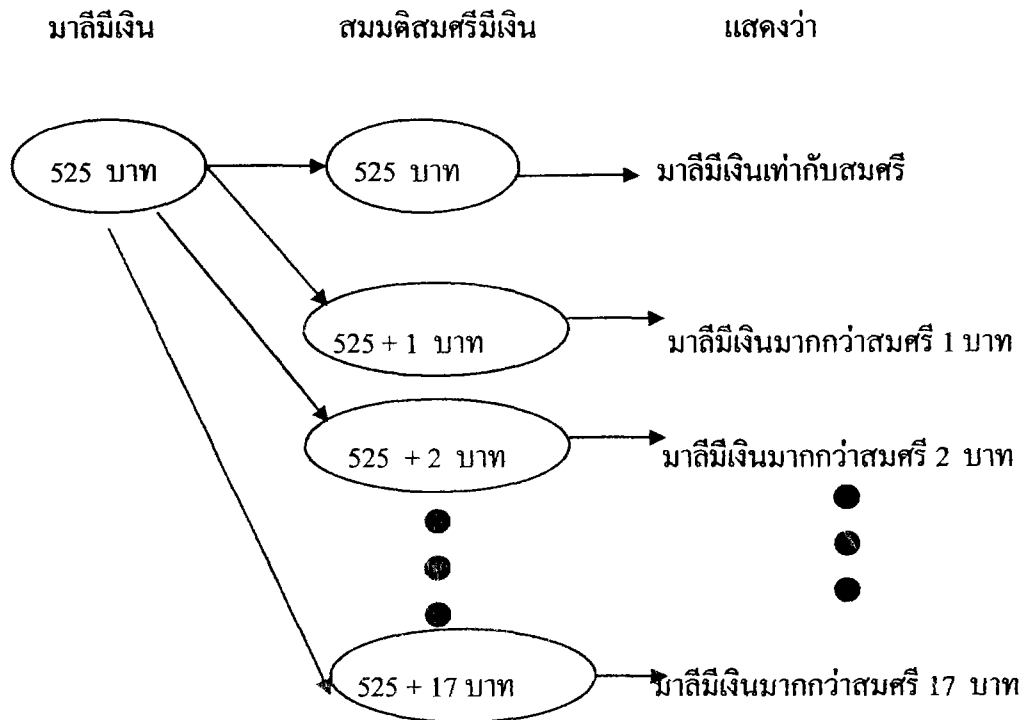
1. สร้างแผนภูมิตามสิ่งที่โจทย์กำหนด
2. บวกเงินเพิ่มเข้าไปจนกว่าจะได้คำตอบตรงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

แผนที่ 2 สร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนด
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้ นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แผนที่ 1 สร้างแผนภูมิ



∴ สมศรีมีเงิน 542 บาท

แผนที่ 2 สร้างสมการ

ให้สมศรีมีเงิน X บาท

มาลีมีเงินอยู่ 525 บาท

มาลีมีเงินน้อยกว่าสมศรีอยู่ 17 บาท จะได้ว่ามาลีมีเงิน $X - 17$ บาท

เขียนเป็นสมการได้ $X - 17 = 525$

แก้สมการ $X = 525 + 17$

$$X = 542$$

∴ สมศรีมีเงิน 542 บาท

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ถ้าสมศรีมีเงิน 542 บาท และมาลีมีเงินอยู่ 525 บาท

แสดงว่าสมศรีมีเงินมากกว่ามาลีอยู่ $542 - 525 = 17$ บาท

ซึ่งเป็นจริงตรงกับเงื่อนไขโจทย์

ตัวอย่างที่ 2

โต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้านคู่ขนานยาวต่างกัน 10 นิ้ว และสูง 12 นิ้ว มีพื้นที่ 120 ตารางนิ้ว โต๊ะตัวนี้จะมีด้านคู่ขนานยาวเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

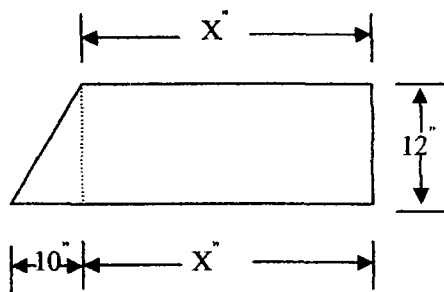
1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
 - ด้านคู่ขนานของโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูยาวเท่าไร
2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง
 - โต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีด้านคู่ขนานยาวต่างกัน 10 นิ้ว
 - โต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีความสูง 12 นิ้ว
 - โต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีพื้นที่ 120 ตารางนิ้ว

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

วาดรูปและสร้างสมการ

1. วาดรูปสี่เหลี่ยมคางหมูพร้อมส่วนประกอบต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้
2. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนด
3. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้ นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน



วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนด

ให้ความยาวของด้านคู่ขนานยาว X นิ้ว

โต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีความสูง 12 นิ้ว

ผลต่างด้านคู่ขนานเป็น 10 นิ้ว

พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู 120 ตารางนิ้ว

$$\text{สูตร พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู} = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน}$$

$$120 = \frac{1}{2} \times 12 \times (x + x + 10)$$

$$120 = 6 \times (2x + 10)$$

$$\frac{120}{6} = 2x + 10$$

$$20 - 10 = 2x$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

∴ โตะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีด้านคู่ขนานยาว 5 นิ้ว

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

โตะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีด้านคู่ขนานยาวต่างกัน 10 นิ้ว มีความสูง 12 นิ้ว
ถ้าด้านคู่ขนานมีความยาว 5 นิ้วจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู} &= \frac{1}{2} \times 12 \times (5 + 15) \\ &= 6 \times 20 \\ &= 120 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

