

การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ปริญญาณิพนธ์
ของ
จิตติมา ชอบเอียด

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
เมษายน 2551

การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ปริญญาณิพนธ์
ของ
จิตติมา ชอบเอียด

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา
เมษายน 2551
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทคัดย่อ
ของ
จิตติมา ชอบเอียด

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
เมษายน 2551

จิตติมา ชอบเอียด (2551). การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.

ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เสวตมालย์, รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์.

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิดและเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากการใช้ปัญหาปลายเปิดกับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ที่ได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 แบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดำเนินการสอนโดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 จำนวน 15 คาบ ทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียนจำนวน 3 คาบ แบบแผนการวิจัยเป็นแบบ One-Group Pretest-Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลคือการทดสอบค่าสถิติ t-test for dependent samples และการทดสอบค่าสถิติ t-test for one sample

ผลการศึกษาพบว่า

1. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

USING OPEN-ENDED PROBLEMS TO PROMOTE REASONING SKILLS AND
MATHEMATICAL COMMUNICATION SKILLS OF MATHAYOMSUKSA I STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
JITTIMA CHOPAIAD

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
April 2008

JITTIMA CHOPAIAD. (2008). *Using Open-Ended Problems to Promote Reasoning Skills and Mathematical Communication Skills of Mathayomsuksa I Students*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee : Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya, Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this research were to compare reasoning skills of Mathayomsuksa I students before and after using open-ended problems, to study and compare mathematical communication skills of Mathayomsuksa I students after using open-ended problems with a criterion.

The subjects of this study were 45 Mathayomsuksa I students of Sriboonyanon School, Nonthaburi in the second semester of the 2007 academic year obtained from Cluster Random Sampling. Instrument research are lesson plan, reasoning skill test and mathematical communication skill test. The experimental group was taught by using open-ended problems on " Application II " for 15 hours. Pretest and posttest were administered for 3 hours. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for this study. The data for mathematical reasoning skills and communication skills were statistically analyzed by using t-test for dependent samples and t-test for one sample, respectively.

The findings were as follows :

1. The mathematical reasoning skills of Mathayomsuksa I students after using open-ended problems on "Application II " were statistically higher than before being taught at the .01 level of significance.
2. The mathematical communication skills of Mathayomsuksa I students after using open-ended problems on " Application II " were higher than the 70% prescribed criterion with the mean 80.67% at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ของ
จิตติมา ชอบเอียด

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่.....เดือน เมษายน พ.ศ. 2551

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... ประธาน
(อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญาบัตรนี้สำเร็จได้ด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการทำวิจัยจากรองศาสตราจารย์.ดร. ฉวีวรรณ เศรษฐมลัย ประธานกรรมการที่ปรึกษาปริญญาบัตร รองศาสตราจารย์. นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการที่ปรึกษาปริญญาบัตร รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติและผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล เป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาไว้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินัย ดำสุวรรณ์ ดร.ชานนท์ จันทรา ดร.สุภาพร เข้มแข็งและอาจารย์วิมล พงษ์पालิต ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำปรึกษา คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการสถานศึกษา คณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และคณะครูทุกท่านของโรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรี ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความอนุเคราะห์ดำเนินการทดลองในการทำวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี และขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี

ผู้วิจัยขออ้อมระลึกถึงพระคุณของคุณพ่อ-คุณแม่และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนด้านการศึกษาและเป็นกำลังใจตลอดมาและขอขอบคุณเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ที่คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำและให้กำลังใจตลอดเวลาในการทำปริญญาบัตรฉบับนี้ให้สำเร็จสมบูรณ์

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญาบัตรฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดาและครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

จิตติมา ขอบเอียด

สารบัญ

บทที่	หน้า
1	บทนำ 1
	ภูมิหลัง 1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย 3
	ความสำคัญจากการวิจัย 3
	ขอบเขตการวิจัย 4
	นิยามศัพท์เฉพาะ 4
	สมมติฐานในการวิจัย 6
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 8
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด 9
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ 24
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์..... 42
3	วิธีดำเนินการวิจัย 69
	การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง 69
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 69
	การเก็บรวบรวมข้อมูล 81
	การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล 82
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 86
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 86
	การวิเคราะห์ข้อมูล 86
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 86
5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 89
	ความมุ่งหมายของการวิจัย 89
	ความสำคัญจากการวิจัย 89

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ)	
สมมติฐานในการวิจัย	89
วิธีดำเนินการวิจัย	89
สรุปผลการวิจัย	91
อภิปรายผล	91
ข้อสังเกตจากการวิจัย	94
ข้อเสนอแนะ	96
บรรณานุกรม	97
ภาคผนวก	106
ภาคผนวก ก	107
ภาคผนวก ข	115
ภาคผนวก ค	146
ภาคผนวก ง	155
ภาคผนวก จ	163
ประวัติย่อผู้วิจัย	165

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	วิเคราะห์การใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้	71
2	ขั้นตอนการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้	71
3	ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	75
4	วิธีการประเมินแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูดและด้านการเขียน	75
5	แบบแผนการทดลอง	81
6	ผลการวิเคราะห์คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังที่ได้จาก การใช้ปัญหาปลายเปิด	87
7	สรุปคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งจัดระดับความสามารถออกเป็น 5 ระดับตามช่วง คะแนนร้อยละ	87
8	ผลการวิเคราะห์คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด	88
9	ค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) ของแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	108
10	คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังที่ได้จากการใช้ปัญหา ปลายเปิดจำนวน 45 คน (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)	111
11	คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด	113

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 รูปแบบกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีปัญหาปลายเปิด	19
2 ลำดับขั้นการคิดของครูฝึกและรูดนิก	25
3 ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย	31
4 องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ข่าวสาร	48
5 ขั้นตอนของรูปแบบการสอนเพื่อฝึกทักษะการสื่อสาร	58

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม มีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กรมวิชาการ. 2545ก: 1) ทั้งนี้เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับกระบวนการคิดอย่างมีระบบ มีเหตุมีผล จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และถือว่าเป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งวิชาหนึ่ง ซึ่งหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้เน้นการจัดการศึกษาโดยกำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน

ในส่วนของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนดสาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลความน่าจะเป็น และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards For School Mathematics) ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM) ดังนั้นจะเห็นได้ว่าหลักสูตรของประเทศไทยนั้นได้มีการพัฒนาและปรับปรุงให้สอดคล้องกับต่างประเทศ แต่จากผลการวิจัยของโครงการ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งเป็นโครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิก OECD (Organisation for Economic Cooperation and Development) เพื่อประเมินผลการศึกษาภาคบังคับ โดยการสำรวจในระยะแรก (ค.ศ.2000) เน้นด้านการอ่าน ระยะที่สอง (ค.ศ.2003) เน้นด้านคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา ส่วนระยะที่สาม (ค.ศ.2006) เป็นการสำรวจด้านวิทยาศาสตร์ ตามรายงานผลการประเมินตามโครงการนี้ ระยะที่สอง(ค.ศ.2003) เน้นด้านคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา จากทั้งหมด 40 ประเทศ โดยคะแนนเฉลี่ยของ OECD เป็น 500 คะแนนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 100 คะแนน ผลปรากฏว่าประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 425 คะแนน ซึ่งเป็นช่วงค่าต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD และเมื่อจัดลำดับคะแนนเฉลี่ยของทุกประเทศโดยเรียงจากคะแนนเฉลี่ยสูงสุดไปยังต่ำสุด จะพบว่าประเทศไทยมีคะแนนอยู่ในลำดับท้ายของตาราง (สสวท. 2545?: ออนไลน์) ทั้งนี้จากผลการวิจัยของโครงการ PISA พบว่านักเรียนไทยไม่เคยชินกับการ

ประเมินผลแบบเขียนตอบหรือให้อธิบายเหตุผลยาวๆและการที่ต้องตีความ คิดวิเคราะห์ และสะท้อนเอาความคิดหรือปฏิกิริยาของตนที่ตอบสนองต่อข้อมูลหรือข้อความที่ได้อ่าน รวมทั้งกระบวนการจัดการเรียนรู้ปัจจุบันยังไม่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนคิดหรือแสดงออกได้อย่างเต็มที่ (สูนีย์ คล้ายนิล. 2547: 12-22) และในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ลักษณะคำถามที่ครูใช้นั้นส่วนใหญ่เป็นคำถามลักษณะที่ใช้โดยทั่วไป ไม่ได้ใช้คำถามอย่างเป็นระบบ จึงทำให้นักเรียนขาดความคิดในการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ โดยผู้สอนไม่ได้คำนึงถึงนักเรียนว่าเข้าใจหลักการแก้ปัญหาและการคิดคำนวณอย่างแท้จริงหรือไม่ ดังนั้นนักเรียนจึงแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการเลียนแบบจากครูและเนื่องจากความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกัน การแก้ปัญหาจึงมีหลากหลาย ทำให้นักเรียนไม่สามารถพัฒนาความหลากหลายของวิธีการในการแก้ปัญหาหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด จึงส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนนั้นไม่ดี (สุภิญญา พิทักษ์ศักตากร. 2540: 2)

จากการจัดการเรียนการสอนสำหรับประเทศไทยที่ผ่านมาอันยังไม่ประสบความสำเร็จในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากรายงานผลการวิจัยของโครงการ PISA ข้างต้น ซึ่งเบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 1) ได้นำเสนอการใช้ปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ด้วยลักษณะของปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหา ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ จนสามารถประมวลความรู้ทั้งหมดที่เรียน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีทั้งคำตอบที่หลากหลาย มีกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาอื่นได้ ซึ่งลักษณะเด่นดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันในระดับเรียนสามารถให้เหตุผลตามระดับความสามารถและความถนัดของแต่ละบุคคลได้ด้วยเหตุนี้ทำให้ผู้เรียนเกิดการสื่อสาร แลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันวิธีหนึ่งและจากการที่ผู้เรียนแต่ละคนหาคำตอบที่เป็นของตนเองและนำมาอภิปรายร่วมกัน ผู้เรียนจึงสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่นๆได้จากเพื่อนร่วมชั้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้เหตุผลที่แตกต่างจากแนวคิดของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับฟูน (ปานจิต รัตนพล. 2548: 29; อ้างอิงจาก Foon. 2000. 135-140) ที่กล่าวว่าลักษณะของปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่พัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสาร นอกจากนี้ยังช่วยให้ผู้สอนสามารถตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนว่ามีความบกพร่องหรือเกิดความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์ในเรื่องใดบ้าง เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้ความสามารถด้านทักษะมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นนวัตกรรมหนึ่ง ที่ครูจะนำมาช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้อง กระตุ้นให้นักเรียนอยากตอบคำถาม อยากมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งในสภาพการสอนคณิตศาสตร์มักมีการสื่อสารโดยการถาม-ตอบ ลักษณะคำถามที่ใช้ถามนักเรียนควรเป็นคำถามที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดและสามารถแสดงคำตอบหรือวิธีการได้อย่างหลากหลาย โดยปัญหาปลายเปิดมีจุดเด่นอยู่ที่การถามว่านักเรียนได้คำตอบมาอย่างไร ไม่ใช่อยู่ที่การถามว่าคำตอบคืออะไร คล้ายกับว่าปัญหาแบบปลายเปิดเป็นสถานการณ์เชิงชวนแถมบังคับให้นักเรียนต้องแสดงเหตุผลและแนวคิดอย่างละเอียดของตนออกมาซึ่งสอดคล้องกับชานนท์

จันทรา (2549: 29) ที่กล่าวว่า การสร้างและขยายปัญหาที่เป็นปลายเปิดเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างการเรียนรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวของนักเรียนเองโดยอาศัยประสบการณ์เดิมและทำการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อ (topics) กับศาสตร์ (disciplines) ต่างๆ เข้าด้วยกัน ปัญหาแบบปลายเปิดจะเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้ตั้งหรือเลือกเอาวิธีการที่ตนเองถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีโอกาที่จะได้คำตอบที่อาจไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตนเองและด้วยสถานการณ์อย่างนี้จะช่วยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากที่จะแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนกับเพื่อน ซึ่งเอื้อต่อนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน โดยที่นักเรียนแต่ละคนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีมาช่วยแก้ปัญหาต่างๆ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2549: 1) เป็นการเรียนรู้ร่วมกันและจะนำมาซึ่งการพูดคุยสื่อสาร การยกเหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบ ซึ่งอาจได้ความรู้ใหม่และปัญหาใหม่เมื่อมีการปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนด้วยกันเอง การเรียนรู้ก็จะไม่น่าเบื่อ ดุมีชีวิตชีวาและนักเรียนจะรู้สึกดีว่าเขามีเสรีภาพในการคิด ซึ่งข้อดีของปัญหาปลายเปิดดังกล่าวจัดได้ว่าเป็นการช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารของนักเรียน (Becker; & Shimada. 1997: 23)

จากที่กล่าวมาจะพบว่าปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) เป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยในฐานะที่เป็นครูคณิตศาสตร์ จึงสนใจที่จะศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้ได้แนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์อันเป็นประโยชน์และองค์ความรู้ในด้านการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิด
2. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากการใช้ปัญหาปลายเปิดกับเกณฑ์

ความสำคัญจากการวิจัย

ผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ทำให้ได้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดและเป็นแนวทางหนึ่งสำหรับครูคณิตศาสตร์หรือผู้สนใจ มุ่งเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างอิสระ รวมถึงสามารถสร้างแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง ให้นักเรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องในการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาให้มีประสิทธิภาพ

ขอบเขตการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรีที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 12 ห้อง รวม 540 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรีที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน จากทั้งหมด 12 ห้องเรียน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนโดยความสามารถ

เนื้อหาที่ใช้

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง การประยุกต์ 2 ซึ่งมีเนื้อหาทยอยตามหัวข้อต่อไปนี้

- | | | | |
|-----------------------------------|-------|---|-----|
| 1. แบบรูปของจำนวน | จำนวน | 6 | คาบ |
| 2. ข่ายงาน | จำนวน | 4 | คาบ |
| 3. การประยุกต์ของเศษส่วนและทศนิยม | จำนวน | 5 | คาบ |

ระยะเวลา

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามเนื้อหา 15 คาบ คาบละ 50 นาที ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) 90 นาที และทดสอบหลังเรียน (Post-test) 90 นาที รวม 18 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การใช้ปัญหาปลายเปิด
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 2.1 ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้มากกว่าหนึ่งคำตอบหรือปัญหาที่มีเพียงคำตอบเดียว แต่สามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี โดยในการแก้ปัญหาหนึ่งจะให้นักเรียนเป็นผู้ตัดสินใจเลือกใช้วิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง พร้อมทั้งอธิบายที่มาของคำตอบหรือเหตุผลของตนเองได้ ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1.1 กระบวนการเปิด (Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

1.2 ผลลัพธ์เปิด (End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

1.3 แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Ways to develop are open) หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม

2. การใช้ปัญหาปลายเปิด หมายถึง การจัดการเรียนรู้ซึ่งแบ่งออกเป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยในขั้นสอนจะนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดประเภทใด จากนั้นให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิด จะเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ รวมถึงสามารถสร้างแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem-Solving Method) ตามแนวของโพลยา (Polya) 4 ขั้นตอน โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

2.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการจัดกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนโดยพิจารณาเนื้อหาว่าเหมาะสมกับกิจกรรมลักษณะใด เช่น การทบทวนบทเรียนที่ผ่านมา การจัดกิจกรรม เป็นต้น เพื่อสร้างความสนใจและการเตรียมความพร้อมแก่ผู้เรียน

2.2 ขั้นสอน ประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้

2.2.1 สอนเนื้อหาตามแนวของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยเน้นให้ผู้เรียนได้รับความรู้พื้นฐานที่จำเป็น

2.2.2 ผู้สอนยกตัวอย่างปัญหาปลายเปิด โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยดำเนินการสอนดังนี้

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นการนำเสนอปัญหาแก่ชั้นเรียนให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายทำความเข้าใจ โดยพยายามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหา ระบุได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ โจทย์ต้องการทราบสิ่งใด

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ผู้สอนแนะนำยุทธวิธีต่างๆ ในการแก้ปัญหาให้แก่ นักเรียน พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันเสนอแผนการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง และพยายามสร้างแผนการแก้ปัญหาให้ได้มากที่สุด

ขั้นดำเนินการตามแผน โดยผู้สอนให้นักเรียนตอบคำถามในใบงานเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาที่วางไว้

ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ เป็นขั้นตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้นสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาหรือไม่

2.2.3 ผู้สอนให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยตนเอง โดยผู้สอนให้อิสระแก่ผู้เรียนในการหาคำตอบด้วยวิธีการต่างๆ แต่ผู้สอนเน้นให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของตนเองอย่างละเอียด

2.2.4 หลังจากผู้เรียนแก้ปัญหาปลายเปิดเสร็จแล้ว ผู้สอนให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยเพื่อตรวจสอบคำตอบและวิธีการหาคำตอบของตนเองว่าเหมือนหรือแตกต่างจากเพื่อนอย่างไร จากนั้น ภายในกลุ่มร่วมกันสรุป บันทึกผลและนำเสนอหน้าชั้นเรียน

2.3 ชั้นสรุป ผู้สอนและผู้เรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงความแตกต่าง ความเหมาะสม ข้อดี ข้อด้อยของวิธีการหรือคำตอบที่ได้ทั้งหมด ทั้งนี้ผู้สอนอาจเสนอแนวคิดในการหาคำตอบในลักษณะที่ต่างไปอีกในกรณีที่สามารถใช้แนวคิดนั้นได้แต่ผู้เรียนไม่ได้เลือกใช้

3. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปของเราว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือความจริงนั้นๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากคะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

4. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิด ซึ่งแสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียนซึ่งเป็นพฤติกรรมที่สามารถสังเกตได้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

4.1 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวทางการคิดที่แสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน จากการปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสาร ในกิจกรรมช่วงการแสดงความคิดเห็น การอภิปรายและการนำเสนอ (ชั้นสรุป) ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ซึ่งวัดได้จากการสังเกตโดยผู้วิจัยและผู้ช่วยผู้วิจัย

4.2 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน หมายถึง ความสามารถในการเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาของนักเรียนจากการปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสารโดยการปฏิบัติและผลงานการเขียนขั้นตอนการทำงานที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการสื่อสารของนักเรียนได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม วัดได้จากการทำใบงานและการสังเกตของผู้วิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

1. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด

2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้
ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด(Open-ended Problem)
 - 1.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด
 - 1.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด
 - 1.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด
 - 1.4 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมโดยใช้ปัญหาปลายเปิด
 - 1.5 ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด
 - 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 รูปแบบของการให้เหตุผล
 - 2.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
 - 2.5 บทบาทของครูในการจัดกระบวนการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
 - 2.6 การประเมินทักษะการให้เหตุผล
 - 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความสำคัญของการสื่อสาร
 - 3.3 วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร
 - 3.4 องค์ประกอบของการสื่อสาร
 - 3.5 ประเภทของการสื่อสาร
 - 3.6 อุปสรรคในการสื่อสาร
 - 3.7 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.8 การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์
 - 3.9 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสาร

3.10 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

1.1 ความหมายของปัญหาปลายเปิด

นับตั้งแต่มีการสัมมนาคณะผู้แทนด้านคณิตศาสตร์ศึกษาระหว่างประเทศญี่ปุ่นและสหรัฐอเมริกาหัวข้อเรื่องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นงานวิจัยของญี่ปุ่นเกี่ยวกับการสอนแบบปลายเปิด (Open-Ended Approach) ซึ่งเป็นการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problem) หรือคำถามปลายเปิด (Open-Ended Question) ทำให้มีการพัฒนาการสอนดังกล่าวขึ้น โดยนักการศึกษาทั้งชาวไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

แฮนคอค (Hancock. 1995: 496) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ (The National Council of Teachers of Mathematics. 1995 : 28) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ว่า เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา ปัญหาจากคำถามปลายเปิดจะต้องกระตุ้น ส่งเสริมความสนใจและให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างระดับกันสามารถเริ่มทำและแก้ปัญหาได้ด้วยความสามารถของเขา โดยการตั้งสมมติฐานคำตอบ การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาและสื่อสารความคิดด้วยตัวของเขาเอง

เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 1) ได้ให้ข้อสังเกตว่า ปัญหาที่ใช้กันอยู่ในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนตามปกติที่ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มีลักษณะร่วมกันประการหนึ่ง คือ มักมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว เมื่อกำหนดปัญหาและตัวเลือกที่เป็นคำตอบก็จะสามารถตรวจสอบได้ว่าตัวเลือกใดเป็นคำตอบของปัญหา คำตอบของปัญหาแต่ละปัญหาได้รับการกำหนดให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ก็ไม่ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง ปัญหาลักษณะนี้เรียกว่า ปัญหาสมบูรณ์หรือปัญหาปิด สำหรับปัญหาอีกประเภทหนึ่ง เป็นปัญหาที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบเรียกว่าปัญหาไม่สมบูรณ์หรือปัญหาเปิด ปัญหาประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนปกติ ในชั้นเรียน เมื่อครูใช้ถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

ทากาฮาชิ (Takahashi. 2004: Online) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาปลายเปิดว่าเป็นกระบวนการสร้างให้เกิดความสนใจและกระตุ้นให้เกิดกิจกรรมคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียนในชั้นเรียน และการแก้ปัญหาปลายเปิดได้ถูกพัฒนาขึ้นในประเทศญี่ปุ่น เป็นกระบวนการสร้างให้นักเรียนเกิดความสนใจและกระตุ้นให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทาง

คณิตศาสตร์โดยผ่านกิจกรรมและการทำงานร่วมกับผู้อื่น การเรียนการสอนที่ใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดจะเน้นกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าจะสนใจคำตอบ

สุพัฒตรา หล้าฤทธิ์ (2547: 24) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่เปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายวิธี หรือมีวิธีการหรือแนวทางได้หลายวิธี

รุจิอาภา รุจิวาปนนท์ (2550: 23) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ (มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ) มีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธี

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิด หมายถึง ปัญหาที่ไม่มีเป้าหมายเฉพาะเจาะจง ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจ เป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ มีวิธีการ แนวทางหรือกระบวนการคิดหาคำตอบได้หลายวิธี

1.2 ประเภทของปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในทางคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะแตกต่างกันมากมาย นักการศึกษาจึงได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

โนเด (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2547: 6-8; อ้างอิงจาก Nohda. 1983.) ได้ขยายแ่งมุมในการพิจารณาความเปิดเพิ่มขึ้น โดยได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. กระบวนการเปิด (Process is open) ปัญหาชนิดนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาต้นกำเนิดที่กำหนดได้อย่างหลากหลาย ซึ่งแน่นอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาต่างเป็นปัญหาปลายเปิดโดยนัยนี้ แต่ในโรงเรียนทั่วไปมักจะเน้นพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียว รวมทั้งไม่ได้เน้นแ่งมุมเชิงกระบวนการ ดังนั้นในปัญหาปลายเปิดชนิดนี้จึงมีการระบุคำตอบเพื่อให้นักเรียนได้พยายามหาแนวทางในการแก้ปัญหาให้ได้หลากหลาย เช่น จงหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ... วิธี เป็นต้น แนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายนั้นทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปได้ตามความสามารถและความสนใจและโดยอาศัยการอภิปรายกลุ่มจะทำให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ดีกว่าเดิม

2. ผลลัพธ์เปิด (End product are open) ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย

3. แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Way to develop are open) หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม การเน้นแ่งมุมนี้จะเรียกว่า "จากปัญหาสู่ปัญหา" ถือได้ว่าเป็นแนวทางการพัฒนาปัญหาปลายเปิด ด้วยแนวทางนี้ นักเรียนสามารถสนุกกับการตั้งปัญหาด้วยตนเอง ยิ่งไปกว่านั้นจากการเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ นักเรียนสามารถอภิปรายเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางคำตอบที่นักเรียนคิดได้

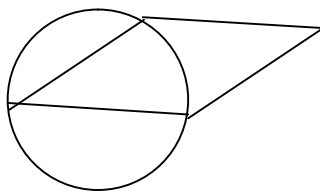
เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิด ออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding relation)

ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ เช่น " จงหาความสัมพันธ์ระหว่างรัศมีกับปริมาตรของทรงกลม "

2. ปัญหาที่ให้แยกประเภท (Classifying)

ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ ให้ออกมาเป็น คุณลักษณะที่ต่าง ๆ กัน ซึ่งอาจจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น " รูปสี่เหลี่ยมบางชนิดสามารถแนบในวงกลมได้ บางชนิดก็ไม่สามารถแนบในวงกลมได้จัดรูป ให้นักเรียนวาด ภาพเพื่อแสดงว่ามีรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่สามารถแนบในวงกลมได้ "



3. ปัญหาที่ให้ประเมินหรือประเมินปริมาณของสิ่งต่างๆหรือสถานการณ์ (Measuring)

ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใด ๆ ที่ เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะประยุกต์ใช้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหา เช่น

" สมมติว่าในวันเกิดของท่านคือวันที่ 30 เมษายน และลุงเศรษฐีของท่านคนหนึ่งจะให้ ของขวัญโดยให้เลือกระหว่าง

1) ให้เงินสด 1,000,000 ดอลลาร์

2) ให้ 0.01 ดอลลาร์ในวันที่ 1 เมษายน ,ให้ 0.02 ดอลลาร์ในวันที่ 2 เมษายน ,ให้ 0.04 ดอลลาร์ในวันที่ 3 เมษายน ,ให้ 0.08 ดอลลาร์ในวันที่ 4 เมษายน และให้ในลักษณะนี้ไปจน ครบถึงวันเกิดของท่าน

ท่านจะเลือกรับของขวัญแบบใด จงอธิบายเหตุผล และพิสูจน์ความถูกต้อง "

สมาพันธ์สำหรับการริเริ่มการปฏิรูปวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Partnership for Reform Initiative in Sciences and Mathematics. 2001: Online) ได้จัดประเภทของคำถาม ปลายเปิด ซึ่งจัดอยู่ในคำถามระดับสูงตามแนวทางการจำแนกคำถามตาม Bloom Taxonomy กล่าวคือ เป็นคำถามที่ใช้เพื่อการวิเคราะห์ การเปรียบเทียบ การนำไปใช้ การแก้ปัญหาหรือการ ประเมินค่า ดังมีรายละเอียดดังต่อไปนี้คือ

1. คำถามปลายเปิดประเภทให้วิเคราะห์

คำถามประเภทนี้มักจะให้อธิบาย หรือยกตัวอย่างเพื่อแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจ ถูกต้องมากน้อยเพียงไร มีประโยชน์อย่างมากในการวิเคราะห์ความผิดพลาดในการเรียน คณิตศาสตร์ เช่น

- ทำไม.....จึง..... ? จงอธิบายคำตอบ
- เป็นผลมาจาก.....หรือไม่ ทำไม?
- จงบอกเหตุผลว่าทำไม.....จึงผิด มีวิธีการที่ดีกว่านี้หรือไม่
- จงเขียนแผนภาพเพื่ออธิบายว่า.....
- จงอธิบายว่าทำไม.....
- จงอธิบายวิธีการต่างๆที่.....
- จงอธิบายวิธีการที่ทำให้นักเรียนได้มาซึ่งคำตอบนี้
- จงคาดคะเนว่า.....ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น
- ทุกคนเห็นด้วยหรือไม่ว่า.....ทำไมละ

2. คำถามปลายเปิดประเภทให้เปรียบเทียบ

คำถามปลายเปิดประเภทนี้มีเป้าหมายให้นักเรียนชี้ให้เห็นถึงความแตกต่างของสิ่งซึ่งสัมพันธ์กันอยู่ได้ มีประโยชน์ในการกระตุ้นให้นักเรียนคิดเชื่อมโยง เช่น

- จำนวน.....และจำนวน.....สองจำนวนนี้จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน นักเรียนรู้อย่างไร
- จงเปรียบเทียบว่ากราฟ.....และกราฟ.....แตกต่างกันอย่างไร
- จงอภิปรายเพื่อแสดงความเหมือนและความต่างของ.....และ.....

3. คำถามเปิดประเภทให้แก้ปัญหา

เป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนพยายามมองหาแนวทางต่างๆที่ใช้ในการแก้ปัญหา ช่วยทำให้ครูทราบได้ว่ามีทักษะในการแก้ปัญหาได้มากน้อย เช่น

- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า.....
- เราจะแก้ปัญหานี้ได้โดยวิธีใดบ้าง จงอธิบายและให้เหตุผล
- เราจะทำอย่างไรถ้าหาก.....

4. คำถามเปิดประเภทให้ประเมินค่า

เป็นคำถามที่เหมาะสมแก่การถามเพื่อให้นักเรียนได้สรุป และประมวลความคิดขั้นสุดท้าย เพื่อให้คุณค่ากับสิ่งที่ทำหรือประสบปัญหาอยู่ โดยใช้เหตุผลและหลักการที่มีอยู่อย่างหลากหลาย มาตัดสิน

- ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น จงอธิบายคำตอบ
- นักเรียนเชื่อในคำกล่าวที่ว่า.....หรือไม่ เพราะเหตุใด

- คำตอบที่นักเรียนได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ นักเรียนมีเหตุผลอย่างไรในการตัดสินใจ

- นักเรียนคิดว่าจะคุ้มค่าหรือไม่หาก..... จงให้เหตุผล

กรมวิชาการ (2545ข: 206-207) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

ตัวอย่างปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

" จงหาความยาวด้านที่เป็นจำนวนเต็มของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 15 หน่วย "

ผู้เรียนอาจแก้ปัญหาด้วยการสมมติความยาวของด้านต่างๆของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งต้องใช้ความรู้พื้นฐานที่ว่า " ผลบวกของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยม ย่อมยาวกว่าด้านที่สาม" ซึ่งผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดังนี้

กรณีที่	ด้านที่ 1	ด้านที่ 2	ด้านที่ 3	หมายเหตุ
1	7	7	1	
2	6	6	3	
3	5	5	5	
4	4	4	7	
5	3	3	9	3+3 < 9 ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม
6	2	2	11	2+2 < 11 ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม

ที่มา : กรมวิชาการ. (2545ข). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 206.

จากตารางข้างต้น จะมีคำตอบเพียง 4 คำตอบ คือ กรณีที่ 1-4

2. ปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

ตัวอย่างปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

" พี่น้องสามคน มีอายุห่างกันคนละ 2 ปี เรียงตามลำดับอายุจากน้อยไปหามาก คือ สมใจ สมหวัง และสมจิตร ทั้งสามคนมีอายุรวมกัน 75 ปี จงหาอายุของคนทั้งสาม "

แนวคิด 1 75 เป็นจำนวนคี่ ซึ่งได้จากผลบวกของจำนวนสามจำนวน แต่ละจำนวนที่อยู่ติดกันมีค่าแตกต่างกัน 2 ดังนั้น ทั้งสามจำนวนเป็นจำนวนคี่

สมมติจำนวนแล้ว ตรวจสอบผลบวก

$$19 + 21 + 23 = 63$$

$$21 + 23 + 25 = 69$$

$$23 + 25 + 27 = 75$$

คำตอบ คือ สมใจ สมหวังและสมจิตร มีอายุ 23, 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

แนวคิด 2 อายุของคนกลาง คือ สมหวัง เป็นค่าเฉลี่ยของอายุของทั้งสามคน

หาค่าเฉลี่ยของอายุได้ $75 \div 3 = 25$ เป็นอายุของสมหวัง

ดังนั้น สมใจมีอายุ $25 - 2 = 23$ ปี และสมจิตรมีอายุ $25 + 2 = 27$ ปี

แนวคิด 3 สมมติน้องสุดท้อง คือสมใจ มีอายุ X ปี จะได้ว่าสมหวังและสมจิตร มีอายุ $X + 2$ และ $X + 4$ ปี ตามลำดับ

$$X + (X + 2) + (X + 4) = 75$$

$$3X + 6 = 75$$

$$3X = 69$$

$$X = 23$$

ดังนั้น สมใจ สมหวัง และสมจิตร มีอายุ 23, 25 และ 27 ปี ตามลำดับ

จะเห็นได้ว่านักการศึกษาส่วนใหญ่แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดยึดจุดประสงค์ของปัญหานั้นๆเป็นหลัก เพื่อให้ผู้เรียนหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนมีแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเองที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของแต่ละคน ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

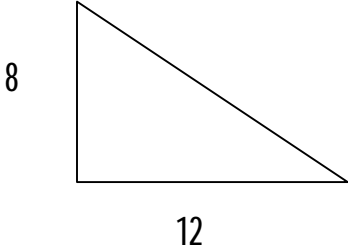
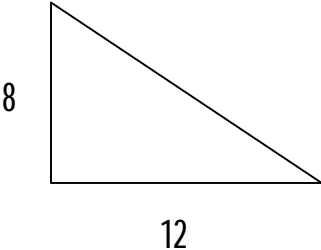
1. กระบวนการเปิด (Process is open) เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย
2. ผลลัพธ์เปิด (End product is open) เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ
3. แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด (Ways to develop are open) หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม

ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้น ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งสามแบบคละกันไป โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้นั้นว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด

1.3 การสร้างปัญหาปลายเปิด

แดเนี่ยล และแองลิเลอริ (ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544: 27; อ้างอิงจาก Daniels; & Anglileri. 1995. 112-113) และสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดซึ่งนักเรียนทำอยู่เป็นประจำที่เป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบอย่างเฉพาะเจาะจง สามารถพัฒนาปรับปรุงให้เป็นงานที่มีกระบวนการและท้าทายยิ่งขึ้นกว่าเดิม โดยปรับเปลี่ยนขยายให้เป็น

ปัญหาปลายเปิด โดยมีวิธีการ เช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่จำเป็นเข้าไปในปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ปัญหาปลายปิด	ปัญหาปลายเปิด
1. $(2+6)-3 = [\quad]$ 2. $3 \times 5 = [\quad]$ 3. จงหาจำนวนต่อไปของลำดับ 1,2,4,... 4. จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม <div style="text-align: center;">  </div>	1. สร้างจำนวนใดก็ได้บ้างจาก 2,3 และ 6 2. จงสร้างคำถามให้มีคำตอบเป็น 15 3. จงอธิบายว่า จำนวนต่อไปนี้ของลำดับ 1,2,4,... ควรจะเป็นจำนวนใด 4. จงสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีพื้นที่เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้ <div style="text-align: center;">  </div>
5. เราเรียกรูปที่มีห้าด้านว่ารูปอะไร 6. จงเขียนกราฟของ <ol style="list-style-type: none"> 1) $y = 3x + 5$ 2) $y = 2x - 1$ 3) $y = 7 - x$ 7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละ 3 ตัว จัดได้กี่ถุง	5. เราสามารถสร้างรูปเรขาคณิตอะไรก็ได้บ้างจากส่วนของเส้นตรง 5 เส้น 6. จงศึกษากราฟของ $y = ax + b$ สำหรับค่าต่างๆของ a และ b 7. มีตุ๊กตา 12 ตัว จัดใส่ถุง ถุงละเท่าๆกัน ได้กี่ถุง ถุงละกี่ตัว

ที่มา : ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2543, กันยายน).กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับพิเศษ : 30-31.

เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) กล่าวว่า โดยทั่วไปๆเป็นการยากในการพัฒนาปัญหาให้เป็นปัญหาปลายเปิดที่ดีและเหมาะสมกับนักเรียนในระดับที่แตกต่างกัน ผลจากการวิจัยซ้ำหลายครั้ง ทำให้ได้ข้อแนะนำสำหรับการสร้างปัญหาปลายเปิดในกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ดังนี้

1. เตรียมสถานการณ์จริงเชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณซึ่งสามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้
 2. แทนที่จะถามนักเรียนให้พิสูจน์ทฤษฎีบทเหมือนกับ " ถ้า P แล้ว Q " เปลี่ยนปัญหาให้เป็น " ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆที่นักเรียนค้นพบมีอะไรบ้าง " โดยต้องกำหนดคำว่า " สิ่งต่างๆ " ให้เฉพาะเจาะจง
 3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท บทเรียนควรเริ่มต้นด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลายๆตัวอย่าง เช่น ในเรขาคณิตควรเริ่มต้นด้วยการแสดงรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับทฤษฎีบทหลายๆรูป แล้วให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์จากรูปเอง ซึ่งจะนำไปสู่ข้อความตามทฤษฎีบท
 4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่างๆให้นักเรียนค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์
 5. แสดงตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้างๆกับนักเรียน ครูยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่ง ให้นักเรียนอธิบายข้อปลีกย่อยอื่นๆ ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง
 6. แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันหลายๆตัวอย่าง ให้นักเรียนหาคำตอบแล้วให้หาสมบัติที่รวมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ เช่นปัญหาจัดการแข่งขันฟุตบอล การหาจำนวนคู่สายโทรศัพท์ การหาเส้นทแยงมุมของรูปหลายเหลี่ยม
 7. แสดงสถานการณ์เชิงกึ่งคณิตศาสตร์ (Quasi-Mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ช่วยอธิบายได้ เช่น ปัญหาการอยู่กันอย่างจัดกระจายของกลุ่มก้อนหินในลักษณะต่างๆ ให้นักเรียนอธิบายว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากที่สุด เพราะเหตุใด ให้หาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้คณิตศาสตร์
 8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต เช่น โครงสร้างของกึ่งกลุ่มหรือกลุ่มโดยแสดงตัวอย่างที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลขซึ่งง่ายในการพิจารณา แล้วให้นักเรียนค้นหาทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้อง
- ลัดดา ศิลา น้อย (2549: 25) ได้กล่าวถึงกระบวนการจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ต่างๆ ให้มีลักษณะที่เป็นปัญหาแบบเปิดกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดโดยกำหนดสถานการณ์ไว้ 3 แนวทางคือ
- สถานการณ์ A เป็นเรื่องของการกำหนดสถานการณ์ที่เป็นปัญหา บทบาทของครูคือ นำสถานการณ์ปัญหาหรือปัญหาค้นกำเนิด นำมาเสนอในชั้นเรียนเพื่อกระตุ้นให้ได้แนวทางหรือคำตอบที่หลากหลาย บทบาทของผู้เรียนคือ พยายามคิดหาคำตอบหรือแนวทาง หรือสร้างสถานการณ์ขึ้นมา เพื่อตอบสนองในปัญหาค้นกำเนิดที่ได้รับการกระตุ้นทำให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้ที่กว้างขวาง
- สถานการณ์ B เป็นช่วงของการสืบเสาะหาข้อมูลเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาของตน โดยอาศัยประสบการณ์ที่มีอยู่ ส่วนบทบาทของครูคือ การชี้แนะให้เกิดการอภิปรายอย่างกว้างขวางเกี่ยวกับความสัมพันธ์กับแนวคิดอื่นๆที่หลากหลายที่จะได้มาเพื่อสามารถบูรณาการ

คำตอบที่อาจจะเห็นว่าไม่เกี่ยวข้องกันให้เชื่อมโยงสัมพันธ์กันเป็นความรู้ใหม่ที่สูงกว่าความรู้ที่มีอยู่เดิม

สถานการณ์ C เป็นการเน้นสถานการณ์ใหม่ที่พัฒนาขึ้นมากกว่าที่มีอยู่เดิม นักเรียนพยายามที่จะสร้างปัญหาต่อไปที่เป็นกรณีทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยอาศัยพื้นฐานจากกิจกรรมต่างๆที่เกี่ยวข้องจากสถานการณ์ B และจากการที่ได้แก้ปัญหาดังกล่าว นักเรียนจะสามารถหาคำตอบที่มีลักษณะโดยทั่วไปมากขึ้น

จากการศึกษาพบว่าแนวทางในการสร้างปัญหาปลายเปิดเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนควรตั้งจุดประสงค์ของการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ พร้อมทั้งศึกษาวิธีการนำเสนอปัญหาให้มีความน่าสนใจ เพื่อดึงดูดความสนใจของผู้เรียน ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความหมายของปัญหาหรือเข้าใจในสิ่งที่คาดหวังได้ง่าย ทั้งนี้ผู้สอนควรใช้เวลาแก่ผู้เรียนในการศึกษาหาคำตอบของปัญหา เพื่อให้ผู้เรียนสามารถค้นหายุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

1.4 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

ในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด ผู้สอนควรศึกษาขั้นตอนในการดำเนินกิจกรรม เพื่อให้สามารถจัดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมโดยใช้ปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

โนตะ (ศิริมาศ ศรีลำดวน. 2546: 29; อ้างอิงจาก Nohda. 2000. p. 34) ได้เสนอขั้นตอนการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในชั้นเรียนว่ามี 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหา

เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนเผชิญโดยครูไม่ได้แนะนำวิธีการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน ซึ่งลักษณะของปัญหาอยู่ในรูปของสถานการณ์ เช่น การเล่นเกม ปัญหานั้นไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้นขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของครูว่าตั้งใจจะกำหนดว่า

1. ปัญหาที่ครูต้องการให้นักเรียนได้แก้ไขในสถานการณ์ที่กำหนดเป็นปัญหาชนิดใด ซึ่งชนิดของปัญหาปลายเปิดมี 3 ชนิด คือ

1.1 กระบวนการเปิด - มีวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องหลายทาง

1.2 ผลลัพธ์เปิด - มีคำตอบถูกหลายคำตอบ

1.3 แนวทางการพัฒนาเปิด - สามารถที่จะพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ได้หลากหลายโดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือคุณลักษณะ ในลักษณะ " จากปัญหาสู่ปัญหา "

2. วิธีคิดที่ครูต้องการให้นักเรียนนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหามีวิธี

3. ปัญหาที่ครูต้องการให้นักเรียนสร้างขึ้นไปจากปัญหาเดิมเป็นปัญหาประเภทใด

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นแก้ปัญห

เป็นขั้นตอนการหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนเสนอแนวทางในการแก้ปัญหของตนเองที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความสามารถและ

ประสบการณ์ของแต่ละคนและครูให้นักเรียนอภิปรายถึงความเกี่ยวข้องกันของแต่ละวิธีและนำมาบูรณาการเข้าด้วยกัน

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นขยายปัญหา

เป็นขั้นตอนการขยายสู่ปัญหาใหม่ โดยพิจารณาจากขั้นตอนที่ 2 และอาศัยฐานจากปัญหาเดิม

กรมวิชาการ (2544ข: 195-196) กล่าวว่าในการจัดการเรียนรู้ ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended problem) ที่ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

ตัวอย่าง การให้เหตุผลกำหนดปัญหาดังนี้

ไม้ไผ่ลำหนึ่งยาว 2.85 เมตร ปักอยู่ในบึงแห่งหนึ่ง ซึ่งมีน้ำลึกโดยเฉลี่ย 1.30 เมตร ถ้าส่วนที่อยู่เหนือน้ำคิดเป็น $\frac{1}{3}$ ของความยาวของไม้ไผ่ลำนี้ ไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาวกี่เมตร

ความยาวของไม้ไผ่ส่วนที่อยู่เหนือน้ำคิดเป็น $\frac{1}{3}$ ของ 2.85 = 0.95 เมตร

ความยาวของไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในน้ำเท่ากับ 1.30 เมตร

ดังนั้น ไม้ไผ่ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาว $2.85 - (0.95 + 1.30) = 0.6$ เมตร

ตอบ 0.6 เมตร

ส่วน ด.ญ. ศรีเพ็ญ แสดงความคิดเห็นว่า โจทย์ข้อนี้หาคำตอบไม่ได้ เพราะว่าโจทย์กำหนดความลึกของน้ำโดยเฉลี่ย 1.30 เมตร ตรงกับตำแหน่งที่ปักอยู่ไม่ทราบว่ามีน้ำความลึกของน้ำเท่าไรแน่ จึงไม่สามารถหาความยาวของไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินได้

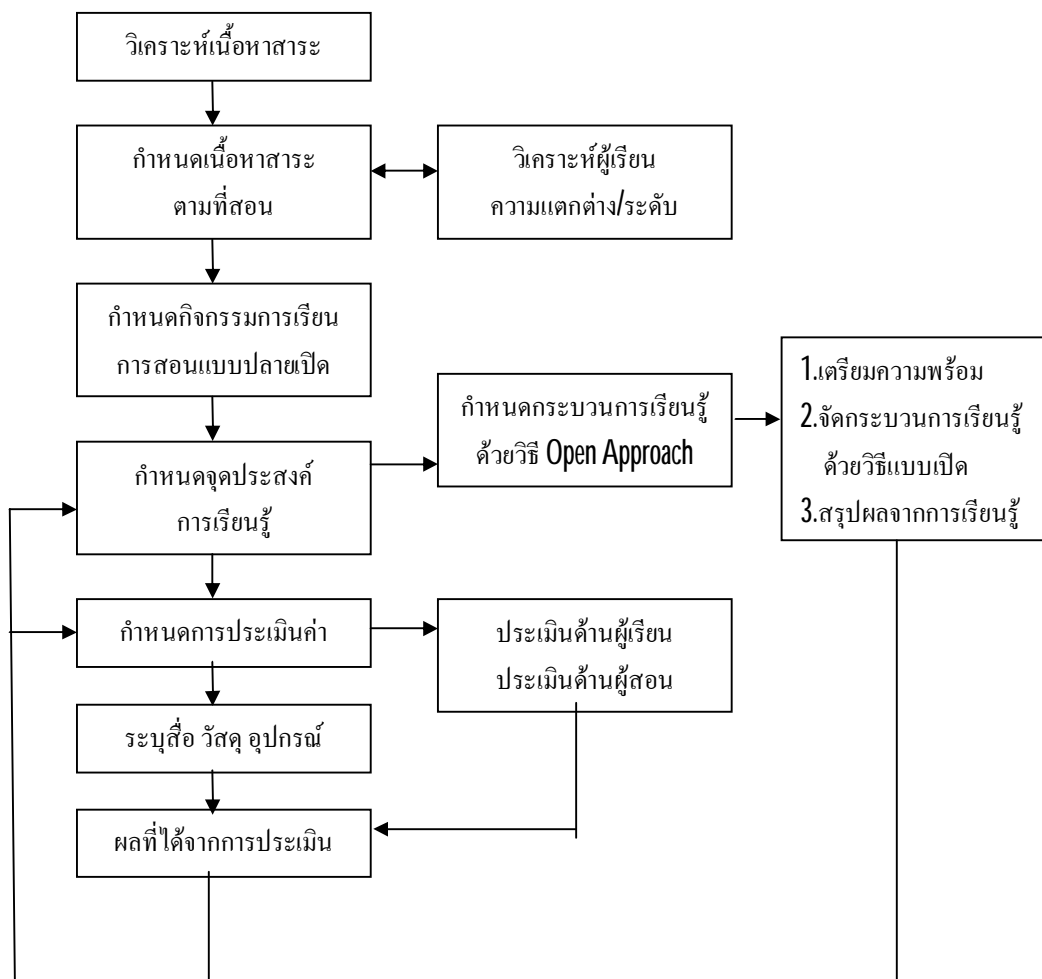
ผู้สอนควรใช้คำถามกระตุ้นว่า "ใครมีความคิดเห็นแตกต่างไปจากสองแนวคิดนี้อีกหรือไม่" ถ้าไม่มีความเห็นเพิ่มเติมผู้สอนควรถามความคิดเห็นต่อว่า คำตอบของศรีเพ็ญมีเหตุผลที่ยอมรับได้หรือไม่

ในการฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล คำตอบของ ด.ญ. ศรีเพ็ญ ถือว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องสมเหตุสมผลคำตอบหนึ่ง

อาจมีผู้เรียนบางคนแสดงความคิดเห็นว่า วิธีทำของ ด.ช. ก่อ ยังไม่ถูกต้อง เพราะเหตุผลว่า ตำแหน่งที่ไม้ปักอยู่อาจปักอยู่ในบริเวณที่ตื้นหรือลึกกว่า 1.30 เมตร เพราะฉะนั้นความยาวของไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินอาจมากกว่าหรือน้อยกว่า 0.6 เมตรก็ได้ ถ้าผู้เรียนแสดงความคิดเห็นเช่นนี้ผู้สอนควรใช้คำถามที่ผู้เรียนคิดต่อว่าผู้เรียนจะแก้ไขวิธีทำของ ด.ช. ก่อ อย่างไรจึงจะได้คำตอบที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล

ผู้เรียนอาจจะให้เหตุผลเพิ่มเติมโดยใช้คำว่า "ถ้า" ในบรรทัดที่สอง ดังนี้
 ถ้าไม้ส่วนที่ปักอยู่ในน้ำยาว 1.30 เมตร ไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินก็จะยาว 0.6 เมตร หรือสรุป
 ตรงคำตอบว่า ไม้ส่วนที่ปักอยู่ในดินยาวประมาณ 0.6 เมตร

ลัดดา ศิลาน้อย (2549: 25) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกระบวนการเรียนรู้แบบปัญหา
 ปลายเปิด ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 แสดงรูปแบบกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีปัญหาปลายเปิด

ที่มา : ลัดดา ศิลาน้อย. (2549, มกราคม-มีนาคม). ปัญหาปลายเปิด Open Approach ใน
 นวัตกรรมการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม. วารสาร
 ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 29(1): 24-34.

จากการศึกษาขั้นตอนในการจัดกิจกรรมโดยใช้ปัญหาปลายเปิดข้างต้น ผู้วิจัยสรุปขั้นตอนในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ได้โดยแบ่งออกเป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยในขั้นสอนจะนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน โดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอนว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด จากนั้นให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิด จะเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นอย่างอิสระ รวมถึงสามารถสร้างแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem-Solving Method) ตามแนวของโพลยา (Polya) มี 4 ขั้นตอนคือ

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. วางแผนการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการตามแผน
4. ตรวจสอบวิธีการและคำตอบ

1.5 ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด

เบคเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 27) ได้กล่าวว่าปัญหาปลายเปิดจะทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิม จากการที่มีคำตอบเปิดกว้าง แม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่นๆ ได้อีก รวมทั้งการท้าทายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ในการหาคำตอบ ซึ่งต้องบูรณาการความรู้ที่มีมาก่อนทักษะและวิธีการเข้าด้วยกัน นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นเองที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาเริ่มต้นและขยายปัญหาจากปัญหาเดิม

โนตะ (ศิริมาศ ศรีลำตวน. 2546: 24; อ้างอิงจาก Nohda. 2000.) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการเรียนการสอน ดังนี้

1. ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทั้งด้านความสามารถและความสนใจและในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน นักเรียนที่มีความสามารถมาก จะมีส่วนร่วมในหลายๆแบบ ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถระดับต่ำยังคงมีความสุขสนุกสนานในกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิดนี้

2. ช่วยในกระบวนการสืบค้นการกำหนดและแก้ปัญหาของนักเรียน

ปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีคำตอบหลายคำตอบ หรือมีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ เมื่อผู้เรียนคนหนึ่งหาคำตอบได้แล้ว ก็ยังมีสิ่งท้าทายให้นักเรียนคนอื่นๆ คิดหาคำตอบอื่นๆ ที่เหลืออยู่สำหรับปัญหาที่มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง แม้ว่าผู้เรียนจะหาคำตอบได้ ผู้สอนต้องแสดงให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่างหลากหลายของผู้เรียน ในการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลายๆอย่างในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าการให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว จะ

เป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาเดิมอย่างแท้จริง และเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียนอีกด้วย

กรมวิชาการ (2545ข: 205-207) ได้กล่าวถึง ปัญหาปลายเปิดในการพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ว่า บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียนและเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลายๆแนวคิดเป็นการช่วยเสริมเติมเต็ม ทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548: 16-17) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของปัญหาปลายเปิดว่าครูสามารถใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งในกระบวนการเรียนการสอน แบบฝึกหัดในชั้นเรียน การบ้านและการทดสอบ โดยสามารถนำผลการประเมินการตอบปัญหามาวิเคราะห์ความผิดพลาดแล้วปรับปรุงการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลหรือหากว่าวิธีการที่นักเรียนแสดงออกมานั้นยังไม่เป็นที่เข้าใจของครู อาจเรียกนักเรียนมาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเพื่อทำความเข้าใจในภายหลังได้ ซึ่งจะก่อให้เกิดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน

ลัดดา ศีลาน้อย (2549: 30-31) ได้กล่าวว่าผลของการจัดกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีปัญหาปลายเปิดนี้จะเกิดการบูรณาการในเรื่องอื่นๆตามมา โดยที่ครูไม่ได้กำหนดให้เกิดแต่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ เช่น ทักษะการคิดวิเคราะห์ ทักษะการทำงานเป็นกลุ่ม ทักษะการทำงานร่วมกัน ทักษะการอภิปรายและแสดงความคิดเห็น เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นร่วมกับกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น เป็นการบูรณาการที่ได้ทั้งเนื้อหาความรู้ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

จะเห็นได้ว่าการใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนและประเมินผลคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมศักยภาพในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้งนี้จะสามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนและในขณะเดียวกันจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์จากการศึกษาได้ดีขึ้น จึงน่าจะทำให้นักเรียนได้เห็นมุมมองใหม่ ๆ ของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิด

งานวิจัยต่างประเทศ

เบกเกอร์ และชิมาดะ (Becker; & Shimada. 1997: 1) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางของกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นศูนย์กลางมีศักยภาพในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการหาคำตอบของปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้ที่มีมาก่อน ทักษะ และวิธีการคิดบูรณาการเข้าด้วยกัน เบกเกอร์เชื่อว่าการสอนโดยใช้การแก้ปัญหา

ปลายเปิดจะช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และทำให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยวิธีปฏิบัติซึ่งอาจจะช่วยลดช่องว่างระหว่างการสอนจริงกับมุมมองของหลักสูตร

คอนเวย์ (Conway. 1999: Online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลายเปิด โดยสามารถทราบความสามารถในการแก้ปัญหาลายเปิดได้จากการวัดลักษณะการคิด 3 ลักษณะได้แก่ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม รวมทั้งพิจารณาจากการแสดงกลุ่มหรือหมวดหมู่ของคำตอบที่เป็นไปได้จากการแก้ปัญหาลายเปิด ซึ่งผู้วิจัยสามารถวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลายเปิดได้จากกระบวนการแก้ปัญหของนักเรียนจากการวิจัยพบว่าสามารถวัดทักษะในการแก้ปัญหของนักเรียนได้จากลักษณะการคิดทั้ง 3 ลักษณะ

ลูเบียนสกี (Lubienski. 2001: 2) ได้ทำการศึกษาเพื่อผลจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนและการแก้ปัญหาลายเปิดโดยเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนที่มีสถานะทางสังคมและเศรษฐกิจสูงและต่ำ งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ผลพบว่านักเรียนที่มีสถานะทางสังคมสูงนั้นจะมีความมั่นใจในความสามารถของตนเองสูงส่งผลให้พฤติกรรมในการแก้ปัญหาลายเปิดคือ นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียน มีความกระตือรือร้นในการเรียน พยายามสร้างแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น และมีความพยายามในการหาแนวทางการแก้ปัญหามั่วว่าจะเกิดความล้มเหลวในครั้งแรกในการแก้ปัญห สำหรับนักเรียนอีกกลุ่มจะมีความกังวลในการเรียนด้วยปัญหาลายเปิด นักเรียนมีความรู้สึกว่าคุณทอดทิ้งจากผู้สอน ไม่สามารถเริ่มต้นการแก้ปัญหได้ นักเรียนอยากจะเรียนโดยมีแบบเรียนเป็นต้นแบบในการเรียนหรือมีครูแนะนำวิธีการแก้ปัญหามากกว่า ถึงอย่างไรก็ตาม หลังจากนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้เรียนโดยใช้ปัญหาลายเปิดแล้ว นักเรียนทั้งหมดมีคะแนนการสอบปลายภาคเรียนผ่านเกณฑ์ทั้งสองกลุ่ม แต่นักเรียนที่มีสถานะทางสังคมและเศรษฐกิจสูง จะสามารถแก้ปัญหที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้ดีกว่า

เซเวนเบอร์เกน, มูสลีย์ และ ซัลลิแวน (Zevenbergen; Mously; & Sullivan. 2001: Online) ได้ศึกษาการใช้งานที่มีลักษณะปลายเปิด (Open-ended Tasks) ในการเรียนการสอนและการประเมินผลในกลุ่มครูผู้สอนวิชาต่างๆ ผลการวิจัยพบว่าครูสามารถให้งานที่มีลักษณะปลายเปิดแก่นักเรียนได้ในทุกกระบวนการของการสอน ทั้งนี้รวมไปถึงการประเมินผลด้วย นอกจากนี้แล้วนักเรียนยังมีพัฒนาการในการทำงานร่วมกันเป็นอย่างดี

ฟูน (Foon. 2002: Online) ได้ทำการศึกษาเรื่องการใช้คำถามปลายเปิดแบบสั้นๆในการส่งเสริมการคิดและการเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการศึกษาโดยการเก็บรวบรวมข้อมูลจากครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาของประเทศสิงคโปร์ที่มาร่วมแสดงความคิดเห็นและประสบการณ์ที่ใช้คำถามปลายเปิดในการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าการใช้คำถามปลายเปิดช่วยให้นักเรียนสามารถสาธิตหรือแสดงความคิดเห็นของเขาได้อย่างเต็มที่ ทั้งยังเป็นการแสดงถึงความเข้าใจอย่างถ่องแท้ของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนไปในหลายรูปแบบมากขึ้น

โลว และเชน (Loe; & Chen. 2004: 1-5) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่อง เรขาคณิต ในประเทศจีน โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนตามแนวการปฏิรูปการศึกษาของจีน ซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี และมีการเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งพบว่าหลังจากนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพิ่มสูงมากที่สุด ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มจะมีระดับคะแนนเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดต่อไปอย่างต่อเนื่อง พบว่าระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มหลังเพิ่มขึ้นอย่างเป็นที่น่าพอใจจากการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คน พบว่ามีนักเรียน 85% มีความพอใจในการเรียนเรขาคณิตและพีชคณิตโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

งานวิจัยในประเทศ

ณัฐกร ถนอมตน (2536: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ของเด็กอนุบาล ผลการวิจัยพบว่าความคิดสร้างสรรค์ของเด็กอนุบาลกลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้การสอนตามแผนการจัดประสบการณ์ชั้นเด็กเล็กอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความคิดสร้างสรรค์ด้านความคิดริเริ่ม ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และคิดละเอียดลออของเด็กอนุบาลกลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้การสอนตามแผนการจัดประสบการณ์ชั้นเด็กเล็ก สังกัดกรุงเทพมหานครอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 การพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ของเด็กอนุบาลที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าหลังการทดลองสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพบว่าการพัฒนาทางความคิดสร้างสรรค์ด้านความคิดริเริ่ม ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และคิดละเอียดลออของเด็กอนุบาลกลุ่มที่ได้รับการจัดประสบการณ์โดยใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 ในช่วงแรกนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างการเรียนครูต้องให้การถามกระตุ้นแนะแนวทางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แต่ในช่วงสุดท้ายของการสอนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการวางแผนแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง สำหรับด้านพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา ก่อนเรียนนักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับต้องแก้ไข หลังเรียนนักเรียนส่วนใหญ่มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีถึงดีมาก และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียนที่ตั้งไว้ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

เจนสมุท แสงพันธ์ (2548: 111-112) ได้ศึกษาการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ผลการวิจัยพบว่าสามารถใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ใน 4 แนวทาง คือ ชี้แนะเข้าสู่บทเรียนสำหรับเนื้อหาใหม่ที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้เดิม ชั้นสอนที่ต้องการเน้นย้ำและขยายความคิดรวบยอดจากการอภิปรายและการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในการแก้ปัญหาที่มีคำตอบและวิธีการที่หลากหลาย การทำแบบฝึกหัดที่เป็นการบ้านที่มีอัตราส่วนของจำนวนข้อการบ้านทั้งหมดในแต่ละครั้งกับข้อที่เป็นคำถามปลายเปิดประมาณ 5:1 และการใช้คำถามปลายเปิดประกอบในการประเมินผลการเรียนจากการทดสอบย่อยและการสอบประจำภาคเรียนเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องและนำผลมาพัฒนาผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง นอกจากนี้แล้วพบว่าการใช้คำถามปลายเปิดประเภทให้วิเคราะห์ เปรียบเทียบ แก้ปัญหา และประเมินค่าทำให้นักเรียนพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ

รุจิอาภา รุจิยาพนนท์ (2550: 55) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคล แล้วบันทึกคะแนนในแบบสังเกตพฤติกรรมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อปฏิบัติกิจกรรมครบได้ทำการสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนไม่มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะพบว่าสามารถนำมาใช้กับสถานการณ์ที่เหมาะสมในการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการแก้ปัญหาแบบมีความตระหนักในการคิด นอกจากนี้ การใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นยังสามารถพัฒนาทักษะของนักเรียนได้ในหลายด้าน เช่น ทักษะการแก้ปัญห ความสามารถในการเรียน ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ รวมไปถึงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

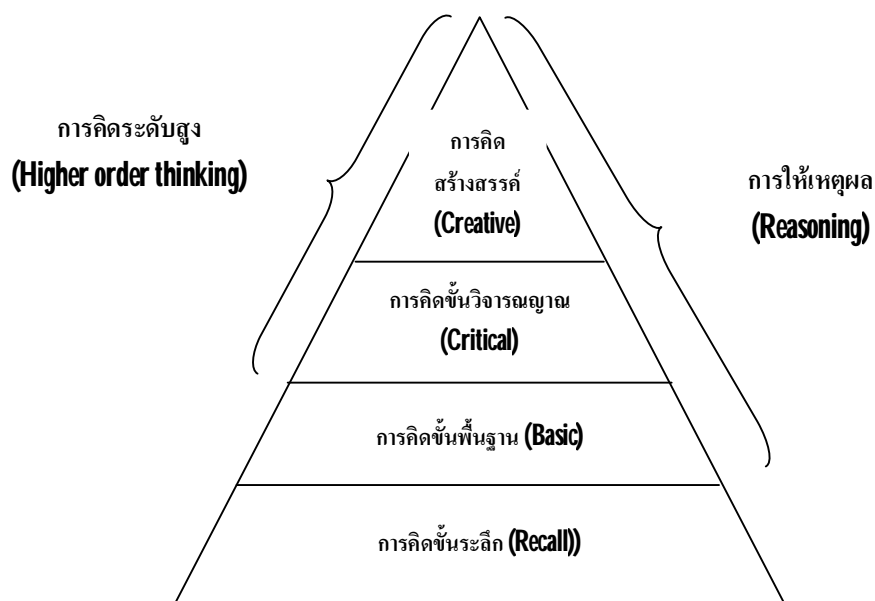
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผล ดังนี้

ครูลิขิต และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 3) ได้กล่าวว่า การคิด หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันนั้น ข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันจนกลายเป็นความรู้ใหม่ได้ โดยได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ชั้น คือ การคิดขั้นระลึก (Recall) จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) เป็นความเข้าใจความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน การคิดขั้นวิจรรณญาณ (Critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการตรวจสอบเชื่อมโยงและประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล เชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้ การคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

ส่วนของการให้เหตุผลครูลิขิตและรูดนิคมองว่าเป็นส่วนสำคัญของการคิด นอกเหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังแสดงให้เห็นในภาพประกอบ 2 ต่อไปนี้



ภาพประกอบ 2 ลำดับขั้นการคิดของครูลิขิตและรูดนิค

ที่มา : Krulik; & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers*. p.3.

