

ผลของความหนาแน่นสถานะที่มีต่อฟังก์ชันเอนทัลปีของตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ดั้งเดิม

ปริญญานิพนธ์

ของ

จิรัฐติกานต์ หวังหุ่นกลาง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ธันวาคม 2551

ผลของความหนาแน่นสถานะที่มีต่อฟังก์ชันเอนทัลปีของตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ดั้งเดิม

ปริญญานิพนธ์

ของ

จิรัฐติกานต์ หวังหุ่นกลาง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ธันวาคม 2551

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลของความหนาแน่นสถานะที่มีต่อฟังก์ชันเคอร์เนลของตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ดั้งเดิม

บทคัดย่อ

ของ

จิรัฐติกานต์ หวังหุ่นกลาง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ธันวาคม 2551

จิรัฐติกานต์ หวังหุ่นกลาง. (2551). *ผลของความหนาแน่นสถานะที่มีต่อฟิสิกโคเฮียเรนซ์ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม*. ปรินซ์ตันนิพนธ์ วท.ม. (ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : รองศาสตราจารย์ ดร. พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริบุญ, อ. ดร. สิริ สิรินิลกุล.

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำ ยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม 3 ชนิด คือ ตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี ของไฮไลต์เลียมสามเฟสเอ และตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพีที่มีเส้นโนนด โดยพิจารณาจากค่าความหนาแน่นสถานะตามแบบทฤษฎีบีซีเอส (BCS) ภายใต้แรงควบคู่อย่างอ่อน เพื่อคำนวณหาค่าสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง ตามแบบจำลองของปาร์คเกอร์และฮาสส์ หลังจากการคำนวณเชิงตัวเลขโดยใช้วิธีการประมาณและใช้เงื่อนไขขอบเขต พบว่าค่าของอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งอยู่ในอนุกรมการยกกำลังที่ขึ้นกับอุณหภูมิและช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ซึ่งผลการคำนวณเชิงตัวเลขได้แสดงถึงการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตอย่างชัดเจน แต่ผลงานวิจัยนี้ไม่สอดคล้องกับความเชื่อแบบเดิมที่ว่า การเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์เป็นคุณสมบัติหนึ่งที่จะเกิดเฉพาะตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสเท่านั้น อย่างไรก็ตาม จากการคำนวณนี้สามารถกล่าวได้ว่าตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมก็สามารถเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ได้

The Effect of Density of State on Coherence Peak of Unconventional
Superconductors

AN ABSTRACT

BY

JIRATTIKARN WANGHUNKLANG

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Science Degree in Physics
at Srinakharinwirot University

December 2008

Jirattikarn Wanghunklang. (2008). *The Effect of Density of State on Coherence Peak of Unconventional Superconductors*. Master thesis, M.S. (Physics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Assoc. Prof. Dr. Pongkraew Udomsamuthirun, Dr. Siri Sirininlakul.

The purpose of this research is to study the coherence peak below critical temperature of unconventional superconductors that are i.e. d-wave, ^3He A-phase and p-wave 3-dimensional order parameter. We determine the density of state directly from the BCS weak-coupling equation for calculation a ratio of normal state to superconducting state of spin-lattice relaxation rate by the model of Parker and Haas. After using numerical approximations and boundary conditions, we found the ratio in power series of temperature dependence order parameters and temperature. Our numerical calculations shown the coherence peak below critical temperature clearly. These results do not agree with the expected that coherence peak is the only property of s-wave superconductor. However, from our calculation, we can conclude that the unconventional superconductors can show the coherence peak.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลของความหนาแน่นสถานะที่มีต่อฟิสิกส์ไฮดรอนิกส์ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม

ของ

จิรัชติกานต์ หวังหุ่นกลาง

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิทยาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่.....เดือน..... พ.ศ. 25.....

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ประธาน

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริชัย)

(อาจารย์ ดร.อารียา เขี่ยมบุญ)

.....กรรมการ

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.สิริ สิรินิลกุล)

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริชัย)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.สิริ สิรินิลกุล)

.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรศักดิ์ เขียงกา)

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย

จาก

ThEP และ บางส่วนจากทุนสนับสนุนการทำปฏิญานิพนธ์สำหรับนิสิตในระดับบัณฑิตศึกษา จาก
งบประมาณเงินรายได้ของคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประจำปี 2551

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยการชี้แนะชี้แนะการทำงาน และได้ตรวจแก้ไขข้อพร่องต่างๆ ตลอดระยะเวลาที่ทำการวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริญ จนทำให้งานวิจัยลุล่วงได้ด้วยดี รวมทั้งความเมตตาและน้ำใจของท่านที่มีต่อผู้วิจัยตลอดระยะเวลาของการทำวิจัยที่ผ่านมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณท่านเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.ศิริ สิรินิลกุล ที่ได้ให้คำแนะนำในการจัดพิมพ์รูปเล่ม พร้อมให้คำปรึกษาเสมอมา กราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรศักดิ์ เชียงกา และอาจารย์ ดร. อาริยา เอี่ยมบุญ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นคณะกรรมการในการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ รวมทั้งให้คำแนะนำและแก้ไขเพิ่มเติม ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. จาตุรงค์ สุคนธชาติ ที่ให้ความอนุเคราะห์แผ่นโปรแกรมแมทธิคา เวอร์ชัน 5.1 สำหรับใช้ในการคำนวณ

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ตลอดระยะเวลาการศึกษา จนผู้วิจัยสามารถนำความรู้มาใช้ในการทำปริญญานิพนธ์จนสำเร็จ

ขอขอบคุณนิสิตปริญญาโท สาขาวิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒทุกท่าน ที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำงานวิจัยตลอดมา

ท้ายที่สุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา และญาติๆ ทุกคน ที่ให้กำลังใจ และสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา

จิรัฐติกานต์ หวังหุ่นกลาง

สารบัญ

บทที่

หน้า

1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
การค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง.....	4
ทฤษฎีของตัวนำยวดยิ่ง.....	5
สมบัติของตัวนำยวดยิ่ง.....	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	16
หลักการของนิวเคลียร์แมกนีติกเรโซแนนซ์.....	16
NMR ในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง.....	19
การศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม.....	20
การศึกษาผลของความหนาแน่นสถานะแบบต่างๆ ที่มีต่อการเกิด ฟิสิกโคเฮียเรนซ์ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม.....	32
3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	44
การคำนวณหาความหนาแน่นสถานะแบบต่างๆ ที่มีผลต่อฟิสิกโคเฮียเรนซ์.....	46
การคำนวณค่าของช่องว่างพลังงานและอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม.....	53
การคำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส ของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง.....	54
4 ผลการวิจัย.....	72
5 สรุป อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ.....	85
สรุปผลการวิจัย.....	86
อภิปรายผล.....	86
ข้อเสนอแนะ.....	87
บรรณานุกรม.....	88
ภาคผนวก.....	91
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	99

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1 แสดงตัวอย่างอุณหภูมิจากของธาตุและสารประกอบบางชนิด.....	2
2 แสดงการเปรียบเทียบคุณสมบัติของตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ และตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ.....	10
3 ความสัมพันธ์ของเลขสปีนควอนตัมและตัวแปรต่างๆ ของนิวเคลียสตัวอย่าง.....	16

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานกับอุณหภูมิของปรอท.....	1
2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิ.....	3
3 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยวดยิ่งกับปีที่ค้นพบ.....	4
4 แสดงการเสียรูปทรงของโครงผลึกเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในโครงผลึก และทำอันตรกิริยากับไอออนบวกที่โครงผลึก.....	5
5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะกับอุณหภูมิในสภาพนำยวดยิ่ง (C_s) และในสภาพนำปกติ (C_n).....	8
6 แสดงตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก และแสดงตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก.....	9
7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับส่วนกลับของรากที่สองของ มวลอะตอมของปรอท.....	9
8 แสดงถึงเฟสเอและเฟสบี ของ ^3He	13
9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $1/T_1$ กับ T ของตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม.....	13
10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $1/T_1$ กับ T ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม.....	14
11 แสดงถึงการหมุนรอบแกนของนิวเคลียส และโคจรรอบสนามแม่เหล็กภายนอก.....	17
12 แสดงถึงการจัดวางตัวของนิวเคลียสสปินเมื่อได้รับสนามแม่เหล็กภายนอก.....	18
13 แสดง $1/T_1$ กับอุณหภูมิของ ^{139}La ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{La}_{1.8}\text{Sr}_{0.2}\text{CuO}_4$	19
14 แสดงถึงการขึ้นกับอุณหภูมิของ $1/T_1 T$ ของ ^{13}C ^{87}Rb และ ^{133}Cs ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{Rb}_2\text{CsC}_{60}$	25
15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง R_s/R_n กับ T/T_c	26
16 แสดงถึงการขึ้นกับอุณหภูมิของ $1/T_1$ ของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ และตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูงในกลุ่ม Sr_2RuO_4	27
17 แสดงถึงความสัมพันธ์ของ R_s/R_n เทียบกับ T/T_c ของตัวนำยวดยิ่ง อุณหภูมิวิกฤตสูง.....	27
18 แสดงถึงความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่ง.....	28
19 แสดงถึงความสัมพันธ์ของ $^{11}(1/T_1)$ ในตัวนำยวดยิ่ง MgB_2 ที่ขึ้นกับ T	30
20 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง R_s/R_n กับ $T/T_c(H)$ โดยใช้แบบจำลอง ของตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมชนิดคลื่นเอส.....	31

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

- 21 แสดงความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี และ
ความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอส.....32
- 22 แสดงถึงฟังก์ชันของช่องว่างพลังงานสำหรับสถานะ $x^2 - y^2$34
- 23 แสดงถึงพีคของ $1/T_1$ ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{Li}_2\text{Pd}_3\text{B}$37
- 24 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม
ตามแบบจำลองของปาร์กเกอร์และฮาส์.....43
- 25 แสดงถึงลักษณะของออร์บิทัลของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี โดยมีช่องว่างพลังงาน
เป็น $\Delta_k = \Delta(T) \sin 2\theta$ และ $\Delta_k = \Delta(T) \cos 2\theta$ แบบ 2 มิติ.....46
- 26 แสดงถึงลักษณะของออร์บิทัลของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase แบบ 3 มิติ.....49
- 27 แสดงถึงลักษณะของออร์บิทัลของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี โดยมีช่องว่างพลังงาน
แบบ 3 มิติ ที่มี line-node.....50
- 28 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $2T/\Delta(T)$ กับ y ของกรณีตัวนำยวดยิ่ง
ชนิดคลื่นดีโดยที่ $y = \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \right]$56
- 29 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $2T/\Delta(T)$ กับ y ของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase
โดยที่ $\int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{x}{2} \ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right) \right)^2 \right]$62
- 30 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $2T/\Delta(T)$ กับ y ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี
โดยมีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node โดยที่
 $\int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(x \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \right]$68
- 31 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงาน
ของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน กรณีตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี.....73
- 32 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงาน
ของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน กรณีตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี.....73
- 33 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี.....74