ซึ่งพื้นที่ที่ได้ตรงกับพื้นที่ที่โจทย์กำหนดมาให้ คำตอบที่ได้จึงถูกต้อง

ชั่วโมงที่ 2

ตัวอย่างที่ 1

สุนิมิเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอยู่รวมกัน 41 เหรียญ คิดเป็นเงิน 285 บาท สุนิมิเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

- สุนิมิเหรียญห้าบาทกี่เหรียญ
- สุนิมิเหรียญสิบบาทกี่เหรียญ

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

- เหรียญห้าบาทกับเหรียญสิบบาทมีรวมกัน 41 เหรียญ
- เหรียญห้าบาทกับเหรียญสิบบาทมีรวมกันคิดเป็นเงิน 285 บาท

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

แผนที่ 1 สร้างตาราง

1. สร้างตารางจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
2. ลองแทนค่าตัวเลขลงในตารางเพื่อหาคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

แผนที่ 2 สร้างสมการ

1. สมมติให้ตัวแปรแทนเหรียญห้าบาทหรือเหรียญสิบบาทเป็น

2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้ นั้นมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แผนที่ 1 สร้างตาราง

จำนวนเหรียญห้าบาท	จำนวนเหรียญสิบบาท	รวมจำนวนเหรียญ	เหรียญห้าบาทคิดเป็นเงิน	เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน	รวมเงิน
1	40	41	$1 \times 5 = 5$	$40 \times 10 = 400$	405
2	39	41	$2 \times 5 = 10$	$39 \times 10 = 390$	400
3	38	41	$3 \times 5 = 15$	$38 \times 10 = 380$	395
4	37	41	$4 \times 5 = 20$	$37 \times 10 = 370$	390
5	36	41	$5 \times 5 = 25$	$36 \times 10 = 360$	385
.
.
.
25	16	41	$25 \times 5 = 125$	$16 \times 10 = 160$	285

∴ สุนีมีเหรียญห้าบาท 25 เหรียญและเหรียญสิบบาท 16 เหรียญ

แผนที่ 2 สร้างสมการ

ให้สุนีมีเหรียญห้าบาท x เหรียญ คิดเป็นเงิน $5x$ บาท

มีเหรียญทั้งหมด 41 เหรียญ คิดเป็นเงิน 285 บาท

สุนีมีเหรียญสิบบาท $41 - x$ เหรียญ คิดเป็นเงิน $10(41 - x)$ บาท

เขียนเป็นสมการได้ $5x + 10(41 - x) = 285$

$$5x + 410 - 10x = 285$$

$$-5x = 285 - 410 = -125$$

$$x = \frac{-125}{-5} = 25$$

∴ สุนีมีเหรียญห้าบาท 25 เหรียญ และเหรียญสิบบาท $41 - 25 = 16$ เหรียญ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ถ้าสุนัขมีเหรียญห้าบาท 25 เหรียญ แลเหรียญสิบบาท 16 เหรียญ

เหรียญห้าบาทคิดเป็นเงิน $25 \times 5 = 125$ บาท

เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน $16 \times 10 = 160$ บาท

รวมสุนัขมีเงินทั้งหมด $125 + 160 = 285$ บาท

ซึ่งตรงกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือเหรียญที่มีคิดเป็นเงิน 285 บาท

คำตอบที่ได้จึงถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 2

แม่มีอายุมากกว่ามีนอยู่ 2 ปี มีนอายุมากกว่ามาย 7 ปี ถ้าอายุของทั้งสามคนรวมกันเป็น 34 ปี จงหาอายุของแม่ มีน และมาย

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

- อายุของแม่
- อายุของมีน
- อายุของมาย

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

- แม่มีอายุมากกว่ามีน 2 ปี
- มีนอายุมากกว่ามาย 7 ปี
- อายุทั้งสามคนรวมกัน 34 ปี

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญห

สร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หา
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้ นั้นมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ให้แม่อายุ x ปี

แม่มีอายุมากกว่ามีน 2 ปี , มีนมีอายุ $x - 2$ ปี

มีอายุนานกว่ามาย 7 ปี , มายอายุ $x - 2 - 7 = x - 9$ ปี
 สามคนมีอายุรวมกัน 34 ปี

เขียนเป็นสมการได้ $x + (x - 2) + (x - 9) = 34$

$$3x - 11 = 34$$

$$3x = 34 + 11 = 45$$

$$x = \frac{45}{3} = 15$$

∴ เมย์มีอายุ 15 ปี , มีนมีอายุ $15 - 2 = 13$ ปี , มายอายุ $15 - 9 = 6$ ปี

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ถ้าเมย์มีอายุ 15 ปี , มีนมีอายุ $15 - 2 = 13$ ปี , มายอายุ $15 - 9 = 6$ ปี

รวมสามคนมีอายุ $15 + 13 + 6 = 34$ ปี ซึ่งตรงกับสิ่งที่โจทย์กำหนด

คำตอบที่ได้จึงถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน (ชั่วโมงที่ 1)

1. ครูทบทวนบทเรียนเกี่ยวกับการอ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและการวางแผนแก้ปัญหา
2. ครูยกตัวอย่าง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์โจทย์และวางแผนแก้ปัญหารวมทั้งหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยครูใช้คำถามแนะแนวทางให้นักเรียน
3. ครูแจกแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม ตอนที่ 1 ให้นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรม (30 นาที)
4. เฉลยแบบฝึกทักษะอีกครั้งโดยให้นักเรียนที่มีวิธีคิดที่แตกต่างจากเฉลยแสดงความคิดเห็นของตนเอง

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูแจกแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม ตอนที่ 2 ให้นักเรียนศึกษาและทำกิจกรรม (30 นาที)
2. เฉลยแบบฝึกทักษะอีกครั้งโดยให้นักเรียนที่มีวิธีคิดที่แตกต่างจากเฉลยแสดงความคิดเห็นของตนเอง
3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนเรื่องการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม
4. ครูแจกแบบทดสอบย่อยให้นักเรียนแต่ละคนทำ (20 นาที)