ครูลิขิต และรุตนิคอธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ระดับตอนที่แสดงในแผนภาพมิได้แยกจากกันทีเดียว จะเห็นได้ว่า " การให้เหตุผล " เป็นส่วนที่รวมขั้นตอนตั้งแต่การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ และสำหรับการคิดในระดับสูง(Higher order thinking) เป็นการศึกษาที่อยู่ในขั้นวิจารณ์ญาณและการคิดสร้างสรรค์

อลิซ และชิเรล (Alice; & Shirel. 1999: 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล กล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล (2542: 47) ได้กล่าวไว้ว่า กระบวนการของเหตุผลนั้น เป็นปรากฏการณ์ทางจิต (Psychological phenomena) ซึ่งมนุษย์ใช้เป็นเครื่องมือในการสื่อความหมายทางใจ (mental talk) กระบวนการดังกล่าวนี้ เป็นการเรียบเรียงข้อเท็จจริงที่มีอยู่ เป็นสื่อช่วยให้จิตสามารถสร้างข้อเท็จจริงขึ้นมาใหม่ได้อีกหรือเห็นเกี่ยวกับข้อเท็จจริงใหม่ที่สร้างขึ้นมา หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่ากระบวนการของเหตุและผลเป็นกระบวนการนำข้อความหรือปรากฏการณ์ที่เป็นเหตุผลนำมาแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องกันเพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่ หรือปรากฏการณ์ใหม่เรียกว่า ผลสรุปหรือผล

ทิตนา แชมมณี (2545: 114) ได้ให้ความหมายของการคิดอย่างมีเหตุผลว่าเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยๆดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

ศุภกิจ เฉลิวิสุตม์กุล (2546: 50-54) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลว่าเป็น การอ้างหลักฐานเพื่อยืนยัน " ข้อสรุป " ของเราว่าเป็นความจริง การให้เหตุผลแต่ละครั้งจะมีส่วนประกอบ 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นข้ออ้าง ซึ่งหมายถึงหลักฐานหรือเหตุผล (บางครั้งเรียกข้ออ้างว่าเหตุ) และส่วนที่เป็นข้อสรุป ซึ่งหมายถึงสิ่งที่เราต้องการบอกว่าเป็นจริง (บางครั้งเรียกข้อสรุปว่าผล)

จากความหมายของการให้เหตุผล จะเห็นได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง คือ การอ้างหลักฐานเพื่อยืนยันข้อสรุปของเราว่าเป็นจริง หรือเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิด กฎเกณฑ์หรือความจริงนั้นๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรคณิตศาสตร์กำหนดให้การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนเป็นจุดเน้นหลักและเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ดังที่นักการศึกษาและนักวิชาการได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ต่อไปนี้

สติกกินส์ (Stiggins. 1997: 6) ได้กล่าวว่าการทำความเข้าใจโดยใช้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาส เราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่างๆ เข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000: 29) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งซึ่งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวางและได้กล่าวถึงวิชาคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลว่าจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับดังนี้

ระดับอนุบาล-เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้ สมบัติ ความสัมพันธ์และรูปแบบต่างๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ
4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่างๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5 – 8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์
3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9-12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผล โดยมุ่งให้นักเรียน

สามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล
4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล
5. อ่างเหตุผลอย่างง่ายได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: คำนำ) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจ ต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดี ถูกหลักการจะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานของการศึกษาค้นคว้าความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น กรมวิชาการ (2545ก: 25) ได้กล่าวถึงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ได้กำหนดความสำคัญในการให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 1-4 ดังนี้

ช่วงชั้นที่ 1 และ 2

- ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ช่วงชั้นที่ 3

- สามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ข้อมูล หรือข้อเท็จจริงหรือสร้างแผนภาพ

ช่วงชั้นที่ 4

- นำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความจริงหรือข้อสรุปและช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (ม.ป.ป.: 1) ได้กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผลและนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ และเขายังสามารถที่จะค้นพบอะไรใหม่ๆได้เองด้วย นักเรียนที่เรียนด้วยด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลจะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมีระบบและจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของผู้เรียน

การสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้และสามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ๆได้ด้วยตนเอง

จะเห็นได้ว่าความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล เห็นความเชื่อมโยงของเนื้อหาหรือวิธีการ รู้จักใช้เหตุผลปรับแนวคิด จำได้ดีกว่า นำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ได้ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์และมีความเชื่อมั่นในตนเองมากขึ้น

2.3 รูปแบบของการให้เหตุผล

เฮลเลอร์ และคนอื่นๆ (Heller.; et al. 1989: 209-211) ได้แบ่งประเภทปัญหาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาการให้เหตุผลแบบบอกทิศทางเชิงคุณภาพ (Qualitative Directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพ ปัญหาที่ใช้เป็นเหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้เรียกว่า

คำถามเชิงทิศทาง (Directional Questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร อาจเพิ่ม ลดลง หรือเท่าเดิม เมื่อกำหนดให้เศษและส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม โดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ ดังนี้

- 1.1 เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้
- 1.2 เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
- 1.3 เศษเพิ่มและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
- 1.4 เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าของอัตราส่วนลดลง
- 1.5 เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิม ค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม
- 1.6 เศษเท่าเดิมและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น
- 1.7 เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนลดลง
- 1.8 เศษลดลงและส่วนเท่าเดิม ค่าอัตราส่วนลดลง
- 1.9 เศษลดลงและส่วนลดลง ค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

2. ปัญหาการให้เหตุผลแบบบอกทิศทางเชิงตัวเลข (Number Directional Reasoning Problems) คือ เป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลข โดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เช่น

$A = \frac{8}{24}$ เท่ากับ $B = \frac{x}{3}$ แล้วให้หาค่า x สามารถทำได้โดยหาค่า x ซึ่งในการหาค่า x สามารถทำได้โดยให้ $\frac{8}{24} = \frac{x}{3}$ จะได้ $x = 1$

บาร์ดี (Baroody, 1993: 59) ได้จำแนกชนิดของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสหัชญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้ายๆกัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำเสนอข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัยทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไปซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุสามารถกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหากรณีเฉพาะ เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์

สติกกินส์ (Stiggins. 1997: 6-7) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลหลักๆ 3 แบบ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลในการประเมิน โดยได้อธิบายไว้ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้นๆ เป็นการศึกษาลึกลงในส่วนย่อยๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่าสิ่งนั้นมีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกัน ในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกัน บางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกัน การใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าอย่างไรที่ถือว่าเหมือนกัน อย่างไรถือว่าต่างกัน ก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลประเมินเมื่อเราตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน

นอกจากนี้สติกกินส์ยังได้กล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่นๆอีก ได้แก่

การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการนำข้อมูลต่างๆมาหลอมรวมเป็นข้อสรุปหรือเป็นการนำข้อมูลจากหลายๆแหล่งมาทำความเข้าใจและหาข้อสรุป เช่น การสอนแบบเป็นหัวเรื่อง (Thematic) ที่นำการให้เหตุผลและความรู้จากหลายๆสาขาวิชา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษา มาบูรณาการให้การให้เหตุผลมาแก้ปัญหาทางสังคมหรือทางวิทยาศาสตร์ เป็นต้น

การจำแนก (Classifying) เป็นการจัดแบ่งประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืชประเภทของสัตว์ ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องการจำแนกเป็นอย่างดี และอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก

การอนุมาน (Inferential) เป็นการให้เหตุผลให้ได้มาเป็นผลผลิต เช่น ได้หลักการข้อสรุปเป็นการหากรณีทั่วไปจากหลักฐาน กล่าวคือ ใช้ความจริงจากกรณีหนึ่งๆ นำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไป และในทางกลับกันการให้เหตุผลที่อ้างอิงกฎหรือกรณีทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาก็ถือเป็นการให้เหตุผลแบบอนุมาน

สมัย เหล่าวานิชย์ และพัทพรณ เหล่าวานิชย์ (2546: 157) ได้กล่าวว่าในปัจจุบันการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมีความสำคัญอย่างยิ่งในการนำไปสู่ความรู้ใหม่ๆถึงแม้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่สวนทางกัน กล่าวคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย ใช้กรณีเฉพาะเป็นเหตุ มุ่งไปสู่การสรุปผลที่เป็นกรณีทั่วไป ซึ่งต้องตรวจสอบต่อไปว่า ผลสรุปดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัย ใช้กรณีทั่วไปเป็นเหตุ มุ่งไปสู่การสรุปผลที่เป็นกรณีเฉพาะ ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย

ที่มา :สมัย เหล่าวานิชย์; และพัทพรณ เหล่าวานิชย์. (2546). *คณิตศาสตร์ 1* พื้นฐาน + เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6). หน้า 157

ฉวีวรรณ เศวตมัลย์ และคนอื่นๆ (2545: 69-70) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผล มี 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยกำหนดให้หรือยอมรับเหตุเป็นจริงนั้น คือ เหตุที่ตั้งขึ้นบังคับให้เกิดผลลัพธ์อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ซึ่งจะสมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผล จะต้องตรวจสอบความสมเหตุสมผลนั้น

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการใช้ประสบการณ์ย่อยๆ หลายๆ ตัวอย่างหรือการคาดคะเนในการสรุปผล นั่นคือเหตุที่จะตั้งขึ้นเป็นการเก็บข้อมูลในแต่ละครั้งที่เกิดขึ้นแล้วสรุป ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้อาจไม่สอดคล้องกับเหตุการณ์ เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจเป็นจริงหรือไม่เป็นจริงก็ได้

วิเชียร เลหาโกศล (2545: 1-6) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมี 2 ประเภท ได้แก่

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) หมายถึง วิธีการสรุปผลในการค้นหาความจริงจากการสังเกตหลายๆ ครั้ง จากกรณีย่อยๆ แล้วนำมาเป็นข้อสรุป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) หมายถึง วิธีการนำเอาความรู้พื้นฐานซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นความจริงเรียกว่าเหตุ และนำไปสู่ข้อสรุป เรียกว่า ผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 4-5) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ ถือเป็นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การสรุปเป็นกรณีทั่วไปหรือการสรุปอย่างสมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดเหล่านั้น การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และการคิดสร้างสรรค์ โดยได้แบ่งการให้เหตุผลเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

1. การให้เหตุผลเชิงอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้การสังเกตขึ้นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูปหรือสร้างข้อคาดเดา แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป

ในวิชาคณิตศาสตร์การให้เหตุผลเชิงอุปนัยที่พบบ่อย ได้แก่ การหาแบบรูป เช่น

กำหนด



โดยอาศัยการสังเกตและการให้เหตุผลเชิงอุปนัย ให้นักเรียนระบุว่า รูปต่อไปจะเป็นรูปอะไร

สำหรับการใช้การให้เหตุผลเชิงอุปนัยในการสร้างข้อคาดเดาหรือสรุปเป็นกรณีทั่วไปได้มีผู้ให้ความหมายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ข้อมูลเกี่ยวกับสมาชิกบางตัวในเซต นำมาสรุปรวมเป็นกรณีทั่วไป สำหรับสมาชิกทุกตัวในเซต เช่น

$$1 \times 10 = 10$$

$$2 \times 10 = 20$$

$$3 \times 10 = 30$$

$$4 \times 10 = 40$$

สรุปว่าจำนวนนับใดๆคูณกับ 10 จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนับนั้นเดิมด้วย 0 ต่อท้าย

การสรุปเช่นนี้ทางคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นเพียงข้อคาดเดาเท่านั้น ข้อคาดเดาจากการให้เหตุผลเชิงอุปนัยเป็นเพียงข้อคิดที่น่าจะเป็นเช่นนั้น แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าจริงหรือไม่ เช่น $0 \times 0 = 0$ และ $1 \times 1 = 1$ อาจสรุปว่าจำนวนใดๆคูณกับตัวเองจะได้เท่ากับจำนวนนั้น ข้อคาดเดานี้ไม่เป็นจริง การแสดงว่าไม่จริงอาจใช้วิธีการยกตัวอย่างค้าน (counterexample) แสดงให้เห็นว่าข้อคาดเดานั้นไม่จริง เช่น ใช้ $2 \times 2 = 4$ เป็นตัวอย่างค้าน ข้อคาดเดาที่สรุปว่าจำนวนใดๆคูณกับตัวเองได้เท่ากับจำนวนนั้น

อย่างไรก็ตาม การให้เหตุผลเชิงอุปนัย อาจนำไปสู่การค้นพบแนวคิดใหม่ๆจากการสร้างเป็นข้อคาดเดา หรือการทำนาย แต่จุดอ่อนคือ ข้อสรุปที่ได้จากการรวบรวมข้อมูลเป็นหลักฐาน ถ้าการรวบรวมข้อมูลไม่ได้ทำทุกกรณีที่เป็นไปได้ กรณีที่ละเว้นไม่ได้ นำข้อมูลมาพิจารณาอาจเป็นข้อมูลที่ชี้ให้เห็นว่าข้อสรุปนี้ผิด

2. การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้วหรือที่เรียกว่าเหตุ

ตัวอย่างการให้เหตุผลเชิงนิรนัย

เหตุ 1. จำนวนเต็มคู่ หมายถึง จำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว

2. 32 หารด้วย 2 ลงตัว

ผล 32 เป็นจำนวนเต็มคู่

จากการที่นักการศึกษาได้แบ่งรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆคือ การให้เหตุผลเชิงอุปนัยและการให้เหตุผลเชิงนิรนัย

2.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด ใช้เหตุผลเพื่อแสวงหาความรู้และค้นหาคำตอบต่างๆด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ที่มีหน้าที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้และสภาพแวดล้อมต่างๆให้เป็นไปในทิศทางที่ส่งเสริมและเอื้อให้นักเรียนเกิดทักษะดังกล่าว

แบรนด์ (Brandt, 1984: 3) ได้กล่าวว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น ได้พยายาม

ศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 ทาง คือ

1. แนวการสอนเพื่อให้อคิด (Teaching for Thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้าน การสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของ นักเรียน

2. แนวทางการสอนการคิด (Teaching of Thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้น เกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำไปใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็น แนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลาย แนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้จัดสร้างแนวทางการสอน

3. แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) การสอนตามแนวทางนี้ เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระการสอน โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่ เป็นความคิด ของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังทำอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้ อะไร และ ไม่รู้ อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิด ทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเอง

แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเพื่อเป็นแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

อัครยา สังขจันทร์ (2543: 95-96) ได้กล่าวว่า การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการ ให้เหตุผล เป็นกระบวนการที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้พัฒนาการคิดใช้เหตุผล วิเคราะห์ แสดงความ คิดเห็น และแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นบทบาทของผู้สอนจึงไม่ใช้การจัดบทเรียน โดยคำนึง ว่า " จะสอนอะไร" แต่เป็นการจัดบทเรียนต่างๆ โดยคำนึงว่า " จะให้นักเรียนเรียนรู้อะไร "

นภเนตร ธรรมบวร (2544: 69) ได้กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ของนักเรียน ครูผู้สอนต้องเริ่มจากการพัฒนากระบวนการคิดของเด็กซึ่งเป็นสิ่งที่สามารถทำได้ อีกทั้ง ยังมีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการคิดของเด็กอย่างต่อเนื่อง ครูผู้สอนถือเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการสนับสนุนและส่งเสริมการพัฒนาทางด้านความคิดของเด็ก ในการเรียนคณิตศาสตร์มีความจำเป็นต้องมีความหมายกับตัวเด็ก กล่าวคือ ครูควรส่งเสริมให้เด็กได้ สำรวจ ให้เหตุผล และคิดแก้ปัญหา มากกว่าการเรียนโดยการจำกฎเกณฑ์ต่างๆทางคณิตศาสตร์ เท่านั้น เด็กจำเป็นต้องสร้าง (Construct) ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการคิดด้วยตนเอง และ ค้นหาคำตอบซึ่งมีความหมายสำหรับตัวเขา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 18) ได้ให้หลักการในการ พัฒนาการให้เหตุผลว่ามีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดคล้องกับทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความ

เหมาะสม

3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน

4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาล จนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะถูกฝึกให้เกิดเป็นนิสัย
 5. ควรให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล
 6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล
- นอกจากจะต้องคำนึงถึงหลักการต่างๆแล้ว สิ่งที่ครูควรดำเนินการมีดังนี้
1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้ การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย
 2. ปรับแนวคิดในการสอน การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่องโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล และการชี้แจงนี้จะเป็นโอกาสให้นักเรียนได้ย้อนกลับมาพิจารณาแนวคิดของตนเอง ทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และปรับแต่งแนวคิดได้อย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผล ครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี
 3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติม ครูควรเพิ่มเติมนอกเหนือจากการสอนปกติ เช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้างแบบรูปเอง หรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆ เป็นต้น

2.5 บทบาทของครูในการจัดกระบวนการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

โรแวน และมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 16-18) ได้กล่าวว่านอกจากการเตรียมกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว ยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว แต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

อัครยา สังขจันทร์ (2543: 102) ได้กล่าวถึง หลักการสำคัญของกระบวนการเรียนการสอน เป็นสิ่งที่ผู้สอนจำเป็นต้องตระหนักอยู่เสมอ เพื่อช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ของความพยายามที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งการจัด

กิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผลเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางการให้เหตุผล ดังต่อไปนี้

วิธีการสอน

1. กิจกรรมที่เลือกนำมาใช้ต้องเหมาะสมกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผล
2. ผู้สอนมีหน้าที่เป็นเพียงผู้อำนวยการความสะดวกและผู้สร้างบรรยากาศแห่งการเรียนรู้
3. กระบวนการเรียนการสอนต้องเป็นกระบวนการแบบมีส่วนร่วม คือ ระหว่างผู้สอนกับนักเรียนและระหว่างนักเรียนกับนักเรียนด้วยกันเอง
4. เน้นให้ผู้เรียนได้ใช้ศักยภาพของตนให้มากที่สุด
5. ผู้เรียนเป็นผู้ค้นพบสิ่งต่างๆด้วยตนเอง
6. การสื่อสารในกระบวนการเรียนการสอนต้องเป็นการสื่อสารแบบสองทาง
7. วิธีการสอน สภาพแวดล้อมของการเรียน ระบบการให้คำปรึกษาและระบบการวัดและประเมินผล ล้วนเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 15-18) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนตระหนักในสิ่งต่อไปนี้

1.1 การเรียนคณิตศาสตร์ให้เรียนด้วยความเข้าใจ ก่อนอื่นครูจะต้องทำให้นักเรียนเกิดความคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ นักเรียนหรือบุคคลทั่วไปมักจะมีความคิดว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยากเรียนไม่รู้เรื่อง ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเข้าใจได้ วิธีการเรียนต้องใช้การจดจำขั้นต่อนวิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบโดยไม่รู้ว่าจะทำไมจึงทำเช่นนั้น ความคิดเช่นนี้จึงทำให้เมื่อวิชาคณิตศาสตร์ เห็นว่าคณิตศาสตร์มีไว้สำหรับคนเก่งเท่านั้น แนวคิดเช่นนี้สกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุขและเห็นคุณค่า ครูมีบทบาทสำคัญยิ่งในการสร้างบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกว่ายากไม่ยาก

1.2 ให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างมีเหตุผล นักเรียนจะต้องรู้ว่าทำไม เพราะอะไร และสามารถแสดงเหตุผลได้

1.3 ครูต้องทำให้นักเรียนรู้ว่าครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูจะต้องประเมินสิ่งเหล่านี้อย่างสม่ำเสมอ ที่สำคัญเมื่อเด็กสามารถหรือมีการให้เหตุผลที่ดีครูควรให้การเสริมแรงทันที

2. ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและให้เหตุผลยืนยันแนวคิดนั้นๆ การให้เหตุผลอาจทำได้ด้วยวาจา ด้วยการเขียน โดยใช้ภาษาง่ายๆ หรือใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ควรถามบ่อยๆและใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล

- นักเรียนคิดว่าต่อไปจะเป็นอย่างไร เพราะอะไร
- แบบรูปจะเป็นอย่างไร เพราะอะไร
- นักเรียนเชื่อไหม เพราะอะไร
- นักเรียนคิดว่าวิธีไหนดีกว่า เพราะอะไร
- มีคำตอบอื่นอีกไหม มีวิธีอื่นอีกไหม
- ทำไมคิดว่าถูกต้อง
- ทำไมคิดว่าจะเป็นอย่างจริง
- ที่สรุปนี้จะเป็นจริงเสมอไปไหม หรือเป็นจริงเพียงบางกรณี
- สัมพันธ์กันอย่างไร

4. สนับสนุนให้นักเรียนสร้างข้อคาดเดา บนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล

5. เปิดโอกาสให้ทดสอบและปรับแต่งข้อคาดเดาโดยอาศัยเหตุผล เช่น ข้อคาดเดาที่ว่าผลคูณของจำนวนบวกสองจำนวนจะมากกว่าตัวตั้งและตัวคูณ อาจปรับแต่งเป็นการคูณจำนวนหนึ่งด้วยตัวคูณที่เป็นจำนวนที่มากกว่า 1 ผลคูณจะมากกว่าจำนวนนั้น แต่ถ้าตัวคูณเป็นจำนวนบวกที่น้อยกว่า 1 ผลคูณจะน้อยกว่าจำนวนนั้น โดยนักเรียนตัดสินใจปรับเองด้วยเหตุผลไม่ใช่จากครูบอก

6. ให้นักเรียนได้วิเคราะห์แบบรูป รวมทั้งสร้างแบบรูปเอง เช่น 2,4,6,8, ...

7. ใช้วิธีแสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่าง สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนได้สรุปแนวคิดนั้นอย่างมีเหตุผล เช่น

ตัวอย่าง 

ไม่เป็นตัวอย่าง 

สรุป สิ่งที่กำลังกล่าวถึง คือ วงกลม

8. ใช้ปัญหาปลายเปิด เช่น แก้วต้องการซื้อหนังสือเล่มละ 30 บาท ปากกาด้ามละ 10 บาท ทอฟฟี่เม็ดละ 2 บาท ถ้าแก้วมีเงิน 50 บาท จะมีเงินพอซื้อของเหล่านี้ได้ทั้งหมดหรือได้มากน้อยเพียงใด

9. ให้มีการอภิปรายหน้าชั้นเรียน เพื่อหากรณีทั่วไป

10. ทำทนายให้นักเรียนคิดและทำกิจกรรม

11. ให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียนและให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟังทำความเข้าใจเหตุผลผู้อื่นและประเมินว่าเหตุผลเชื่อถือได้หรือไม่

12. มีความยืดหยุ่น สามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียน

13. มีความอดทน ปล่อยให้เวลา ให้โอกาสแก่นักเรียน

14. เน้นความเป็นเหตุเป็นผลมากกว่ากฎเกณฑ์หรือการอาศัยคำที่ใช้เป็นกฎเกณฑ์ไปสู่การบอกวิธีการ เช่น มีคำ “รวม” ให้ทำวิธีบวก

15. ครูควรใช้ภาษาที่เหมาะสมรัดกุม เพื่อให้ให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ ครูไม่ควรตำหนิเมื่อนักเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม ไม่รัดกุม ครูไม่ควรติติง แต่ควรช่วยสรุปอีกครั้ง

16. ครูควรใช้ภาษาทางตรรกศาสตร์ในเหตุการณ์ทั่วไป ให้นักเรียนคุ้นเคย เช่น

- ให้นักเรียนหยิบทั้งดินสอและปากกา
- ถ้านักเรียนตีมนมหมดแล้วนักเรียนมีเวลาไปวิ่งเล่น
- มีนักเรียนบางคนชอบเล่นฟุตบอล
- นักเรียนทุกคนออกไปเข้าแถว

17. ครูจะต้องสร้างความเข้าใจว่าครูให้ความสำคัญกับการให้เหตุผล ในการประเมินจะต้องมีคะแนนจากการประเมินการให้เหตุผลจากงานที่ให้ทำหรือในข้อสอบจะต้องมีส่วนที่ให้นักเรียนแสดงเหตุผล

การพัฒนาด้านการให้เหตุผลจะบรรลุผลได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับครู และการจัดการของครูเป็นสำคัญ รวมทั้งการจัดบรรยากาศ กิจกรรม พฤติกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผล

2.6 การประเมินทักษะการให้เหตุผล

อัครยา สังขจันทร์ (2543: 102) ได้กล่าวถึง หลักการสำคัญของกระบวนการเรียนการสอน เป็นสิ่งที่ผู้สอนจำเป็นต้องตระหนักอยู่เสมอ เพื่อช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ของความพยายามที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผลเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางการให้เหตุผล โดยได้กล่าวถึงวิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ดังต่อไปนี้

วิธีการประเมิน

1. การสอบไม่สำคัญเท่ากับการกระตุ้น ให้นักเรียนใฝ่รู้และคิดเป็น
2. มีวิธีการวัดและประเมินผลความสามารถในการคิดให้เหตุผลที่เหมาะสมกับรูปแบบการเรียนการสอน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 50-52) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผล ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
4. การเลือกรูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

ในการประเมินผลควรจะคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น

- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน แล้วนำมาออกแบบกิจกรรม การประเมินเพื่อจุดประสงค์ในลักษณะนี้ จะประเมินด้วยการวิเคราะห์ เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่างๆตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้ อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล ใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรม ตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

แลนนิน (Lannin. 2001: Online) ได้ศึกษาพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นในการให้เหตุผลที่มีความชัดเจนและการให้เหตุผลที่ต่อเนื่องเพื่อตรวจสอบผลที่เกิดขึ้นจากการสอนแบบคอนสตรัคติวิสต์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความสามารถในการพัฒนาและอธิบายสถานการณ์ในรูปแบบต่างๆไปของตัวเลข และชี้ให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องและบกพร่องในการให้เหตุผลที่ชัดเจนและการให้เหตุผลที่ต่อเนื่อง

ทูล (Toole. 2001: Online) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การอธิบายถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้การตรวจสอบความสัมพันธ์ในเรื่อง พื้นฐานทางจริยธรรม เพศ และระดับของการให้เหตุผลที่เป็นทางการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในเกรด 7 จำนวน 106 คน ผลการวิจัยพบว่า มีค่าสหสัมพันธ์ระหว่างระดับการให้เหตุผลกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็น .556 มีค่าสหสัมพันธ์ระหว่างพื้นฐานทางจริยธรรมกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็น .549 และมีค่าสหสัมพันธ์ระหว่างเพศกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็น .057 ส่วนการให้เหตุผลอย่างเป็นทางการและพื้นฐานทางจริยธรรมสามารถเป็นตัวทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนได้ ($p < .000; F = 46.646$) และระดับการให้เหตุผลและพื้นฐานทางจริยธรรมส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์แต่เพศไม่มีผลต่อส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์

คริสตู และปาปาจิอจีโอ (Christou; & Papageorgiou. 2006: 55-56) ได้ศึกษาเรื่อง โครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงพื้นฐานบวรธรรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัย โดยได้ทำการศึกษาโครงสร้างสำหรับการแนะนำและการประเมินการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาเป็นการชี้แจงและทำให้สมบูรณ์ท่ามกลาง

คุณสมบัติและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ใช้ข้อมูลจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 135 คนในประเทศไชปรัส ได้ใช้ประโยชน์จากการวิเคราะห์ปัจจัยปัจจัยที่นำมายืนยันและพิสูจน์ความสอดคล้องกับข้อมูลแล้วนำมาสรุปให้เป็นกระบวนการเฉพาะที่มุ่งตรวจสอบความเหมือนและแตกต่างในคุณสมบัติหรือและความสัมพันธ์ซึ่งเป็นการนำมาใช้สำหรับผลเฉลยของปัญหาคณิตศาสตร์เชิงอุปนัยที่ควบคุมด้วยคุณสมบัติหรือความสัมพันธ์ ผลจากการวิจัยโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ได้ให้ประโยชน์ในการกำหนดพื้นฐานทางทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและการกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

ฮาลเพิร์น และพูเซลลา (Halpern; & Pucella. 2007: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การแสดงถึงลักษณะพิเศษและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคาดหมายความน่าจะเป็นและความไม่น่าจะเป็น โดยได้นำข้อแนะนำทางตรรกศาสตร์สำหรับการให้เหตุผลเกี่ยวกับการคาดหมายกล่าวว่าเป็นวิชาที่ว่าด้วยความหมายของคำขึ้นอยู่กับความเป็นตัวแทนที่เป็นพื้นฐานของความไม่แน่นอน โดยได้ให้สัญพจน์ที่สมบูรณ์สำหรับตรรกศาสตร์ในรายการที่การเป็นตัวแทนที่เป็นพื้นฐานเป็นความน่าจะเป็น จัดให้เป็นขอบเขตของความน่าจะเป็น ความคิดเห็นเกี่ยวกับฟังก์ชัน และขอบเขตที่เป็นไปได้ พวกเขาได้แสดงการหาเหตุผลว่าเป็นการแสดงออกมากกว่าการหาเหตุผลที่สอดคล้องกันสำหรับการให้เหตุผลเกี่ยวกับความน่าจะเป็นได้ในรายการของกลุ่มของขอบเขตความน่าจะเป็น แต่เฉพาะในรายการของความน่าจะเป็น ความเชื่อและความเป็นไปได้ อย่างไรก็ตามพวกเขาได้แสดงสิ่งที่สอดคล้องกับความสามารถในหลาย ๆ ด้านสำหรับการหาเหตุผลเหล่านี้ในส่วนที่สมบูรณ์

งานวิจัยในประเทศ

ชัยรัตน์ สุล่านาจ (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ที่มีต่อทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากผลการวิจัยพบว่าทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังปฏิบัติการโครงการคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนปฏิบัติการโครงการคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ปฏิบัติการโครงการคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

อารีย์ ศรีเดือน (2547: 83) ได้พัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ เรื่อง การประยุกต์ 1 เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่าชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ เรื่อง การประยุกต์ 1 เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ เรื่อง การประยุกต์ 1 เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังได้รับการสอนด้วยการใช้ชุดกิจกรรม

คณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ เรื่อง การประยุกต์ 1 เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิณัฐตา เจียรพันธ์ (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสัมพันธ์เชิงเหตุของคุณลักษณะการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และหาค่าน้ำหนักความสำคัญของลักษณะการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์ และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรลักษณะประสบการณ์เชิงรูปธรรม ลักษณะการทดลองปฏิบัติ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ส่วนตัวแปรลักษณะการสังเกตอย่างไต่ตรองและลักษณะการสร้างมโนทัศน์เชิงนามธรรม ไม่พบว่ามีความสัมพันธ์กับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่อย่างใด และมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณเท่ากับ .305 โดยตัวแปรทั้ง 7 ตัวร่วมกันอธิบายความแปรปรวนของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ร้อยละ 9.50 และน้ำหนักความสำคัญของตัวแปรเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ การรับรู้ความสามารถของตนเองด้านคณิตศาสตร์และการอบรมเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยส่งผลทางบวกต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ .05 และตัวแปรลักษณะการสร้างมโนทัศน์เชิงนามธรรม ส่งผลทางลบต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนตัวแปรลักษณะประสบการณ์เชิงรูปธรรม ลักษณะการสังเกตอย่างไต่ตรองและลักษณะการทดลองปฏิบัติ ไม่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ประการใด

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์ (2548: บทคัดย่อ) ได้สร้างชุดการเรียนรู้การเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลการเรียนของนักเรียนจากการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

จะเห็นได้ว่า การสอนเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถจัดการเรียนการสอนได้ในทุกระดับการเรียนและรูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถแตกต่างกันนั้น มีความสามารถในการให้เหตุผลสูงขึ้น รวมถึงยังมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มุ่งให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผลจากการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆที่ผู้สอนสร้างขึ้น จะสามารถ

พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สำหรับความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 513) กล่าวถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการตั้งสถานการณ์ในกิจกรรมการเขียนหรือการพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งจะมีผลการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 181) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ทัศนีย์ กระต่ายอินทร์ และสุภิตรา อนุศาสตร์ (2542: 3) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่าการสื่อสารหมายถึงกระบวนการถ่ายทอดสารผ่านสื่อต่างๆที่อาจเป็นการพูด การเขียน การแสดง การจัดกิจกรรม ฯลฯ ไปยังผู้รับสารอย่างมีวัตถุประสงค์ ทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกัน มีปฏิริยาตอบสนองกัน สามารถปรับเปลี่ยนวิธีการให้เหมาะสมกับบริบททางการสื่อสาร เพื่อให้การสื่อสารสัมฤทธิ์ผล

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2542: 6) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่าหมายถึงกระบวนการในการแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารระหว่างมนุษย์ภายใต้สภาพแวดล้อม ซึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงไปได้ตามสภาวะการณ์

กิดานันท์ มลิทอง (2543: 21) กล่าวว่า การสื่อสารหรือการสื่อความหมาย หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราว การแลกเปลี่ยนความคิด การแสดงออกของข้อความคิดและความรู้สึก นอกจากนี้การสื่อสารยังเป็นการที่บุคคลในสังคมมีปฏิสัมพันธ์โต้ตอบกันโดยผ่านทางข้อมูลข่าวสาร สัญลักษณ์และเครื่องหมายต่างๆด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543: 286) ได้กล่าวว่ากระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทักษะในการสื่อสาร (Communication Skills) หมายถึง การให้หรือแลกเปลี่ยนความรู้และแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการอ่าน การฟัง การสังเกต และการตรวจสอบในรูปแบบที่ชัดเจนและมีเหตุผลโดยการพูดและการเขียน

เนตรชนก คงทน (2545: 2) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่าเป็นกระบวนการถ่ายทอดข้อมูล ข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารโดยผ่านช่องทางการสื่อสาร เพื่อมีอิทธิพลต่อผู้รับไมทางใดก็ตามหนึ่ง

คมเพชร ฉัตรศุภกุล (2546: 130) กล่าวว่า การสื่อสาร หมายถึง การที่บุคคลหนึ่งทำการติดต่อบุคคลอีกคนหนึ่งหรือบุคคลมากกว่าหนึ่งคน หรือเป็นกลุ่มก็ได้ ทั้งนี้เพื่อจะส่งข่าวสารข้อเท็จจริง รายละเอียด ข้อมูลบางอย่าง โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะให้บุคคลหรือกลุ่มคนที่ได้รับการติดต่อกันโดยรับรู้สิ่งต่างๆ และเข้าใจความหมายตรงกับผู้ทำการสื่อสาร

นิรมล ศตวุฒิ (2547: 72) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นระบบการส่งและรับข้อมูล โดยการสื่อสารที่ใช้คำพูด ได้แก่ การพูด การบรรยาย การเขียน และการใช้สัญลักษณ์ การสื่อสารที่ไม่ใช้คำพูด ได้แก่ การใช้ท่าทางร่างกายและการสัมผัส

จากแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่านสรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิด ซึ่งแสดงถึงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

3.2 ความสำคัญของการสื่อสาร

การสื่อสารมีส่วนสำคัญในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน ดังที่นักวิชาการได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารไว้ดังนี้

มัมมี และเซฟเพอร์ด (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสาร ดังนี้

1. ทักษะการสื่อสารช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่นๆ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานประสบการณ์ต่างๆ ของพวกเขา

2. ทักษะการสื่อสารช่วยในการแลกเปลี่ยน (Share) ในการทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์ นั่นคือ นักเรียนเกิดความช่วยเหลือกัน การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นนักเรียนก็สามารถพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจในกฎและนิยามต่างๆ

3. ทักษะการสื่อสารจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนตอบคำถามในรูปของการพูด หรือการเขียนในสิ่งที่เขาคิด หรือการพูดกันเองก็จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการนำเสนอในสิ่งที่นักเรียนคิดว่าสำคัญ เพราะฉะนั้นนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและควบคุมการเรียนรู้ในการค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดพวกเขาจะเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ (Empowerment) ด้วยตนเอง

4. ทักษะการสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ นั่นคือ การพูดและการฟังในกลุ่ม โดยการเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยปราศจากการวิตกกังวลที่จะแสดงความคิดใหม่ ๆ การมีปฏิสัมพันธ์ เป็นสิ่งที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจที่จะร่วมกันคิด

5. ทักษะการสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียนในขณะที่ครูเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดของนักเรียน โดยการมุ่งสิ่งที่นักเรียนได้อธิบายการให้เหตุผลของพวกเขา ซึ่งความสามารถในการอธิบายเกิดจากการฝึกการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 52) ได้กล่าวไว้ในมาตรฐานของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่าโปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายเพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และเพื่อให้ทุกคนสามารถ

1. จัดระเบียบทางความคิดและเพิ่มพูนความสามารถความคิดทางคณิตศาสตร์ให้แข็งแกร่งมั่นคงยิ่งขึ้น
2. แสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ ชัดเจน แก่เพื่อน ๆ ครู และบุคคลอื่นได้
3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยพิจารณายุทธวิธีต่าง ๆ ได้
4. สามารถที่จะใช้ภาษาคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความหมายที่ชัดเจนถูกต้องและรัดกุม ดังนั้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรให้สอดคล้องกับโปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

รีส์ และคนอื่น ๆ (Reys; et al. 2001: 83) กล่าวว่า การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดโดยเฉพาะการสื่อสารสองทางช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดกับผู้อื่น ซึ่งนักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้มีการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้คำ ทั้งการพูดและการเขียน

มณฑล ไบบัว (2536: 3-4) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารว่า มีความสำคัญต่อมนุษย์ใน 5 ด้านคือ

1. ความสำคัญต่อความเป็นสังคม มนุษย์รวมตัวกันเป็นกลุ่มสังคมได้ตั้งแต่สังคมเล็ก ระดับครอบครัว จนกระทั่งถึงสังคมที่ใหญ่ระดับประเทศก็ได้ เพราะอาศัยการสื่อสารเป็นพื้นฐาน เมื่อมนุษย์รวมกันอยู่ดำเนินชีวิตร่วมกัน ก็ย่อมตกลงในระเบียบกติกา เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ต่างๆ ของสังคม เพื่อให้สังคมนั้นๆ ดำรงอยู่ได้ และมนุษย์ใช้การสื่อสารซึ่งกันและกันเพื่อจะทำความเข้าใจ การที่สังคมมนุษย์ได้รับการพัฒนาโดยตลอดไม่มีการขาดตอนก็เพราะใช้การสื่อสารเป็นสายใยแห่งการถ่ายทอดประเพณี วัฒนธรรม ความรู้สึกนึกคิดของคนรุ่นหนึ่งไปสู่คนอีกรุ่นหนึ่ง

2. ความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน การสื่อสารมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อชีวิตประจำวัน ในวันนี้หนึ่งๆ ตลอดเวลาที่เราตื่น เราสื่อสารตลอดเวลา อาจจะสื่อสารกับตนเอง สื่อสารกับผู้อื่น ทั้งนี้ อาจเป็นคนในครอบครัว ผู้ร่วมงานกิจกรรมต่างๆ ในการดำรงชีวิตต่าง ๆ ก็ต้องอาศัยการสื่อสารเป็นเครื่องมือทั้งนั้น

3. ความสำคัญต่ออุตสาหกรรมและธุรกิจ การดำเนินอุตสาหกรรมและธุรกิจไม่ว่าจะเป็นขั้นตอนในการผลิต การจัดจำหน่ายต่าง ๆ ก็ต้องอาศัยการสื่อสารทุกขั้นตอน นับตั้งแต่การสื่อสารกันระหว่างบุคคล จนกระทั่งถึงการสื่อสารกับมวลชน เช่น การโฆษณา การประชาสัมพันธ์ ทั้งนี้จะต้องอาศัยวิธีการสื่อสารโดยเฉพาะในปัจจุบันก็ได้มีการนำเทคโนโลยีใหม่ๆ มาใช้ในการสื่อสารมากมาย

4. ความสำคัญต่อการปกครอง ในการปกครองไม่ว่าจะเป็นการปกครองระดับใดหรือการปกครองระบอบใด ทั้งผู้ปกครองและผู้ถูกปกครอง จะต้องมีการตกลงร่วมกันในกฎเกณฑ์หรือระเบียบต่างๆ ผู้ปกครองต้องเผยแพร่ข้อมูลข่าวสารเหล่านี้ ให้ผู้ถูกปกครองทราบทั้งทางตรงและทางอ้อมรวมทั้งประชาชนหรือผู้ปกครองก็ต้องสื่อสารเรื่องต่างๆ ไปยังผู้ปกครองด้วย ซึ่งเป็นการสื่อสารทั้งแบบจากบนสู่ล่างและแบบล่างขึ้นสู่บน

5. ความสำคัญต่อการเมืองระหว่างประเทศ ประเทศต่างๆ ต้องมีการติดต่อสื่อสารกันทั้งทางด้านการเมือง เศรษฐกิจ การทหาร ปัจจุบันเรามีทั้งองค์การในการที่จะทำหน้าที่ติดต่อสื่อสารข่าวสารการเมืองระหว่างประเทศและการสื่อสารมวลชนเข้ามามีบทบาทสำคัญต่อชีวิตของเรามาก

บุญศรี ปราบศักดิ์ และศิริพร จิรวัดน์กุล (2538: 13) ได้เสนอทรรศนะเกี่ยวกับความสำคัญของการสื่อสารดังนี้ การสื่อสารมีความสำคัญต่อการพัฒนาคุณภาพชีวิต ซึ่งหมายถึงระดับสภาพการดำรงชีพของมนุษย์ ตามองค์ประกอบแห่งชีวิตได้แก่ ร่างกาย อารมณ์ สังคม ความคิดและจิตใจ สถาบันทางสังคมที่มีผลกระทบต่อคุณภาพชีวิต ได้แก่ ครอบครัว เศรษฐกิจ การสาธารณสุข นันทนาการ วัฒนธรรม การปกครอง การศึกษาและศาสนา สังคมโลกโดยองค์การระหว่างประเทศต่างๆ ได้พยายามเผยแพร่แนวคิด เพื่อให้ทุกๆ ประเทศเห็นความสำคัญของการยกระดับคุณภาพชีวิตให้ได้มาตรฐาน

ทัศนีย์ กระจ่าอินทร์ และสุกิตร์ อนุศาสตร์ (2542: 3-4) ได้กล่าวว่า มนุษย์จำเป็นต้องใช้การสื่อสารตลอดชีวิต เริ่มจากการสื่อสารภายในตนเอง คิดว่าจะทำอะไร เมื่อไร จะต้องสัมพันธ์กับผู้อื่นและจะเกิดผลอย่างไร การสื่อสารจะขยายความกว้างขึ้นและมนุษย์จะใช้การสื่อสารเพื่อทำกิจกรรมร่วมกันตลอดเวลา การสื่อสารจึงมีความสำคัญ ดังนี้

1. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการดำรงชีวิต ไม่มีใครที่จะดำรงชีวิตได้โดยปราศจากการสื่อสาร โดยเฉพาะสังคมมนุษย์ที่มีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาตลอดเวลา พัฒนาการทางสังคมจึงดำเนินการไปพร้อม ๆ กับพัฒนาการทางการสื่อสาร

2. การสื่อสารช่วยธำรงสังคมให้อยู่ร่วมกันเป็นปกติสุข เพื่อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับระเบียบประเพณี กฎเกณฑ์ทางสังคมและความรู้ต่างๆ จำเป็นต้องรับการถ่ายทอดเพื่อให้เป็นมรดกทางสังคมตกลงใช้ร่วมกันเพื่อให้อยู่ร่วมกันอย่างสันติ

3. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการพัฒนา การพัฒนาสังคมในด้านคุณธรรม จริยธรรม วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ฯลฯ รวมทั้งศาสตร์ในการสื่อสาร จำเป็นต้องพัฒนาอย่างไม่หยุดยั้ง และต้องใช้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการพัฒนาด้านต่างๆ เช่น การใช้โสตทัศนหรือสื่ออิเล็กทรอนิกส์ในงานสาธารณสุข เป็นต้น

จะเห็นได้ว่า การสื่อสารนั้นมีความสำคัญเป็นอย่างมากสำหรับคนเราไม่ว่าจะเป็นด้านสังคม การดำรงชีวิต ความเป็นอยู่ หรือการพัฒนาประเทศรวมถึงการจัดการเรียนการสอนด้วย เพราะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จะให้ได้ประสิทธิภาพนั้น ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน หรือควรที่จะให้นักเรียนนั้นสะท้อนความคิดของนักเรียนมายังครูด้วย

3.3 วัตถุประสงค์ของการสื่อสาร

นักวิชาการหลายท่านได้กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการสื่อสารดังนี้

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 4-5) กล่าวถึง ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ในการจัดหลักสูตรการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้น ตลอดจนการจัดการศึกษาควรจะต้องให้นักเรียนมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. จัดระบบและรวบรวมความคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันและสื่อสารได้ถูกต้อง

2. สื่อสารความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของพวกเขาแก่ครูอาจารย์และผู้อื่นได้อย่างสมเหตุสมผลและแจ่มแจ้งชัดเจน

3. วิเคราะห์และประเมินค่าแนวความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยกลยุทธ์ต่างๆได้

4. ใช้ภาษาของคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายได้อย่างกระชับ ชัดเจน ได้ใจความที่ถูกต้องแน่นอน

เนตรชนก คงทน (2545: 20-21) กล่าวถึงวัตถุประสงค์ในการสื่อสารว่ามีลักษณะดังนี้ ด้านผู้รับสาร มีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อแจ้งให้ทราบ (To inform) ซึ่งหมายความว่า ในการสื่อสารนั้นผู้ส่งสารมีความต้องการจะบอกเรื่องราว ข้อมูล หรือเหตุการณ์ต่างๆให้ผู้อื่นทราบและเข้าใจ

2. เพื่อการสอนหรือให้การศึกษา (To teach to educate) ซึ่งหมายความว่า ผู้ส่งสารมีความต้องการที่จะถ่ายทอดความรู้ หรือเรื่องราวที่มีลักษณะเป็นวิชาการเพื่อให้ผู้รับสารได้รับความรู้จากเดิม

3. เพื่อสร้างความพึงพอใจหรือความบันเทิง (To entertain) ซึ่งหมายความว่า การสื่อสารนั้นต้องการให้สารที่ตนส่งออกไปสร้างความสุข สนุกเพลิดเพลินไม่ว่าในรูปของการพูด การเขียน หรือการแสดงกิริยาท่าทาง

4. เพื่อชักจูง (To propose or to persuade) ซึ่งหมายความว่า ผู้ส่งสารได้เสนอแนะสิ่งใดสิ่งหนึ่งต่อผู้รับสาร เช่น ความรู้สึกนึกคิด ทศนคติหรือพฤติกรรม และมีความต้องการชักจูงใจให้ผู้รับสารมีความคิดคล้อยตามหรือยอมรับปฏิบัติตามการเสนอแนะของตน

ด้านผู้รับสาร มีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อทราบ (To understand) ซึ่งหมายความว่า ผู้รับสารมีความต้องการที่จะทราบเรื่องราวหรือติดตามข้อมูล เหตุการณ์ ข่าวสารต่างๆที่เกิดขึ้น

2. เพื่อเรียนรู้ (To learn) ซึ่งหมายความว่า การแสวงหาความรู้ของผู้รับสารจากการสื่อสาร ลักษณะของสารในกรณีนี้มักเป็นสารที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับวิชาความรู้และวิชาการ เป็นการหาความรู้เพิ่มเติมและเป็นการทำความเข้าใจกับเนื้อหาสาระในการสอนของผู้รับสาร

3. เพื่อหาความพอใจ (To enjoy) ซึ่งหมายความว่า คนเราจำเป็นต้องมีโอกาสได้พักผ่อนหย่อนใจได้รับความเพลิดเพลินเป็นสุขใจ ซึ่งอาจจะแสวงหาสิ่งเหล่านี้โดยการสื่อสาร เช่น การฟังเพลง ชมภาพยนตร์ การแสดง หรือการเล่นต่างๆ

4. เพื่อการตัดสินใจ (To decide) บางครั้งคนเราอาจจำเป็นต้องตัดสินใจเลือกหรือทำอะไรบางอย่างจากหลาย ๆ อย่าง ในกรณีเช่นนี้เราต้องการข้อมูล แง่คิด คำแนะนำ ที่จะช่วยให้เราตัดสินใจได้ถูก ดังนั้นเราจึงแสวงหาข่าวสารเพื่อการตัดสินใจ

จากการศึกษาวัตถุประสงค์ของการสื่อสารจะเห็นได้ว่าวัตถุประสงค์ของการสื่อสารสำหรับผู้ส่งสารก็คือการแจ้งให้ทราบ การให้การศึกษา ความบันเทิงและเพื่อการชักจูง ส่วนทางด้านผู้รับสารก็มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการทราบเรื่องราวต่างๆ เพื่อเรียนรู้และเพื่อการตัดสินใจ

3.4 องค์ประกอบของการสื่อสาร

การสื่อสารจะมีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใดนั้น ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบต่างๆ ดังที่นักวิชาการได้กล่าวไว้ดังนี้

บุญศรี ปราบศักดิ์ และศิริพร จิรววัฒน์กุล (2538: 13) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบพื้นฐานของการสื่อสารไว้ดังนี้

1. ผู้ส่งสารและผู้รับสาร พฤติกรรมการสื่อสารนี้จะต้องมีผู้รับสารหรือผู้ส่งสารจะโดยตั้งใจหรือไม่ก็ตาม การโต้ตอบสื่อสารกันทั้งสองฝ่ายจะดำเนินไปด้วยดี เมื่อทั้งสองฝ่ายอยู่ในสภาพแวดล้อมทางสังคมร่วมกัน มีประสบการณ์บางส่วนร่วมกันหรือมีความรู้ความเข้าใจซึ่งกันและกัน

2. สาร หมายถึง สิ่งที่ผู้สื่อสารส่งไปให้ผู้รับสาร เป็นเรื่องราวต่างๆในรูปของข้อมูล ความรู้สึก ความคิดเห็น ที่จะแสดงให้อีกฝ่ายหนึ่งเข้าใจวัตถุประสงค์ของตน สาร (Message) นั้นโดยทั่วไปเราหมายถึงสิ่งเร้า สาระ หรือเรื่องราวที่ผู้ส่งสารออกไป ส่วนสารสนเทศ สารนิเทศหรือข่าวสาร (Information) มุ่งถึงเนื้อหาของสารซึ่งสำคัญและจำเป็นสำหรับการติดต่อเรื่องสื่อสารในสังคม เพราะยิ่งสารสนเทศมากเพียงใดยิ่งจะทำให้การตัดสินใจในเรื่องต่างๆ ถูกต้องและเหมาะสมมากขึ้น

3. สื่อหรือช่องทางการสื่อสารคือ ตัวกลางนำสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร โดยสารนั้น ต้องครอบคลุมถึง

3.1 กลไกการรับรู้สาร ได้แก่ การเข้ารหัส (Encode) ซึ่งหมายถึงผู้ส่งสาร นำสารแปลงเป็นสัญญาณ (Signal) สัญลักษณ์ (Symbol) ส่งไปยังผู้รับ ส่วนการถอดรหัส (Decode) หมายถึง การที่ผู้รับสารถอดความหมายของสัญญาณ สัญลักษณ์ที่ส่งมานั้น

3.2 พาหนะที่นำสารนั้นให้เคลื่อนไป เช่น อากาศ คลื่นแสง เสียง

3.3 ตัวที่จะพียงพาหนะที่นำสาร กลไกการรับรู้สารของเราจะได้รับโดยมีช่องทางสำหรับนำสาร นำไปสู่ประสาทสัมผัสทั้งห้าคือ การเห็น การได้ยิน การได้กลิ่น สัมผัส และการลิ้มรส นอกจากนี้สื่อหรือช่องทางยังมีความหมายอย่างกว้างๆ รวมถึงช่องทางที่เป็นตัวกลางนำสารจากผู้ส่งไปถึงผู้รับ เช่น คลื่นเสียง โทรเลข ฯลฯ

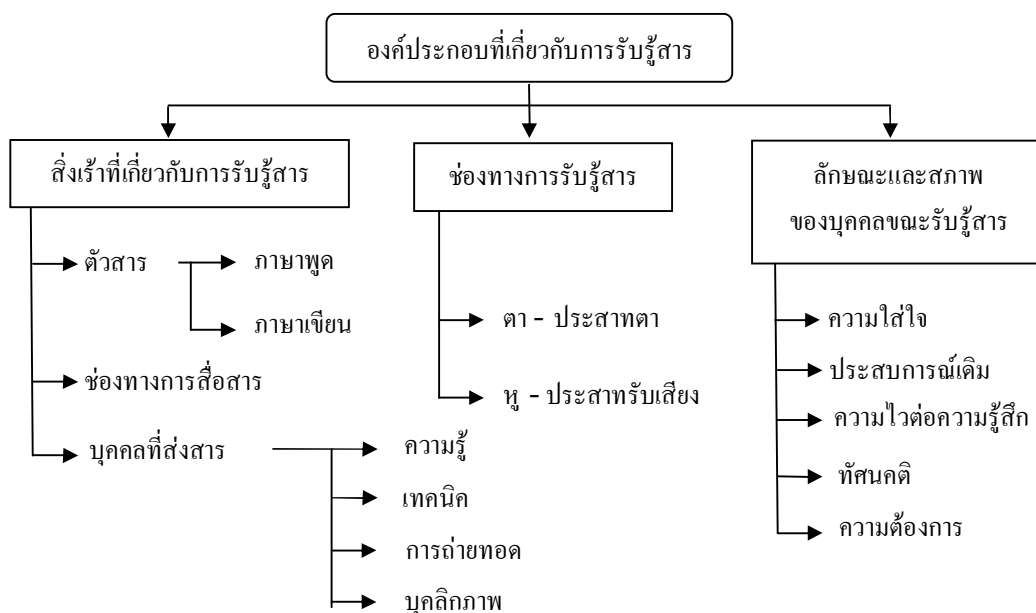
วรพล พรหมมิกบุตร (2534: 20) ได้แบ่งองค์ประกอบของการสื่อสารไว้ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เป็นบุคคลในกระบวนการสื่อสารยังอาจแยกได้เป็น 2 ฝ่ายที่สำคัญ ได้แก่ ผู้ส่งสาร (Transmitter) และผู้รับสาร (Receiver)

2. องค์ประกอบที่เป็นผลผลิตเชิงวัฒนธรรม ก็อาจแยกออกได้เป็น 2 ส่วน ได้แก่ ข่าวสาร (Message) และเทคนิควิธีการสื่อสาร (Communication Technique)

กรมวิชาการ (2545ค: 56-57) ได้แบ่งองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ข่าวสาร ดังต่อไปนี้

องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ข่าวสาร



ภาพประกอบ 4 องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ข่าวสาร
ที่มา : กรมวิชาการ. (2545ค). การอธิบายแนวคิด .หน้า 57.

กิตติมา สุรสนธิ (2541: 6-17) ได้กล่าวถึงการสื่อสารว่าประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วน ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสารและมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบอื่นๆ ทั้งการเลือกข้อมูลข่าวสารที่จะส่งถ่ายทอดไป การเลือกวิธีการ และช่องทางที่จะทำให้อาสาไปถึงผู้รับสาร รวมทั้งการเลือก และกำหนดผู้รับสารที่จะเป็นผู้รับข้อมูลข่าวสารโดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อต้องการให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระดับใดระดับหนึ่งหรือในด้านใดด้านหนึ่งกับบุคคลที่ตนสื่อสารด้วย เช่น การเปลี่ยนแปลง การรับรู้ การเปลี่ยนแปลงความเชื่อ ทศนคติและพฤติกรรมของบุคคล กลุ่มหรือสังคม เป็นต้น

2. สาร (Message) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งในการสื่อสาร ซึ่งสาร หมายถึงเรื่องราวอันมีความหมายและแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใดๆก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสาร สารจะเป็นตัวเร้าให้ผู้รับสารเกิดการรับรู้ความหมายและมีปฏิกิริยาตอบสนองซึ่งโดยทั่วไปแล้ว สารจะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

2.1 รหัสของสาร (Message code) คือ ภาษา สัญลักษณ์หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้นเพื่อแสดงออกแทนความคิด ความรู้สึก ความเชื่อ ค่านิยม วัตถุประสงค์ต่างๆของผู้ส่งสาร

2.2 เนื้อหาของสาร (Message content) คือ เรื่องราวสิ่งต่างๆที่ผู้ส่งสารต้องการจะถ่ายทอดหรือส่งไปยังผู้รับสาร

2.3 การจัดเรียงลำดับสาร (Message treatment) คือ รูปแบบวิธีการในการนำรหัสสารมาเรียบเรียง เพื่อให้ได้ใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ

3. ช่องทางการสื่อสารหรือสื่อ (Media or Channel) หมายถึง พาหนะที่นำหรือพาข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารหรือกล่าวได้ว่า ช่องทางการสื่อสาร หมายถึง การมองเห็น การได้ยิน การดมกลิ่น การสัมผัส การลิ้มรส เป็นต้น

4. ผู้รับสาร (Receiver) การสื่อสารจะมีความหมายอย่างไร จะประสบผลสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับผู้รับสารว่าจะเลือกรับสารหรือเลือกที่จะตีความต่อข่าวสารอย่างไร ดังนั้น จะเห็นได้ว่า แม้การสื่อสารจะเริ่มต้นจากผู้ส่งสาร แต่บุคคลที่จะทำให้การสื่อสารประสบผลสำเร็จได้นั้นขึ้นอยู่กับผู้รับสาร

ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์ และสุภิตรา อนุศาสตร์ (2542: 4-10) ได้จัดองค์ประกอบของการสื่อสารดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) คือ บุคคลที่เริ่มต้นสร้างสารและส่งสารไปยังผู้อื่นโดยใช้ภาษาเป็นเครื่องมือ ผู้ส่งสารในฐานะผู้เริ่มต้นการสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติดังนี้

1.1 เป็นผู้ที่มีความสนใจแน่วแน่ที่จะให้ผู้อื่นรับรู้ความประสงค์ของตน

1.2 เป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่จะสื่อสารเพียงพอ ผู้สื่อสารอาจสำรวจระดับความรู้ความเข้าใจของตนเองตามลำดับขั้น คือ

1.2.1 บอกได้ว่าเคยผ่านพบหรือได้ยินได้ฟังเรื่องนั้นๆมา

1.2.2 นำมาบอกกล่าวด้วยถ้อยคำของตนเองได้

1.2.3 ใช้ความรู้ ความชำนาญ แก้ไขสถานการณ์ต่างๆได้

1.2.4 วิเคราะห์ปัญหาได้

1.2.5 ประเมินค่าได้

1.3 เป็นผู้ที่มีความเชื่อถือ ความเชื่อถือของผู้ส่งสารเป็นผลรวมของความรู้ ความสามารถ บุคลิกลักษณะ การเป็นคนที่ยังคงยอมรับ การเป็นคนคล่องแคล่วเปิดเผยในการ ติดต่อสื่อสาร

1.4 เป็นผู้ที่มีความพยายามจะเข้าใจความสามารถและความพร้อมของผู้รับสาร

1.5 เป็นผู้รู้จักใช้กลวิธีที่เหมาะสม ในการนำเสนอสาร อาศัยการเตรียมการทักษะ ทางด้านภาษา การใช้อุปกรณ์ ตลอดจนเทคโนโลยีในการสื่อสารอย่างเหมาะสม

2. สาร (Message) คือ เรื่องราวอันมีความหมายและแสดงออกโดยอาศัยภาษาหรือ สัญลักษณ์ที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ สารประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

2.1 รหัสของสาร คือ ภาษาสัญลักษณ์หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้นเพื่อแทนความคิด

2.2 เนื้อหาของสารจะครอบคลุมความรู้ ความคิดและประสบการณ์ที่มนุษย์ต้องการ ถ่ายทอด แลกเปลี่ยนเพื่อความเข้าใจร่วมกัน โดยเนื้อหาของสารดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ เนื้อหาสารที่แสดงข้อเท็จจริง เนื้อหาสารที่แสดงข้อคิดเห็น และเนื้อหาสารที่แสดงความรู้สึก

2.3 การจัดสาร หมายถึง รูปแบบวิธีการในการนำรหัสสารมาเรียบเรียง เพื่อให้ได้ ใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ สารที่ได้รับการจัดอย่างดีทั้งในด้านการเรียบเรียง การลำดับความ การลำดับความยากง่ายตลอดจนรูปแบบและการใช้ภาษาที่ดี

3. สื่อหรือช่องทาง (Media or Channel) สื่อหรือช่องทางเป็นองค์ประกอบสำคัญอีก ประการหนึ่งในการสื่อสาร ผู้ส่งสารต้องอาศัยสื่อหรือช่องทาง ทำหน้าที่นำสารไปสู่ผู้รับสาร โดยทั่วไปสารจะถ่ายทอดเข้าสู่ระบบการรับรู้

4. ผู้รับสาร (Receiver) ผู้รับสารเป็นองค์ประกอบสำคัญในการสื่อสาร มีบทบาทในการ กำหนดความรู้เรื่องราวที่ผู้ส่งสารส่งผ่านสื่อมาถึงตนและมีปฏิกิริยาตอบสนอง ผู้รับสารที่ดีควรทำ หน้าที่ตามบทบาทของตนและควรพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติ ดังนี้

4.1 เป็นผู้ที่มีความแจ่มชัดและกระตือรือร้นที่จะรับสาร

4.2 เป็นผู้พยายามรับรู้ข่าวสารต่างๆอย่างสม่ำเสมอ

4.3 เป็นผู้ที่มีความไว รู้สึกรวดเร็วและถูกต้อง

4.4 เป็นผู้ที่มีสมาธิ สามารถบังคับใจให้อยู่ที่เรื่องราวที่กำลังสื่อสาร

5. ปฏิกริยาตอบกลับ (Feedback) ในการสื่อสารแต่ละครั้งผู้ส่งสารและผู้รับสาร ซึ่งเรา เรียกว่าคู่สื่อสารต่างมีวัตถุประสงค์ในการสื่อสารของตนเองและจะแสดงปฏิกริยาตอบกลับ เพื่อให้ อีกฝ่ายหนึ่งรับรู้ความรู้สึกนึกคิดของตน ต่างต้องประเมินผลและบรรยากาศในการสื่อสาร ตลอดเวลา การสื่อสารอาจเกิดผลตรงตามเป้าหมาย ปฏิกริยาตอบกลับจะช่วยให้ผู้ส่งสารสามารถ ปรับเปลี่ยนข้อมูล ท่าที หรือวิธีการสื่อสารเพื่อให้การสื่อสารบรรลุวัตถุประสงค์

กิตานันท์ มลิทอง (2543: 23-24) กล่าวว่า การถ่ายทอดการข่าวสารหรือการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นหรือข้อมูลในการสื่อสาร จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีต้นทางของการถ่ายทอดหรือเรียกว่า "ผู้ส่ง" ได้รับความข่าวสารต่างๆในการผ่านสื่อไปยังจุดหมายปลายทางหรือเรียกว่า "ผู้รับ" ได้รับความข่าวสารต่างๆในการผ่านสื่อไปยังจุดหมายปลายทางหรือเรียกว่า "ผู้รับ" ได้รับความข่าวสารนั้นร่วมกัน จากหลักการนี้จึงเป็นองค์ประกอบต่างๆเพื่อให้การสื่อสารเกิดขึ้นได้ ดังต่อไปนี้

1. ผู้ส่ง ผู้สื่อสาร หรือต้นแหล่งของการส่ง (Sender, Communicator or Source) เป็นแหล่งหรือผู้ที่นำข่าวสารเรื่องราว แนวความคิด ความรู้ ตลอดจนเหตุการณ์ต่างๆ เพื่อส่งไปยังผู้รับ ซึ่งอาจเป็นบุคคลเดี่ยว เป็นกลุ่มบุคคลหรือสถาบัน โดยอยู่ในลักษณะต่างๆได้หลายอย่าง เช่น ผู้อ่านข่าว ครู นักร้อง นักเขียน จิตรกร ฯลฯ เป็นผู้นำเนื้อหาเรื่องราวของข่าว บทความ ภาพมาเสนอแก่ผู้รับ เรียกว่า " การเข้ารหัส "

2. เนื้อหาเรื่องราว ได้แก่ เนื้อหาของสารหรือเรื่องราวที่ส่งออกมา เช่น ความรู้ ความคิด ข่าวสาร บทเพลง ข้อเขียน เพื่อให้ผู้รับรับข่าวสารเหล่านั้น

3. สื่อหรือช่องทางในการนำสาร หมายถึง ตัวกลางที่ถ่ายทอดแนวความคิด เหตุการณ์ เรื่องราวต่างๆ ที่ผู้ส่งต้องการให้ไปถึงผู้รับ สื่อที่ใช้กันมากที่สุดคือ " ภาษาพูด " ซึ่งใช้เสียงเป็นสื่อเวลาเขียนหรืออ่านหนังสือสื่อที่ใช้ก็คือ " ภาษาเขียน " หรือถ้ามีการสื่อความหมายกับคนไปก็ใช้สื่อที่เป็นภาษามือ กิริยาท่าทางหรือการแสดงออกทางท่าทางหรือหน้าตา

4. ผู้รับหรือกลุ่มเป้าหมาย (Receiver or Target Audience) ได้แก่ ผู้รับเนื้อหาเรื่องราวจากแหล่งหรือที่ผู้ส่งส่งมา ผู้รับนี้อาจเป็นบุคคล กลุ่มชนหรือสถาบันก็ได้ เมื่อรับเรื่องราวแล้วผู้รับก็ต้องมีการถอดรหัส (Decode) คือ การแปลข่าวสารนั้นให้เข้าใจ

5. ผล (Effect) หมายถึง สิ่งที่เกิดขึ้นจากการที่ผู้ส่งสารส่งเรื่องราวไปยังผู้รับ ผลที่เกิดขึ้นก็คือ การที่ผู้รับอาจมีความเข้าใจหรือไม่รู้เรื่อง ยอมรับหรือปฏิเสธ พอใจหรือโกรธ สิ่งเหล่านี้เป็นผลของการสื่อสาร และจะเป็นผลสืบเนื่องต่อไปว่าการสื่อสารนั้นจะสามารถบรรลุผลตามจุดมุ่งหมายหรือไม่ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับทัศนคติของผู้รับ สื่อที่ใช้ และสถานการณ์ในการสื่อสารเป็นสำคัญด้วย

6. ผลป้อนกลับ (Feedback) เป็นสิ่งที่เกี่ยวเนื่องจากผลซึ่งผู้รับส่งกลับมายังผู้ส่งโดยผู้รับอาจแสดงอาการให้เห็น เช่น ง่วงนอน ประหม่อม ยิ้ม พยักหน้า สายหน้า การพูดโต้ตอบหรือการแสดงความคิดเห็น เพื่อเป็นข้อมูลให้ผู้ส่งทราบว่า ผู้รับมีความพอใจหรือมีความเข้าใจในความหมายที่ส่งไปหรือไม่ ผลป้อนกลับนี้ก็คือข้อมูลย้อนกลับอันเกิดจากการตอบสนองของผู้รับที่ส่งกลับไปยังผู้ส่งคนอื่นนั่นเอง

ทศนา แคมมณี (2545: 44) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสารมีดังนี้

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง ผู้ที่ส่งสารที่ต้องการให้ผู้อื่นได้รับทราบโดยวาจา ทางสัญญาณหรือท่าทาง

2. ผู้รับสาร หมายถึง ผู้ที่รับสารที่ผู้ส่งสารมาให้ไม่ว่าจะเป็นโดยวาจา ทางสัญญาณหรือท่าทาง

3. สารหรือข่าวสาร หมายถึง เนื้อหาหรือเรื่องราวที่ผู้ส่งสารส่งไปให้ผู้รับสาร

4. สื่อ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ติดต่อสื่อสาร เพื่อช่วยในการส่งหรือรับสารเป็นไปอย่างสะดวกและชัดเจน

5. สภาพแวดล้อมภายนอกขณะสื่อสารความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสารและผู้รับสารขณะสื่อความหมายกันอยู่ เช่น เสียง แสง กลิ่น กิจกรรมต่างๆ เป็นต้น

6. สภาพแวดล้อมภายในขณะสื่อความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสาร และผู้รับสารขณะสื่อความหมาย เช่น สภาวะทางอารมณ์ จิตใจ ความกังวล ความกลัว ประหม่า ความเครียด หรือสภาวะร่างกาย เช่น ความเจ็บป่วย ความล้า เป็นต้น

ปราณี รามสูตร และจรัส ตังสุวรรณ (2545: 155-156) กล่าวถึงองค์ประกอบของการติดต่อสื่อสารมีอยู่ 4 ประการ ดังนี้

1. ผู้ส่ง (Sender) หรือแหล่งที่มาของสาร
2. ผู้รับ (Receiver) หรือจุดหมายปลายทางที่ต้องการให้สารนั้นไปถึง
3. สารหรือข้อมูลที่ส่ง (Message) ซึ่งอาจเป็นข้อมูลเรื่องราวต่างๆ ได้แก่ ความคิด ความต้องการ อารมณ์ เจตคติ ฯลฯ

4. สื่อสำหรับส่ง (Media) โดยอาจเป็นคำพูด โทรศัพท์ เพลง กลอน ภาษาเขียนเป็นคำสั่ง ประกาศ แจ้งความ ภาษากาย ที่อาจจะเป็นกิริยาท่าทาง สายตา สีหน้า หรืออาจจะเป็นสัญลักษณ์ รูปภาพ ระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์ ฯลฯ