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

34 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta}{\Delta_0}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี และตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอส.....	75
35 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{ T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี.....	76
36 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงาน ของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase.....	77
37 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase.....	78
38 แสดง ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{ T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase.....	79
39 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงาน ของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน ของตัวนำยวดยิ่งกรณีช่องว่างพลังงาน แบบ 3 มิติ ที่มี line-node.....	81
40 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานของ อิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี (p-wave).....	81
41 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งกรณีมี ช่องว่างพลังงานพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node.....	82
42 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{ T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งกรณีมี ช่องว่างพลังงานพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node.....	83
43 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{ T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี ที่มี line-node (p-wave).....	84

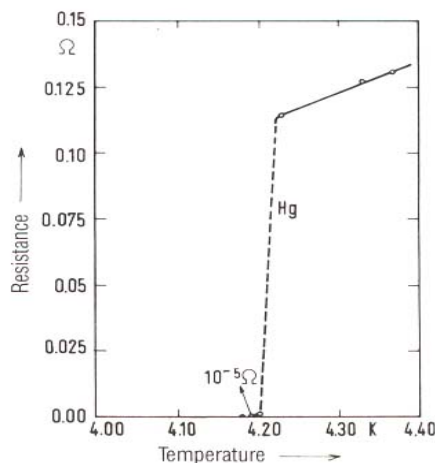
บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

สภาพต้านทานต่อการไหลของกระแสไฟฟ้าในผลึกโลหะและโลหะผสม เกิดจากการชนกันของอิเล็กตรอนกับสิ่งเจือปนหรือโครงสร้างที่บกพร่องของผลึก หรือระหว่างอิเล็กตรอนด้วยกันเอง อย่างไรก็ตามแม้ว่าจะเป็นผลึกบริสุทธิ์และสมบูรณ์ สภาพต้านทานต่อการไหลของกระแสไฟฟ้าก็ยังคงมีอยู่เมื่ออิเล็กตรอนชนกับอะตอมที่สั่นไหว ในขณะที่อุณหภูมิลดการสั่นไหวของอะตอมจะลดลงด้วย ทำให้ลดการชนกันระหว่างอิเล็กตรอนกับอะตอมที่สั่นไหว ดังนั้นความต้านทานต่อการไหลของกระแสไฟฟ้าจะลดลงขณะที่อุณหภูมิลดลง

สภาพนำยวดยิ่ง (Superconductivity) เป็นปรากฏการณ์ที่สภาพต้านทานของสารลดลงเป็นศูนย์เมื่ออุณหภูมิลดลงต่ำถึงค่าหนึ่ง ถูกค้นพบครั้งแรกในปี ค.ศ. 1911 โดยนักฟิสิกส์ชาวเนเธอร์แลนด์ ชื่อ คาเมอริง ออนเนส (Onnes. 1911: 1226) ขณะทำการทดลองวัดสภาพต้านทานไฟฟ้าของปรอทบริสุทธิ์ที่อุณหภูมิต่ำ โดยใช้ฮีเลียมเหลวเป็นตัวลดอุณหภูมิของปรอท เมื่ออุณหภูมิต่ำลงถึง 4.2 เคลวิน สภาพต้านทานไฟฟ้าจะมีค่าเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด เรียกตัวนำที่ไร้สภาพต้านทานไฟฟ้าอย่างทันทีทันใดนี้ว่า “ตัวนำยวดยิ่ง” (Superconductors) และเรียกอุณหภูมิต่ำสุดที่ตัวนำใดๆ หมดสภาพต้านทานว่า “อุณหภูมิวิกฤต” (Critical temperature, T_c) ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานกับอุณหภูมิของปรอท

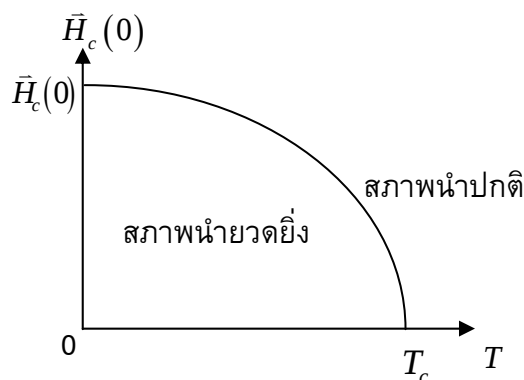
ที่มา: Kittel. (1996). *Introduction to Solid State Physics*. p. 334.

อุณหภูมิวิกฤตเป็นอุณหภูมิที่สภาพนำปกติเปลี่ยนไปสู่สภาพนำยิ่งยวด และอุณหภูมิวิกฤตเป็นค่าคงที่ ที่ขึ้นอยู่กับสมบัติทางกายภาพของสาร ในธรรมชาติมีตัวนำยิ่งยวดมากมาย โดยแต่ละสารก็จะมีอุณหภูมิวิกฤตต่างกัน ดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 ตัวอย่างอุณหภูมิวิกฤตของธาตุและสารประกอบบางชนิด

วัสดุ	อุณหภูมิวิกฤต, $T_c(K)$
ธาตุ	
Aluminum (Al)	1.196
Cadmium (Cd)	0.56
Indium (In)	3.405
Lead (Pb)	7.193
Mercury (Hg)	4.154
Molybdenum (Mo)	0.917
Niobium (Nb)	9.26
Osmium (Os)	0.655
Tellurium (Te)	2.39
Tin (Sn)	3.722
Tungsten (W)	0.012
Vanadium (V)	5.30
Zinc (Zn)	0.852
Zirconium (Zr)	0.546
สารประกอบ	
BaBi ₃	5.69
Bi ₂ Pt	0.155
Cr _{0.1} Ti _{0.3} V _{0.6}	5.6
In _{0.8} Tl _{0.2}	3.223
Mg _{0.47} Tl _{0.53}	2.75
NbSn ₂	2.60
PbTl _{0.27}	6.43

ขั้นตอนการเกิดสภาพนำยวดยิ่งนั้นเป็นกระบวนการที่ผันกลับได้ (Reversible process) คือถ้าอุณหภูมิของตัวนำสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤต ตัวนำก็จะสูญเสียสภาพนำยวดยิ่งกลับสภาพเป็นตัวนำปกติทันที นอกจากปัจจัยด้านอุณหภูมิแล้วยังพบว่าสนามแม่เหล็กก็สามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้ คือถ้าตัวนำยวดยิ่งถูกสนามแม่เหล็กที่มีความเข้มสูงกระทำ สภาพนำยวดยิ่งก็จะสูญเสียไป โดยค่าความเข้มของสนามแม่เหล็กที่ทำให้ตัวนำยวดยิ่งเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำปกตินี้ เรียกว่า “สนามแม่เหล็กวิกฤต” (Critical magnetic field, $\bar{H}_c$) ซึ่งค่านี้ขึ้นกับอุณหภูมิ คือเมื่ออุณหภูมิมียิ่งเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤต ความเข้มของสนามแม่เหล็กวิกฤตจะมีค่าลดลง ดังแสดงในภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิ

ที่มา: Kresin; & Wolf. (1990). *Fundamentals of Superconductor*. p. 10.

สมการสนามแม่เหล็กวิกฤต $\bar{H}_c(T)$ ที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ T มีรูปสมการดังนี้

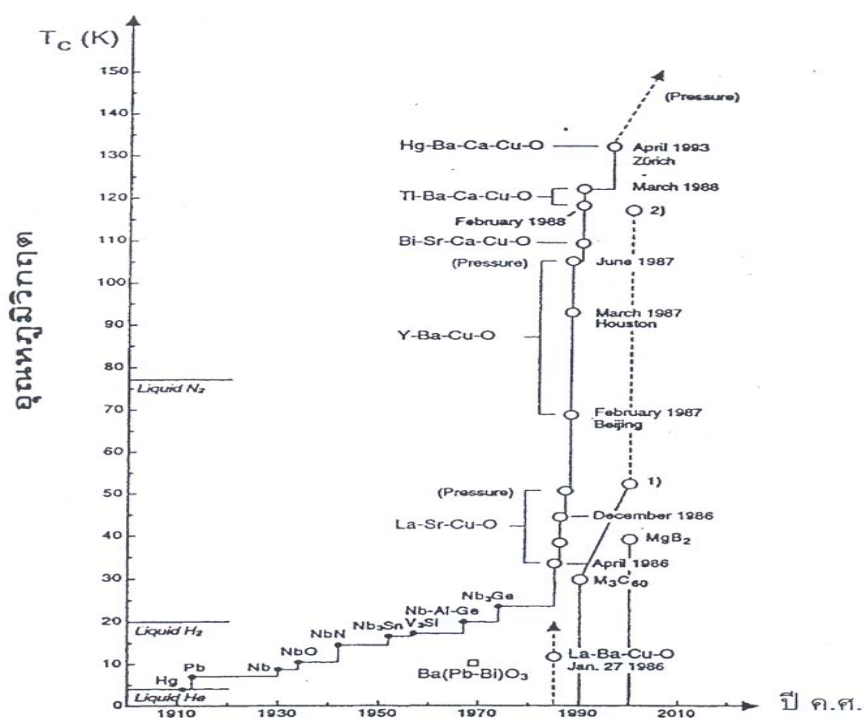
$$\bar{H}_c(T) = \bar{H}_c(0) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right) \quad (1.1)$$

เมื่อ $\bar{H}_c(0)$ และ $\bar{H}_c(T)$ คือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ และที่อุณหภูมิ T ใดๆ ตามลำดับ และ T_c คือ อุณหภูมิวิกฤตของสารนั้น

จากสมการที่ (1.1) แสดงว่าที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ สนามแม่เหล็กวิกฤตมีค่ามากที่สุด และที่อุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กวิกฤตมีค่าเป็นศูนย์