สื่อการเรียนรู้

1. แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม
2. แบบทดสอบย่อย

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล
1. สังเกตการทำกิจกรรม	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- นักเรียนร้อยละ 80 ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม
2. ทำแบบฝึกทักษะ	- แบบฝึกทักษะ	- นักเรียนร้อยละ 80 เข้าใจและทำแบบฝึกได้ถูกต้อง
3. ทดสอบย่อย	- แบบทดสอบย่อย	- นักเรียนร้อยละ 80 ทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

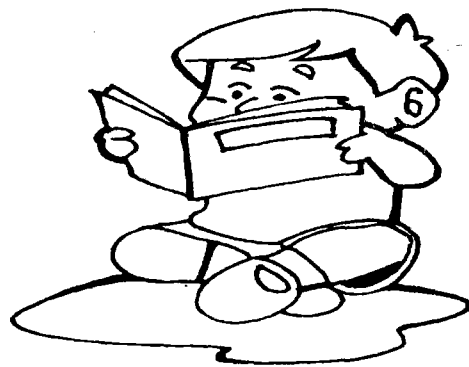
.....

แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ชุดที่ 2

เรื่องการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัว แปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม

จำนวน 2 ชั่วโมง



ชื่อ

ชั้น ม. 2 ห้อง เลขที่

คู่มือการใช้แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม

คำชี้แจง

1. แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็มชุดที่ 2 นี้มีอยู่ 2 ตอน โดยให้นักเรียนศึกษาและทำแบบฝึกทักษะทีละตอนตามเวลาที่กำหนดให้
2. ให้นักเรียนทุกคนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียด
3. นักเรียนต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดอย่างเคร่งครัด
4. ถ้านักเรียนคนใดสงสัยหรือมีปัญหาไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนและเพื่อน ๆ ได้ตลอดเวลา
5. เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกทักษะเสร็จในแต่ละตอนแล้วสามารถตรวจแบบฝึกทักษะได้จากเฉลยหลังชุดแบบฝึกทักษะ
6. เมื่อนักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมจากแบบฝึกทักษะจบทุกขั้นตอนนี้ 2 ตอนแล้ว นักเรียนต้องทำแบบทดสอบย่อยทุกคน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้

1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. มีความสามารถในการใช้วิธีการที่หลากหลายแก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนใฝ่รู้
2. มีความรับผิดชอบ
3. มีระเบียบวินัย

เวลา เวลาที่ใช้ในการศึกษาและทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน 60 นาที
ตอนที่ 1 เวลา 30 นาที ตอนที่ 2 เวลา 30 นาที

สื่ออุปกรณ์

1. ใบเนื้อหา
2. แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม
3. ใบเฉลยแบบฝึกทักษะการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม
4. แบบทดสอบย่อย

การประเมินผล

1. สังเกตจากการทำกิจกรรมและความสนใจ
2. ตรวจแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. ทดสอบ

แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ชุดที่ 2 ตอนที่ 1

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนทุกคนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียด
2. นักเรียนต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดอย่างเคร่งครัด
3. ถ้านักเรียนคนใดสงสัยหรือมีปัญหาไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนและเพื่อน ๆ ได้ตลอดเวลา
4. เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกทักษะเสร็จแล้วสามารถตรวจแบบฝึกทักษะได้จากเฉลยหลังชุดแบบฝึกทักษะ

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้

1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. มีความสามารถในการใช้วิธีการที่หลากหลายแก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนใฝ่รู้
2. มีความรับผิดชอบ
3. มีความรับผิดชอบ

เวลา เวลาที่ใช้ในการศึกษาและทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน 30 นาที

จำได้มั๊ยเอ่ยว่าการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอน



ขั้นตอนในการแก้ปัญหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์ต้องการทราบอะไร
- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา

แผนในการแก้ปัญหามักประกอบด้วยวิธีดังต่อไปนี้

1. การวาดรูป
2. การสร้างตาราง
3. การสร้างแผนภูมิ
4. การสร้างสมการ
5. การผสมผสาน เป็นการนำทฤษฎีต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ ฯลฯ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน

เป็นขั้นตอนที่ต้องดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

เป็นขั้นตอนที่ต้องพิจารณาความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา



ทีนี้เรามาเริ่มศึกษาขั้นตอนในการ
แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็มกันเลย
ดีกว่านะ

ตัวอย่างที่ 1

มาลีมีเงินอยู่ 525 บาท แต่ยังมีน้อยกว่าสมศรีอยู่ 17 บาท อยากทราบว่าสมศรีมีเงินอยู่ที่บาท

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
 - สมศรีมีเงินอยู่ที่บาท

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร
 - สมศรีมีเงินอยู่ที่บาท
2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง
 - มาลีมีเงินอยู่ 525 บาท
 - มาลีมีเงินน้อยกว่าสมศรีอยู่ 17 บาท