คมเพชร ฉัตรศุภกุล (2546: 132-133) กล่าวถึง องค์ประกอบของการสื่อสาร ได้แก่

1. ผู้พูด (Speaker) หรือผู้ส่งข่าวสาร (Transmitter) หมายถึง บุคคลที่ถ่ายทอดข่าวสารในการพูด การเขียน หรือด้วยวิธีการอื่นๆ

2. ผู้ฟัง (Audience) หรือผู้รับ (Receiver) หมายถึง ผู้ที่อยู่ในสถานภาพที่ต้องรับข้อมูลต่างๆไม่ว่าจะด้วยการฟัง การอ่าน

3. ข่าวสาร(Message) หมายถึง ข่าวสาร เรื่องราวต่างๆ ข้อมูลต่างๆ ที่ผู้ถ่ายทอดต้องการจะส่ง

4. วิธีการสื่อสาร บางตำราเรียกว่า ช่องทางการสื่อสาร (Chanel) เช่น สื่อสารโดยการพูด ผู้รับก็จะใช้การฟัง สื่อสารโดยท่าทาง ผู้รับก็จะใช้การสังเกต ถ้าสื่อสารโดยการเขียนก็ต้องรับข้อมูลโดยการอ่าน เป็นต้น

องค์ประกอบของการสื่อสารไม่ว่าจะเป็นผู้ส่งสาร ผู้รับสาร สาร สื่อ ผลและผลป้อนกลับต่างก็เป็นส่วนที่มีความสำคัญเท่าๆกัน ไม่ได้มีส่วนหนึ่งส่วนใดที่จะมีความสำคัญไปมากกว่านั้น ถ้าหากมีองค์ประกอบใดองค์ประกอบหนึ่งบกพร่องไปก็จะทำให้การสื่อสารระหว่างคู่สื่อสารจะไม่เกิดประสิทธิภาพในการสื่อสารได้เลย

3.5 ประเภทของการสื่อสาร

มณฑล ไบบัว (2536: 14-22) ได้กล่าวว่าในการแบ่งประเภทของการสื่อสาร มีเกณฑ์ในการจำแนกประเภทของการสื่อสาร ดังต่อไปนี้

1. การจำแนกประเภทโดยถือเกณฑ์จำนวนผู้สื่อสาร แบ่งเป็น

1.1 การสื่อสารภายในตัวบุคคล (Intrapersonal Communication) คือ บุคคลเดียวกันที่ทำหน้าที่เป็นทั้งผู้ส่งสารและรับสาร เช่น การคิด การพูดกับตนเอง การร้องเพลงคนเดียว การบันทึกประจำวันสำหรับตนเอง

1.2 การสื่อสารระหว่างบุคคล (Interpersonal Communication) คือ การที่บุคคลสองคนขึ้นไปสื่อสารกันเป็นทั้งผู้ส่งสารและผู้สื่อสารสลับกันไป ประกอบด้วย การสื่อสารวัจนภาษาโดยใช้ภาษา ถ้อยคำและการสื่อสารอวัจนภาษาโดยใช้ภาษาที่ไม่ใช่ถ้อยคำ

1.3 การสื่อสารกลุ่ม (Group Communication) เป็นการสื่อสารกับคนจำนวนมากซึ่งอยู่ในที่เดียวกันหรือใกล้เคียงกัน เช่น การบรรยายในที่ประชุม การสอนในห้องเรียน การปราศรัย การหาเสียงเลือกตั้ง ฯลฯ

1.4 การสื่อสารองค์การ (Organizational Communication) คือ การสื่อสารระหว่างสมาชิกขององค์การหรือหน่วยงาน เช่น การสื่อสารในบริษัท ในหน่วยงานราชการ เป็นต้น

1.5 การสื่อสารมวลชน (Mass Communication) เป็นการสื่อสารไปยังประชาชนจำนวนมากพร้อมกันหรือในเวลาใกล้เคียงกันโดยประชาชนเป้าหมาย อาจอยู่ห่างไกลกัน อยู่กระจัดกระจายในที่ต่างๆ สื่อมวลชนแบ่งออกเป็น 4 ประเภท คือ หนังสือพิมพ์ วิทยุ โทรทัศน์และภาพยนตร์

2. การจำแนกประเภทการสื่อสารโดยถือเกณฑ์การใช้ภาษา แบ่งเป็น

2.1 การสื่อสารโดยภาษาที่ใช้ถ้อยคำ (Verbal Communication) เป็นการสื่อสารโดยใช้ภาษาพูด ภาษาเขียน เรียกว่าวัจนภาษา

2.2 การสื่อสารโดยภาษาที่ไม่ใช่ถ้อยคำ (Non-Verbal Communication) เรียกว่าอวัจนภาษา คือ การสื่อสารด้วยอากัปกริยาท่าทางหรือสัญลักษณ์ต่างๆ เช่น เวลา เนื้อที่หรือระยะทาง กิริยา สิ่งของ ร่างกายและปรีภาษา ซึ่งหมายถึงสิ่งที่เกิดขึ้นสืบเนื่องจากภาษา เช่น เมื่อพูดปรีภาษา คือ ระดับเสียงสูง-ต่ำ น้ำเสียง การหัวเราะ

3. การจำแนกประเภทการสื่อสารโดยถือเกณฑ์การเห็นหน้าค่าตากัน

3.1 การสื่อสารแบบเผชิญหน้า (Face to Face Communication) คือ ผู้ส่งสารและผู้รับสารเผชิญหน้ากัน สามารถโต้ตอบ ซักถาม สังเกตอากัปกริยาท่าทางซึ่งกันและกันได้ เช่น การสนทนา การประชุมสัมมนา การเรียนในห้องเรียน

3.2 การสื่อสารแบบไม่เห็นหน้าค่าตากัน (Interposed Communication) คือ ผู้ส่งสารทั้งสองฝ่ายอยู่ห่างไกลกัน ไม่สามารถสังเกตอากัปกริยาท่าทางของฝ่ายตรงข้ามได้ ต้องใช้เครื่องมือช่วยในการสื่อสาร เช่น สื่อโทรคมนาคม สื่อมวลชนต่างๆ

4. การจำแนกประเภทของการสื่อสาร โดยถือเกณฑ์ความแตกต่างระหว่างผู้ส่งสารและผู้รับสาร เช่น

4.1 การสื่อสารระหว่างเชื้อชาติ (Interracial Communication) เป็นการสื่อสารระหว่างชาติซึ่งมีความแตกต่างกันด้านความเป็นอยู่ ความคิด ประเพณีต่างๆ

4.2 การสื่อสารระหว่างวัฒนธรรม (Cross-Cultural Communication) เป็นการสื่อสารของคนต่างวัฒนธรรมกันแม้ในประเทศเดียวกัน ก็อาจต่างวัฒนธรรมได้ เช่น ประเทศไทยมีวัฒนธรรมภาคเหนือ กลาง อีสาน ได้ ซึ่งแตกต่างกันไป

4.3 การสื่อสารระหว่างประเทศ (International Communication) เป็นการสื่อสารระดับชาติ ระหว่างประชาชนของประเทศต่างๆ มักเป็นการสื่อสารที่เป็นทางการ

5. การจำแนกประเภทของการสื่อสาร โดยถือเกณฑ์ลักษณะทางด้านวิชาการ การกำหนดประเภทของการสื่อสารนี้ ถือเป็นเรื่องหาวิชาการเป็นสิ่งสำคัญ เช่น การสื่อสารการเมือง การสื่อสารการสอน และการสื่อสารสาธารณสุข เป็นต้น

การสื่อสารนั้นสามารถแบ่งออกเป็นหลายประเภทขึ้นอยู่กับขนาดและวัตถุประสงค์ของการสื่อสารนั้นๆ แต่ในการจัดการเรียนการสอน การสื่อสารมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งเพื่อจะเป็นสื่อที่จะทำให้ครูและนักเรียนมีความเข้าใจได้ตรงกัน

3.6 อุปสรรคในการสื่อสาร

บุญศรี ปราบศักดิ์ และศิริพร จิรวัดน์กุล (2538: 52-62) ได้แยกประเภทหรือสิ่งที่ เป็นอุปสรรคขัดขวางการสื่อสาร หลายประการ ดังนี้

1. กรอบแห่งการอ้างอิง (Frame Of Reference) กล่าวคือ เมื่อได้รับสารอย่างใดอย่างหนึ่ง เราจะเอาประสบการณ์ของตนเองเป็นเครื่องช่วยสร้างภาพ สร้างความนึกคิด ตีความและตัดสินใจกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง

2. กระบวนการเลือกทางจิตวิทยา (Psychology Selective Process) ลักษณะการเลือกที่มีผลต่อการสื่อสาร จำแนกเป็น 4 ระดับ คือ

2.1 การเลือกเปิดรับ (Selective Exposure) หมายถึง การมีโอกาสเปิดรับสารได้หลายสื่อหรือหลายช่องทาง เช่น วิทยุ โทรทัศน์ หนังสือพิมพ์ นิตยสาร ฯลฯ แต่ละสื่อจะมีชนิดและจำนวนให้เลือกมาก วิทยุก็มีหลายคลื่น โทรทัศน์มีหลายช่อง หนังสือพิมพ์มีหลายหัว(ชื่อ) ผู้ส่งสารจึงพบอุปสรรคในการสื่อสารต้องพิจารณาเลือกสื่อให้ตรงกับทางเลือกของผู้รับสาร

2.2 การเลือกให้ความสนใจ (Selective Attention) เมื่อผู้รับสารเลือกสื่อจากข้อ 1 ได้แล้วก็ต้องเลือกเฉพาะที่ตนสนใจเท่านั้น การสื่อสารจึงพบอุปสรรคมากขึ้น

2.3 การเลือกรับรู้และเลือกตีความ (Selective Perception And Interpretation) เมื่อผู้รับสารเลือกรับสารที่ตนสนใจแล้ว จะเลือกรับรู้และตีความตามประสบการณ์และความรู้ของตน อาจตีความผิดก็ได้ จึงเป็นอุปสรรคของการสื่อสารอีกประการหนึ่ง

2.4 การเลือกจดจำ (Selective Retention) สารที่เราและตีความมีมากมาย เราจึงเลือกจะจดจำเฉพาะที่เราสนใจ มีประโยชน์ และสร้างความสุขแก่เราได้ การสื่อสารจึงอาจมีอุปสรรคด้วยเหตุนี้ได้

3. ลักษณะความหมายของภาษา ความหมายคือผลที่เกิดขึ้นในการรับรู้จากการที่คนเรามีปฏิกิริยาต่อสิ่งเร้าหรือสิ่งแวดล้อม ความหมายเป็นผลจากองค์ประกอบของคนกับองค์ประกอบของสิ่งแวดล้อมทางกายภาพ คือ สมมองของเราสัมผัสสิ่งเร้าอย่างเป็นรูปธรรม ลักษณะของความหมายในภาษาที่เราใช้สื่อสารกันมีผลกระทบต่อสื่อสาร บางครั้งอาจทำให้เกิดความเข้าใจไม่ตรงกันได้ ลักษณะความหมายของภาษาแบ่งได้เป็น 4 ลักษณะ คือ

3.1 ความหมายนัยตรง (Denotative meaning) คือ ความหมายที่ปรากฏในพจนานุกรม เป็นความหมายเชิงวัตถุวิสัยสามารถผูกโยงเข้ากับปรากฏการณ์วัตถุสิ่งของที่ปรากฏมีจริงได้

3.2 ความหมายนัยประหวัด (Connotative meaning) คือ ความหมายที่มีได้ปรากฏในพจนานุกรม เป็นความหมายในเชิงอัตวิสัยเกิดขึ้นในความรู้สึกหรืออารมณ์สะท้อนใจของแต่ละบุคคล จึงไม่จำเป็นต้องเหมือนกัน

3.3 ความหมายเชิงโครงสร้าง (Structural meaning) ภาษาพูด ภาษาเขียนของคนชาติต่างๆ จะมีรูปแบบการจัดเรียงประโยค เป็นข้อความรูปแบบดังกล่าวกำหนดโดยหลักไวยากรณ์ของภาษานั้นๆ เช่น ประโยคต้องประกอบด้วยประธาน กริยา กรรม มีคำวิเศษณ์ สันธาน บุพบท ฉะนั้นบ่อยครั้งที่เราไม่ต้องทราบความหมายของคำทุกคำ

3.4 ความหมายเชิงอรรถาธิบาย (Contextual meaning) เป็นความหมายที่เกิดจากการพรรณนาหรืออธิบายเนื้อหาของเรื่องราวที่ทำการสื่อสาร

4. การมีความหมายไม่ตรงกัน

4.1 ความหมายเปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา

4.2 ความหมายเปลี่ยนแปลงไปตามพื้นที่

4.3 ความหมายทั่วไปกับความหมายทางเทคนิค

4.4 ความหมายในความรู้สึกกับความเป็นจริง

5. การไม่เปลี่ยนแปลงความคิดเห็น เป็นอุปสรรคอย่างหนึ่งในการสื่อสาร เพราะในความเป็นจริงแล้วชีวิต สังคม และสิ่งแวดล้อมต่างๆ มีการเปลี่ยนแปลงไป การที่บุคคลไม่ยอมเปลี่ยนแปลงความคิดก็เป็นปัญหาในการสื่อสารได้

6. การมองข้ามความแตกต่าง คนเรานิยมที่จะจำแนกสิ่งต่างๆ ออกเป็นหมวดหมู่เพื่อสะดวกในการจำ ทำให้เราเน้นความเหมือนกันจนมองข้ามความแตกต่างซึ่งมีผลต่อเจตคติ อคติ ค่านิยม และความเชื่อซึ่งมีผลกระทบต่อสื่อสาร

7. การมีความคิดแบบทวินาม หมายถึง การพิจารณาหรือตัดสินสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างเด็ดขาด

กิดานันท์ มลิทอง (2543: 41-42) ได้กล่าวว่า ในบางครั้งการสื่อสารหรือการสื่อความหมายและการเรียนรู้อาจจะไม่ได้บรรลุตามวัตถุประสงค์ ทั้งนี้เพราะอาจเกิดอุปสรรคระหว่างผู้ส่งและผู้รับ (ผู้สอนหรือผู้เรียน) ในด้านต่างๆ เช่น

1. คำพูด (Verbalism) การใช้ภาษาหรือคำพูดยากเกินไปในการทำความเข้าใจ
2. ฝันกลางวัน (Day Dreaming) ผู้รับมีจิตใจเลือนลอย ไม่มีสมาธิทำให้ไม่รับรู้ได้
3. ข้ออ้างถึงที่ขัดแย้ง (Referent Confusion) ข่าวดสารหรือบทเรียนที่ส่งมานั้นอาจขัดแย้งกับประสบการณ์เดิมของผู้รับ ทำให้เกิดความขัดแย้งได้
4. การรับรู้ที่จำกัด (Limited Perception) ผู้รับอาจมีข้อจำกัดของการรับรู้ซึ่งเกี่ยวกับประสาทสัมผัสเฉพาะแต่ละบุคคล
5. สภาพแวดล้อมทางกายภาพไม่เอื้ออำนวย (Physical Discomfort)
6. การไม่ยอมรับ (Interception) ผู้ส่งอาจเป็นที่ไม่ยอมรับของผู้รับทำให้เกิดการต่อต้านหรือไม่สนใจที่จะรับข้อมูลที่ส่งมา

อุปสรรคของการสื่อสารนั้นมีหลายประการด้วยกัน ซึ่งแต่ละอย่างล้วนแล้วแต่มาจากองค์ประกอบของการสื่อสาร ดังนั้น เมื่อต้องการที่จะทำให้การสื่อสารเป็นไปได้อย่างดี จึงต้องมีการให้ความร่วมมือกันและมีการเตรียมการมาเป็นอย่างดี

3.7 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976: 514-534) ได้กล่าวถึง กิจกรรมด้านทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ควรจัดดังนี้

1. ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ (The Vocabulary of Mathematics) ซึ่งให้ผู้เรียนได้เข้าใจที่มาและความหมายของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือการสร้างคำศัพท์
2. การนำเสนอด้วยปากเปล่า (Oral Presentations) ได้แก่ การให้นักเรียนได้มีกิจกรรมดังนี้

2.1 การสรุปรายงานในห้องเรียนหรือการรายงานสั้นๆ ที่ให้นักเรียนได้ออกมาพูดหน้าชั้นและมีคำถามถามตอบจากเพื่อนในชั้น

2.2 พุดนำเสนอเมื่อได้รับฟังหรือการอ่านหนังสือหรือการดูภาพยนตร์ ครูมอบหมายให้นักเรียนไปอ่าน หรือให้ชมภาพยนตร์เรื่องที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ แล้วนำมาพูดรายงาน โดยมีวัตถุประสงค์ของการพูดและการรายงาน

2.3 การนำเสนอเป็นกลุ่ม การทำงานเป็นทีมของนักเรียนโดยให้เตรียมเรื่องที่สนใจที่ต้องการพูด และนำเสนอการอภิปราย

2.4 เกมทางคณิตศาสตร์ อาจจะให้เล่นเกมในเวลาสั้นๆ โดยการเขียนที่ให้แสดงจินตนาการ หรือกำหนดสถานการณ์มาให้คิดแก้ปัญหา

2.5 รายการโทรทัศน์และวิทยุ ให้ดูรายการที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ อาจจัดกิจกรรมกำหนดเวลาสั้นๆ ให้ และให้มีการนำเสนอความคิดเห็นจากการดูรายการโทรทัศน์หรือวิทยุ

3. การเขียนที่ดีและเพิ่มการเขียนให้มากกว่าเดิม โดยสนับสนุนการเขียนของนักเรียน อาจให้นักเรียนได้มีการสรุปจากบทเรียนที่ได้เรียนมา หรือในการให้นักเรียนได้เขียนจากประสบการณ์โดยไม่ต้องจำกัดหน้าในการเขียน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 4-5) กล่าวถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ถามนั้น ถือเป็นส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ควรให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแสดงเหตุผล โดยการเปิดโอกาสให้อธิบายเหตุผลกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนหรือการคิดค้นหาคำตอบจากคำถามเกี่ยวกับบางสิ่ง เช่น ปริศนาต่างๆที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของพวกเขา การจัดลำดับที่จะติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับแนวคิดของคนอื่นๆ ให้นักเรียนหลายคนตอบสนองอย่างเปิดเผยตรงไปตรงมาในการเรียนรู้ และการจัดระบบ และรวบรวมแนวคิดเกี่ยวกับของพวกเขาเข้าด้วยกัน

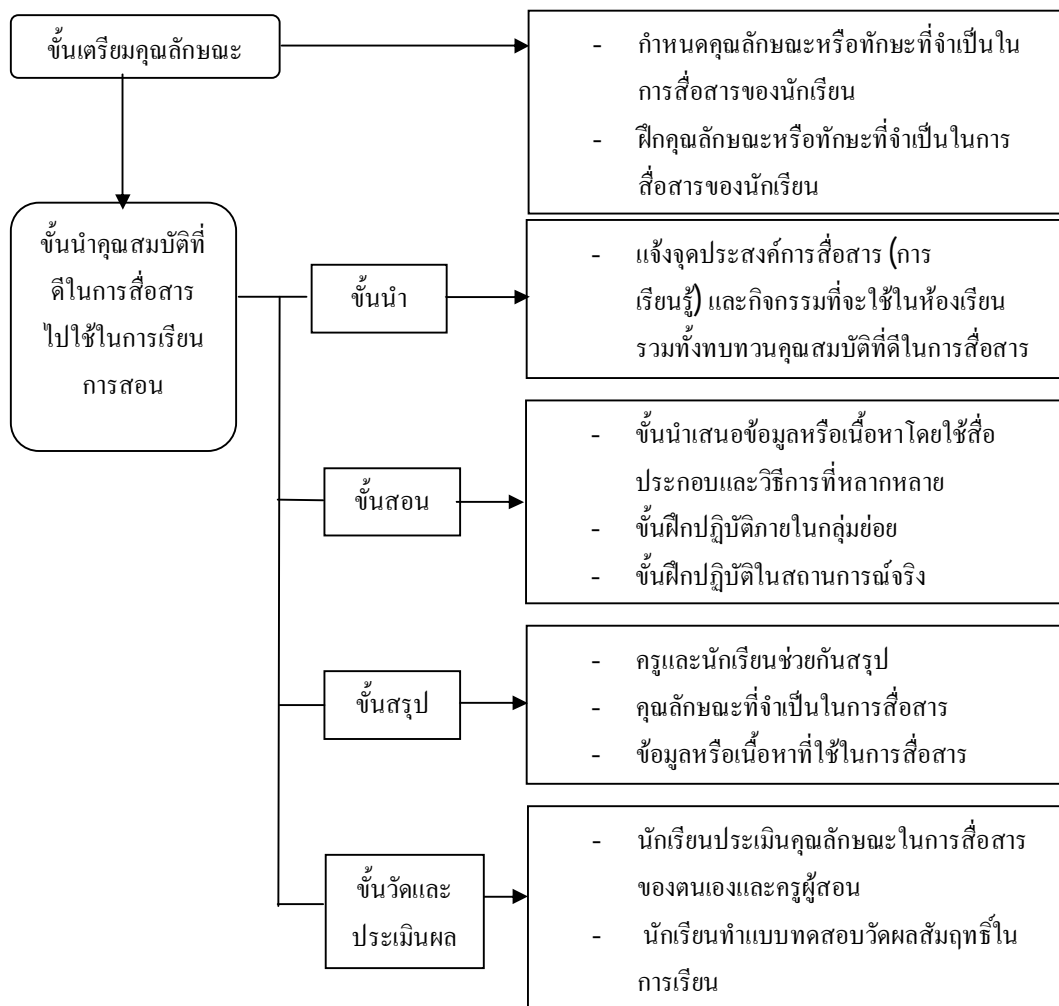
นักเรียนควรจะได้รับ การสนับสนุนเพื่อพัฒนาความสามารถเฉพาะตัวของพวกเขาเองอย่างชัดเจนและต่อเนื่องตลอดเวลา เมื่อพวกเขาอายุมากขึ้นรูปแบบที่ตกลงกันของพวกเขาและการพูดอภิปราย ควรจะไม่ยึดติดกฎเกณฑ์แต่ควรมีการพิสูจน์เพื่อให้ได้แบบแผน และนักเรียนควรจะทราบมากขึ้นเกี่ยวกับการสำนึกถึง และการตอบสนอง การรับฟังของนักเรียน การส่งเสริมความสามารถพิเศษเกี่ยวกับการเขียนคณิตศาสตร์ที่ควรมีโดยเฉพาะในแต่ละระดับที่กำหนดในหลักสูตร

การทำงานเพื่อที่จะแก้ปัญหาพร้อมกับเพื่อนในชั้นเรียน นักเรียนจะได้มีโอกาสในการแสดงทัศนคติ และวิธีอื่นๆ นักเรียนสามารถเรียนรู้และประเมินค่าแนวความคิดอื่น ๆ จักสร้างแนวความคิดใหม่ๆ ยกตัวอย่างเช่น ให้นักเรียนลองแก้โจทย์ปัญหาที่มีคำถามลักษณะพีชคณิตที่ได้แสดงไว้ดังต่อไปนี้

“ มีกระต่ายอยู่จำนวนหนึ่งและมีกรงใส่กระต่ายอยู่อีกจำนวนหนึ่ง ถ้าเรานำกระต่ายใส่ในกรง กรงละ 1 ตัว จะมีกระต่ายเหลือ 1 ตัวที่ต้องอยู่นอกกรง และถ้าเราใส่กระต่ายไว้กรงละ 2 ตัว จะมีกรงเหลือ 1 กรงที่ว่างอยู่ ถามว่ามีกระต่ายทั้งหมดกี่ตัว และมีกรงใส่กระต่ายกี่กรง ”

นักเรียนอาจจะช่วยเหลือและอาศัยความเข้าใจของนักเรียนผู้ที่สามารถมองเห็นปัญหาและสามารถอธิบายให้เพื่อนเข้าใจได้ นักเรียนจำเป็นต้องเรียนรู้ถึงจุดเด่นและจุดด้อย หรือขีดจำกัดของตนเองที่แตกต่างกันของนักเรียนในแต่ละคนที่จะใช้วิธีในการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้การสื่อสารจึงเป็นสิ่งจำเป็นของนักคิดทางคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2542: 57-58) กล่าวถึง รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทักษะการสื่อสาร ควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อฝึกทักษะการสื่อสารของเด็กให้หลากหลาย และนำไปสู่การปฏิบัติจริงทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียนในการวางแผนการสอน ครูจะต้องกำหนดกิจกรรมในขั้นตอนการสอนทั้งขั้นนำ ขั้นสอน ขั้นสรุป และขั้นวัดและประเมินผลให้ชัดเจน และให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้ ดังแสดงในภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 ขั้นตอนของรูปแบบการสอนเพื่อฝึกทักษะการสื่อสาร

ที่มา: กรมวิชาการ. (2542). การสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทย ด้านทักษะการสื่อสาร. หน้า 58.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543: 286-287) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ว่าความสามารถในการสื่อสารเป็นคุณลักษณะที่ต้องฝึกซ้ำๆ และสามารถฝึกทักษะในการสื่อสารได้ดังนี้

1. การเล่าหรือพูดทางคณิตศาสตร์เป็นการให้ข้อมูลข่าวสารและแนวคิดสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผล การเล่าหรือการเขียนสรุปเรื่องราวทางคณิตศาสตร์ที่อ่านจากวารสาร หนังสือพิมพ์ หนังสือต่างๆ จากการดูโทรทัศน์หรือการสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต โดยครู

มอบหมายให้นักเรียนไปศึกษาค้นคว้า แล้วนำมาเล่าหรือเขียนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการฝึกทักษะในการสื่อสารอีกวิธีหนึ่ง

2. การเขียนบันทึกสรุปการไปทัศนศึกษาหรือการศึกษาภาคสนาม ในโอกาสที่นักเรียนกลับมาจากทัศนศึกษาหรือศึกษาภาคสนามแล้วให้เขียนรายงานสรุปถึงความรู้ความคิดในบางเรื่องที่ได้รับจากการไปทัศนศึกษาแต่ละครั้ง เช่น เมื่อพาไปสำรวจข้อมูลจำนวนนักเรียนในโรงเรียนใกล้เคียง นักเรียนควรจะสามารเขียนบรรยายสรุปเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมทั่วไปในบริเวณโรงเรียน ลักษณะนิสัยของนักเรียนที่พบเห็น รวมทั้งข้อคิดเห็นที่มีต่อการจัดสภาพแวดล้อมในโรงเรียน ซึ่งผลสุดท้ายอาจให้นักเรียนแสดงข้อมูลนักเรียนออกมาในรูปแบบภูมิรูปร่างกลม แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิเส้น เป็นต้น

3. การเล่นหรือบันทึกสิ่งที่สังเกตในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง กิจกรรมในส่วนนี้อาจทำได้ดังตัวอย่างเช่น ครูอาจให้นักเรียนบันทึกสิ่งที่สังเกตได้จากข้อแตกต่างของการนำเสนอข้อมูลในลักษณะต่างๆ

4. การจัดแสดงผลงานหรือการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าหรือการสังเกตที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ในการนำเสนอควรให้มีการนำเสนอด้วยวาจาและผลงาน นอกจากนี้กิจกรรมการเรียนการสอนในหลักสูตรสามารถใช้ฝึกทักษะในการนำเสนอผลงานทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนสรุปผลการศึกษาแล้วนำมาเล่าให้เพื่อนฟังก่อนที่จะเรียนครั้งต่อไปและถือว่าการนำเสนอเข้าสู่บทเรียนไปด้วย ทั้งนี้อาจมอบหมายให้กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเป็นผู้เล่า

5. การพูดหรือการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมที่ใช้ฝึกทักษะในการสื่อสารได้วิธีหนึ่งให้โดยนักเรียนช่วยกันระบุเรื่องที่จะพูดหรืออภิปรายกำหนดให้นักเรียนขึ้นมาพูดหรืออภิปรายเป็นกลุ่ม มีการปรึกษาหารือกันในประเด็นที่จะพูด แบ่งกันไปอ่าน และค้นคว้าหาข้อมูลมาประกอบในการพูดหรืออภิปราย ตัวอย่างเช่น การพูดหรือการอภิปรายเรื่องราวในการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสมที่มีอยู่ตามหนังสือ สิ่งตีพิมพ์ต่างๆ หรือประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในแต่ละรูปแบบ ประโยชน์ในการนำเสนอข้อมูลในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

6. การสื่อสารด้วยเทคโนโลยีสารสนเทศและคอมพิวเตอร์ซึ่งพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ ทั้งในด้านรู้จักข้อมูลที่ตรงตามจุดประสงค์ รู้จักเก็บรวบรวมข้อมูลจากแหล่งข้อมูลที่เหมาะสม รู้จักประมวลข้อมูลให้เป็นสารสนเทศ รู้จักใช้การสื่อสารด้านเครือข่ายคอมพิวเตอร์ทั้งในด้านค้นคว้าหาข้อมูล และหาความรู้

จะเห็นได้ว่ากิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นประกอบด้วยทักษะการพูดและการเขียน ให้ผู้เรียนได้เพิ่มพูนความสามารถในการใช้ภาษาในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และมีการนำเสนอข้อมูลซึ่งแสดงออกด้วยการปฏิบัติอย่างชัดเจนจากการสื่อสารด้านการพูดและการเขียน ทำให้ครูสามารถตรวจสอบความรู้และความคิดจากสิ่งที่แสดงออกมาได้อย่างแม่นยำ

3.8 การส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการส่งเสริมการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โรวาน และมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 9-11) ได้นำเสนอแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราวหรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิตและเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์ในการสื่อสารรวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เค้านสนใจ
4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน
5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง
6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียนการบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 270-272) ได้กล่าวถึง บทบาทของครูในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 6-8 ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครู การให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนมีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยครูจะต้องกำหนดชิ้นงานที่ประกอบด้วย

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี

3. อนุญาตให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดได้อย่างหลากหลาย
 4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล การคาดเดาในการแก้ปัญหา การอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูจะมีบทบาทในการให้คำแนะนำ โดยที่ครูเดินไปตามกลุ่มและรับฟังคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียน การพูดและการเขียนเป็นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ช่วยให้นักเรียน

1. คิดวิธีการแก้ปัญหา
2. มีกฎเกณฑ์ในการอธิบาย
3. ทดสอบความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้คำศัพท์และสัญลักษณ์ใหม่ๆ
4. ตรวจสอบการใช้รูปแบบของการให้เหตุผล
5. การให้เหตุผลของการคาดเดา
6. การวิเคราะห์ข้อแก้ตัว

กรมวิชาการ (2542: 56-57) กล่าวว่า หลักการพัฒนาทักษะการสื่อสารมีขั้นตอนสำคัญ 2 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมคุณสมบัติและขั้นการนำคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารไปใช้ในการเรียนการสอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมคุณสมบัติ การเตรียมคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับผู้ที่ต้องการจะสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนในห้องเรียน หากครูต้องการให้ผู้เรียนมีการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพและประสบความสำเร็จ ครูต้องกำหนดคุณลักษณะที่จะใช้ในการสื่อสารและจัดกิจกรรมเพื่อฝึกทักษะนั้นๆ ให้กับนักเรียนก่อนการนำทักษะไปใช้ในการเรียนการสอน เนื้อหาวิชาต่างๆ

2. ขั้นการนำคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารไปใช้ในการเรียนการสอน เป็นขั้นที่ครูกำหนดเนื้อหา จุดประสงค์ของการเรียนการสอนตามหลักสูตร แล้วนำกระบวนการฝึกทักษะการสื่อสาร และคุณสมบัติที่ดีในการสื่อสารของนักเรียนมาใช้ให้เป็นประโยชน์ เพื่อนำไปสู่ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนต่อไป ซึ่งองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ข่าวสารจะเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสาร

กรมวิชาการ (2545ข: 197-199) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ทำได้ทุกเนื้อหาที่ต้องการให้คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา เช่น ในวิชาเรขาคณิตมีเนื้อหาที่ต้องการฝึกวิเคราะห์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ ผู้เรียนต้องฝึกทักษะในการสังเกต การนำเสนอรูปภาพต่างๆ เพื่อสื่อความหมายแล้วนำความรู้ทางเรขาคณิตไปอธิบายปรากฏการณ์และสิ่งแวดล้อมต่างๆที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน โดยมีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน
2. ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยผู้สอนช่วยชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

การฝึกทักษะกระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่องโดยสอดแทรกในทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตารางหรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารความหมาย

กำหนดสถานการณ์ดังนี้

ร้านค้าแห่งหนึ่งมีลูกจ้าง 3 คน คือ แดง น้อยและจิต โดยแต่ละคนเสนอค่าจ้างทำงาน ชั่วโมงละ 100 110 120 ตามลำดับ และมีงาน 3 อย่าง คือ ก,ข และ ค

จำนวนชั่วโมงที่แดงทำงาน ก,ข และ ค คือ 7.5 , 8 และ 4.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

จำนวนชั่วโมงที่น้อยทำงาน ก,ข และ ค คือ 6 , 8.5 และ 5 ชั่วโมง ตามลำดับ

จำนวนชั่วโมงที่จิตทำงาน ก,ข และ ค คือ 6.5 , 7 และ 3.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

อยากทราบว่านายจ้างควรให้ลูกจ้างคนใดทำงานอย่างไรที่สามารถทำงานนั้นเสร็จและจ่ายเงินน้อยที่สุด และถ้านายจ้างต้องการรับลูกจ้างเพื่อเข้าทำงานทั้งสามอย่างเพียงหนึ่งคน เขาควรรับลูกจ้างคนใดเข้าทำงานจึงจะจ่ายน้อยที่สุด

ในการแก้ปัญหานี้ผู้เรียนจะวิเคราะห์ปัญหาและใช้ตารางในการสื่อสาร สื่อความหมาย ข้อมูลที่กำหนดให้

งาน	จำนวนชั่วโมงการทำงาน		
	แดง	น้อย	จิต
ก	7.5	6	6.5
ข	8	8.5	7
ค	4.5	5	3.5

ที่มา : กรมวิชาการ. (2545ข). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 201-203.