การค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

หลังจากที่ฮอนเนสได้ค้นพบสภาพนำยวดยิ่งในปี ค.ศ. 1911 จนถึงก่อนปี ค.ศ. 1986 นักวิทยาศาสตร์ได้ทำการวิจัยตัวนำยวดยิ่งต่างๆ มาโดยตลอด และได้พบว่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งมีค่าต่างๆ และที่สูงที่สุดเท่ากับ 23 เคลวิน ในสารประกอบไนโอเบียมเจอร์มาเนียม (Nb_3Ge) (Testardi; Wernich; & Roger. 1974: 1) จากนั้นมานักวิทยาศาสตร์ได้พยายามวิจัยเพื่อให้ได้ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 23 เคลวิน แต่ก็ไม่ประสบผลสำเร็จ ทำให้นักวิทยาศาสตร์ทั้งที่ศึกษาในเชิงทฤษฎีและเชิงปฏิบัติเชื่อว่าตัวนำยวดยิ่งในธรรมชาติน่าจะมีอุณหภูมิวิกฤตจำกัด คือไม่เกิน 35 เคลวิน และเรียกตัวนำยวดยิ่งนี้ว่า “ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ” (Low temperature superconductors) หรือเรียกว่าตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม (Conventional superconductors) ซึ่งในทางปฏิบัติถ้าต้องการให้เกิดตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้ ต้องใช้ฮีเลียมเหลวเป็นตัวลดอุณหภูมิ แต่เนื่องจากฮีเลียมเหลวเป็นวัสดุที่ผลิตยาก และราคาแพง ในการใช้งานจึงยุ่งยากและสิ้นเปลือง การวิจัยในระยะต่อมาจึงมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้ได้ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตที่สูงขึ้น แต่การพัฒนามักเป็นไปได้อย่างล่าช้ามาก ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งกับปีที่ค้นพบ

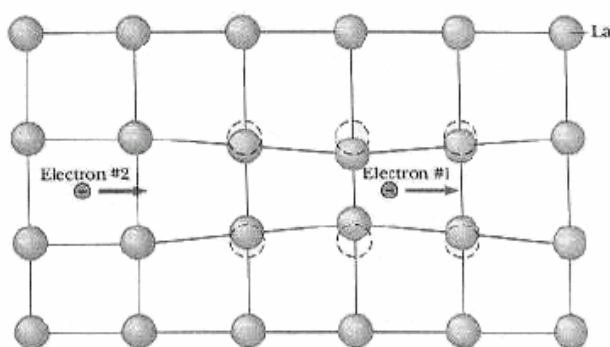
ที่มา: Bennemann; & Ketterson. (2003). *The Physics of Superconductor*. p. 387.

จนกระทั่งปี ค.ศ. 1986 เบ็ดนอร์ซและมุลเลอร์ (Bednorz; & Muller. 1986: 189) ได้พบสภาพนำยวดยิ่งในสารประกอบกลุ่มแลนทานัม-คอปเปอร์ออกไซด์ (La-CuO) ที่มีอุณหภูมิวิกฤต 40 เคลวิน ซึ่งนับว่าเป็นตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 35 เคลวิน ที่พบครั้งแรก และเรียกตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิสูงกว่า 35 เคลวิน นี้ว่า “ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง” (High temperature superconductors)

ต่อมา ชูและคณะ (Chu; & et al. 1987: 908) พบว่าสารประกอบ Y-Ba-Cu-O มีอุณหภูมิวิกฤตในช่วง 90-100 เคลวิน ซึ่งนับว่าเป็นความก้าวหน้าในการประยุกต์ใช้งานตัวนำยวดยิ่งเป็นอย่างมาก นักวิทยาศาสตร์จึงให้ความสนใจในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง ซึ่งตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงใช้ในไนโตรเจนเหลวที่มีจุดเดือด 77 เคลวิน เป็นตัวลดอุณหภูมิ เนื่องจากกระบวนการการผลิตไนโตรเจนเหลวง่ายกว่าฮีเลียมเหลว มีราคาถูก และง่ายกว่าใช้สะดวกกว่า การใช้งานตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงจึงมีความสะดวกกว่าตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ

ทฤษฎีของตัวนำยวดยิ่ง

ทฤษฎีที่ใช้อธิบายตัวนำยวดยิ่งได้ดีคือ ทฤษฎีของบาร์ดีน คูเปอร์ และشريฟเฟอร์ (Bardeen; Cooper; & Schrieffer. 1957: 1175) เรียกย่อๆ ว่า “ทฤษฎีบีซีเอส” (BCS theory) โดยอาศัยหลักการที่ว่า สภาพนำยวดยิ่งเกิดจากการที่อิเล็กตรอนสองตัวทำอันตรกิริยากับแลตทิซของผลึก ทำให้อิเล็กตรอนทั้งสองตัวเสมือนกับดึงดูดกัน ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 แสดงการเสียรูปทรงของโครงผลึกเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในโครงผลึก และทำอันตรกิริยากับไอออนบวกที่โครงผลึก

ที่มา: Tsuei; & Kirtley. (1996). *Scientific American*. p. 6.

อันตรกิริยานี้เป็นแบบ อิเล็กตรอน-แลตทิซ-อิเล็กตรอน (Electron-lattice-electron) ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่ผ่านเข้าไประหว่างกลุ่มไอออนที่มีประจุบวกซึ่งอยู่บนโครงผลึก และอิเล็กตรอนจะดึงดูดไอออนบวกในบริเวณรอบๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ทำให้โครงผลึกเกิดการเสียรูปและบริเวณรอบๆ อิเล็กตรอนก็就会有ความหนาแน่นของไอออนบวกเพิ่มขึ้น ซึ่งมีผลกระทบต่ออิเล็กตรอนอีกตัวที่อยู่ในบริเวณนั้น อิเล็กตรอนจะถูกกลุ่มไอออนบวกดึงดูดเข้าไป ทำให้ดูเหมือนว่าอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดกับอิเล็กตรอนตัวหลัง ดังนั้นแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนจึงเกิดขึ้นได้ และอันตรกิริยาแบบดึงดูดจะต้องมีค่ามากกว่าอันตรกิริยาแบบผลักระหว่างอิเล็กตรอน จึงทำให้อิเล็กตรอนจับคู่กันได้ เรียกว่า คู่อุปเปอร์ (Cooper pairs) คู่อุปเปอร์ประกอบด้วย อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัมขนาดเท่ากันแต่มีทิศทางตรงกันข้าม และระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนคู่นี้ๆ เรียกว่า ความยาวอาพันธ์ (Coherent length, ξ) ตามปกติเมื่อไอออนบวกในแลตทิซของโลหะสั่น จะทำให้เกิดคลื่นแลตทิซ (Lattice wave) คลื่นนี้มีกำเนิดมาจากอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในผลึกแล้วรบกวนไอออนในแลตทิซที่สั่นอยู่ เรียกสภาวะกระตุ้นของแลตทิซผลึกว่าโฟนอน (Phonon) การแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างกันและกัน จากอิเล็กตรอนตัวหนึ่งไปสู่อิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่ง หรือการรับและการคายโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนทั้งสอง ทำให้แรงดึงดูดสามารถเอาชนะอันตรกิริยาผลักระหว่างคู่อุปเปอร์ อันตรกิริยาลัทธิระหว่างอิเล็กตรอนทั้งสองจึงเป็นแรงดึงดูดอย่างอ่อน (Weak attractive interaction) แรงดึงดูดจะมีค่าสูงสุดเมื่ออิเล็กตรอนทั้งสองมีโมเมนตัมที่มีขนาดเท่ากัน และสปินตรงกันข้าม

ที่อุณหภูมิสูงๆ ไอออนบวกในแลตทิซของผลึกมีการสั่นเนื่องจากอิทธิพลของความร้อนมาก ทำให้อันตรกิริยาลัทธิคู่อุปเปอร์มีค่ามากกว่าอันตรกิริยาดึงดูด จึงเป็นผลให้คู่อิเล็กตรอนแตกออกจากกันที่อุณหภูมิต่ำๆ อันตรกิริยาดึงดูดมีค่าสูงกว่าอันตรกิริยาแบบผลักระหว่างคู่อุปเปอร์ ดังนั้นระบบจึงเป็นคู่อิเล็กตรอน การที่อิเล็กตรอนสองตัวมาจับคู่กัน ทำให้อิเล็กตรอนต้องสูญเสียพลังงานจึงเป็นผลทำให้เกิดช่องว่างพลังงาน (Energy gap, Δ) ขึ้น

สำหรับตัวนำยวดยิ่งที่เป็นไปตามทฤษฎี BCS อิเล็กตรอนที่เป็นคู่อุปเปอร์ในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำจะมีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิเป็นศูนย์ ($\ell=0$) เรียกตัวนำยวดยิ่งที่มีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิเป็นศูนย์ว่า ตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอส (s-wave superconductors) จากผลการทดลองพบว่าตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม (Conventional superconductors) ส่วนใหญ่เป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอส

ส่วนในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง คู่อุปเปอร์จะมีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิมากกว่าศูนย์ ($\ell > 0$) ถ้าตัวนำยวดยิ่งมีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิเป็นหนึ่ง ($\ell=1$) จะเรียกว่า ตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี (p-wave superconductors) และถ้าตัวนำยวดยิ่งมีโมเมนตัมเชิงมุมลัทธิเป็นสอง ($\ell=2$) จะเรียกว่า ตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave superconductors) ดังนั้นในบางครั้งจะเรียกตัวนำยวดยิ่งที่ไม่ใช่

ตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสว่าเป็นตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม (Unconventional superconductors) เช่น ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูงที่มีโครงสร้างแบบคิวเพรท (High - T_c cuprates) ตัวนำยวดยิ่งกลุ่มเฟอร์มิออนหนัก (Heavy-fermion) และตัวนำยวดยิ่งกลุ่มอินทรีย์ (Organics superconductor) เป็นต้น สำหรับตัวนำยวดยิ่งประเภทนี้ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยทฤษฎี BCS เนื่องจากมีสมบัติบางประการที่ไม่เป็นไปตามทฤษฎี BCS