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

แผนที่ 1 สร้างแผนภูมิ

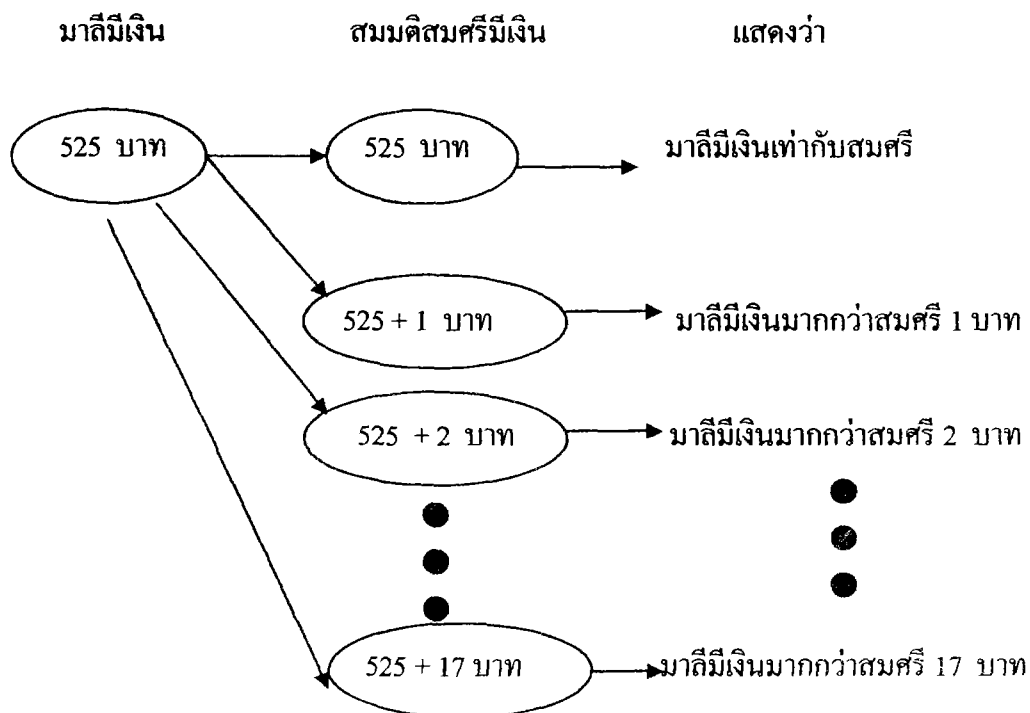
1. สร้างแผนภูมิตามสิ่งที่โจทย์กำหนด
2. บวกเงินเพิ่มเข้าไปจนกว่าจะได้คำตอบตรงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

แผนที่ 2 สร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้ นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แผนที่ 1 สร้างแผนภูมิ



∴ สมศรีมีเงิน 542 บาท

แผนที่ 2 สร้างสมการ

ให้สมศรีมีเงิน X บาท

มาลีมีเงินอยู่ 525 บาท

มาลีมีเงินน้อยกว่าสมศรีอยู่ 17 บาท จะได้ว่ามาลีมีเงิน $X - 17$ บาท

เขียนเป็นสมการได้ $X - 17 = 525$

แก้สมการ $X = 525 + 17$

$$X = 542$$

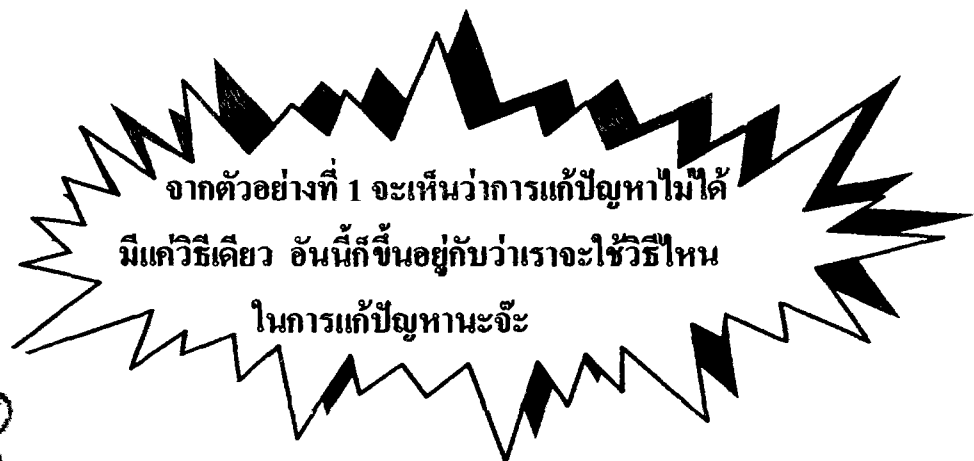
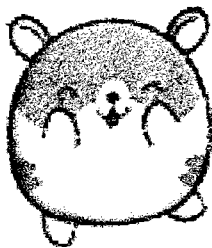
∴ สมศรีมีเงิน 542 บาท

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ถ้าสมศรีมีเงิน 542 บาท และมาลีมีเงินอยู่ 525 บาท

แสดงว่าสมศรีมีเงินมากกว่ามาลีอยู่ $542 - 525 = 17$ บาท ซึ่งเป็นจริงตรงกับเงื่อนไข

โจทย์



ตัวอย่างที่ 2

โต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้านคู่ขนานยาวต่างกัน 10 นิ้ว และสูง 12 นิ้ว มีพื้นที่ 120 ตารางนิ้ว โต๊ะตัวนี้จะมีด้านคู่ขนานยาวเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

- ด้านคู่ขนานของโต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูยาวเท่าไร

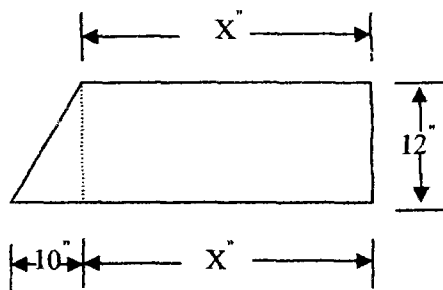
- ใต้อรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีความสูง 12 นิ้ว
- ใต้อรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีพื้นที่ 120 ตารางนิ้ว

ขั้นที่ 2 วางแผนในการแก้ปัญหา

วาดรูปและสร้างสมการ

1. วาดรูปสี่เหลี่ยมคางหมูพร้อมส่วนประกอบต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้
2. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
3. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้ นั้น มีความสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน



วาดรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนด

ให้ความยาวของด้านคู่ขนานยาว X นิ้ว

ใต้อรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีความสูง 12 นิ้ว

ผลต่างด้านคู่ขนานเป็น 10 นิ้ว

พื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู 120 ตารางนิ้ว

$$\text{สูตร พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู} = \frac{1}{2} \times \text{สูง} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน}$$

$$120 = \frac{1}{2} \times 12 \times (x + x + 10)$$

$$120 = 6 \times (2x + 10)$$

$$\frac{120}{6} = 2x + 10$$

$$20 - 10 = 2x$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

\therefore ใต้อรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีด้านคู่ขนานยาว 5 นิ้ว