จากนั้นผู้เรียนช่วยกันหาคำตอบและสร้างตารางใหม่เพื่อแสดงจำนวนเงินที่นายจ้างต้องจ่ายจากการทำงานทั้ง 3 อย่าง

งาน	จำนวนชั่วโมงการทำงาน		
	แดง	น้อย	จิต
ก	750	660	780
ข	800	935	840
ค	450	550	420
รวม	2,000	2,145	2,040

ที่มา : กรมวิชาการ. (2545ข). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 201-203.

ผู้เรียนสามารถใช้ตาราง 2 นำเสนอคำตอบดังนี้
 ควรจ้างน้อยทำงาน ก เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด
 ควรจ้างแดงทำงาน ข เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด
 ควรจ้างจิตทำงาน ค เพราะจ่ายค่าจ้างน้อยที่สุด
 และควรจ้างแดงทำงาน 3 อย่าง เพราะจ่ายค่าจ้างในการทำงานรวมทั้ง 3 อย่างน้อยที่สุด

การส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถทำได้หลากหลายวิธี แต่โดยส่วนใหญ่แล้วการส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นจะเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและคิดวิเคราะห์ปัญหาต่างๆด้วยตนเอง จึงจะทำให้เกิดประโยชน์สูงสุดกับผู้เรียนอย่างแท้จริง

3.9 ประโยชน์ของการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการสื่อสาร

มัมมี และเชพเพอร์ต (Mumme; & Shepherd. 1993: 7-11) ได้เสนอประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการส่งเสริมการสื่อสาร ดังนี้

1. การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมความเข้าใจคณิตศาสตร์แก่นักเรียน โดยให้นักเรียนได้อธิบายความคิดของเขา มีความสนใจที่จะอภิปราย และการฟังก็จะช่วยให้นักเรียนคนอื่นเข้าใจได้อย่างลึกซึ้งด้วย การฟังจะช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาความคิดของคนอื่นจะเป็นการช่วยนักเรียนให้เห็นคุณค่าของความคิดที่แตกต่างกันออกไปของนักเรียน แม้จะอยู่ในสถานการณ์เดียวกันก็ตาม นักเรียนจะสร้างความเข้าใจจากรากฐานของประสบการณ์เดิมของนักเรียนนั่นเอง การสื่อสารจะช่วยสนับสนุนการสร้างความรู้แก่นักเรียน โดยการสื่อสารจะขยายความคิดของนักเรียนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แต่ในบางครั้งการสื่อสารอาจสร้างความไม่สมดุลให้เกิดขึ้นได้จนกลายเป็นอคติได้

2. การศึกษาจะช่วยให้เกิดการแลกเปลี่ยนความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน นักเรียนส่วนมากมักจะล้มเหลวในการแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้นำเสนอกฎเกณฑ์และกระบวนการต่างๆทางคณิตศาสตร์ โดยการจำมากกว่าการคิดแบบค้นพบด้วยตนเองและการแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ครูจำเป็นต้องให้เกิดการสื่อสารมากขึ้น เพื่อให้

บุคคลหนึ่งได้เชื่อมต่อกับความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังอีกบุคคลหนึ่ง โดยการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดกัน ครูต้องให้นักเรียนมีการพัฒนาทางภาษาคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจในบทบาทและค่านิยมและกระบวนการในการอภิปรายและขยายสมมติฐานให้ชัดเจนขึ้น

3. การสื่อสารจะช่วยสร้างให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดหรือเขียนความคิดของนักเรียนเอง ครูควรที่จะบอกนักเรียนว่าจะประเมินอะไรจากการพูดของนักเรียน เพื่อให้ครูแน่ใจในความสามารถทางการสื่อสารความคิดของนักเรียนอย่างแท้จริง นักเรียนควรฝึกการใช้ศัพทภาพและควบคุมการเรียนรู้ของพวกเขาให้มาก เพื่อที่นักเรียนจะได้กลายเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง

4. การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ การพูดและการฟังบุคคลอื่นในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ เป็นวิธีการที่จะทำให้เราหลุดพ้นจากความวิตกกังวลในการที่จะแสดงความคิด การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนจะเป็นการให้ความสนุกสนานในการเรียนให้แก่นักเรียน การอำนวยความสะดวกและสังคมจะมีอิทธิพลต่อความเต็มที่จะพูดเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นของนักเรียน

5. การสื่อสารจะช่วยให้ครูผู้สอนได้รับประโยชน์ในการหยั่งรู้ถึงความคิดของนักเรียน ครูจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับวิธีการคิดของนักเรียนเป็นอย่างมากโดยการฟังการอธิบาย และการให้เหตุผลของนักเรียน ความสามารถที่เป็นทักษะการสื่อสารจะเป็นการอธิบายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์ทั้งหมดอย่างคล่องแคล่ว โดยนักเรียนจะต้องนำไปใช้และมีการฝึกปฏิบัติบ่อย ๆ

จะเห็นได้ว่าการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนนั้นได้รู้จักการคิดวิเคราะห์ และให้เหตุผลและยังช่วยให้ครูสามารถที่จะทราบได้ว่านักเรียนนั้นมีความรู้ความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์มากเพียงไร ทำให้ครูสามารถที่จะส่งเสริมและแก้ไขให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจอย่างแท้จริง

3.10 การประเมินการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy; & Tipps. 1994: 112) ได้แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์
 - 1.1 ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เหมาะสม
 - 1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
 - 1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
 - 1.4 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม

- 2.4 ใช้แนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจ ชัดเจน
3. ความชัดเจนของการนำเสนอ
- 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน
- 3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
- 3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
- 3.4 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 18 -19) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม

2. ใช้ข้อความศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล
3. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
4. สรุปสาระสำคัญที่ได้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้
5. เสนอความคิดที่เหมาะสมกับปัญหา

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดหลักการทางคณิตศาสตร์ใน 2 ด้านคือ ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด โดยอธิบายแนวทางการคิดของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยและผู้ช่วยผู้วิจัยจะทำการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะเรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน โดยประเมินจากผลงานในการเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ได้เรียนจากใบงานที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

3.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

โรดิเฮฟเวอร์ (Rodeheaver. 2000: Online) ได้ทำการศึกษาระดับศึกษาระหว่างนักเรียนและครูและความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบางอย่างจะมีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครู ผลปรากฏว่า ข้อมูลย้อนกลับของนักศึกษานี้แสดงถึงครูได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารเป็นอย่างมาก โดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอนแต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านการปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

โคริงตัน (Corington . 2001: Online) ได้ทำการศึกษาวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโครงการ Connected Mathematics Project (CMP) ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา จุดมุ่งหมายของการศึกษาเพื่อพิจารณาผลของโครงการ CMP ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยม ซึ่งโรงเรียนตั้งอยู่ใน

ตัวเมือง โดยมีจุดมุ่งหมายอยู่ข้อหนึ่ง คือ การเปรียบเทียบรูปแบบห้องเรียนของทั้งสองกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง คือ ห้องเรียนที่เรียนจากโครงการ CMP และห้องเรียนที่เรียนจากหลักสูตรปกติ รูปแบบของการวิจัยเป็นทั้งด้านเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ การวิจัยเชิงปริมาณจะทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในเกรด 8 จำนวน 700 คน ที่เรียนอยู่ในระดับปีการศึกษา 1999-2000 โดยใช้คะแนนมาตรฐานของรัฐเป็นเกณฑ์ (State Basic Standards : BST) ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า รูปแบบของการมีปฏิสัมพันธ์ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือ นักเรียนในโครงการ CMP เปิดโอกาสให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์และการสื่อสารในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าห้องเรียนในหลักสูตรปกติ ส่วนผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เลวิสสัน เกรฟส์ และซานเชส (Lewison; Graves; & Sanchez. 2006: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจกรรมในการสนทนาระหว่างนักเรียน จุดเด่นในการศึกษาในครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาจากการวิเคราะห์สภาพงานที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัยพบว่า การให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

ฮาวิล และลูดวิส (Havill;& Ludwis. 2007: Abstract) ได้จัดให้มีการส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์และนักเรียนสาขาคณิตศาสตร์โดยเริ่มต้นนำมาใช้ในภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ของมหาวิทยาลัยเดนิสัน เป็นการนำองค์ประกอบด้านการสื่อสารการพูดแนวใหม่ที่มีความสำคัญมาใช้กับทั้งสองภาควิชา โดยมีการจัดการเรียนการสอนในห้องทดลองร่วมกันระหว่างนักเรียนในสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์และนักเรียนในสาขาคณิตศาสตร์ ในการวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย 3 ประการคือ การปรับปรุงทักษะการสื่อสารด้านการพูดเพื่อเตรียมพร้อมนักเรียนสำหรับการสำเร็จการศึกษาและการทำงาน การอบรมนักวิจัยในอนาคตในทั้งสองสาขาให้แสดงความสามารถในการเริ่มต้นการวิจัยได้เป็นอย่างดีในขณะที่เป็นยังเป็นนักศึกษาฝึกหัด และการเปิดรับนักเรียนสาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์เพิ่มขึ้นเพื่อเข้าสู่การเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ โดยในการวิจัยได้ทำการศึกษาจากความต้องการในชั้นเรียน การอธิบายวิธีการแก้ปัญหาซึ่งจากการวิจัยผลสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายในสามและผลการสื่อสารที่เพิ่มขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

วัชร ชันเชื้อ (2545: 119) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่าชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้นสูงกว่า

ก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการสื่อสารแนวความคิดโดยใช้ทักษะการพูดและการเขียนของนักเรียนภายหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ร้อยละ 70

ศิริพร มาวรธนา (2546: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลการใช้ทักษะการสื่อสารและการประเมินผลตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการนำเสนอข้อมูล ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังจากได้รับการสอนตามคู่มือครูโดยแทรกกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ทักษะการสื่อสารและการประเมินผลตามสภาพจริงสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล (2547: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนเรื่อง เมตริกซ์และดิเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่าชุดการเรียนมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังจากใช้ชุดการเรียนสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

ศิริพรรณ ศรีอุทธา (2548: บทคัดย่อ) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4) สูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนทั้งหมดและมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

ชานนท์ ศรีผ่องงาม (2549: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division : STAD) เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยผลจากการวิจัยพบว่าชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 86.04/82.16 ด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังจากใช้ชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความก้าวหน้าของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02

ทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 112) ได้ศึกษาผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก " สุ จิ ปุ ลิ " ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร ผลการวิจัยพบว่ากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก " สุ จิ ปุ ลิ " มีประสิทธิภาพ 80.88/82.57 เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด 80/80 ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก " สุ จิ ปุ ลิ " สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก " สุ จิ ปุ ลิ " สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จะพบว่าการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นอีกทักษะหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนนั้นมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้นและยังช่วยให้เกิดการมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีระหว่างครูกับนักเรียนหรือระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นอกจากนี้การสื่อสารยังช่วยให้นักเรียนนั้นได้ฝึกการคิดวิเคราะห์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้รับการเรียนรู้จากกิจกรรมที่ครูจัดขึ้นอย่างแท้จริง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นั้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรีที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 12 ห้อง รวม 540 คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรีที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน จากทั้งหมด 12 ห้องเรียน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนโดยความสามารถ

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. แบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีขั้นตอนการสร้างมีดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2544 มาตรฐานการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) และเอกสารประกอบอื่นๆ ที่เกี่ยวกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาปลายเปิดทาง คณิตศาสตร์ ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภท คือ

1.2.1 กระบวนการเปิด เป็นปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่าง หลากหลาย

ตัวอย่างปัญหาประเภทกระบวนการเปิด

จงหาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีการหาคำตอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน อย่างน้อย 2 วิธี

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12$$

1.2.2 ผลลัพธ์เปิด เป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ

ตัวอย่างปัญหาประเภทผลลัพธ์เปิด

กำหนดให้ดิกิริของจุดยอด A เท่ากับ 6 , ดิกิริของจุดยอด B เท่ากับ 3 , ดิกิริของจุดยอด C เท่ากับ 2 , ดิกิริของจุดยอด D เท่ากับ 1 ให้นักเรียนสร้างข่ายงานเดียวให้ได้มากที่สุด โดยใช้ดิกิริ ของจุดยอดที่กำหนดให้

1.2.3 แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหา เดิม

ตัวอย่างแนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด

ปัญหาเดิม เช่น จงหาผลบวกของ $12 + 14 + 16 + 18 + 20$ ดังนั้นนักเรียน สามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ เช่น ถ้าผลบวกของจำนวนคู่ 5 จำนวนเรียงกันเป็น 80 จงหา จำนวนที่มากที่สุด

ซึ่งในการจัดการเรียนรู้นั้น ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งสามแบบคละกันไป โดย พิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดชนิดใด ดังตาราง วิเคราะห์การใช้ปัญหาปลายเปิด โดยครอบคลุมหัวข้อและเนื้อหาดังตาราง 1

ตาราง 1 วิเคราะห์การใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้

คาบที่	เรื่อง	ชนิดของปัญหาปลายเปิด
1-2	แบบรูปของจำนวน	กระบวนการเปิด
3-4	พาลินโดรม	ผลลัพธ์เปิด
5	ลำดับฟีโบนัชชี	กระบวนการเปิด
6	ปัญหาชวนคิด	กระบวนการเปิด,แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด
7-9	ช่างงาน	ผลลัพธ์เปิด
10	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับช่างงาน	ผลลัพธ์เปิด,แนวทางการพัฒนาปัญหาเปิด
11-12	การประยุกต์เศษส่วนและทศนิยม	กระบวนการเปิด
13-15	โจทย์ปัญหาการประยุกต์เศษส่วนและทศนิยม	กระบวนการเปิด กระบวนการเปิด

1.3 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 2

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์ 2 โดยการใชปัญหาปลายเปิด ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ ดังตาราง 2

ตาราง 2 ขั้นตอนการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอน	กิจกรรมการเรียนรู้
ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน	เป็นการจัดกิจกรรมนำเข้าสู่บทเรียนโดยพิจารณาเนื้อหาว่าเหมาะสมกับกิจกรรมลักษณะใด เพื่อสร้างความสนใจและการเตรียมความพร้อมแก่ผู้เรียน
ขั้นสอน	ประกอบด้วยขั้นตอนต่อไปนี้ 1. สอนเนื้อหาตามแนวของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยเน้นให้ผู้เรียนได้รับความรู้พื้นฐานที่จำเป็น 2. ผู้สอนยกตัวอย่างปัญหาปลายเปิด โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยดำเนินการสอนดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นการนำเสนอปัญหาแก่ชั้นเรียนให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายทำความเข้าใจโดยพยายามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหา ระบุได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้

ตาราง 2 (ต่อ)

ขั้นตอน	กิจกรรมการเรียนรู้
	<p>ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ผู้สอนแนะนำยุทธวิธีต่างๆในการแก้ปัญหาให้แก่นักเรียน พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันเสนอแผนการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง และพยายามสร้างแผนการแก้ปัญหาให้ได้มากที่สุด</p> <p>ขั้นดำเนินการตามแผน โดยผู้สอนให้นักเรียนตอบคำถามในใบงานเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาที่วางไว้</p> <p>ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ เป็นขั้นตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้นั้นสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาหรือไม่</p> <p>3. ผู้สอนให้นักเรียนแก้ปัญหาปลายเปิดด้วยตนเอง โดยผู้สอนให้อิสระแก่ผู้เรียนในการหาคำตอบด้วยวิธีการต่างๆแต่ผู้สอนเน้นให้นักเรียนอธิบายวิธีการหาคำตอบของตนเองอย่างละเอียด</p> <p>4. หลังจากผู้เรียนแก้ปัญหาปลายเปิดเสร็จแล้ว ผู้สอนให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยเพื่อตรวจสอบคำตอบและวิธีการหาคำตอบของตนเองว่าเหมือนหรือแตกต่างจากเพื่อนอย่างไร จากนั้น ภายในกลุ่มร่วมกันสรุป บันทึกผลและนำเสนอหน้าชั้นเรียน</p>
ขั้นสรุป	<p>ผู้สอนและผู้เรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงความแตกต่าง ความเหมาะสม ข้อดี ข้อด้อยของวิธีการหรือคำตอบที่ได้ทั้งหมด ทั้งนี้ผู้สอนอาจเสนอแนวคิดในการหาคำตอบในลักษณะที่ต่างไปอีกในกรณีที่สามารถใช้แนวคิดนั้นได้แต่ผู้เรียนไม่ได้เลือกใช้</p>

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสร็จเรียบร้อยแล้ว นำไปให้ประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท วิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมาพิจารณาแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้อง ภาษาที่ใช้ และกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อนำผลจากการตรวจไปแก้ไขปรับปรุง

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผ่านการปรับปรุงมาแล้วตามคำแนะนำของประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท วิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมาและผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์แล้ว นำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 15 คน เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดกิจกรรม เพื่อให้เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์สำหรับนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

แบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาแนวทางการพัฒนาทักษะ/กระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546:133-148) ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำหลักการวัดและเกณฑ์ต่างๆ มาประยุกต์ใช้ให้มีความเหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัย ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

2.2 สร้างแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 20 ข้อ

2.3 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้ตรวจให้คะแนนพร้อมพิจารณาคำตอบและเหตุผลที่นักเรียนแสดงออกมามีความสอดคล้องมากน้อยเพียงใด ซึ่งมีเกณฑ์วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เป็น 4,3,2,1,0

2.4 นำแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท กรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วยด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่านและด้านการวัดผล 2 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหาและความเที่ยงตรงในการประเมิน โดยค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบเท่ากับ 1 แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ

2.5 นำแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขเรียบร้อยแล้วไปให้ประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อย

2.6 นำแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จ.นนทบุรี ซึ่งได้ผ่านการเรียนเรื่องบทประยุกต์ 2 มาแล้วจำนวน 100 คนเพื่อหาคุณภาพแบบทดสอบ

2.7 นำคะแนนที่ได้จากการตรวจสอบแบบทดสอบชนิดอัตนัยมาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 248-249)

2.8 เลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยาก (P_E) ระหว่าง .20-.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป พบว่าแบบทดสอบมีค่าความยาก (P_E) ตั้งแต่ .21-.68 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ .25 -.67 จำนวน 10 ข้อ ที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้

2.9 นำแบบทดสอบที่คัดเลือก ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนศรีบุญยานนท์จำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha - Coefficient$) โดยใช้สูตรของครอนบาค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543:218) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.83 แล้วนำเสนอต่อประธานกรรมการควบคุมปริญญาโทก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

2.10 นำแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ตัวอย่าง แบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อ 0. จำนวนคู่บวก 5 จำนวนเรียงกัน มีผลรวมได้ 230 จงหาผลบวกของจำนวนที่มีค่ามากที่สุดเป็นลำดับที่สอง และลำดับที่สี่

เฉลยคำตอบ

วิธีที่ 1 การหาคำตอบโดยการแก้สมการ

สมมติจำนวนคู่ลำดับแรก คือ X

จะได้ว่า จำนวนคู่ลำดับที่สอง คือ $X + 2$

จำนวนคู่ลำดับที่สาม คือ $X + 4$

จำนวนคู่ลำดับที่สี่ คือ $X + 6$

จำนวนคู่ลำดับที่ห้า คือ $X + 8$

$$X + (X + 2) + (X + 4) + (X + 6) + (X + 8) = 230$$

$$5X + 20 = 230$$

$$5X = 230 - 20$$

$$5X = 210$$

$$X = \frac{210}{5}$$

$$X = 42$$

จำนวนคู่ที่หนึ่งถึงห้า คือ 42 , 44 , 46 , 48 และ 50 ตามลำดับ

ดังนั้น ผลบวกของเลขที่มีค่ามากที่สุดเป็นลำดับที่สอง และลำดับที่สี่ คือ $48 + 44 = 92$

วิธีที่ 2 โดยการหาค่าเฉลี่ยของจำนวนกลาง

จำนวนคู่ลำดับที่ 3 คือ 46

จะได้ว่า จำนวนคู่ที่หนึ่งถึงห้า คือ 42 , 44 , 46 , 48 และ 50 ตามลำดับ

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนที่มีค่ามากที่สุดเป็นลำดับที่สองและลำดับที่สี่คือ $48 + 44 =$

ตาราง 3 ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
4 / ดีมาก	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและชัดเจน มีการอธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจนและทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
3 / ดี	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป และทำให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้อธิบายขั้นตอนการให้เหตุผลที่ชัดเจน
2 / พอใช้	เมื่อนำการให้เหตุผลมาช่วยในการหาข้อสรุป แต่ข้อสรุปที่ได้ยังไม่ถูกต้อง
1 / ต้องปรับปรุง	เมื่อแสดงความพยายามในการให้เหตุผลช่วยในการหาข้อสรุปบ้าง แต่ยังไม่สามารถหาข้อสรุป
0 / ไม่พยายาม	เมื่อไม่ได้แสดงความพยายามในการให้เหตุผลเลย

3. แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียน โดยศึกษาแนวคิดการพัฒนาทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546: 133-148) โดยปรับปรุงมาจากแนวคิดและเกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของทินรัตน์ กาญจนกฤษ.(2550: 97-99) โดยนำหลักการวัดและเกณฑ์ต่างๆ มาประยุกต์ใช้ให้มีความเหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัย ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาหลักการและวิธีการในการสร้างแบบประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง

3.2 สร้างแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน โดยมีวิธีการประเมินดังนี้

ตาราง 4 วิธีการประเมินแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน

แบบสังเกต	วิธีการประเมิน
ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	
ด้านการพูด	ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนลงในแบบสังเกตการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดที่แสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียน จากการปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสาร ในกิจกรรมช่วงการแสดงความคิดเห็น การอภิปรายและการนำเสนอ(ขั้นสรุป) โดยผู้วิจัยและผู้ช่วยผู้วิจัยเป็นผู้สังเกตและประเมินผลร่วมกัน

ตาราง 4 (ต่อ)

แบบสังเกต ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	วิธีการประเมิน
ด้านการเขียน	ผู้สอนประเมินและบันทึกคะแนนลงในแบบสังเกตการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนจากการปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสารโดยการปฏิบัติและผลงานการเขียนขั้นตอนการทำงานที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการสื่อสารของนักเรียนที่เกิดขึ้นจากการทำใบงาน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สังเกตและประเมินผล

โดยแบบประเมินที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจะมีเกณฑ์ในการวัดเกี่ยวกับระดับการปฏิบัติกิจกรรมทางการสื่อสารจากการปฏิบัติของนักเรียนที่เกิดขึ้นจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จากนั้นนำคะแนนดิบ (ผลรวมคะแนนด้านการพูดและการเขียน) มาวิเคราะห์โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐานร้อยละ ตามเกณฑ์การประเมินทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงมาจากเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ ดังนี้

คะแนนช่วงร้อยละ 80-100 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมาก

คะแนนช่วงร้อยละ 70-79 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

คะแนนช่วงร้อยละ 60-69 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง

คะแนนช่วงร้อยละ 50-59 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ

คะแนนช่วงร้อยละ 0-49 หมายถึง นักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

3.3 นำแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ประธานและกรรมการควบคุมปริญาณิพันธ์พิจารณาแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ประกอบด้วยด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่านและด้านการวัดผลจำนวน 2 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหาและความเที่ยงตรงในการประเมิน แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามคำชี้แนะจากประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ

3.4 นำแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียนที่ผ่านการแก้ไขเรียบร้อยแล้วเสนอต่อประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

3.5 นำแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียนที่ผ่านการแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปทดลองใช้ประเมินทักษะการสื่อสารกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการทดลอง แผนการจัดการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด เพื่อปรับปรุงด้านภาษาและให้เป็นแบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์สำหรับนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.6 นำแบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียน พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการพูดและด้านการเขียนไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ครั้งที่.....วันที่.....

ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	เกณฑ์คะแนน			
	3	2	1	0
พูดอธิบายแนวคิดของตนเองให้บุคคลอื่นเข้าใจอย่างถูกต้อง				
พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง				
พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้				
พูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ชัดเจน				

ผู้สังเกต

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2/ ดี	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2/ ดี	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์

3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2/ ดี	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2/ ดี	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1/ พอใช้	พูดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

2. แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

ครั้งที่.....วันที่.....

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	เกณฑ์คะแนน			
	3	2	1	0
เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ				
เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง				
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้				
เขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ชัดเจน				

ผู้สังเกต

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

1. เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2/ ดี	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2/ ดี	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์

3. เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2/ ดี	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2 / ดี	เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1 / พอใช้	เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0 / ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design ซึ่งมีแผนภาพดังนี้

ตาราง 5 แบบแผนการทดลอง

สอบก่อน	ตัวแปรอิสระ	สอบหลัง
T_1	X	T_2

เมื่อ X แทน การจัดการกระทำ (Treatment)
 T_1 แทน การสอบก่อนการจัดการกระทำ (Pretest)
 T_2 แทน การสอบหลังการจัดการกระทำ (Posttest)

(ชูศรี วงศ์รัตน์. 2546 : 383)

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับทางโรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เพื่อศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. ชี้แจงให้นักเรียนกลุ่มทดลองทราบถึงการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 2 เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกัน และปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับกลุ่มทดลอง เพื่อทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) แล้วบันทึกไว้เป็นคะแนน โดยใช้เวลา 90 นาที
4. ดำเนินการทดลอง โดยทำการสอนกลุ่มทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยทำการสอนด้วยตนเองและทำการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนที่แสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียนของนักเรียน
5. เมื่อดำเนินการทดลอง โดยดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ครบเรียบร้อยแล้ว ทำการวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยนำไปทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มทดลองเพื่อทดสอบหลังเรียน(Post-test) แล้วบันทึกคะแนน โดยใช้เวลา 90 นาที
6. นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ค่าสถิติ t-test dependent
2. วิเคราะห์คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าสถิติ t-test one sample

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 สถิติพื้นฐาน (Mean)

3.1.1 หาค่าเฉลี่ย(Mean) คำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

(ชูศรี วงศ์รัตนะ.2546 : 35)

3.1.2 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณได้จากสูตร

$$S = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	X	แทน	คะแนนแต่ละตัว
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
	$N-1$	แทน	จำนวนตัวแปรอิสระ (Degrees of freedom)

(ชูศรี วงศ์รัตน์. 2546 : 35)

3.2 สถิติเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

3.2.1 หาดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบโดยคำนวณจากสูตร

$$IOC = \frac{\sum R}{n}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	n	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 306)

3.2.2 หาค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส

$$P_E = \frac{S_u + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน	ค่าดัชนีความยาก
	S_u	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_u - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_u	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง

S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนในกลุ่มอ่อน
X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 248-249)

3.2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha - Coefficient$) โดยใช้สูตรของครอนบาค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

โดยที่
$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N^2}$$

เมื่อ	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$	แทน	ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i
	$\sum X_i^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังในข้อที่ i
	N	แทน	จำนวนคนเข้าสอบ

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 218)

3.3 สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน

3.3.1 ใช้ค่าสถิติ t-test dependent เพื่อเปรียบเทียบคะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังที่ใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-Distribution
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการสอบก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิด
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิด

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
(ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2546 : 193)

3.3.2 ใช้สถิติ t-test one sample เพื่อวิเคราะห์คะแนนทักษะการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียน
การสอนคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-Distribution
	\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	μ_o	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ ($\mu_o \geq 70\%$)
	S	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540 : 28)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ต่างๆในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน	คะแนนเต็ม
\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิด
2. ผลการวิเคราะห์คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิด

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิด โดยนำคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t-test Dependent ปรากฏในตาราง 6

ตาราง 6 ผลการวิเคราะห์คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด

การทดสอบ	<i>N</i>	<i>k</i>	\bar{X}	<i>s</i>	<i>t</i>
ก่อนทดลอง (Pre-test)	45	40	10.77	1.99	20.28**
หลังทดลอง (Post-test)	45	40	27.80	2.27	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 6 พบว่าทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าการใช้ปัญหาปลายเปิดทำให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

2. ผลการวิเคราะห์คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด ปรากฏในตาราง 7-8

ตาราง 7 สรุปละคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด ซึ่งจัดระดับความสามารถออกเป็น 5 ระดับตามช่วงคะแนนร้อยละ

ช่วงคะแนนร้อยละ	<i>N</i>	<i>k</i>	\bar{X}	<i>s</i>	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ
80 - 100	45	100	80.67	6.00	26	57.78
70 - 79					19	42.22
60 - 69					0	0.00
50 - 59					0	0.00
0 - 49					0	0.00

จากตาราง 7 พบว่าคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิดโดยภาพรวมอยู่ในระดับดีมาก (ร้อยละ 80.67) ซึ่งนักเรียนที่ได้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีมากมีจำนวนมากที่สุด นอกนั้นได้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี โดยไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด

การทดสอบ	N	k	\bar{X}	s	μ_0	t
ทักษะ การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	45	100	80.67	6.00	70	11.93**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 8 พบว่าทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าการใช้ปัญหาปลายเปิดทำให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิด
2. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากการใช้ปัญหาปลายเปิดกับเกณฑ์

ความสำคัญจากการวิจัย

ผลการศึกษาครั้งนี้ในครั้งนี ทำให้ได้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการใช้ปัญหาปลายเปิดและเป็นแนวทางหนึ่งสำหรับครูคณิตศาสตร์หรือผู้สนใจ มุ่งเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดได้อย่างอิสระ รวมถึงสามารถสร้างแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นของตนเอง ให้นักเรียนเห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนและผู้เกี่ยวข้องในการพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาให้มีประสิทธิภาพ

สมมติฐานในการวิจัย

1. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด
2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรีที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 12 ห้อง รวม 540 คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จังหวัดนนทบุรีที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน จากทั้งหมด 5 ห้องเรียน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนโดยความสะดวก

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การใช้ปัญหาปลายเปิด

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.2 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง การประยุกต์ 2 ซึ่งมีเนื้อหาย่อยตามหัวข้อต่อไปนี้

1. แบบรูปของจำนวน จำนวน 6 คาบ

2. ข่ายงาน จำนวน 4 คาบ

3. การประยุกต์ของเศษส่วนและทศนิยม จำนวน 5 คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ใช้เวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามเนื้อหา 15 คาบ คาบละ 50 นาที ทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) 90 นาที และทดสอบหลังเรียน (Post-test) 90 นาที รวม 18 คาบ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. แบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3. แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับทางโรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เพื่อศึกษาการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. ชี้แจงให้นักเรียนกลุ่มทดลองทราบถึงการใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกัน และปฏิบัติกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับกลุ่มทดลอง เพื่อทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) แล้วบันทึกไว้เป็นคะแนน โดยใช้เวลา 90 นาที

4. ดำเนินการทดลอง โดยทำการสอนกลุ่มทดลองตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยทำการสอนด้วยตนเองและทำการสังเกตพฤติกรรมและบันทึกคะแนนที่แสดงถึงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดและด้านการเขียนของนักเรียน

5. เมื่อดำเนินการทดลอง โดยดำเนินการสอนครบตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ครบเรียบร้อยแล้ว ทำการวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยนำไปทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มทดลองเพื่อทดสอบหลังเรียน (Post-test) แล้วบันทึกคะแนน โดยใช้เวลา 90 นาที

6. นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด โดยใช้ค่าสถิติ t-test dependent

2. วิเคราะห์คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด โดยใช้ค่าสถิติ t-test one sample

สรุปผลการวิจัย

1. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 80.67

อภิปรายผล

ผลจากการวิจัยในครั้งนี้ อภิปรายผลได้ดังนี้

1. ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 การที่นักเรียนได้เรียนโดยการใช้ปัญหาปลายเปิดนั้น ทำให้นักเรียนได้เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ เนื่องจากการแก้ปัญหาปลายเปิดนั้น นักเรียนต้องเป็นผู้ทำความเข้าใจปัญหาและตัดสินใจเลือกวิธีการในการหาคำตอบ จากนั้นทดสอบว่าวิธีการดังกล่าวใช้ได้หรือไม่ ถ้าวิธีการนั้นใช้ได้นักเรียนจะต้องให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด แต่ถ้าวิธีการดังกล่าวไม่ประสบความสำเร็จ นักเรียนจะต้องเปลี่ยนเป็นวิธีอื่นต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นนักเรียนจึงได้พัฒนาทักษะกระบวนการคิด การให้เหตุผล และเป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของปริชา เนาว์เย็นผล (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากการทดลองพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหาได้อย่างอิสระตามแนวคิดของตนเองและพฤติกรรมกำกับการแก้ปัญหาทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับดีและดีมาก

1.2 ในการตอบคำถามของปัญหาปลายเปิดนั้น นักเรียนจะต้องอธิบายเหตุผลสนับสนุนวิธีการหาคำตอบของตนเอง ซึ่งทำให้ผู้สอนทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่เรียนไปมากน้อยเพียงใด และทำให้ผู้สอนได้ตรวจสอบความถูกต้องของความคิดของนักเรียน หากเกิดความเข้าใจที่ผิดพลาดจึงสามารถแก้ไขได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของคูนีย์ (Cooney, n.d.:Online) ได้กล่าวถึงการประเมินปัญหาปลายเปิดว่าจะช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาของนักเรียน เนื่องจากการประเมินโดยใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นจะช่วยให้ผู้สอนสามารถประเมินนักเรียนว่ามีความรู้อะไรบ้าง นอกจากนี้ปัญหาปลายเปิดที่มีลักษณะให้นักเรียนอธิบาย แสดงเหตุผล การแจ้งเกณฑ์การประเมินให้นักเรียนได้ทราบนั้น จะเป็นการช่วยให้นักเรียนสามารถปรับปรุงข้อผิดพลาดของนักเรียนให้ได้ตามเกณฑ์ที่กำหนด

1.3 การใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไขและตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์ ด้านการวัดผลและประเมินผล และในช่วงของการวิจัย ผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมจากใบกิจกรรม ใบงานและแบบฝึกหัดที่มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งนักเรียนจะต้องอธิบายเหตุผลสนับสนุนวิธีการหาคำตอบของตนเอง ส่งผลให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากการใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าก่อนการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของฟูน (Foon, 2002: Online) ได้ทำการศึกษาเรื่องการใช้คำถามปลายเปิดแบบสั้นๆ ในการส่งเสริมการคิดและการเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่าการใช้คำถามปลายเปิดช่วยให้นักเรียนสามารถสาธิตหรือแสดงความคิดเห็นของเขาได้อย่างเต็มที่ ทั้งยังเป็นการแสดงถึงความเข้าใจอย่างถ่องแท้ของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนไปในหลายรูปแบบมากขึ้น

2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภายหลังจากใช้ปัญหาปลายเปิดสูงกว่าสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับงานวิจัยของชานนท์ ศรีผ่องงาม (2549: บทคัดย่อ) ซึ่งได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division : STAD) เรื่อง จำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อศึกษาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พบว่าความก้าวหน้าของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนแบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 81.02 และทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 112) ซึ่งได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก " สุ จิ ฎ ลี " ที่มีต่อทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร พบว่าทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก " สุ จิ ฎ ลี " สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีค่าเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 83.69 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 การใช้ปัญหาแบบปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้จะเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้ตั้งหรือเลือกเอาวิธีการที่ตนเองถนัดออกมาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีโอกาที่จะได้คำตอบที่อาจไม่เหมือนใครเป็นคำตอบเฉพาะของตนเองและด้วยสถานการณ์อย่างนี้จะช่วยสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากที่จะแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับเพื่อน เป็นการเรียนรู้ร่วมกันและจะนำมาซึ่งการพูดคุยสื่อสาร การยกเหตุผลเพื่อยืนยันและสนับสนุนคำตอบ ซึ่งอาจได้ความรู้ใหม่และปัญหาใหม่เมื่อมีการปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียนด้วยตนเอง การเรียนรู้ก็จะไม่น่าเบื่อ ดุมีชีวิตชีวาและนักเรียนจะรู้สึกดีว่าเรามีเสรีภาพในการคิด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเบกเกอร์และชิมาดา (Becker; & Shimada. 1997: 23) ที่กล่าวถึงปัญหาปลายเปิดว่าเป็นวิธีการที่ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ระหว่างนักเรียนด้วยกันวิธีหนึ่ง จากการที่นักเรียนแต่ละคนหาคำตอบที่เป็นของตนเองและนำมาอภิปรายร่วมกัน นักเรียนจึงสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่นๆได้จากเพื่อนร่วมชั้นได้ ซึ่งนับเป็นข้อดีของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นการช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารของนักเรียน

2.2 การจัดการเรียนรู้โดยการใช้ปัญหาปลายเปิด เน้นให้นักเรียนได้สังเกตเห็นถึงความสำคัญของการสื่อสารที่นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็นและได้ใช้ทักษะการสื่อสารในการแสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่ตามความสามารถโดยไม่ต้องกลัวผิด มีอิสระที่จะคิด สามารถทำความเข้าใจกับเนื้อหาที่เรียนได้ง่ายขึ้นจากความคิดของตนเองและการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นจากเพื่อนร่วมชั้นเรียน และจากการสร้างบรรยากาศในการเรียนการสอนให้เป็นกันเองระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับนักเรียน ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียนรู้และสามารถแสดงความคิดเห็นออกมาได้อย่างเต็มที่และมีความสุขที่จะเรียนรู้ กล้าแสดงออกและกล้าที่จะถามเมื่อเกิดข้อสงสัยในเนื้อหาที่เรียนมากขึ้น ซึ่งต้องใช้ทักษะการสื่อสารเพื่อถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น เป็นการฝึกทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ภายหลังจากใช้ปัญหา

ปลายเปิดสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งสอดคล้องกับทินรัตน์ กาญจนกฤษ (2550: 114) ซึ่งได้จัดการเรียนการสอนโดยใช้หลัก " สุ จิ ปุ ลิ " โดยผู้เรียนจะต้องศึกษาความรู้และอภิปรายความรู้ร่วมกันซึ่งต้องใช้ทักษะการสื่อสารเพื่อถ่ายทอดเรื่องราวที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึกผ่านการพูด การอ่าน การฟัง การเขียน ซึ่งเป็นการฝึกทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เช่นกันและจากผลการวิจัยพบว่าทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก " สุ จิ ปุ ลิ " สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2.3 ลักษณะของปัญหาปลายเปิดเป็นสถานการณ์ปัญหาที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการคิดวิเคราะห์ จนสามารถประมวลความรู้ทั้งหมดที่เรียน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีทั้งคำตอบที่หลากหลาย มีกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาอื่นได้ ซึ่งลักษณะเด่นดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันในระดับเรียนสามารถให้เหตุผลตามระดับความสามารถและความถนัดของแต่ละบุคคลได้ ด้วยเหตุนี้ทำให้ผู้เรียนเกิดการสื่อสาร แลกเปลี่ยนความรู้ ประสบการณ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกันวิธีหนึ่งและจากการที่ผู้เรียนแต่ละคนหาคำตอบที่เป็นของตนเองและนำมาอภิปรายร่วมกัน ผู้เรียนจึงสามารถเรียนรู้แนวคิดอื่นๆได้จากเพื่อนร่วมชั้น ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เหตุผลที่แตกต่างจากแนวคิดของตนเอง ทำให้เอื้อต่อนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน โดยที่นักเรียนแต่ละคนสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีมาช่วยแก้ปัญหาอื่นๆ (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. 2549: 1)

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการวิจัยเรื่องการใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการ สรุปได้ดังนี้

1. ในการชี้แจงการทำกิจกรรมในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดแต่ละขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้อย่างละเอียด ชัดเจนและมีการแจ้งจุดมุ่งหมายในการจัดการเรียนการสอนนั้น ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจเรียนมากขึ้น สังเกตจากการร่วมมือในการทำกิจกรรมและการซักถามตนเองหรือครูระหว่างการเรียน

2. บรรยากาศของการเรียนในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดนั้น ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น ไม่รู้สึกกลัวเมื่อมีการพูดผิดหรือเขียนในสิ่งที่ไม่ถูกต้อง โดยผู้วิจัยได้สร้างบรรยากาศที่เป็นกันเอง ทำให้นักเรียนลดความกังวลและจากการสังเกตนักเรียนมีความพอใจมากเมื่อได้แสดงความคิดเห็นของตนให้เพื่อนและครูได้รับรู้ตามความเข้าใจของนักเรียนเอง อีกประการหนึ่งผู้วิจัยสังเกตว่า เมื่อผู้วิจัยได้ให้คำชมเชยกับนักเรียนที่ตอบคำถามได้ถูกต้อง แสดงความคิดเห็นตามความเข้าใจของนักเรียนหรือมีส่วนร่วมในการสร้างและแสดงผลงานในแต่ละเรื่องที่นักเรียนสามารถทำได้แล้วนักเรียนเกิดความภูมิใจและเกิด

แรงจูงใจในการทำงานต่างๆให้สำเร็จ ดังนั้นคำชมเชยหรือการให้กำลังใจแก่นักเรียนจึงเป็นสิ่งสำคัญที่ควรนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3. ในช่วงที่นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาและตัดสินใจเลือกวิธีการในการหาคำตอบนั้น ผู้สอนต้องให้เวลาในการคิด เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสทดสอบว่าวิธีการที่เลือก ใช้ได้หรือไม่ ถ้าวิธีนั้นใช้ได้นักเรียนจะต้องให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด แต่ถ้าวิธีดังกล่าวไม่ประสบความสำเร็จ นักเรียนจะต้องเลือกวิธีอื่นต่อไปและทดสอบอีกครั้งจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องและเพื่อให้ นักเรียนสามารถนำความรู้ ความสามารถด้านทักษะมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมถึงนักเรียนที่มีความสามารถต่างกันในระดับเรียนยังสามารถให้เหตุผลตามระดับความสามารถและความถนัดของแต่ละบุคคลได้ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นยั่วยุให้นักเรียนได้คิดแสดงความสามารถออกมา

4. ในการตอบคำถามของปัญหาปลายเปิดนั้น นักเรียนจะต้องอธิบายเหตุผลสนับสนุนวิธีการหาคำตอบของตนเอง ซึ่งทำให้ผู้สอนทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่เรียนไปมากน้อยเพียงใด และทำให้ผู้สอนได้ตรวจสอบความถูกต้องของความคิดของนักเรียน หากเกิดความเข้าใจที่ผิดพลาดจึงสามารถแก้ไขข้อบกพร่องได้อย่างรวดเร็ว

5. ในระยะแรกของการวิจัยพบว่านักเรียนต้องการคำแนะนำจากครูเพื่อใช้เป็นแนวทาง แต่เมื่อผ่านไประยะเวลาหนึ่ง นักเรียนจะเกิดความคิดเป็นของตนเองในการแก้ปัญหาซึ่งสังเกตได้จากการที่นักเรียนในกลุ่มเก่งจะมีความกระตือรือร้นและพยายามทดลองหาวิธีการแก้ปัญหา และประสบความสำเร็จในการค้นพบคำตอบด้วยตนเอง จึงทำให้นักเรียนในกลุ่มนี้มีความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้ลึกซึ้ง ในขณะที่นักเรียนในกลุ่มปานกลางและต่ำนั้นยังไม่สามารถปรับตัวกับการเรียนที่ไม่มีครูเป็นผู้บอกแนวทางในการแก้ปัญหา แต่พฤติกรรมดังกล่าวเริ่มลดลงเมื่อระยะเวลาผ่านไปประมาณ 3 - 4 คาบ นักเรียนในกลุ่มนี้จะเริ่มสร้างแนวทางแก้ปัญหาของตนเองได้ ทำกิจกรรมร่วมกับเพื่อนๆได้มากขึ้นและกล้าแสดงความคิดเห็นมากขึ้น

6. เนื่องจากครูผู้สอนเพียงคนเดียวอาจไม่สามารถสังเกตและดูแลนักเรียนได้ทั่วถึงเท่าที่ควร ผู้วิจัยจึงมีการจัดครูผู้ช่วยสอนอีก 1 คน เพื่อช่วยในการควบคุมชั้นเรียน แนะนำและให้คำปรึกษาในการเรียนและทำแบบฝึกหัด รวมทั้งสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนในขณะที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้

7. ในการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียน ช่วงเวลา 1 คาบอาจไม่เพียงพอกับการบันทึกคะแนนสำหรับห้องเรียนที่มีนักเรียนจำนวนมาก ผู้วิจัยจึงทำการบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนในคาบเรียนที่ติดกันจำนวน 2 คาบ เพื่อให้การบันทึกคะแนนเสร็จสิ้นในครั้งเดียว

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิด ควรมีการชี้แจงการทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดและแจ่มชัดมุ่งหมายในการจัดการเรียนการสอนอย่างชัดเจน

1.2 ควรมีการเผยแพร่ความรู้เรื่อง การใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ครูในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา เนื่องจากการใช้ปัญหาปลายเปิดเป็นวิธีหนึ่งที่สามารถช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการต่างๆทางคณิตศาสตร์

1.3 ควรมีการสร้างปัญหาปลายเปิดที่สามารถใช้ได้จริงในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ รวมถึงผู้สนใจจะได้นำไปใช้ประกอบการสอน

1.4 ผู้สอนควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับเวลาให้สอดคล้องกัน เพื่อให้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่เตรียมไว้

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยในครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่นๆ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2.2 ควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่าส่งผลต่อทักษะกระบวนการด้านต่างๆ เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การคิดอย่างไตร่ตรอง เป็นต้น

2.3 ควรจะพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้วิธีการสอนแบบอื่นๆ เช่น การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน การสอนแบบแก้ปัญหา การสอนแบบการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง เป็นต้น เพื่อให้ให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะของนักเรียน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2542). การสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทย ด้านทักษะการ
สื่อสาร. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ศาสนา.
- _____. (2544ก). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2544ข). คู่มือการจัดการสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.
กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและครุภัณฑ์.
- _____. (2544ค). รายงานการวิจัยเรื่อง การสังเคราะห์วิธีสอนวิชาภาษาไทย ภาษาอังกฤษ
คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: กองวิจัยทางการศึกษา
กรมวิชาการ.
- _____. (2545ก). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือ
การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้า
และพัสดุภัณฑ์.
- _____. (2545ข). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. ใน เอกสารประกอบ
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- _____. (2545ค). การอธิบายแนวคิด (เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.
2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์
องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์. ถ่ายเอกสาร.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2543). เทคโนโลยีการศึกษาและนวัตกรรม. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ:
อรุณการพิมพ์.
- กิติมา สุรสนธิ. (2541). ความรู้ทางการสื่อสาร. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัย
ธรรมศาสตร์.
- คมเพชร ฉัตรศุกกุล. (2546). กิจกรรมกลุ่มในโรงเรียน. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: ธนรัช
การพิมพ์.
- จิณัฐตา เจียรพันธ์. (2548). การศึกษาความสัมพันธ์เชิงเหตุของคุณลักษณะบางประการกับ
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในช่วงชั้นที่ 4 จังหวัด
สุราษฎร์ธานี. ปรินันท์ กต.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เจนสมุทร แสงพันธ์. (2548). การใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนกลุ่มสาระการ
เรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
เชียงใหม่: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.

- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์; และคนอื่นๆ. (2545). ชุดปฏิบัติการเรียนรู้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ม.4- ม.6. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชานนท์ จันทรา. (2549). การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน: การสร้างปัญหาจากวรรณกรรมสำหรับเด็ก. วารสารคณิตศาสตร์. 51(576): 29-37.
- ชานนท์ ศรีผ่องงาม. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มสัมฤทธิ์ (Student Teams Achievement Division : STAD) เรื่อง จำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2546). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ: เทพเนรมิตการพิมพ์.
- ชัยรัตน์ สุลำนาจ. (2547). ผลการจัดกิจกรรมโครงการคณิตศาสตร์ ที่มีต่อทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำโครงการคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณัฐจักร ถนอมตน. (2536). ผลของการใช้คำถามปลายเปิดแบบเร้าที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ของเด็กอนุบาล. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (ประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ทินรัตน์ กาญจนกฤษ. (2550). ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น โดยใช้หลัก "สุ จิ ปุ ลิ" ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเตรียมทหาร. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทิตนา แคมมณี. (2545). กลุ่มสัมพันธ์เพื่อการทำงานและการจัดการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: นิซินแอดเวอร์ไทซิง กรุ๊ป.
- ทัศนีย์ กระจ่างอินทร์; และสุภัทร อนุศาสตร์. (2542). "หน่วยที่ 1 การสื่อสาร" เอกสารประกอบการเรียนวิชาภาษาไทยเพื่อการสื่อสารและการสืบค้น. ลพบุรี: ภาควิชาภาษาไทยและบรรณารักษศาสตร์ ศูนย์การพิมพ์สถาบันราชภัฏเทพสตรี.
- นภเนตร ธรรมบวร. (2544). การพัฒนากระบวนการคิดในเด็กปฐมวัย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิรมล ศตวุฒิ. (2547, พฤษภาคม). กิจกรรมสำหรับการจัดการเรียนรู้ภาษาอังกฤษเพื่อการสื่อสาร. วารสารวจจรู. 1(15): 72.

- เนตรชนก คงทน. (2545). *โครงการส่งเสริมเข้าสู่ตำแหน่งทางวิชาการ*. นครราชสีมา: สถาบันราชภัฏนครราชสีมา.
- บุญศรี ปราบศักดิ์; และศิริพร จิรวัดน์กุล. (2538). *การสื่อสารเพื่อคุณภาพการพยาบาล*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปานจิต รัตนพล. (2548). *ผลการใช้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น* วิทยานิพนธ์ ค.บ. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ปราณี รามสูตร; และจรัส ต้วงสุวรรณ. (2545). *พฤติกรรมมนุษย์กับการพัฒนาคน*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ธนะการพิมพ์.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. ใน *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิถีวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- _____. (2543). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วารสารคณิตศาสตร์. ฉบับพิเศษ: 29-31.
- _____. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (ม.ป.ป.). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา*. (เอกสารประกอบการสอน). กรุงเทพฯ: ม.ป.พ. อัดสำเนา.
- พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล. (2547). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มณฑล ไบบัว. (2536). *หลักการและทฤษฎีการสื่อสาร*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2542). *เอกสารชุดวิชาการสื่อสาร หน่วยที่ 1-8*. พิมพ์ครั้งที่ 7. นนทบุรี: สำนักพิมพ์สุโขทัยธรรมาธิราช.
- ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์. (2547, มกราคม-มิถุนายน). การสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในชั้นเรียนญี่ปุ่น. *KKU Journal of Mathematics Education* 1. (1): 1-9.
- _____. (2549). *โครงการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาด้วยยุทธวิธีปัญหาปลายเปิด*. ขอนแก่น: ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

- ยุพิน พิพิธกุล. (2546). *การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ยุคปฏิรูปการศึกษา*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- รุจิอาภา รุจิอาปนนท์. (2550). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ, และ อังคนา สายยศ. (2540). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- _____. (2543). *สถิติวิทยาทางการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ลัดดา ศิลาน้อย. (2549). *ปัญหาปลายเปิด Open Approach ในนวัตกรรมการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม. วารสารศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 29(1): 24-34.*
- วรพล พรหมมิทบุตร. (2534). *การสื่อสารสัญลักษณ์ธรรมชาติ พัฒนาการผลกระทบ*. กรุงเทพฯ: อาร์ตไลน์.
- วิเชียร เลาโทกุล. (2545). *เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการการจัดทำสาระของหลักสูตรสถานศึกษาเพื่อพัฒนาครูโรงเรียนแกนนำวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- วัชร ชันเชื้อ. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้นโดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพร มาวรณา. (2546). *ผลการใช้ทักษะการสื่อสารและการประเมินผลตามสภาพจริงที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการนำเสนอข้อมูล*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพรรณ ศรีอุทธา. (2548). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับนักเรียนในช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4)*. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริมาส ศรีลำดวน. (2546). *การประเมินกระบวนการทางคณิตศาสตร์เนื้อหาด้านเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยวิธีการวิเคราะห์โปรแกรม*. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีสุรางค์ ทีนะกุล. (2542). *การคิดและการตัดสินใจ*. กรุงเทพฯ: เวิร์ดเวฟ เอ็ดดูเคชั่น.

- ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. (2546). *สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 เล่ม 1*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แม็ค.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2544). *การให้เหตุผล*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: Learn and Play Mathgroup.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2543). *มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*. กรุงเทพฯ: หน่วยการพิมพ์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2545?). *การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ*. สืบค้นเมื่อ 15 ตุลาคม 2550, จาก http://www.ipst.ac.th/research/TIM_PISA_V31.pdf
- _____. (2546). *คู่มือการวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: หน่วยการพิมพ์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บริษัทรากขวัญจำกัด.
- สมัย เหล่าวานิชย์, และ พัวพรรณ เหล่าวานิชย์. (2546). *คณิตศาสตร์ 1 พื้นฐาน+เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)*. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2547, ก.ค.-ส.ค.). *คณิตศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้. การศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี*. 32(131): 12-22.
- สุพัฒตรา หล้าฤทธิ์. (2547). *การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการคิดแบบเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่ายเอกสาร.
- สุภิญญา พิทักษ์ศกดากร. (2540). *การสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยาในโรงเรียนปรีณสร้อยแยลส์วิทยาลัย*. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- อารีย์ ศรีเดือน. (2547). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ เรื่องการประยุกต์ 1 เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์. (2548). *ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- อัศรยา สังข์จันทร์. (2543). การสอนเพื่อพัฒนาการใช้เหตุผล. *คู่มือการเรียนการสอนการคิดวิเคราะห์วิจารณ์ คณะกรรมการการส่งเสริมการเรียนการสอนเน้นการพัฒนาความคิดวิเคราะห์วิจารณ์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Alice, F Artzt.; & Shirel, Yaloo-Femia. (1999). *Mathematics Reasoning During Small-Group Problem Solving. Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 1999 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communication, K-8 : Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Becker, J.P; & Shimada, S. (1997). *The Open-Ended Approach : A New Proposal for Teaching Mathematics*. Virginia : National Council of Teachers of Mathematics.
- Brandt, Ron. (1984, September). Teaching of Thinking, for Thinking, about Thinking. *Educational Leadership*. 42(1): 3.
- Christou, Contantinos; & Papageorgiou, Eleni. (2006, February). A Framework of mathematics inductive reasoning. *Learning and Instruction*. 17(1): 55-66. Retrieved October 2, 2007, from <http://www.sciencedirect.com>.
- Conway, Kathleen D. (1999). *Assessing Open-Ended Problems*. Retrieved September 15, 2007, from <http://wilson.txt.hwwilson.com/pdfhtml/05891/2QVB6/USJ.html>.
- Cooney, T.J. (n.d.). *Why use open – ended questions in mathematics*. Retrieved September 15, 2007, from www.Heinemann.com
- Corington, C. L.M . (2001). The Effect of Connected Mathematics Project on Middle School Mathematics Achievement. *Dissertation Abstracts International* .61-12A.
- Foon , Pui Yee. (2002). *Using Short Open-Ended Question to Promote Thinking and Understanding*. Retrieved September 15, 2007, from <http://math.unipa.it/~grim/Sifoong.PDF>.
- Halpern, Joseph Y ; & Pucella, Riccardo. (2007). Characterizing and reasoning about probabilistic and non- probabilistic expectation. *Journal of the ACM(JACM)*. 54(3). Retrieved October 2, 2007, from <http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dl=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033>.
- Hancock, Lynn C. (1995). Enhancing Mathematics Learning with Open-Ended Questions. *Mathematics Teacher*. 88(6): 496.

- Havill, Jessen T.; & Ludwis, D. (2007). Technically speaking : fostering the communication of computer science and mathematics students. *Journal of the ACM(JACM)*. 54(3): 185-189. Retrieved October 2, 2007, from <http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dl=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033>.
- Heller.; et al. (1989). Proportional reasoning : The Effect of the context variable rate type and problem settings. *Journal of Research in Science Teaching*. 209-211.
- Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children' Learning of Mathematics 1994*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth Publishing Company.
- Krulik; & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Lannin, John K. (2001, August). Developing Middle School Students' Understanding of Recursive and Explicit Reasoning. *Dissertation Abstracts International*. 60(02): 500-A. (Online).
- Lewison, Mitzi.; Graves, Ingrid; & Sanchaz, Lenny. (2006). Enhancing mathematical discourse in elementary classrooms. *Journal of the ACM(JACM)*. 53(3): 954-955. Retrieved October 2, 2007, from <http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dl=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033>.
- Loe,Q.J.; & Chen, C. X. (2004). The Open-ended Approach in Referring Tradional Teaching. *Paper Presented at the 10th International Congress on Mathematics Education*. Retrieved September 2, 2007, from www.icme-organiers.dk/tsg14/#paper.
- Lubienski, S. T. (2001). Ethnicity and Mathematical Problem Solving. *Paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association*. Retrieved September 2,2007, from www.eric.ed.gov.
- Mumme, Judith.; & Shepherd, Nancy. (1993). Communication in Mathematics. In *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Partnership for Reform Initiative in Sciences and Mathematics. (2001). *Open Response Questioning Strategies*. Retrieved September 13, 2007, from <http://www.muuraystate.edu/prism/openrp1.html>.
- Reys, Robert E.; et al. (2001). *Helping Children Learn Mathematics*. 6th ed. New York: John Wiley and Sons.

- Rodeheaver, L. R. (2000, January). A Case Study of Communication between Secondary Mathematics Student, Teacher and the Cooperative Teacher. *Dissertation Abstracts International*. 57(1): 61-03A. (Online).
- Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards : Reading from the Arithmetic Teacher*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Skalvik, Einar M.; & Skalvik, Sidsel. (2006). Self-Concept and self-efficacy in mathematics : relation with mathematics motivation and achievement. *Journal of the ACM(JACM)*. 53(3): 709-715. Retrieved October 2, 2007, from <http://portal.acm.org/dl.cfm?coll=portal&dl=ACM&CFID=47897557&CFTOKEN=54036033>.
- Stiggins, Richard. (1997). *Student-Centered Classroom Assessment*. Columbus, Ohio: Merrill.
- Takahashi, Akihiko. (2004). *Open-Ended Problem Solving Enriched by the Internet*. Retrieved September 13, 2007, from http://www.mste.uiuc.edu/users/aki/open_ended.
- The National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematic*. Virginia : National Council of Teacher of Mathematics.
- _____. (1995). *Principles and Standards for School Mathematics*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- _____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. United states of America: Inc.
- Thurber, Walter A. (1976). *Teaching Science in Today's Secondary School*. Boston: Allyn and Bacon.
- Toole, Cecilla Marie. (2001, September). Explaining Math Achievement by Examining its Relationship to Ethnic Background, Gender, and Level of Formal Reasoning. *Dissertation Abstracts International*. 62-03A: 953-A. (Online).
- Tornroos, Jukka. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Learning and Instruction*. 31(4): 315-327. Retrieved October 2, 2007, from <http://www.sciencedirect.com>
- Zevenbergen, R.; Mously, J.; & Sullivan, P. (2001). *Using Open-Ended Tasks for Teaching, Learning and Assessment*. Retrieved September 13, 2007, from http://www.qamt.cqu.edu.au/QAMTC2000/open-ended_task.rtf.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตารางค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) ของแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 45 คน
3. คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 45 คน

ตาราง 9 ค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α -Coefficient) ของแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ข้อที่	P_E	D
1	0.64	0.55
2	0.67	0.67
3	0.68	0.52
4	0.21	0.29
5	0.32	0.40
6	0.42	0.54
7	0.29	0.25
8	0.50	0.54
9	0.41	0.35
10	0.52	0.34

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ คือ 0.83

การคำนวณหาค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบโดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยของวิทนีย์และซาเบอร์ส

$$P_E = \frac{S_u + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$P_E = \frac{45 + 25 - (2 \times 12 \times 1)}{2 \times 12(4 - 1)}$$

$$P_E = \frac{46}{72}$$

$$P_E = 0.64$$

เมื่อ	P_E	แทน	ค่าดัชนีความยาก
	S_u	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

$$D = \frac{S_u - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

$$D = \frac{45 - 25}{12(4 - 1)}$$

$$D = \frac{20}{36}$$

$$D = 0.55$$

เมื่อ	D	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	S_u	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

การคำนวณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) โดยใช้สูตรของครอนบาค (Cronbach)

เนื่องจาก $k = 10; s^2 = 25.25$

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s^2} \right\}$$

$$\alpha = \frac{10}{10-1} \left\{ 1 - \frac{6.35}{25.25} \right\}$$

$$\alpha = 0.83$$

เมื่อ	α	แทน	สัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	k	แทน	จำนวนข้อสอบ
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	s^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนของข้อสอบทั้งฉบับ

โดยที่
$$s_i^2 = \frac{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{N^2}$$

เมื่อ	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
	$\sum X_i$	แทน	ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i

$$\frac{\sum X_i^2}{N}$$

แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละคนยกกำลังในข้อที่ i
แทน จำนวนคนเข้าสอบ

ตาราง 10 คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อน และหลังที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด จำนวน 45 คน (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

ที่	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน	ผลต่าง		ที่	คะแนน ก่อนเรียน	คะแนน หลังเรียน	ผลต่าง	
			D	D^2				D	D^2
1	15	31	16	256	24	16	36	20	400
2	14	20	6	36	25	7	30	23	529
3	16	35	19	361	26	8	34	26	676
4	4	27	23	529	27	13	32	19	361
5	9	20	11	121	28	9	30	21	441
6	17	32	15	225	29	20	30	10	100
7	7	33	26	676	30	5	22	17	289
8	11	26	15	225	31	11	24	13	169
9	10	32	22	484	32	5	25	20	400
10	12	22	10	100	33	10	28	18	324
11	10	28	18	324	34	12	22	10	100
12	10	28	18	324	35	9	31	22	484
13	7	24	17	289	36	11	36	25	625
14	14	30	16	256	37	6	24	18	324
15	18	25	7	49	38	12	31	19	361
16	13	22	9	81	39	10	31	21	441
17	16	34	18	324	40	9	24	15	225
18	14	25	11	121	41	8	21	13	169
19	16	40	24	576	42	8	24	16	256
20	5	36	31	961	43	2	25	23	529
21	10	20	10	100	44	12	30	18	324
22	13	26	13	169	45	9	25	16	256
23	12	20	8	64					

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน คือ ค่าสถิติ t -test dependent เพื่อเปรียบเทียบคะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนและหลังที่ใช้ปัญหาปลายเปิดโดยคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad ; \quad df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าที่พิจารณาใน t-Distribution
 $\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการ
สอนก่อนและหลังการใช้ปัญหาปลายเปิด
 $(\sum D)^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างรายคู่
ระหว่างคะแนนก่อนและหลังการใช้ปัญหา
ปลายเปิด
 n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก $\sum D = 766$; $(\sum D)^2 = 586756$; $\sum D^2 = 14434$; $n = 45$

ดังนั้น

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}}$$

$$t = \frac{766}{\sqrt{\frac{45(14434) - 586756}{45-1}}}$$

$$t = 20.28$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤติของ t จากการแจกแจงแบบ t , t เท่ากับ 2.704 ที่ระดับ
นัยสำคัญที่ .01 เมื่อ $df = 45-1 = 44$)

ตาราง 11 คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด

ที่	ด้าน การเขียน	ด้าน การพูด	ร้อยละ	ที่	ด้าน การเขียน	ด้าน การพูด	ร้อยละ
1	87.5	86.11	86.81	24	90.28	91.67	90.97
2	86.11	80.56	83.33	25	83.33	87.50	85.42
3	69.44	73.61	71.53	26	77.78	83.33	80.56
4	75.00	79.17	77.08	27	75.00	77.78	76.39
5	72.22	77.78	75.00	28	84.72	79.17	81.94
6	84.72	86.11	85.42	29	70.83	80.56	75.69
7	84.72	86.11	85.42	30	75.00	73.61	73.31
8	69.44	79.17	74.31	31	75.00	81.94	78.47
9	69.44	77.78	73.61	32	73.61	72.22	72.92
10	72.22	77.78	75.00	33	83.33	84.72	84.03
11	75.00	73.61	74.31	34	84.72	80.56	82.64
12	68.06	75.00	71.53	35	84.72	86.11	85.42
13	86.11	87.50	86.81	36	79.17	86.11	82.64
14	79.17	84.72	81.94	37	79.17	84.72	81.94
15	68.06	76.38	72.22	38	86.11	87.50	86.81
16	83.33	87.50	85.42	39	84.72	86.11	85.42
17	87.50	86.11	86.81	40	70.83	79.17	75.00
18	94.44	86.11	90.28	41	84.72	64	86.81
19	69.44	75.00	72.22	42	79.17	70.83	75.00
20	69.44	75.00	72.22	43	84.72	86.11	85.42
21	83.33	84.72	84.03	44	86.11	88.89	87.50
22	86.11	90.28	88.19	45	72.22	77.78	75.00
23	86.11	88.89	87.50				

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน คือ สถิติ t-test one sample เพื่อวิเคราะห์คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้จากการใช้ปัญหาปลายเปิด โดยคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t-Distribution
	\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	μ_o	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เกณฑ์ ($\mu_o \geq 70\%$)
	S	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	df	แทน	n-1

เนื่องจาก $\bar{x} = 80.67$; $\mu_o = 70$; $s = 6.00$; $n = 45$

ดังนั้น

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{80.67 - 70}{\frac{6.00}{\sqrt{45}}}$$

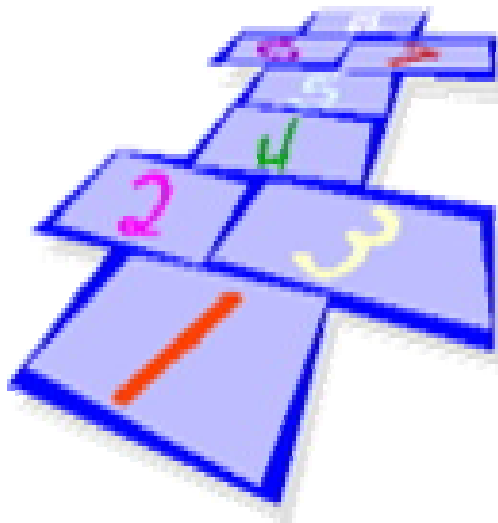
$$t = 11.93$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤติของ t จากการแจกแจงแบบ t , t เท่ากับ 2.423 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ $df = 45-1 = 44$)