สมบัติของตัวนำยวดยิ่ง

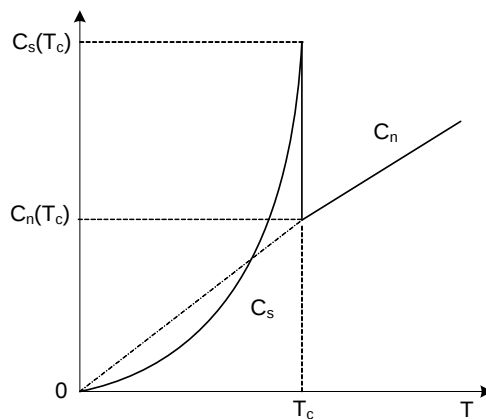
สารที่อยู่ในสถานะนำยวดยิ่งจะมีคุณสมบัติหลายประการที่แตกต่างจากสารที่อยู่ในสถานะนำปกติ ต่อไปจะกล่าวถึงสมบัติเบื้องต้นของปรากฏการณ์การนำยวดยิ่ง

ความต้านทานเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด

เมื่อลดอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งจนถึงอุณหภูมิวิกฤต สารจะเปลี่ยนจากสถานะนำปกติไปเป็นสถานะนำยวดยิ่ง ซึ่งค่าความต้านทานไฟฟ้าจะเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด ดังแสดงในภาพประกอบ 1 ซึ่งแสดงถึงความต้านทานไฟฟ้าของปรอทที่ลดลงอย่างทันทีทันใด ที่อุณหภูมิ 4.2 เคลวิน ดังนั้น ปรอทจึงมีอุณหภูมิวิกฤตเท่ากับ 4.2 เคลวิน

ความร้อนจำเพาะ (Specific heat)

ในความหมายทั่วไป ความร้อนจำเพาะคือ ปริมาณความร้อนที่ทำให้สารมวลหนึ่ง กิโลกรัมมีอุณหภูมิเปลี่ยนไปหนึ่งองศา และความร้อนจำเพาะก่อนการเปลี่ยนสภาพมีค่าเท่ากับความร้อนจำเพาะหลังการเปลี่ยนสภาพ แต่ความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤตและความร้อนจำเพาะของตัวนำปกติที่อุณหภูมิวิกฤตมีค่าไม่เท่ากัน นั่นคือแสดงพฤติกรรมไม่ต่อเนื่อง ดังแสดงด้วยกราฟ



ภาพประกอบ 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะกับอุณหภูมิสภาพนำยวดยิ่ง (C_s) และในสภาพนำปกติ (C_n)

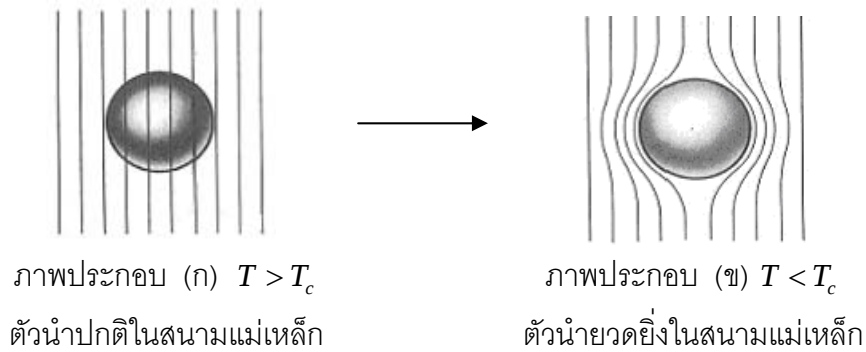
ที่มา: Bardeen; Cooper; & Schrieffer. (2001). *Chapter 10: Superconductivity*. p. 9.

ความร้อนจำเพาะในสถานะนำยวดยิ่งกับในสถานะปกติมีค่าแตกต่างกัน และเมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้ศูนย์องศาสัมบูรณ์ ความร้อนจำเพาะของสถานะนำยวดยิ่งจะมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิในรูปเอกซ์โพเนนเชียลคือ $C_s \propto e^{-\frac{a}{k_B T}}$ เมื่อ a คือค่าคงที่ k_B คือค่าคงตัวของโบลซ์มานน์ และ T คืออุณหภูมิ และในสถานะปกติที่อุณหภูมิต่ำ $C_n \propto T^3$ และที่อุณหภูมิ $T = T_c$ ความร้อนจำเพาะจะมีความไม่ต่อเนื่อง คือ $C_n(T_c) \neq C_s(T_c)$ และทฤษฎี BCS ได้ทำนายว่า $\frac{C_s(T_c)}{C_n(T_c)} = 2.42$ สำหรับตัวนำยวดยิ่งทุกชนิด

ปรากฏการณ์ไมสเนอร์ (Meissner effect)

ในปี ค.ศ. 1933 ไมสเนอร์และออกเซนเฟลด์ (Meissner; & Ochsenfeld. 1933: 787) ได้พบสมบัติพื้นฐานที่สำคัญของตัวนำยวดยิ่งว่า เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กภายนอกไม่สามารถพุ่งผ่านเข้าไปในสารตัวนำยวดยิ่งได้ และที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กภายนอกสามารถทะลุทะลวงเข้าไปในเนื้อสารได้ แต่เมื่ออุณหภูมิลดลงจนสารเปลี่ยนเป็นตัวนำยวดยิ่ง สารนั้นจะผลักสนามแม่เหล็กภายนอกให้เบนออก การที่ตัวนำยวดยิ่งสามารถผลักสนามแม่เหล็กภายนอกให้เบนออกจากตัวได้นั้น เนื่องจากสนามแม่เหล็กภายนอกทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ที่ผิวของตัวนำยวดยิ่ง และกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นทำให้เกิดสนามแม่เหล็กต่อต้านสนามภายนอกที่มากระทำ เป็นผลให้สนามแม่เหล็กภายในสารตัวนำยวดยิ่งมี

ค่าเป็นศูนย์ ($\vec{B}=0$) ทำให้สารตัวนำยวดยิ่งมีสมบัติของสารแม่เหล็กไดอาแบบสมบูรณ์ (Perfect diamagnetic) ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า “ปรากฏการณ์ไมสเนอร์” (Meissner's effect) ดังที่แสดงในภาพประกอบ 6

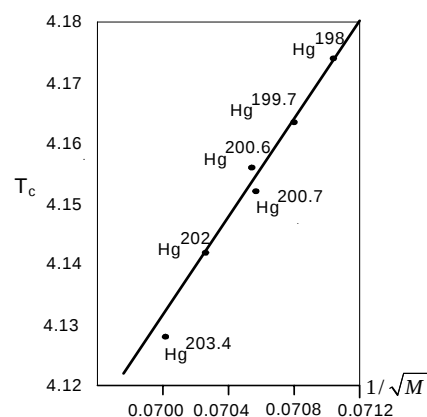


ภาพประกอบ 6 (ก) แสดงตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (ข) แสดงตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก

ที่มา: Kittel. (1997). *Introduction to Solid State Physics*. p. 344.

ปรากฏการณ์ไอโซโทป (Isotope Effect)

ในปี ค.ศ. 1950 แมกซ์เวลล์และเรย์โนลด์ (Maxwell; & Reynold. 1950: 43) ได้ทดลองวัดมวลไอโซโทปของปรอท (Hg) และอุณหภูมิวิกฤต (T_c) พบว่ามีปริมาณทั้งสองมีความสัมพันธ์กันดังแสดงในภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7 ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับส่วนกลับของรากที่สองของมวลอะตอมของปรอท

ที่มา: Maxwell. (1950). *Physical Review*. p. 477.

จากการทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับมวลไอโซโทปค่าต่าง ๆ ของธาตุ พบว่าสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังสมการ

$$M^{\alpha}T_c = \text{ค่าคงตัว} \tag{1.2}$$

เช่น ในกรณีปรอทอุณหภูมิวิกฤตจะเปลี่ยนจาก 4.185 เคลวิน ไปเป็น 4.146 เคลวิน เมื่อมวลอะตอมมีค่าเปลี่ยนจาก 199.5 u เป็น 203.4 u

การค้นพบปรากฏการณ์นี้ทำให้ทราบว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นกับการสั่นของแลตทิซ ถ้าพิจารณาว่าแลตทิซมีการสั่นแบบซิมเปิลฮาร์โมนิคโดยมีความถี่เป็น $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$ เมื่อ k คือค่าคงที่ของแรงยืดระหว่างแลตทิซ และ M คือมวลของไอโซโทป นั่นคือ $\omega_D \propto M^{-1/2}$ โดย ω_D คือความถี่เดอบาย (Debye frequency) แสดงว่า $\alpha = 1/2$ จึงได้ $T_c \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$ ปรากฏการณ์นี้แสดงว่าอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน (Electron-phonon interaction) มีผลสำคัญที่ทำให้เกิดสภาพนำยวดยิ่ง

จากปรากฏการณ์ที่กล่าวมา บาร์ดีน คูเปอร์ และชริฟเฟอร์ ได้อาศัยข้อมูลนี้สร้างทฤษฎี BCS และได้พบว่า $\alpha = 1/2$ แต่สำหรับตัวนำยวดยิ่งจำนวนมากการทดลองจะไม่ให้ค่า $\alpha = 1/2$ เพราะนอกเหนือจากอันตรกิริยาอิเล็กตรอน-โฟนอนแล้ว ธรรมชาติยังมีอันตรกิริยาคูลอมบ์ระหว่างอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอนเข้ามามีผลต่อสถานะนำยวดยิ่งด้วย

จากคุณสมบัติของตัวนำยวดยิ่งที่กล่าวมา อาจเปรียบเทียบคุณสมบัติของตัวนำยวดยิ่งระหว่างตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำกับตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง ได้ดังตารางดังต่อไปนี้

ตาราง 2 เปรียบเทียบคุณสมบัติของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำและตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

คุณสมบัติ	ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ	ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง
สภาพต้านทานไฟฟ้า (Subramanyam; & Gopal. 1989 : 3)	$\rho = 0$	$\rho = 0$
ปรากฏการณ์ไมสเนอร์ (Buckel. 1991: 112)	เกิด	เกิด
สัมประสิทธิ์ไอโซโทป	0.5	มีค่าน้อยกว่า 0.5

ตาราง 2 (ต่อ)