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ

โต๊ะรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีด้านคู่ขนานยาวต่างกัน 10 นิ้ว

มีความสูง 12 นิ้ว ถ้าด้านคู่ขนานมีความยาว 5 นิ้วจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู} &= \frac{1}{2} \times 12 \times (5 + 15) \\ &= 6 \times 20 \\ &= 120 \text{ ตารางนิ้ว} \end{aligned}$$

ซึ่งพื้นที่ที่ได้ตรงกับพื้นที่ที่โจทย์กำหนดมาให้ คำตอบที่ได้จึงถูกต้อง



แบบฝึกทักษะชุดที่ 2 ตอนที่ 1

การการแก้ไขโจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากโจทย์ต่อไปนี้

1. นักเรียนวิ่งรอบสนามบาสเกตบอล 2 รอบ เป็นระยะทาง 80 เมตร โดยความยาวของด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 4 เมตร จงหาความยาวของด้านกว้างและด้านยาวของสนามบาสเกตบอลต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

.....

- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2. ปู่ซื้อมะม่วงมาจำนวนหนึ่ง เพื่อแบ่งให้หลาน ๆ 15 คน ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่เท่ากันจึงไปซื้อเพิ่มอีก 10 ผล เมื่อแบ่งแล้วหลาน ๆ ได้รับคนละ 4 ผล จงหาจำนวนมะม่วงที่ปู่ซื้อมาครั้งแรก

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ชุดที่ 2 ตอนที่ 2

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนทุกคนศึกษาผลการเรียนรู้ที่คาดหวังและเนื้อหาอย่างละเอียด
2. นักเรียนต้องปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดอย่างเคร่งครัด
3. ถ้านักเรียนคนใดสงสัยหรือมีปัญหาไม่เข้าใจ สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนและเพื่อน ๆ ได้ตลอดเวลา
4. เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกทักษะเสร็จแล้วสามารถตรวจแบบฝึกทักษะได้จากเฉลยหลังชุดแบบฝึกทักษะ
5. เมื่อนักเรียนศึกษาและทำกิจกรรมจากแบบฝึกทักษะจบทุกขั้นตอนแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยทุกคน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้

1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็มได้
2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. มีความสามารถในการใช้วิธีการที่หลากหลายแก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความกระตือรือร้น ใฝ่เรียนใฝ่รู้
2. มีความรับผิดชอบ
3. มีระเบียบวินัย

เวลา เวลาที่ใช้ในการศึกษาและทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน 30 นาที

เรามาศึกษาการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
เกี่ยวกับจำนวนเต็มต่อกันดีกว่านะ



ตัวอย่างที่ 1

สุนิมิเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอยู่รวมกัน 41 เหรียญ คิดเป็นเงิน 285 บาท สุนิมิเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

- สุนิมิเหรียญห้าบาทกี่เหรียญ
- สุนิมิเหรียญสิบบาทกี่เหรียญ

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

- เหรียญห้าบาทกับเหรียญสิบบาทมีรวมกัน 41 เหรียญ
- เหรียญห้าบาทกับเหรียญสิบบาทมีรวมกันคิดเป็นเงิน 285 บาท



ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

แผนที่ 1 สร้างตาราง

1. สร้างตารางจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
2. ลองแทนค่าตัวเลขลงในตารางเพื่อหาคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

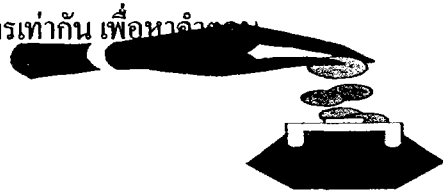
แผนที่ 2 สร้างสมการ

1. สมมติให้ตัวแปรแทนเหรียญห้าบาทหรือเหรียญสิบบาท
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้มันมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แผนที่ 1 สร้างตาราง



จำนวนเหรียญห้าบาท	จำนวนเหรียญสิบบาท	รวมจำนวนเหรียญ	เหรียญห้าบาทคิดเป็นเงิน	เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน	รวมเงิน
1	40	41	$1 \times 5 = 5$	$40 \times 10 = 400$	405
2	39	41	$2 \times 5 = 10$	$39 \times 10 = 390$	400
3	38	41	$3 \times 5 = 15$	$38 \times 10 = 380$	395
4	37	41	$4 \times 5 = 20$	$37 \times 10 = 370$	390
5	36	41	$5 \times 5 = 25$	$36 \times 10 = 360$	385
.
.
.
25	16	41	$25 \times 5 = 125$	$16 \times 10 = 160$	285

∴ สุนีมีเหรียญห้าบาท 25 เหรียญและเหรียญสิบบาท 16 เหรียญ

แผนที่ 2 สร้างสมการ

ให้สุนีมีเหรียญห้าบาท x เหรียญ คิดเป็นเงิน $5x$ บาท

มีเหรียญทั้งหมด 41 เหรียญ คิดเป็นเงิน 285 บาท

สุนีมีเหรียญสิบบาท $41 - x$ เหรียญ คิดเป็นเงิน $10(41 - x)$ บาท

เขียนเป็นสมการได้ $5x + 10(41 - x) = 285$

$$5x + 410 - 10x = 285$$

$$-5x = 285 - 410 = -125$$

$$x = \frac{-125}{-5} = 25$$

∴ สุนีมีเหรียญห้าบาท 25 เหรียญ และเหรียญสิบบาท $41 - 25 = 16$ เหรียญ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ถ้าสุนีมีเหรียญห้าบาท 25 เหรียญ แลเหรียญสิบบาท 16 เหรียญ