ภาคผนวก ข

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาปลายเปิด เรื่อง การประยุกต์ 2
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

แผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง การประยุกต์ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์



จัดทำโดย
นางสาวจิตติมา ชอบเอียด
นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
(กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์)

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้: คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 : การประยุกต์ 2

เวลา 2 คาบ

เรื่อง : แบบรูปของจำนวน

วันที่

จุดประสงค์การเรียนรู้: เมื่อนักเรียนเรียนหน่วยนี้จบแล้ว นักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้

ด้านความรู้:

- เขียนจำนวนจากแบบรูปที่กำหนดให้ได้
- บอกความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้
- ใช้แบบรูปแก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ :

- แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- สื่อสารทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ :

- มีความรับผิดชอบ
- ทำงานด้วยความรอบคอบและเป็นขั้นตอน
- ทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

สาระการเรียนรู้:

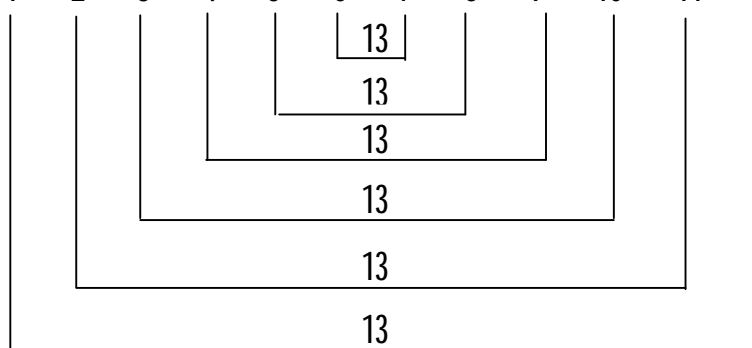
แบบรูปของจำนวน

ในชีวิตประจำวัน เราจะพบจำนวนในรูปแบบต่างๆ เช่น จำนวนเต็ม จำนวนนับ จำนวนเฉพาะ จำนวนคู่ จำนวนคี่ ซึ่งในจำนวนเหล่านี้มีแบบรูปที่น่าสนใจ ดังนี้

1. ผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง n

พิจารณาผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 12

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12$$



จากแผนภาพพบว่า มี 13 อยู่ 6 จำนวน ดังนั้น

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 12 = 6 \times 13 = \frac{12 \times 13}{2}$$

จากตารางสรุปได้ว่า

ผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง n เท่ากับ $\frac{n(n+1)}{2}$
เมื่อ n เป็นจำนวนสุดท้าย

2. ผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 2 ถึง n เมื่อ n เป็นจำนวนคู่
พิจารณาผลบวกต่อไปนี้

$$2 = 2 = 1 \times 2 = \frac{2}{2} \times \left(\frac{2}{2} + 1 \right)$$

$$2 + 4 = 6 = 2 \times 3 = \frac{4}{2} \times \left(\frac{4}{2} + 1 \right)$$

$$2 + 4 + 6 = 12 = 3 \times 4 = \frac{6}{2} \times \left(\frac{6}{2} + 1 \right)$$

$$2 + 4 + 6 + 8 = 20 = 4 \times 5 = \frac{8}{2} \times \left(\frac{8}{2} + 1 \right)$$

⋮

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + n = \frac{n}{2} \times \left(\frac{n}{2} + 1 \right)$$

สรุปได้ว่า

ผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 2 ถึง n เท่ากับ $\frac{n}{2} \times \left(\frac{n}{2} + 1 \right)$
เมื่อ n เป็นจำนวนคู่จำนวนสุดท้าย

3. ผลบวกของจำนวนคี่ ตั้งแต่ 1 ถึง n เมื่อ n เป็นจำนวนคี่
พิจารณาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้

$$1 = 1 = 1^2 = \left(\frac{1+1}{2} \right)^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2 = \left(\frac{1+3}{2} \right)^2$$

$$\begin{aligned}
 1 + 3 + 5 &= 9 = 3^2 = \left(\frac{1+5}{2}\right)^2 \\
 1 + 3 + 5 + 7 &= 16 = 4^2 = \left(\frac{1+7}{2}\right)^2 \\
 &\vdots \\
 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + n &= \left(\frac{n+1}{2}\right)^2
 \end{aligned}$$

สรุปได้ว่า

ผลบวกของจำนวนที่ ตั้งแต่ 1 ถึง n เท่ากับ $\left(\frac{n+1}{2}\right)^2$
 เมื่อ n เป็นจำนวนคี่จำนวนสุดท้าย

ปัญหาที่ 1 จงแสดงวิธีการหาผลบวก

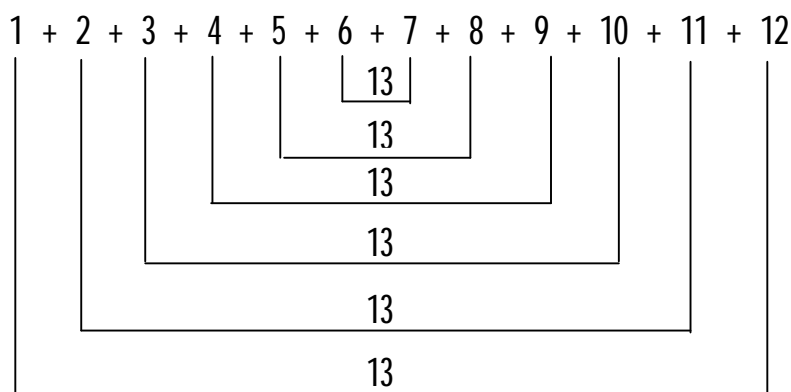
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12$$

วิธีที่ 1 นำจำนวนทั้งหมดมาบวกกัน ดังนี้

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$$

ดังนั้นผลบวกของจำนวนนี้ คือ 78

วิธีที่ 2 โดยใช้แผนภาพ



จากแผนภาพพบว่า มี 13 อยู่ 6 จำนวน ดังนั้น

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 12 = 6 \times 13 = 78$$

ดังนั้นผลบวก คือ 78

วิธีที่ 3 โดยการใช้สูตร

$$\text{ผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง } n \text{ เท่ากับ } \frac{n(n+1)}{2}$$

จะได้

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 &= \frac{12(12+1)}{2} \\ &= \frac{12(13)}{2} \\ &= 78 \end{aligned}$$

ปัญหาที่ 2 จงหาผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 60

วิธีที่ 1 นำจำนวนทั้งหมดมาบวกกัน จะได้ว่า

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 58 + 59 + 60 = 1,830$$

วิธีที่ 2 โดยใช้แผนภาพ

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 58 + 59 + 60$$

จากแผนภาพพบว่า มี 61 อยู่ 30 จำนวน ดังนั้น

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 58 + 59 + 60 = 30 \times 61 = 1,830$$

วิธีที่ 3 โดยการใช้สูตร

$$\text{ผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง } n \text{ เท่ากับ } \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 58 + 59 + 60 &= \frac{60(60+1)}{2} \\ &= \frac{60(61)}{2} \\ &= 1,830 \end{aligned}$$

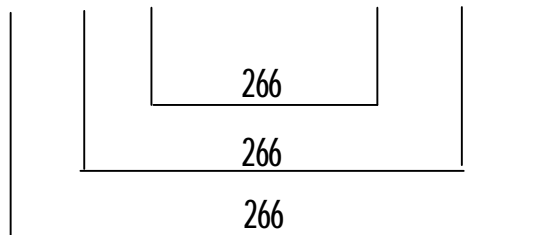
ปัญหาที่ 3 จงหาผลบวกของ $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 264$

วิธีที่ 1 นำจำนวนทั้งหมดมาบวกกัน จะได้ว่า

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 264 = 17,556$$

วิธีที่ 2 โดยใช้แผนภาพ

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 260 + 262 + 264$$



จากแผนภาพพบว่า มี 266 อยู่ 66 จำนวน ดังนั้น

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 264 = 66 \times 266 = 17,556$$

วิธีที่ 3 โดยการใช้สูตร

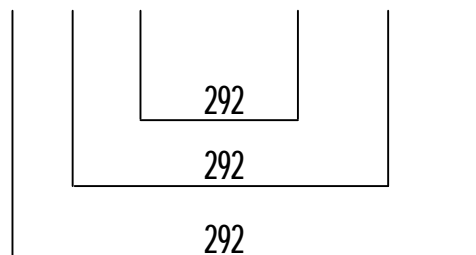
ผลบวกของจำนวนคู่ ตั้งแต่ 2 ถึง n เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ เท่ากับ $\frac{n}{2} \times \left(\frac{n}{2} + 1\right)$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 264 &= \frac{264}{2} \times \left(\frac{264}{2} + 1\right) \\ &= 132 \times 133 \\ &= 17,556 \end{aligned}$$

ปัญหาที่ 4 จงหาผลบวกของ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 291$

วิธีที่ 1 โดยใช้แผนภาพ

$$1 + 3 + 5 + \dots + 287 + 289 + 291$$



จากแผนภาพพบว่า มี 292 อยู่ 73 จำนวน ดังนั้น

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 291 = 73 \times 292 = 21,316$$

วิธีที่ 2

$$\begin{array}{r} 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 287 + 289 + 291 \\ 291 + 289 + 287 + 285 + \dots + 5 + 3 + 1 \\ \hline 292 + 292 + 292 + 292 + \dots + 292 + 292 + 292 \end{array} = 146 \times 292$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 287 + 289 + 291 &= \frac{146 \times 292}{2} \\ &= 21,316 \end{aligned}$$

วิธีที่ 3

ผลบวกของจำนวนที่ 1	จำนวนแรก คือ	1	=	1	=	1×1
ผลบวกของจำนวนที่ 2	จำนวนแรก คือ	1+3	=	4	=	2×2
ผลบวกของจำนวนที่ 3	จำนวนแรก คือ	1+3+5	=	9	=	3×3
ผลบวกของจำนวนที่ 4	จำนวนแรก คือ	1+3+5+7	=	16	=	4×4
ผลบวกของจำนวนที่ 5	จำนวนแรก คือ	1+3+5+7+9	=	25	=	5×5

⋮

ผลบวกของจำนวนที่ n จำนวนแรก คือ $n \times n$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \text{ผลบวกของจำนวนที่ 146 จำนวนแรก คือ} \\ 1+3+5+7+\dots+291 &= 146 \times 146 = 21,316 \end{aligned}$$

สื่อการเรียนรู้:

- ใบกิจกรรม "ฉันเป็นใคร"
- บัตรโจทย์แบบรูปของจำนวน
- เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง แบบรูปของจำนวน ชุดที่ 1
- เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง แบบรูปของจำนวน ชุดที่ 2
- ใบงานที่ 1/1
- ใบงานที่ 1/2
- แบบฝึกหัดที่ 1

กิจกรรมการเรียนรู้:

คาบที่ 1

ขั้นนำ (10 นาที)

1. ครูอธิบายวิธีการเล่นเกมกิจกรรม "ฉันเป็นใคร" ให้นักเรียนทั้งห้อง จากนั้นครูแจกบัตรโจทย์ตัวเลข (แบบรูปของจำนวน) ให้กับนักเรียน 2 คนต่อ 1 ใบ แล้วให้นักเรียนหาคำตอบจากบัตรโจทย์ตัวเลข (แบบรูปของจำนวน)

2. ครูสุ่มเรียกนักเรียนตอบ 2-3 คน โดยให้นักเรียนนำบัตรโจทย์ตัวเลขมาติดบนกระดานให้เพื่อนในชั้นเรียนเห็นและอธิบายวิธีการในการหาคำตอบของตนเองบนกระดาน

3. ครูถามนักเรียนว่านักเรียนคนใดมีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างจากเพื่อน แล้วให้ออกมาแสดงวิธีการให้เหตุผลในการหาคำตอบบนกระดาน

ขั้นสอน (40 นาที)

1. จากกิจกรรมในขั้นนำ ครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่าโจทย์ที่ครูกำหนดให้ นั้น นักเรียนสามารถแสดงวิธีให้เหตุผลของการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

2. ครูแจกเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง แบบรูปของจำนวน และเริ่มต้นปัญหาที่ 1 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง แบบรูปของจำนวน ชุดที่ 1 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยดำเนินการสอนดังนี้

2.1 **ขั้นทำความเข้าใจปัญหา** ครูเป็นผู้อธิบายโจทย์ให้นักเรียนเข้าใจ ซึ่งครูอาจถามกระตุ้นนักเรียนว่านักเรียนเคยพบโจทย์ในลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ นอกจากนี้พยายามตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้ทราบว่าโจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรที่สำคัญ และโจทย์ถามหาอะไร

2.2 **ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา** ครูให้นักเรียนคิดวางแผนเพื่อแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้วิธีการให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่านักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้ดูแลการทำงานของนักเรียนอย่างใกล้ชิด

2.3 **ขั้นดำเนินการตามแผน** ครูให้นักเรียนตอบคำถามในเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง แบบรูปของจำนวน ในปัญหาที่ 1 เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหาที่วางไว้

2.4 **ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ** เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้แล้ว ครูให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ โดยครูสุ่มนักเรียนให้ออกมาหาคำตอบด้วยวิธีการต่างๆที่นักเรียนใช้และครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอีกครั้ง

3. จากนั้นครูตั้งคำถามกระตุ้นนักเรียนให้คิดต่อว่า นอกจากวิธีการแรกที่นักเรียนนำเสนอไปแล้วยังมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ ที่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ให้นักเรียนช่วยกันเสนอความคิดเห็นว่ามีวิธีการใดบ้าง โดยครูเป็นผู้แนะนำ

4. สำหรับในปัญหาแรกนักเรียนอาจจะยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการอื่นๆ ดังนั้นถ้า

นักเรียนระบุวิธีการได้ไม่ครบตามจำนวนที่คาดไว้ หรือไม่สามารถนำเสนอวิธีการอื่นได้อีก ครูจะเป็นผู้นำเสนอให้นักเรียนได้เห็นวิธีการอื่นๆที่น่าสนใจ และให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้จากวิธีการอื่นๆ ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเช่นเดียวกับการหาคำตอบด้วยวิธีการแรก เพื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องนั้นไม่ได้มีวิธีการหาคำตอบเพียงวิธีการเดียว นักเรียนสามารถหาวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบที่ถูกต้อง

5. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาคำถามที่ 2 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง แบบรูปของจำนวน ชุดที่ 1 ด้วยวิธีการเดียวกับที่กล่าวมา

6. ครูแจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนทุกคน จากนั้นครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อร่วมกันทำกิจกรรม เริ่มต้นด้วยข้อที่ 1 ในใบงานที่ 1/1 โดยที่ครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่า ปัญหาในใบงานที่ 1 เป็นปัญหาปลายเปิดที่มีวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องได้หลายวิธี ให้นักเรียนพยายามหาคำตอบด้วยวิธีการต่างๆให้ได้มากที่สุด โดยครูให้อิสระกับนักเรียนในการคิดวางแผน แสดงวิธีการให้เหตุผลในการหาคำตอบปัญหาแต่ละข้อ ให้เวลาเฉลยข้อละ 10-15 นาที

7. เมื่อนักเรียนแสดงวิธีการให้เหตุผลในการหาคำตอบปัญหาเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและวิธีการให้เหตุผลในการหาคำตอบปัญหาในแต่ละข้อเพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียนคนอื่นๆ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและกระบวนการอีกครั้งหนึ่งและผู้ช่วยผู้วิจัยทำการสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารด้านการพูดและบันทึกคะแนน ในช่วงที่มีการนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป (5 นาที)

1. เมื่อนักเรียนทำข้อที่ 1 ในใบงานที่ 1/1 และนำเสนอหน้าชั้นเรียนเรียบร้อยแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการในการให้เหตุผลในการหาคำตอบทั้งหมดอีกครั้งพร้อมทั้งอภิปรายข้อดีของแต่ละวิธี

คาบที่ 2

ขั้นนำ (5 นาที)

1. ครูทบทวนเรื่อง แบบรูปของจำนวน ในกรณีที่เป็นผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง n โดยครูใช้วิธีการถาม - ตอบ เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ในคาบที่ 1 ของนักเรียน

ขั้นสอน (45 นาที)

1. ครูเริ่มต้นปัญหาคำถามที่ 3 ในเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง แบบรูปของจำนวน ชุดที่ 2 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาคำถาม 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยดำเนินการสอนดังนี้

1.1 **ขั้นทำความเข้าใจปัญหา** ครูเป็นผู้อธิบายโจทย์ให้นักเรียนเข้าใจนอกจากนี้พยายามตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้ทราบว่าโจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรที่สำคัญ และโจทย์ถามหาอะไร

1.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนคิดวางแผนเพื่อแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้วิธีการให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่านักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้ดูแลการทำงานของนักเรียนอย่างใกล้ชิด

1.3 ขั้นดำเนินการตามแผน โดยครูให้นักเรียนตอบคำถามในเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง แบบรูปของจำนวน ชุดที่ 2 ในปัญหาที่ 3 เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการแก้ปัญหานั้น

1.4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบ เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้แล้ว ครูให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ โดยครูสุ่มนักเรียนให้ออกมานำเสนอการหาคำตอบ ด้วยวิธีการต่างๆที่นักเรียนใช้และครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอีกครั้ง

2. จากนั้นครูตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนให้คิดต่อว่า นอกจากวิธีการแรกที่นักเรียนนำเสนอไปแล้วยังมีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ ที่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ให้นักเรียนช่วยกันเสนอความคิดเห็นว่ามีวิธีการใดบ้าง โดยครูเป็นผู้แนะนำ

3. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ 4 ในเอกสารประกอบการเรียนเรื่อง แบบรูปของจำนวน ชุดที่ 2 ด้วยวิธีการเดียวกับที่กล่าวมา

4. จากนั้นครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน เพื่อร่วมกันทำกิจกรรม เริ่มต้นด้วยข้อที่ 1 และข้อที่ 2 ในใบงานที่ 1/2 ตามลำดับ โดยครูให้อิสระกับนักเรียนในการคิดวางแผน แสดงวิธีการให้เหตุผลในการหาคำตอบปัญหา ให้เวลาเฉลี่ย 10-15 นาที

5. เมื่อนักเรียนแสดงวิธีการให้เหตุผลในการหาคำตอบปัญหาเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและวิธีการให้เหตุผลในการหาคำตอบปัญหาในแต่ละข้อเพื่อนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียนคนอื่นๆ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและกระบวนการอีกครั้งหนึ่งและผู้ช่วยผู้วิจัยทำการสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารด้านการพูดและบันทึกคะแนน ในช่วงที่มีการนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป (5 นาที)

1. เมื่อนักเรียนทำใบงานที่ 1/2 และนำเสนอหน้าชั้นเรียนเรียบร้อยแล้ว ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการในการให้เหตุผลในการหาคำตอบทั้งหมดอีกครั้ง โดยครูจะเป็นผู้นำเสนอให้นักเรียนได้เห็นวิธีการอื่นๆที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนได้เห็นว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องนั้นไม่ได้มีวิธีการหาคำตอบเพียงวิธีการเดียว นักเรียนสามารถหาวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบที่ถูกต้อง

2. จากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 แล้วนำมาส่งในคาบถัดไป

ใบกิจกรรม
"ฉันเป็นใคร"

คำชี้แจง : จากบัตรโจทย์ตัวเลข (แบบรูปของจำนวน) ให้นักเรียนหาว่าจำนวนที่หายไปคือจำนวนอะไร พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล

11, 14, 17, 20, 23,,, 32, 35

7, 9, 11, 13, 15, 17,,, 23, 25

35, 31, 27, 23, 19,, 11,, 3

56, 50, 44, 38, 32,, 20

27, 15, 32, 12, 37, 9, 42, 6,, 3

10, 32, 20, 28, 30, 24, 40, 20,, 16

10, 11, 13, 16, 20, 25,,, 46

ถ้าพร้อมแล้วก็ลุยกันเลย....



เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ความรับผิดชอบ

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานก่อนหรือตรงเวลาดังหมาย - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัยและแนะนำชักชวนผู้อื่นได้
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด แต่มีการติดต่อชี้แจงกับผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด - ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ดักเตือนหรือให้กำลังใจ
0 ควรปรับปรุง	<ul style="list-style-type: none"> - ไม่ส่งงาน - ไม่รับผิดชอบงานตามที่ได้รับมอบหมาย

2. ทำงานเป็นระบบ รอบคอบ

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - มีการวางแผนการดำเนินงานอย่างเป็นระบบ - การทำงานมีครบทุกขั้นตอน
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - มีการวางแผนการดำเนินงาน - การทำงานมีครบทุกขั้นตอน แต่ผิดพลาดบ้าง
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ไม่มีการวางแผนการดำเนินงาน - การทำงานไม่มีขั้นตอน มีความผิดพลาดต้องแก้ไข
0 ควรปรับปรุง	<ul style="list-style-type: none"> - ไม่มีการวางแผนการดำเนินงาน - ไม่พบการทำงานอย่างเป็นขั้นตอน

3. การร่วมงานกับผู้อื่น

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข - ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่นอย่างเต็มที่
2 ดี	<ul style="list-style-type: none"> - สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่น - ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่น
1 พอใช้	<ul style="list-style-type: none"> - ทำงานร่วมกับผู้อื่นบ้าง เป็นบางครั้ง - ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่นเป็นบางครั้ง
0 ควรปรับปรุง	<ul style="list-style-type: none"> - ไม่สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ - ไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม

แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ครั้งที่.....วันที่.....

ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	เกณฑ์คะแนน			
	3	2	1	0
พูดอธิบายแนวคิดของตนเองให้บุคคลอื่นเข้าใจอย่างถูกต้อง				
พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง				
พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้				
ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้				

ผู้สังเกต

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ	
คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2/ ดี	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ
2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง	
คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2/ ดี	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์
3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้	
คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2/ ดี	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการพุดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2/ ดี	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1/ พอใช้	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0/ ควรปรับปรุง	พุดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด ไม่สามารถพุดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

ครั้งที่.....วันที่.....

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	เกณฑ์คะแนน			
	3	2	1	0
เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ				
เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกต้อง				
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนเอง ให้ผู้อื่นเข้าใจได้				
ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้				

ผู้สังเกต

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

1. เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2 / ดี	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1 / พอใช้	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0 / ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2 / ดี	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1 / พอใช้	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0 / ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์

3. เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2 / ดี	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1 / พอใช้	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0 / ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก 2 / ดี	เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1 / พอใช้	เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0 / ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง

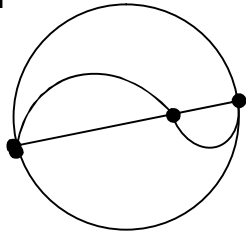
1. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ 2
 2. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากการใช้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้เวลา 90 นาที
 3. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดในการแก้ปัญหาลงอย่างละเอียด
 4. ให้นักเรียนแสดงขั้นตอนการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสมกับปัญหา
 5. ในการแสดงเหตุผลอาศัยการคิดในรูปแบบต่างๆ อาทิ เช่น การเขียนบรรยาย การเขียนรูปภาพ กราฟ ตาราง หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น
- เพื่อให้เห็นแนวความคิดและขั้นตอนการคำนวณ เพราะทุกส่วนมีผลต่อการให้คะแนน

ขอให้ทุกคนโชคดีในการสอบนะครับ

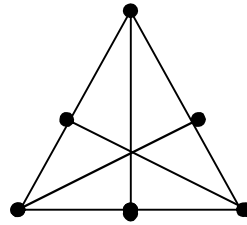


5) พิจารณาข่ายงานที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ว่าเป็นข่ายงานที่ผ่านได้หรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

รูปที่ 1



รูปที่ 2



.....

.....

.....

.....

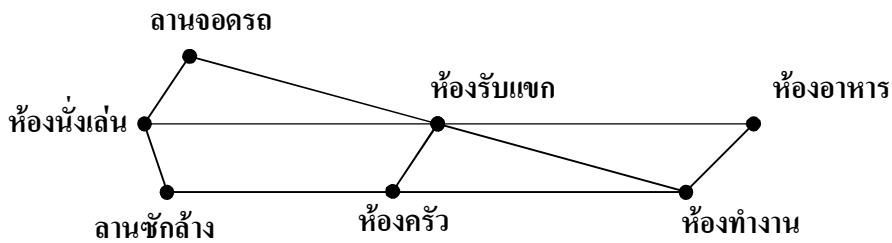
.....

.....

.....

.....

6) จากแผนภาพข่ายงานแสดงทางเข้าออกร่วมกันของห้องต่างๆในบ้านของเมตตา



อยากทราบว่า มีจุดยอดคี่และจุดยอดคู่ในแผนภาพกี่จุด จุดใดบ้างและเมตตาสามารถเดินผ่านประตูทุกประตูโดยผ่านแต่ละประตูเพียงหนึ่งครั้งได้หรือไม่ (แสดงเหตุผลประกอบ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง

แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ครั้งที่.....วันที่.....

ชื่อ.....นามสกุล..... ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	เกณฑ์คะแนน			
	3	2	1	0
พูดอธิบายแนวคิดของตนเองให้บุคคลอื่นเข้าใจอย่างถูกต้อง				
พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง				
พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้				
ความชัดเจนในการพูดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้				

ผู้สังเกต

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

1. พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ	
คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2 / ดี	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1 / พอใช้	พูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0 / ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง	
คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2 / ดี	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1 / พอใช้	พูดอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0 / ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์

3. พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้	
คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2 / ดี	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1 / พอใช้	พูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0 / ควรปรับปรุง	ไม่สามารถพูดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการถอดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 / ดีมาก	ถอดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2 / ดี	ถอดสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตาม
1 / พอใช้	สถานการณ์ที่กำหนด
0 / ควรปรับปรุง	ถอดสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตาม
	สถานการณ์ที่กำหนด
	ไม่สามารถถอดสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

แบบสังเกตทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

ครั้งที่.....วันที่.....

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมที่สังเกต	เกณฑ์คะแนน			
	3	2	1	0
เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ				
เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกต้อง				
เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตน ให้ผู้อื่นเข้าใจได้				
ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้				

ผู้สังเกต

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

1. เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมด ตามลำดับขั้นตอนอย่างชัดเจน
2/ ดี	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องทั้งหมดตามลำดับขั้นตอนชัดเจนเป็นบางส่วน
1/ พอใช้	เขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบถูกต้องเป็นบางส่วนตามลำดับขั้นตอนชัดเจนบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนอธิบายเพื่อสื่อความหมายแนวความคิดในการหาคำตอบ

2. เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์
2/ ดี	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	เขียนอธิบาย โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์เป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์(เครื่องหมาย)ทางคณิตศาสตร์

3. เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผล
2/ ดี	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นส่วนใหญ่
1/ พอใช้	เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างสมเหตุสมผลเป็นบางส่วน
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมาประกอบเป็นแนวคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้

4. ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้

คะแนน/ความหมาย	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3/ ดีมาก	เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนตามสถานการณ์ที่กำหนด
2/ ดี	เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องทั้งหมดและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
1/ พอใช้	เขียนสรุปได้อย่างถูกต้องเป็นบางส่วนและชัดเจนเป็นบางส่วนตามสถานการณ์ที่กำหนด
0/ ควรปรับปรุง	ไม่สามารถเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนด

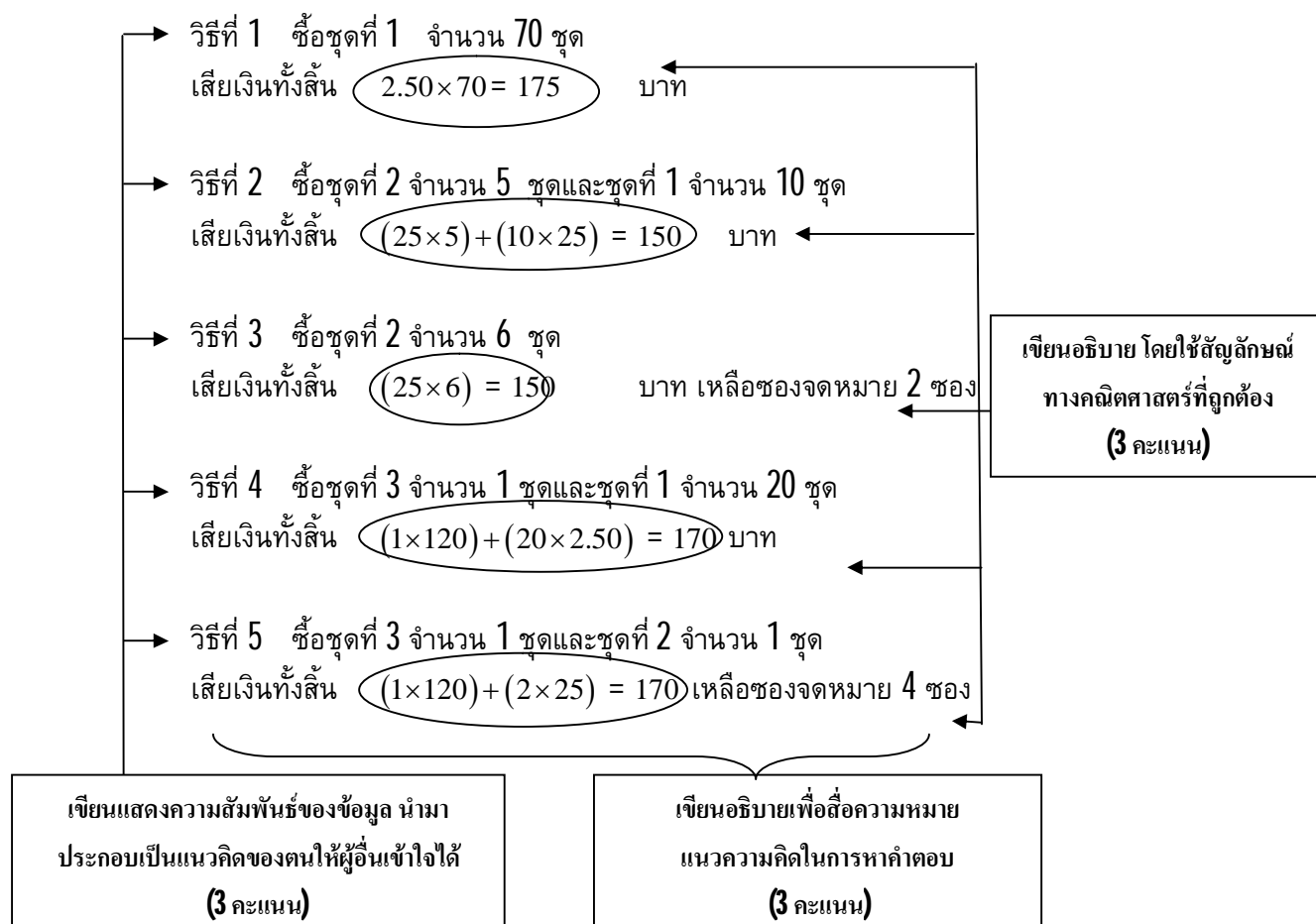
ตัวอย่างการให้คะแนนทักษะการสื่อสารด้านการเขียน

0) มานะต้องการซื้อของจตุรมา 70 ซอง เมื่อมานะไปถามราคาของจตุรมาจากร้านค้าแห่งหนึ่ง เจ้าของร้านบอกราคา ดังนี้

ชุดที่ 1	ซองจตุรมา	1	ซอง	ราคา	2.50	บาท
ชุดที่ 2	ซองจตุรมา	12	ซอง	ราคา	25	บาท
ชุดที่ 3	ซองจตุรมา	50	ซอง	ราคา	120	บาท

อยากทราบว่า มานะควรเลือกซื้อของจตุรมาอย่างไรจึงจะคุ้มค่ามากที่สุด

วิธีทำ



ดังนั้น มานะควรเลือกซื้อของจตุรมาในวิธีที่ 3 จึงจะคุ้มค่ามากที่สุด โดยจะเสียเงินเพียง 150 บาทและยังเหลือซองจตุรมาอีก 2 ซอง

ความชัดเจนในการเขียนสรุปตามสถานการณ์ที่กำหนดได้ (3 คะแนน)

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์
ข้าราชการบำนาญ สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วินัย คำสุวรรณ
โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
3. ดร.สุพร เขมเฮง
ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
4. ดร.ชานนท์ จันทรา
ภาควิชาการศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
5. อาจารย์วิมล พงษ์पालิต
หัวหน้าหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียนศรีบุญยานนท์ จ.นนทบุรี

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	จิตติมา ชอบเอียด
วันเดือนปีเกิด	10 กุมภาพันธ์ 2527
สถานที่เกิด	อำเภอตากใบ จังหวัดนราธิวาส
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	52 หมู่ 5 ตำบลไพรวัน อำเภอตากใบ จังหวัดนราธิวาส
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2545	มัธยมศึกษาตอนปลาย วิชาเอกวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ จากโรงเรียนนราธิวาส จังหวัดนราธิวาส
พ.ศ. 2549	ศึกษาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) สาขาการสอนคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
พ.ศ. 2551	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