คุณสมบัติ	ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ	ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง
ความจุความร้อนจำเพาะ	ความจุความร้อนจำเพาะของอิเล็กตรอนในสภาพปกติ (C_n) ที่ $T > T_c$ แปรตามอุณหภูมิตามสมการ $C_n \approx T$ และสภาพนำยวดยิ่ง ความร้อนจำเพาะของอิเล็กตรอนจะเข้าใกล้ศูนย์แบบเอกซ์โปเนนเชียล ($e^{-a/T}$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่) และที่อุณหภูมิวิกฤตการเปลี่ยนสภาพความร้อนจำเพาะจะไม่ต่อเนื่อง (Subramanyam; & Gopal. 1989 : 157)	ความจุความร้อนจำเพาะมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิแบบ T^n (Harlingen. 1995 : 515)
ความยาวอาพันธ์ (coherent length , ξ)	ที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ $\xi_0 \approx 1 \text{ \AA}$ (Buckel. 1991 : 134)	ที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ $\xi_0 = 0.01 \text{ \AA}$ (Worthington; Gallgher; & Dinger. 1987 : 1160)
ช่องว่างพลังงาน ($\Delta(T)$)	ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ $\frac{2\Delta(0)}{k_B T_c} = 3.52$ (Buckel.1991 : 64)	ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ $\frac{2\Delta(0)}{k_B T_c}$ มีค่าระหว่าง 2.4 ถึง 8 (Warren. 1987 : 1860)
ฟิสิกโคเฮียเรนซ์	เกิด	ไม่เกิด

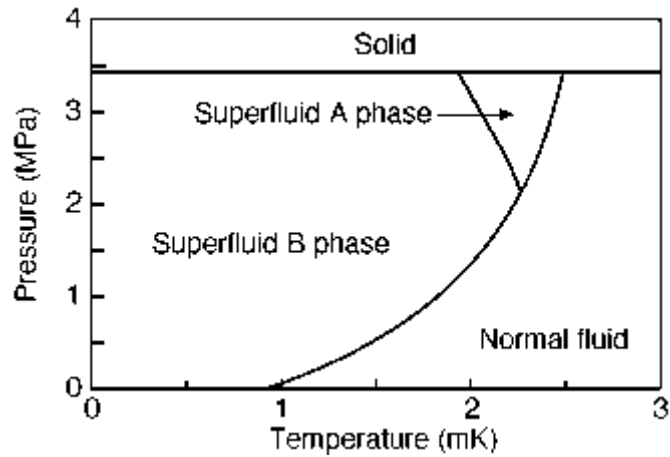
นอกจากการศึกษาตัวนำยวดยิ่งแล้ว ยังมีการศึกษาฮีเลียมเหลว ซึ่งมี 2 ประเภทก็คือ ^4He และ ^3He ซึ่งแสดงปรากฏการณ์ที่น่าสนใจและอาศัยกลไกทางฟิสิกส์ที่เหมือนกับตัวนำยวดยิ่ง

เนื่องจาก ^4He และ ^3He มีจุดเปลี่ยนเฟสอยู่ที่อุณหภูมิประมาณ 2.2 เคลวิน และ 3×10^{-3} เคลวิน ตามลำดับ ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมินี้ของเหลวจะอยู่ในสภาพของไหลยวดยิ่ง (Super fluid) ซึ่งมีสมบัติที่แตกต่างจากสภาพปกติอย่างเห็นได้ชัด

อะตอมของฮีเลียมประกอบไปด้วยอิเล็กตรอน 2 ตัว ในออร์บิทัล 1s โดยมีสปีนตรงข้ามกัน ดังนั้นผลรวมของโมเมนตัมเชิงมุมลัมพ์ร์จะเป็นศูนย์ และสำหรับนิวเคลียสของ ^4He ที่ประกอบด้วยโปรตอน 2 ตัว และนิวตรอน 2 ตัว ก็จะมีผลรวมของโมเมนตัมเชิงมุมลัมพ์ร์เป็นศูนย์ เช่นเดียวกัน ดังนั้น ^4He จึงเป็นอนุภาคแบบโบซอน และสามารถควบแน่นเข้าไปสู่สถานะพื้นที่มีอนุภาคไม่จำกัดได้ เรียกว่า Bose condensation สำหรับ ^3He นิวเคลียสประกอบด้วยโปรตอน 2 ตัว และนิวตรอน 1 ตัว นิวเคลียสมีสปีน 1/2 ซึ่งเป็นอนุภาคแบบเฟอร์มิออน ดังนั้น ^3He จึงไม่เกิด Bose condensation

ในการคิดทำนองเดียวกับการเกิดคู่คูเปอร์ตามทฤษฎี BCS การจับคู่ของอะตอมของ ^3He ก็มีการคิดว่าคงจะเกิดขึ้นได้ในขอบเขตที่เหมาะสม ซึ่งจากการทดลองก็ค้นพบว่าการเปลี่ยนเฟสที่อุณหภูมิต่ำประมาณ 3×10^{-3} เคลวิน จากสภาพ ^3He ปกติ เป็น ^3He ที่เกิดการจับคู่เช่นเดียวกับคู่คูเปอร์ตามทฤษฎี BCS แต่สำหรับ ^3He จะเกิดสถานะสปีนแบบทริปเลต (Triplet) ด้วยโมเมนตัมเชิงมุมที่มีออร์บิทัลแบบพี (p orbital angular momentum) ซึ่งกล่าวได้ว่าที่อุณหภูมิต่ำประมาณ 3×10^{-3} เคลวิน ^3He จะมีการเปลี่ยนเฟสจากเฟอร์มิออนเป็นโบซอน และเกิดการจับคู่ของนิวเคลียส เช่นเดียวกับการจับคู่ของอิเล็กตรอนตามทฤษฎี BCS

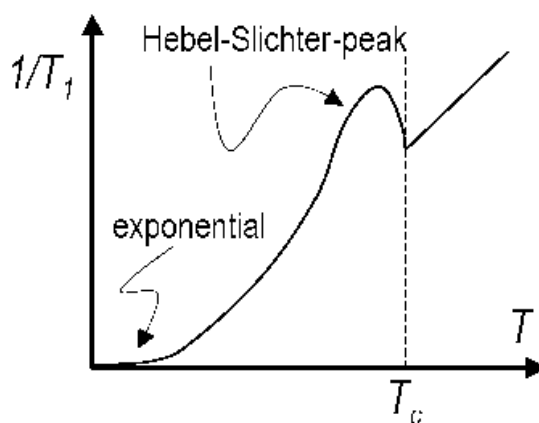
สำหรับ ^3He มี 2 เฟส คือเฟสเอ (A phase) และเฟสบี (B phase) เกิดขึ้นที่อุณหภูมิต่ำกว่า 3×10^{-3} เคลวิน ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 แสดงถึงเฟสเอและเฟสบี ของ ^3He

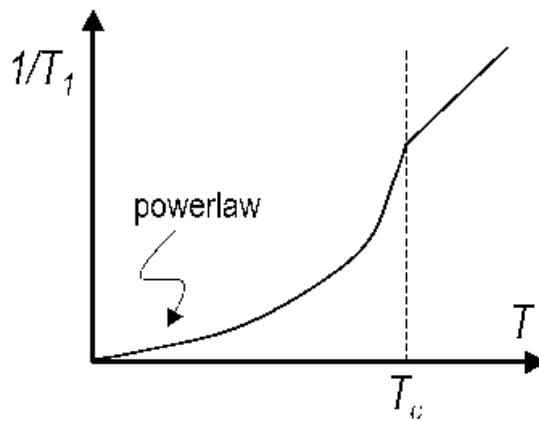
ที่มา: Erkki Thuneberg. (2003). Superfluid ^3He . (Online)

สำหรับการศึกษาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส, $1/T_1$ จะสังเกตจากพฤติกรรมของปริมาณทางเทอร์โมไดนามิกส์ที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวิน โดยที่ตัวนำยิ่งยวดยิ่งแบบดั้งเดิม ปริมาณนี้จะมีพฤติกรรมแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล $\exp(-\Delta/T)$ ในขณะที่ตัวนำยิ่งยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม ปริมาณนี้จะมีพฤติกรรมแบบกฎการยกกำลัง (Power law) T^n เมื่อ n คือจำนวนเต็ม มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 5 ขึ้นอยู่กับสารตัวนำแต่ละชนิด โดยมีลักษณะความสัมพันธ์ระหว่าง $1/T_1$ กับ T ดังแสดงในภาพประกอบ 9 และ 10 ตามลำดับ



ภาพประกอบ 9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $1/T_1$ กับ T ของตัวนำยิ่งยวดยิ่งแบบดั้งเดิม

ที่มา: Manfred Sigrist. (2006). *Unconventional Superconductivity*. p. 49.



ภาพประกอบ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $1/T_1$ กับ T ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม

ที่มา: Manfred Sigrist. (2006). *Unconventional Superconductivity*. p. 49.

ในการศึกษาคุณสมบัติต่างๆ ของตัวนำยวดยิ่งจะมีพีคที่ขึ้นกับอุณหภูมิเกิดขึ้น เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ลักษณะพีคนี้ถูกเรียกว่า พีคโคเฮียเรนซ์ (Coherence peak) หรือ พีคฮีเบล-สลิชเตอร์ (Hebel-Slichter peak) ซึ่งได้จากการสังเกตจากการวัดอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (Nuclear spin-lattice relaxation rate, $1/T_1$) ของตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม

เวลาการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส (Nuclear spin relaxation time, T_1) เป็นส่วนกลับของอัตราการผ่อนคลาย (Relaxation rate, $1/T_1$) ซึ่งใช้อธิบายพีคโคเฮียเรนซ์ สำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมบางชนิด ความสัมพันธ์ระหว่าง $1/T_1$ กับ T พบว่าจะมีพีคเกิดขึ้นที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต และที่อุณหภูมิต่ำๆ ค่าของ $1/T_1$ จะลดลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล ดังนั้นพีคโคเฮียเรนซ์ จึงสามารถอธิบายตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมได้ โดยใช้แบบจำลองตามทฤษฎี BCS

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม
2. เพื่อศึกษาผลของความหนาแน่นสถานะที่มีต่อฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม
3. นำผลการคำนวณที่ได้เปรียบเทียบกับผลการทดลอง

ความสำคัญของการวิจัย

1. สามารถอธิบายการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม
2. สามารถอธิบายผลของความหนาแน่นสถานะที่มีต่อฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม

ขอบเขตของงานวิจัย

1. คำนวณความหนาแน่นสถานะ 3 กรณี่ ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม คือ
 - 1.1 ความหนาแน่นสถานะของของตัวนำยวดยิ่งแบบคลื่นดี
 - 1.2 ความหนาแน่นสถานะของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase แบบ 3 มิติ
 - 1.3 ความหนาแน่นสถานะของช่องว่างพลังงาน แบบ 3 มิติ ที่มี line-nodeเพื่อศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม
2. คำนวณเชิงตัวเลขโดยใช้โปรแกรมแมทิแมติกา (Mathematica)