เหรียญห้าบาทคิดเป็นเงิน $25 \times 5 = 125$ บาท

เหรียญสิบบาทคิดเป็นเงิน $16 \times 10 = 160$ บาท

รวมสูนีนีมีเงินทั้งหมด $125 + 160 = 285$ บาท

ซึ่งตรงกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือเหรียญที่มีคิดเป็นเงิน 285 บาท

คำตอบที่ได้จึงถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 2

เมย์มีอายุมากกว่ามิน้อย 2 ปี มินมีอายุมากกว่ามาย 7 ปี ถ้าอายุของทั้งสามคนรวมกันเป็น 34 ปี จงหาอายุของเมย์ มิน และมาย

วิธีทำ

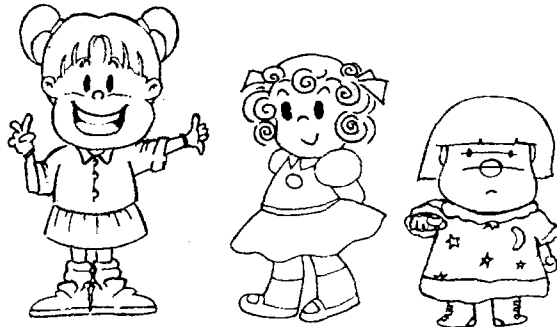
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1. โจทย์ต้องการทราบอะไร

- อายุของเมย์
- อายุของมิน
- อายุของมาย

2. โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

- เมย์อายุมากกว่ามิน 2 ปี
- มินอายุมากกว่ามาย 7 ปี
- อายุทั้งสามคนรวมกัน 34 ปี



ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญห

สร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้มีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน เพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ให้เมย์อายุ x ปี
 เมย์อายุมากกว่ามิน 2 ปี , มินมีอายุ $x - 2$ ปี
 มินอายุมากกว่ามาย 7 ปี , มายอายุ $x - 2 - 7 = x - 9$ ปี
 สามคนมีอายุรวมกัน 34 ปี

เขียนเป็นสมการได้ $x + (x - 2) + (x - 9) = 34$

$$3x - 11 = 34$$

$$3x = 34 + 11 = 45$$

$$x = \frac{45}{3} = 15$$

∴ แม่มีอายุ 15 ปี , มีนมีอายุ $15 - 2 = 13$ ปี , นายอายุ $15 - 9 = 6$ ปี

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

ถ้าแม่มีอายุ 15 ปี , มีนมีอายุ $15 - 2 = 13$ ปี , นายอายุ $15 - 9 = 6$ ปี

รวมสามคนมีอายุ $15 + 13 + 6 = 34$ ปี ซึ่งตรงกับสิ่งที่โจทย์กำหนด

คำตอบที่ได้จึงถูกต้อง



สรุป

หลักและขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้น

ตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็มนั้น

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. วางแผนในการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามขั้นตอนที่วางไว้
4. ตรวจสอบคำตอบ

ได้เวลามาทำแบบฝึกทักษะ

กันแล้ว



แบบฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
การแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนเต็ม

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาและหาคำตอบจากโจทย์ต่อไปนี้

1. ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนเรียงกัน รวมกันเป็น 141 จงหาจำนวนเต็มทั้งสามจำนวน

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

.....

- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....

.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

.....

.....

2. ปูนกับแป้งช่วยกันเก็บส้มในสวนรวมกัน 252 ผล ปูนกองส้มของตนไว้กองละ 6 ผล แป้งกองส้ม
ของตนไว้กองละ 9 ผล นับกองส้มทั้งหมดได้ 34 กอง จงหาจำนวนส้มที่แต่ละคนเก็บได้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....
.....

- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

.....
.....

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

.....
.....
.....
.....
.....

เฉลยแบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 ตอนที่ 1

1. ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

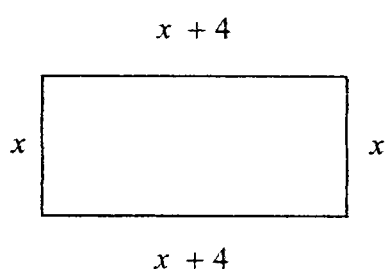
- โจทย์ต้องการทราบอะไร
ความยาวของด้านกว้างของสนามบาสเกตบอล
ความยาวของด้านยาวของสนามบาสเกตบอล
- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง
นักเรียนวิ่งรอบสนามบาสเกตบอล 2 รอบสนามเป็นระยะทาง 80 เมตร
ความยาวของด้านยาว ยาวกว่าด้านกว้าง 4 เมตร

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

วาดรูปและสร้างสมการ

1. วาดรูปสนามบาสเกตบอลและส่วนประกอบต่าง ๆ ตามที่โจทย์กำหนด
2. สมมติตัวแปรแทนด้านกว้างหรือด้านยาวของสนามบาสเกตบอล
3. พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวแปรกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
4. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้และดูจากรูปวาด
5. แก้สมการหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน



วาดรูปตามที่โจทย์กำหนด

ให้ด้านกว้างยาว x เมตร
ด้านยาวยาว $x + 4$ เมตร
วิ่ง 2 รอบสนามเป็นระยะทาง 80 เมตร
วิ่ง 1 รอบสนามเป็นระยะทาง 40 เมตร

เขียนเป็นสมการได้ $2x + 2(x + 4) = 40$

$$2x + 2x + 8 = 40$$

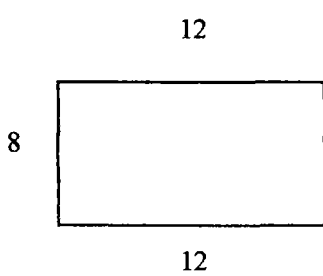
$$4x = 32$$

$$x = 8$$

\therefore ด้านกว้างของสนามบาสเกตบอลยาว 8 เมตร

ด้านยาวของสนามบาสเกตบอลยาว $8 + 4 = 12$ เมตร

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ



วิ่งรอบสนามบาสเกตบอล 2 รอบ ได้ระยะทาง 80 เมตร

ถ้าด้านกว้างยาว 8 เมตร ด้านยาวยาว 12 เมตร

8 จากรูปจะได้ความยาวรอบสนามหนึ่งรอบ $8 + 8 + 12 + 12 = 40$ เมตร

\therefore สองรอบสนามจะได้ระยะทาง $2 \times 40 = 80$ เมตร

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

2. ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

จำนวนมะม่วงที่ปู่ซื้อมาครั้งแรก

- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ปู่ซื้อมะม่วงมาแบ่งให้หลาน ๆ 15 คน

แบ่งมะม่วงได้ไม่เท่ากันจึงไปซื้อเพิ่ม 10 ผล

แบ่งแล้วได้รับคนละ 4 ผล

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

แผนที่ 1 วาดรูป

แผนที่ 2 สร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนจำนวนมะม่วงที่ปู่ซื้อมาครั้งแรก
2. พิจารณาความสัมพันธ์ของตัวแปรกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
3. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แผนที่ 1 วาดรูป

○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○

คนที่ 1 คนที่ 2 คนที่ 3 คนที่ 4 คนที่ 5

○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○

คนที่ 6 คนที่ 7 คนที่ 8 คนที่ 9 คนที่ 10

○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○ ○○○○

คนที่ 11 คนที่ 12 คนที่ 13 คนที่ 14 คนที่ 15

ซื้อมาเพิ่ม 10 ผล

มะม่วงทั้งหมดที่ให้หลาน

∴ ปู่ซื้อมะม่วงมาครั้งแรกจำนวน 50 ผล

แผนที่ 2 สร้างสมการ

ให้ปู่ซื้อมะม่วงมาครั้งแรก	x	ผล	
ซื้อเพิ่มเติม	10	ผล	
แบ่งให้หลาน 15 คน	คนละ 4	ผล	
เขียนเป็นสมการได้	$\frac{x + 10}{15}$	=	4
	$x + 10$	=	60
	x	=	50

∴ ปู่ซื้อมะม่วงมาครั้งแรกจำนวน 50 ผล

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าปู่ซื้อมะม่วงมาครั้งแรก 50 ผล ซื้อเพิ่มอีก 10 ผล ปู่มีมะม่วงทั้งหมด 60 ผล

แบ่งให้หลาน 15 คน จะได้คนละ $\frac{60}{15} = 4$ ผล ซึ่งเป็นจริงตามที่โจทย์กำหนดให้

เฉลยแบบฝึกทักษะ ชุดที่ 2 ตอนที่ 2

1. ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

จำนวนเต็มสามจำนวนเรียงกัน

- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ผลบวกของจำนวนเต็มสามจำนวนเรียงกันรวมกันได้ 141

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

แผนที่ 1 สร้างตาราง

แผนที่ 2 สร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนจำนวนใดจำนวนหนึ่งในสามจำนวน
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้นั้นมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

แผนที่ 1 สร้างตาราง

จำนวนที่หนึ่ง	จำนวนที่สอง	จำนวนที่สาม	ผลบวกของทั้งสามจำนวน
1	2	3	6
2	3	4	9
3	4	5	12
4	5	6	15
5	6	7	18
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
45	46	47	138
46	47	48	141

∴ จำนวนเต็มทั้งสามจำนวนเรียงกันคือ 46 , 47 และ 48

แผนที่ 2 สร้างสมการ

ให้จำนวนเต็มที่น้อยที่สุดเป็น x

จำนวนเต็มจำนวนที่สองคือ $x + 1$

จำนวนเต็มจำนวนที่สามคือ $x + 2$

ผลบวกของจำนวนเต็มทั้งสามคือ 141

เขียนเป็นสมการได้ $x + (x + 1) + (x + 2) = 141$

$$3x + 3 = 141$$

$$3x = 138$$

$$x = 46$$

\therefore จำนวนแรกคือ 46 , จำนวนที่สองคือ $46 + 1 = 47$, จำนวนที่สามคือ $46 + 2 = 48$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

ถ้าจำนวนแรกคือ 46 จำนวนที่สองคือ 47 จำนวนที่สามคือ 48

\therefore ผลบวกของจำนวนทั้งสามคือ $46 + 47 + 48 = 141$

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

2. ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจโจทย์

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

ปูนเก็บส้มได้เท่าไร

แป้งเก็บส้มได้เท่าไร

- โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ปูนกับแป้งเก็บส้มรวมกันได้ 252 ผล

ปูนกองส้มไว้กองละ 6 ผล แป้งกองส้มไว้กองละ 9 ผล

นับกองส้มรวมกันได้ 34 กอง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

แผนที่ 1 สร้างตาราง

แผนที่ 2 สร้างสมการ

1. สมมติตัวแปรแทนจำนวนส้มของปูนหรือแป้ง
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติให้นั้นมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอย่างไรกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
3. สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
4. แก้สมการเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 3 คำนึงการตามแผน

แผนที่ 1 สร้างตาราง

จำนวนกอง ส้มของปูน	จำนวนกอง ส้มของแป้ง	รวมกองส้ม แป้งกับปูน	จำนวนส้ม ของปูน	จำนวนส้ม ของแป้ง	รวมจำนวน ส้มของแป้ง กับปูน
1	33	34	6	297	303
2	32	34	12	288	300
3	31	34	18	279	297
4	30	34	24	270	294
.
.
.
17	17	34	102	153	255
18	16	34	108	144	252

∴ ปูนเก็บส้มได้จำนวน 108 ผล แป้งเก็บส้มได้จำนวน 144 ผล

แผนที่ 2 สร้างสมการ

ให้ปูนเก็บส้มได้จำนวน x ผล

แป้งเก็บส้มได้จำนวน $252 - x$ ผล

ปูนกองส้มไว้กองละ 6 ผล จะได้ส้มทั้งหมด $\frac{x}{6}$ กอง

แป้งกองส้มไว้กองละ 9 ผล จะได้ส้มทั้งหมด $\frac{252 - x}{9}$ กอง

มีส้มทั้งหมด 34 กอง

$$\text{เขียนเป็นสมการได้} \quad \frac{x}{6} + \left(\frac{252 - x}{9} \right) = 34$$