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักการของนิวเคลียร์แมกเนติกเรโซแนนซ์

นิวเคลียร์แมกเนติกเรโซแนนซ์ (Nuclear Magnetic Resonance) หรือที่เรียกโดยย่อว่า เอ็นเอ็มอาร์ (NMR) ได้พัฒนาครั้งแรกในปี ค.ศ. 1946 โดยกลุ่มงานวิจัยที่ Stanford และ M.I.T. (Massachusetts Institute of Technology) ที่ประเทศสหรัฐอเมริกา

NMR เป็นเทคนิคที่เกี่ยวข้องกับการดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงคลื่นวิทยุ ซึ่งมีพลังงานอยู่ในช่วงที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลง “สปิน” ซึ่งเป็นสมบัติเฉพาะของนิวเคลียสแต่ละชนิด เมื่ออยู่ภายใต้สนามแม่เหล็ก ไม่ใช่ นิวเคลียสทุกชนิดที่จะสามารถเกิดการดูดกลืนคลื่นวิทยุได้ แต่จะต้องเป็นนิวเคลียสที่มีค่า “สปิน” ไม่เป็นศูนย์เท่านั้น ตัวอย่างเช่น ^1H , ^{13}C , ^{31}P , ^{19}F เป็นต้น

ปรากฏการณ์ทาง NMR เป็นการศึกษาพื้นฐานนิวเคลียสของอะตอม ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับคุณสมบัติทางแม่เหล็ก ในทางกลศาสตร์ควอนตัม ภายในอะตอมของอนุภาค (ประกอบด้วยโปรตอน นิวตรอน และอิเล็กตรอน) ของสารบางชนิด เช่น ^{12}C , ^{16}O , ^{32}S จะมีค่าสปินเป็นศูนย์ แต่ก็มีสารบางชนิดที่มีค่าสปินไม่เป็นศูนย์ เช่น ^1H , ^{13}C , ^{31}P , ^{15}N , ^{19}F ในการพิจารณาสปินของนิวเคลียสสามารถพิจารณาได้ดังตาราง 3

ตาราง 3 ความสัมพันธ์ของเลขสปินควอนตัมและตัวแปรต่างๆ ของนิวเคลียสตัวอย่าง

สปิน	ตัวอย่าง
เป็นเลขจำนวนเท่าของ 1/2	$^1\text{H}(1/2)$, $^{13}\text{C}(1/2)$, $^{31}\text{P}(1/2)$, $^{11}\text{B}(3/2)$, $^{17}\text{O}(5/2)$
เป็นจำนวนเต็ม (1, 2, 3, ...)	$^2\text{H}(1)$, $^{14}\text{N}(1)$
เป็นศูนย์	^{12}C , ^{16}O , ^{32}S

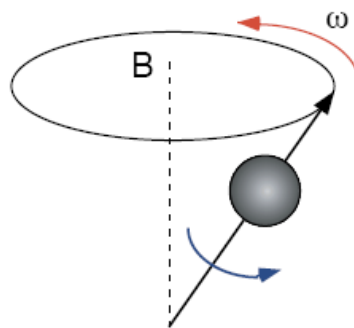
เนื่องจากนิวเคลียสเป็นอนุภาคที่มีประจุ ในนิวเคลียสของธาตุบางอย่างประจุนี้จะหมุน (Spin) เป็นวงรอบแกนนิวเคลียส (Nuclear axis) เช่นเดียวกับที่อิเล็กตรอนซึ่งเป็นอนุภาคมีประจุซึ่งหมุนรอบนิวเคลียส การสปินของนิวเคลียสนี้จะก่อให้เกิดโมเมนต์แม่เหล็ก (Magnetic moment) บริเวณแกนของการหมุน นอกจากนี้นิวเคลียสจะโคจรรอบสนามแม่เหล็กภายนอก ดังแสดงใน

ภาพประกอบ 11 ซึ่งความถี่ของการโคจรเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเข้มของสนามแม่เหล็ก
ดังสมการ

$$\omega_0 = \gamma \vec{B}_0 \quad (2.1)$$

เมื่อ ω_0 คือ ความถี่ลาร์มอร์ (Larmor frequency)

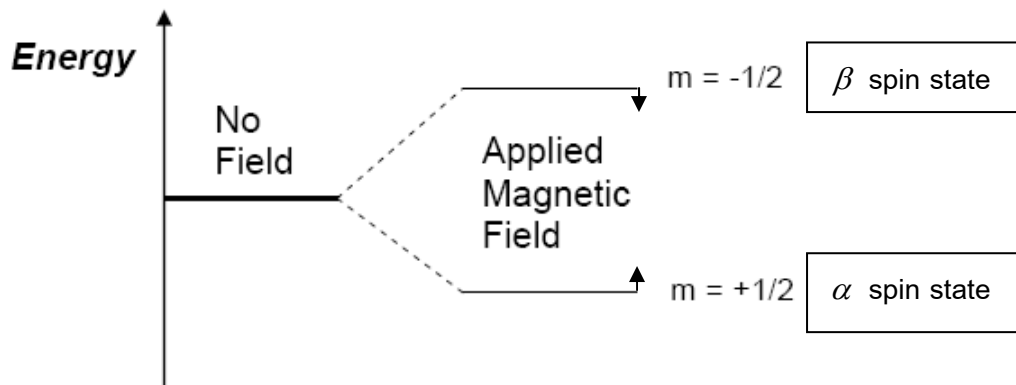
γ คือ ค่าคงตัวของอัตราส่วนแม่เหล็กไจโร (Gyromagnetic ratio) ซึ่งเป็นค่าเฉพาะตัวของ
นิวเคลียสแต่ละชนิด



ภาพประกอบ 11 แสดงถึงการหมุนรอบแกนของนิวเคลียส และโคจรรอบสนามแม่เหล็กภายนอก

ที่มา: Cowan. (1997). *Nuclear Magnetic Resonance and Relaxation*. p. 5.

ในส่วนของการทศวรรษควอนตัมอธิบายว่า โมเมนต์แม่เหล็กของนิวเคลียสจะวางตัวในแนวเดียวกับสนามแม่เหล็กภายนอก ($\vec{B}_0$) โดยมีค่าสถานะพลังงาน $2\ell+1$ เท่านั้น สำหรับอนุภาคที่มีสปิน $1/2$ ก็จะมีระดับพลังงาน 2 ระดับ โดยที่ค่าโมเมนต์แม่เหล็ก $m=+1/2$ จะวางตัวในแนวขนานกับ $\vec{B}_0$ มีทิศเดียวกับ $\vec{B}_0$ และจะอยู่ในสถานะพลังงานต่ำ ซึ่งเรียกว่า สถานะ α และสปินที่มีค่าโมเมนต์แม่เหล็ก $m=-1/2$ จะวางตัวในแนวขนานกับ $\vec{B}_0$ แต่มีทิศตรงข้ามกับ $\vec{B}_0$ และจะอยู่ในสถานะพลังงานสูง ซึ่งเรียกว่า สถานะ β ดังแสดงในภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 แสดงถึงการจัดวางตัวของนิวเคลียสสปินเมื่อได้รับสนามแม่เหล็กภายนอก

ที่มา: Cowan. (1997). *Nuclear Magnetic Resonance and Relaxation*. p. 6.

เมื่อนิวเคลียสที่ระดับพลังงานต่ำได้รับพลังงานที่เหมาะสม กล่าวคือ ΔE ก็จะเปลี่ยนนิวเคลียสสปินและขึ้นไปอยู่ที่ระดับพลังงานที่สูง เรียกว่าเกิดการกลับตัว (Flip) ของสปิน ในทำนองเดียวกันนิวเคลียสที่ระดับพลังงานสูงก็สามารถเปลี่ยนนิวเคลียสสปินเป็นสปินตรงกันข้าม พร้อมกับการคายพลังงานออกมาในปริมาณเท่ากับ ΔE ได้ การเปลี่ยนแปลงแบบนี้เรียกว่า เรโซแนนซ์ (Resonance) ความแตกต่างของระดับพลังงานสองระดับนี้เขียนเป็นความสัมพันธ์กับความแรงสนามแม่เหล็กได้ตามสมการ

$$\Delta E = \frac{h\gamma}{2\pi} B_0 \quad (2.2)$$

เมื่อ h คือค่าคงตัวของพลังค์ (Plank's constant) และ γ คือค่าคงตัวของอัตราส่วนแม่เหล็กไจโร ซึ่งเป็นค่าเฉพาะตัวของนิวเคลียสแต่ละชนิด โดยโปรตอนจะมีค่า $2.675 \times 10^8 \text{ T}^{-1}\text{s}^{-1}$ ดังนั้นจะเห็นว่า ΔE จะขึ้นกับชนิดของนิวเคลียส และความแรงของสนามแม่เหล็กภายนอก B_0 (หน่วยเป็นเทสลา, T) โดยหากความแรงของสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น ΔE ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย

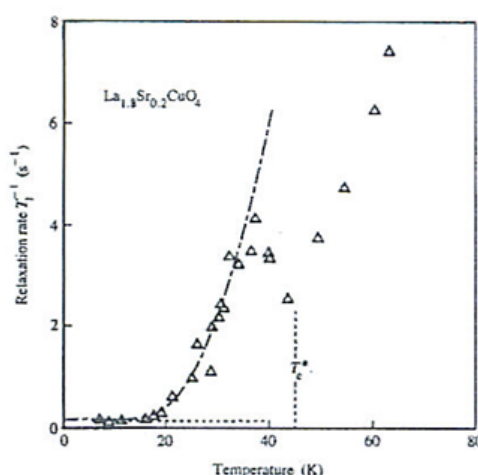
NMR ในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูง

NMR เป็นเครื่องมือที่ใช้วิเคราะห์ความเป็นระเบียบของอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะของแข็ง ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ความสมมาตรของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่อยู่ในสภาพนำยวดยิ่ง และยังสามารถนำมาใช้วิเคราะห์โครงสร้างของแผนภาพเฟสในระบบที่มีความเป็นระเบียบที่หลากหลายได้อย่างชัดเจน ในการอธิบายตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูงจะแสดงถึงลักษณะที่โดดเด่นของการเกิด Gap opening และการกระตุ้นของกึ่งอนุภาคโดยการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (Nuclear spin-lattice relaxation) จากเดิมที่มีการศึกษาในสารตัวนำยวดยิ่ง ^{27}Al พบว่าสอดคล้องกับทฤษฎี BCS เป็นอย่างมาก และผลการทดลองที่ได้รับการยืนยันจากทฤษฎีนี้ มีดังนี้

1. เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว โดยที่ช่องว่างพลังงานเริ่มจะเปิดออก
2. เมื่ออุณหภูมิลดลง อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสจะลดลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล ดังสมการ

$$\frac{1}{T_1} \sim \exp(-\Delta/k_B T) \quad \text{เมื่อ } T \ll T_c \quad (2.3)$$

จากนั้นได้มีการศึกษาการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซของ ^{139}La ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{La}_{1.8}\text{Sr}_{0.2}\text{CuO}_4$ เมื่อสนามเป็นศูนย์ (Zero-field) ดังภาพประกอบ 13



ภาพประกอบ 13 แสดง $1/T_1$ กับอุณหภูมิของ ^{139}La ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{La}_{1.8}\text{Sr}_{0.2}\text{CuO}_4$

ที่มา: Mehring. (1989). *IMB J. RES Develop.* p. 349.