นำ 18 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$3x + 2(252 - x) = 612$$

$$3x + 504 - 2x = 612$$

$$x = 612 - 504 = 108$$

∴ ปูนเก็บส้มได้จำนวน 108 ผล แป้งเก็บส้มได้จำนวน $252 - 108 = 144$ ผล

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ

ปูนเก็บส้มได้จำนวน 108 ผล กองไว้กองละ 6 ผล จะได้ $108 \div 6 = 18$ กอง

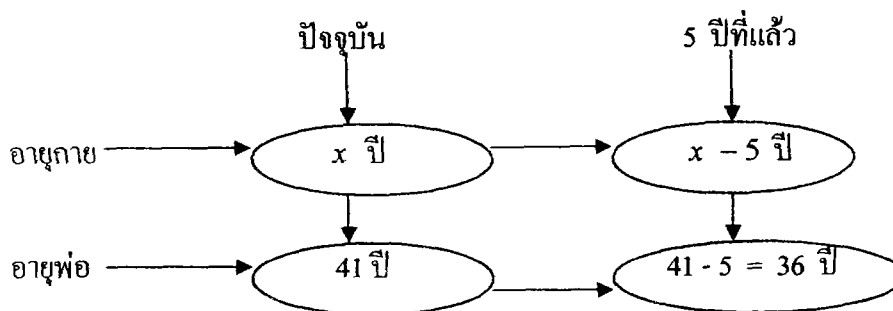
เป้งเก็บส้มได้จำนวน 144 ผล กองไว้กองละ 9 ผล จะได้ $144 \div 9 = 16$ กอง

รวมทั้งสองคนเก็บส้มได้ $18 + 16 = 34$ กอง

ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

เฉลยแบบทดสอบย่อย ชุดที่ 2

1. วิธีทำ ให้ปัจจุบันกายมีอายุ x ปี
 ปัจจุบันพ่อมีอายุ 41 ปี
 เมื่อ 5 ปีที่แล้วพ่อมีอายุเป็นสามเท่าของอายุกาย

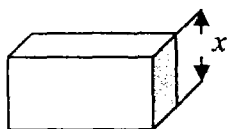


เขียนเป็นสมการได้

$$\begin{aligned} 3(x - 5) &= 36 \\ 3x - 15 &= 36 \\ 3x &= 51 \\ x &= \frac{51}{3} = 17 \end{aligned}$$

∴ ปัจจุบันกายมีอายุ 17 ปี

2. วิธีทำ ให้ถาดใส่ขนมหม้อแกงมีความสูง x เซนติเมตร
 ถาดใส่ขนมหม้อแกงมีปริมาตร 3,600 ลูกบาศก์เซนติเมตร
 พื้นที่ภายในก้นถาด 900 ตารางเซนติเมตร



สูตร ปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก = พื้นที่ฐาน \times สูง

$$\begin{aligned} 3,600 &= 900 \times x \\ x &= 3,600 \div 900 \\ &= 4 \end{aligned}$$

∴ ถาดใส่ขนมหม้อแกงมีความสูง 4 เซนติเมตร

3. วิธีทำ สร้างตาราง

จำนวนนก (ตัว)	จำนวนหมู (ตัว)	รวมจำนวน หมูและนก	จำนวนขานก	จำนวนขาหมู	รวมจำนวน ขา
1	49	50	2	196	198
2	48	50	4	192	196
3	47	50	6	188	194
4	46	50	8	184	192
.
.
.
14	36	50	28	144	172
15	35	50	30	140	170

∴ แม่ค้าซื้อนกมาจำนวน 15 ตัวและซื้อหมูมาจำนวน 35 ตัว

วิธีทำ สร้างสมการ

ให้แม่ค้าซื้อนกมาจำนวน x ตัว

แม่ค้าซื้อหมูและนกลำดับหัวรวมกันได้ 50 ตัว ∴ แม่ค้าซื้อหมูมาจำนวน $50 - x$ ตัว

นับขารวมกันได้ 170 ขา

∴ ขานกมีจำนวน $2x$ ขา ขาหมูมีจำนวน $4(50 - x)$ ขา

เขียนเป็นสมการได้ $2x + 4(50 - x) = 170$

$$2x + 200 - 4x = 170$$

$$-2x = 170 - 200 = -30$$

$$x = \frac{-30}{-2} = 15$$

∴ แม่ค้าซื้อนกมาจำนวน 15 ตัวและซื้อหมูมาจำนวน $50 - 15 = 35$ ตัว

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ

1. อาจารย์ ดร. หาญศึก ตาลศรี
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
2. อาจารย์นิติมา อัจฉริยะโพธา
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
3. ร้อยโท สมคิด ลินลา
กองวิชาคณิตศาสตร์ส่วนการศึกษา โรงเรียนเตรียมทหาร

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ – ชื่อสกุล	นางสาวพรพรหม อัดตวัฒนากุล
วันเดือนปีเกิด	27 กรกฎาคม พ.ศ. 2519
สถานที่เกิด	อำเภอโพธาราม จังหวัดราชบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านพักอาจารย์ โรงเรียนบ้านห้วยน้ำขาว ตำบลเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์ 67280
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	อาจารย์ 1 ระดับ 3
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนบ้านห้วยน้ำขาว ตำบลเข็กน้อย อำเภอเขาค้อ จังหวัดเพชรบูรณ์
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2535	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโพธาวัฒนาเสนี อำเภอโพธาราม จังหวัดราชบุรี
พ.ศ. 2537	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ศูนย์การศึกษานอก โรงเรียนกรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2541	วท.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยนเรศวร
พ.ศ. 2547	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