จากภาพพบว่ามีพีคเกิดขึ้นที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต และที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส ($1/T_1$) จะลดลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล ซึ่งอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียส สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\frac{1}{T_{1s}} = \frac{4\pi}{\hbar} \left(\frac{\gamma_n}{\gamma_e} \right)^2 K^2 \int dE \left(\frac{E^2 + \Delta^2}{E^2 - \Delta^2} \right) f(E) (1 - f(E)) \quad (2.4)$$

เมื่อ $1/T_{1s}$ คือ อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสในสภาวะนำยวดยิ่ง

$f(E)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงแบบเฟอร์มิของอนุภาคที่มีพลังงาน E

$$\text{โดยที่ } f(E) = \frac{1}{e^{-E/k_B T} + 1}$$

K คือ ค่าคงตัว Knight shift

และสมการอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสในสถานะนำปกติ ($1/T_{1n}$) เมื่อ $T > T_c$ จะได้ $\Delta = 0$ โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\frac{1}{T_{1n}} = \frac{4\pi}{\hbar} \left(\frac{\gamma_n}{\gamma_e} \right)^2 K^2 \int dE f(E) (1 - f(E)) \quad (2.5)$$

การศึกษาการเกิดฟิโคเฮียเรนซ์ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม

ในปี ค.ศ. 1967 ลีดอนและซูล (Leadon; & Suhl. 1967: 596) ได้ศึกษาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ ($1/T_1$) ของตัวนำยวดยิ่ง โดยใช้วิธีฟังก์ชันกรีน

ในการศึกษาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ ได้นิยามว่า $R \equiv 1/T_1 T$ คืออัตราส่วนของความน่าจะเป็น ($W_{n \rightarrow m}$) ของการกลับตัวของสปินของนิวเคลียสจากสถานะ $|n\rangle$ ไปยังสถานะ $|m\rangle$ สำหรับกรณีทั่วไป อันตรกิริยาการกลับตัวของสปินระหว่างสปินของนิวเคลียสและอิเล็กตรอนตัวนำ ความน่าจะเป็นนี้สามารถเขียนในเทอมของฟังก์ชันกรีนของอนุภาคเดี่ยว, G_ω และ F_ω^+ ของระบบอิเล็กตรอนแบบไม่ถูกรบกวน ได้เป็น

$$W_{n \rightarrow m} = \frac{C^2}{2\hbar} \sum_{j,j'} \frac{[\langle n|I_j|m\rangle\langle m|I_{j'}|n\rangle + c.c.]}{[1 - \exp(\beta\omega)]} \text{Im} O[\text{i}\omega(q) \rightarrow \omega + \text{i}\delta] \\ \times \left\{ T \sum_s [G_{\omega(s)}(R_j, R_{j'}) G_{\omega(s)-\omega(q)}(R_{j'}, R_j) + F_{\omega(s)}(R_j, R_{j'}) F_{\omega(q)-\omega(s)}^+(R_j, R_{j'})] \exp[\text{i}\omega(s)\eta] \right\} \quad (2.6)$$

เมื่อ $C = (-8\pi/3)\gamma_e\gamma_n\hbar^2$
 γ_e, γ_n คือ ค่าคงตัวของอัตราส่วนแม่เหล็กไจโรของอิเล็กตรอนและนิวเคลียส ตามลำดับ
 T คือ อุณหภูมิ
 I_j คือ สปินของนิวเคลียส
 $\omega(q)$ คือ ความถี่ โดยที่ $\omega(q) = 2q\pi T$
 $\omega(s)$ คือ ความถี่ โดยที่ $\omega(s) = (2s+1)\pi T$
 q, s คือ จำนวนเต็ม โดยที่ $q = 1, 2, 3, \dots$ และ $s = 0, 1, 2, 3, \dots$
 δ, η คือ ปริมาณที่มีค่าน้อยๆ
 ω คือ ความถี่ที่เกิดจากความแตกต่างของระดับพลังงานซีแมน (Zeeman) ของสถานะ $|n\rangle$ และ $|m\rangle$ โดยทั่วไป ω จะมีค่าน้อย และสามารถกำหนดให้มีค่าเท่ากับ ศูนย์ได้

จากสมการ (2.6) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$W_{n \rightarrow m} = (C^2/2\pi\hbar) \sum_{j,j'} [\langle n|I_j|m\rangle\langle m|I_{j'}|n\rangle + c.c.] \int dE f(E) [1 - f(E - \omega)] \\ \times [\text{Im} G_E^R(R_j, R_{j'}) \text{Im} G_{E-\omega}^R(R_{j'}, R_j) + \text{Im} F_E^R(R_j, R_{j'}) \text{Im} F_{\omega-E}^{R^*}(R_j, R_{j'})] \quad (2.7)$$

เมื่อ $f(E)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงเฟอร์มิของอนุภาคที่มีพลังงาน E โดยที่ $f(E) = \frac{1}{e^{-E/k_B T} + 1}$

จาก

$$\begin{aligned}
\hat{G}_0(i\omega, r, r') &= -\frac{1}{\Omega} \sum_k e^{ik(r-r')} \frac{i\omega_m + \varepsilon_k \tau_3 + \Delta_k \tau_1}{\omega_m^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta_k^2} \\
&= -\frac{1}{\Omega} \sum_k e^{ik(r-r')} \frac{i\omega_m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \varepsilon_k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \Delta_k \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}{\omega_m^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta_k^2} \\
&= -\frac{1}{\Omega} \sum_k e^{ik(r-r')} \begin{bmatrix} \frac{i\omega_m + \varepsilon_k}{\omega_m^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta_k^2} & \frac{\Delta_k}{\omega_m^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta_k^2} \\ \frac{\Delta_k}{\omega_m^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta_k^2} & \frac{i\omega_m - \varepsilon_k}{\omega_m^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta_k^2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

เมื่อ ω_m คือ ความถี่มาตรฐาน โดยที่ $\omega_m = (2m+1)\pi T$ ซึ่ง m คือจำนวนเต็ม $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

ε_k คือ พลังงานของกึ่งอนุภาคที่มีโมเมนตัม k โดยวัดเทียบกับระดับของศักย์ทางเคมี

τ_i คือ เมทริกซ์เพาลี (Pauli matrices) โดยที่ $i = 0, 1, 2, 3$ และ $\tau_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

จากสมการความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่ง

$$N(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [G_{ij}(i\omega_m \rightarrow E + i\delta)] = N_0 \text{Re} \left[\frac{E}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}} \right]$$

เมื่อ N_0 คือ ความหนาแน่นสถานะที่ระดับพลังงานเฟอร์มิในสถานะนำปกติ

กำหนดให้ $a_{ij} = -\frac{1}{\pi} \text{Im} [G_{ij}(i\omega_m \rightarrow E + i\delta)]$ จะได้

$$N(E) = a_{ij} = N_0 \text{Re} \left[\frac{E}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}} \right]$$

และ

$$W_s = \frac{C^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dE f(E)(1-f(E))(a_{11}(E)a_{22}(-E) - a_{12}(E)a_{21}(-E)) \quad (2.8)$$

สำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม การขึ้นกับอุณหภูมิที่ตำแหน่งสารเจือจะแตกต่างจากที่ตำแหน่งไม่มีสารเจือ ดังนั้นคู่ของอิเล็กตรอนทั้งตำแหน่ง a_{12} และ a_{21} จะเป็นศูนย์

ดังนั้นเขียนสมการ (2.8) ได้ใหม่เป็น

$$\begin{aligned}
 W_s &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dE f(E)(1-f(E))(a_{11}(E)a_{22}(-E)) \\
 &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dE f(E)(1-f(E))N^2(E) \\
 \text{และ} \quad W_n &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dE f(E)(1-f(E))N_0^2
 \end{aligned}$$

โดยพิจารณา W_n ที่ $T=T_c$ จะได้ $\Delta=0$ จาก $E=\sqrt{\varepsilon^2+\Delta^2}$ ดังนั้น $E=\varepsilon$ และ $N(\varepsilon)=N_0$

พิจารณา W_s โดยที่

$$\begin{aligned}
 W_s &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dE [f(E)-f^2(E)]N^2(E) \\
 &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dE N^2(E) \left[\frac{e^{-E/k_B T}}{(e^{-E/k_B T}+1)^2} \right]
 \end{aligned}$$

กำหนดให้ $k_B=1$ จะได้

$$\begin{aligned}
 W_s &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dE N^2(E) \left[\frac{e^{-E/T}}{(e^{-E/T})^2 (e^{-E/T}+e^{E/T})^2} \right] \\
 &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} dE N^2(E) \left[\frac{2}{e^{-E/2T}+e^{E/2T}} \right]^2
 \end{aligned}$$

จาก $\text{sech}^2 x = \frac{1}{\cosh^2 x} = \left(\frac{2}{e^x + e^{-x}} \right)^2$ จะได้

$$\begin{aligned}
 W_s &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} dE N^2(E) \text{sech}^2(E/2T) \\
 &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dE N^2(E) \text{sech}^2(E/2T)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

และในทำนองเดียวกัน

$$W_n = \frac{C^2}{2\pi\hbar} \frac{1}{2} \int_0^\infty d\varepsilon N_0^2 \operatorname{sech}^2(\varepsilon / 2T_c) \quad (2.10)$$

จาก	$R = \frac{1}{(T_1 T)}$	และ	$W = \frac{1}{T_1}$
กำหนดให้	$\frac{W_s}{T} = \frac{1}{(T_1 T)}$	และ	$\frac{W_n}{T_c} = \frac{1}{(T_1 T)_{ T=T_c}}$
จะได้	$\frac{R_s}{R_n} = \frac{(T_1 T)_{ T=T_c}}{(T_1 T)}$		
หรือ			

$$\frac{(T_1 T)_{|T=T_c}}{(T_1 T)} = \frac{\frac{W_s}{T}}{\left(\frac{W_n}{T_c}\right)} \quad (2.11)$$

พิจารณาตัวส่วนของสมการ (2.11)

$$\begin{aligned} \frac{W_n}{T_c} &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} \frac{1}{2T_c} \int_0^\infty d\varepsilon N_0^2 \operatorname{sech}^2(\varepsilon / 2T_c) \\ &= \frac{C^2}{2\pi\hbar} N_0^2 \tanh(\varepsilon / 2T_c) \Big|_0^\infty \end{aligned}$$

โดยที่ $\tanh \infty = 1$ และ $\tanh 0 = 0$ ดังนั้น

$$\frac{W_n}{T_c} = \frac{C^2}{2\pi\hbar} N_0^2 \quad (2.12)$$

นำสมการ (2.12) แทนในสมการ (2.11) จะได้

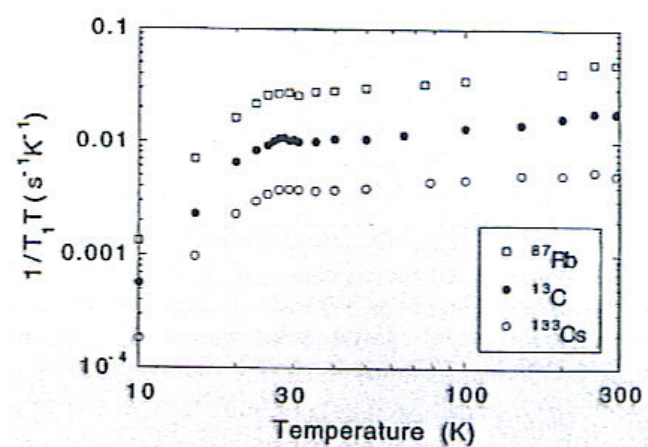
$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)_{|T=T_c}}{(T_1 T)} &= \frac{\frac{W_s}{T}}{T \left(\frac{C^2}{2\pi\hbar} N_0^2 \right)} \\ &= \frac{1}{2T} \int_0^\infty dE \frac{N^2(E)}{N_0^2} \operatorname{sech}^2(E/2T) \end{aligned}$$

หรือ

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} = \int_0^\infty dE \frac{N^2(E)}{N_0^2} \text{sech}^2(E/2T) / 2T \quad (2.13)$$

ในปี ค.ศ. 1995 สเตนเกอร์และคณะ (Stenger; & et al. 1995: 1649) ได้สังเกตลักษณะฟีดโคเฮียเรนซ์ ใน $1/T_1 T$ ซึ่งเป็นผลจากการทดลองวัดสัญญาณ NMR และ T_1 ในสารตัวนำยวดยิ่ง A_3C_{60} พบว่าฟีดโคเฮียเรนซ์ ใน $1/T_1 T$ เป็นผลที่ได้จากการใส่สนามแม่เหล็กภายนอกที่มีค่ามาก

นอกจากนี้ยังพบว่า $1/T_1 T$ ที่ขึ้นกับ T ของ ^{13}C ^{87}Rb และ ^{133}Cs ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{Rb}_2\text{CsC}_{60}$ ที่สนามแม่เหล็ก 8.8 เทสลา ดังภาพประกอบ 14 เป็นการแสดงถึงการขึ้นกับอุณหภูมิของ T_1 สำหรับนิวเคลียสสามชนิด



ภาพประกอบ 14 แสดงถึงการขึ้นกับอุณหภูมิของ $1/T_1 T$ ของ ^{13}C ^{87}Rb และ ^{133}Cs ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{Rb}_2\text{CsC}_{60}$ โดย $T_c = 31$ เคลวิน และสนามแม่เหล็กภายนอก 8.8 เทสลา (ความคลาดเคลื่อนประมาณ $\pm 5\%$)

ที่มา: Stenger; & et al. (1995). *Physical Review Letters*. 74(9): 1649.

ในปี ค.ศ. 1997 ฮันยงชอย (Han-Yong Choi. 1997: 9711060v2) ได้ศึกษาฟิสิกส์ของ
 เวนซ์ของตัวนำยิ่งยวด โดยพิจารณาจากสมการ

$$\frac{1}{T_1 T} = \int_0^\infty d\varepsilon \frac{\partial f_F(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \left\{ \left(\operatorname{Re} \frac{\varepsilon \theta(\varepsilon)}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta(\varepsilon)^2}} \right)^2 + \left(\operatorname{Re} \frac{\Delta(\varepsilon) \theta(\varepsilon)}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta(\varepsilon)^2}} \right)^2 \right\} \quad (2.14)$$

เมื่อ $\theta(\varepsilon) = \tan^{-1} \left(B / 2Z(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta(\varepsilon)^2} \right)$

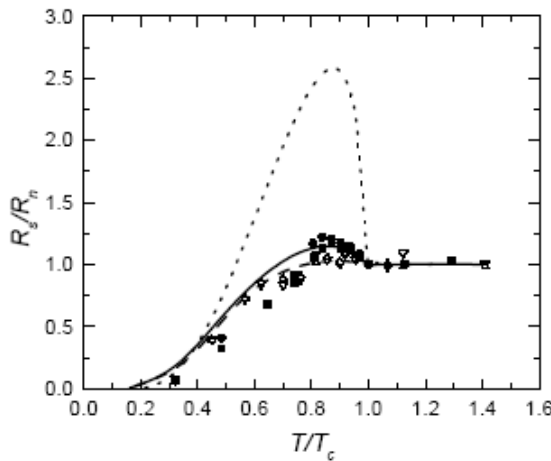
$Z(\varepsilon)$ คือ ฟังก์ชันรีโนรมัลไลเซชัน (Renormalization function)

$\Delta(\varepsilon)$ คือ ฟังก์ชันของช่องว่างพลังงาน

$f_F(\varepsilon)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงแบบเฟอร์มิ โดยที่ $f_F(\varepsilon) = 1/(1 + e^{-\beta\varepsilon})$ และ

$$\beta = 1/k_B T$$

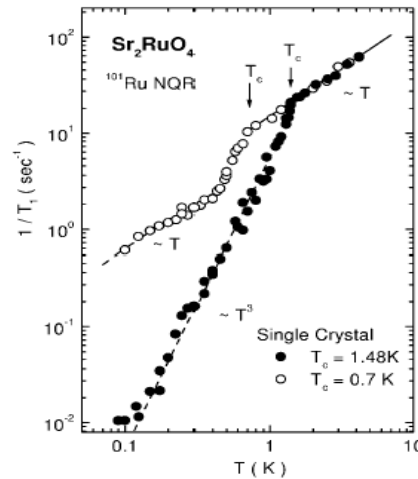
จากสมการ (2.14) สามารถคำนวณหาอัตราการทำลายสปีนของนิวเคลียส T_1 ได้ และพบว่า R_s/R_n คืออัตราการทำลายสปีนแบบปกติ และเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับ $1/T_c$ ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ดังภาพประกอบ 15 พบว่าฟิสิกส์ของเอนซ์มีค่ามากที่สุดที่ $R_s/R_n \approx 1.15$ โดยที่เส้นประแสดงถึง R_s/R_n ของ $UN_F = 0.4$ และ $\lambda_s = 0.8$ โดย $T_c \approx 0.003 \text{ eV}$



ภาพประกอบ 15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง R_s/R_n กับ T/T_c โดยที่เส้นทึบคือ $UN_F = 0.31$, $\lambda_s = 0.71$ สัญลักษณ์จุดคือ $UN_F = 0$, $\lambda_s = 0.35$ และเส้นประคือ $UN_F = 0.4$, $\lambda_s = 0.8$

ที่มา: Han-Yong Choi. (1997). *arXiv: cond-mat/9711060v2 [cond-mat. Supr-con]*.

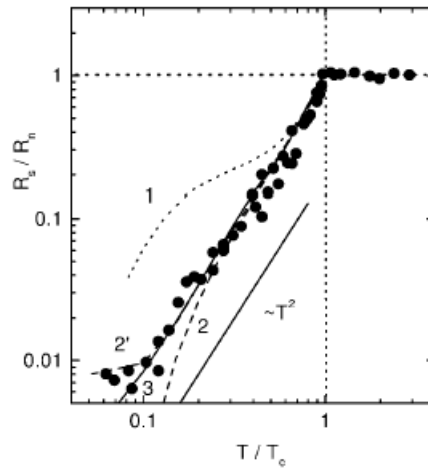
ในปี ค.ศ. 1999 ไอชิเดะและคณะ (Ishida; & et al. 1999: 5387) ได้ศึกษาโครงสร้างช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่งที่มีสปีนแบบทริปเลต ในกลุ่ม Sr_2RuO_4 พบว่าการขึ้นกับอุณหภูมิ $^{101}(1/T_1)$ ของ ^{101}Ru ที่สนามแม่เหล็กเป็นศูนย์ เมื่ออุณหภูมิวิกฤตประมาณ 0.7 เคลวิน ลักษณะของกราฟของ $1/T_1$ จะลดลงแบบ T^3 โดยไม่เกิดฟิคโคเฮียเรนซ์ภายใต้อุณหภูมิวิกฤต ดังภาพประกอบ 16



ภาพประกอบ 16 แสดงถึงการขึ้นกับอุณหภูมิของ $1/T_1$ ของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำและตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูงในกลุ่ม Sr_2RuO_4

ที่มา: Ishida; & et al. (1999). *Physical Review Letters*. 84(23): 5388.

การขึ้นกับอุณหภูมิของ $R_s/R_n [\equiv (1/T_s T)/(1/T_n T)]$ ในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูงพลอตเทียบกับ T/T_c ดังแสดงในภาพประกอบ 17 เมื่อ $1/T_s(1/T_n)$ คือ อัตราการผ่อนคลายสปีนของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซในสภานำยวดยิ่ง(สภานำปกติ)



ภาพประกอบ 17 แสดงถึงความสัมพันธ์ของ R_s/R_n เทียบกับ T/T_c ของตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิลึกที่สุด สัญลักษณ์ • และเส้นปะ คือผลที่ได้จากการคำนวณของ R_s/R_n

ที่มา: Ishida; & et al. (1999). *Physical Review Letters*. 84(23): 5388.

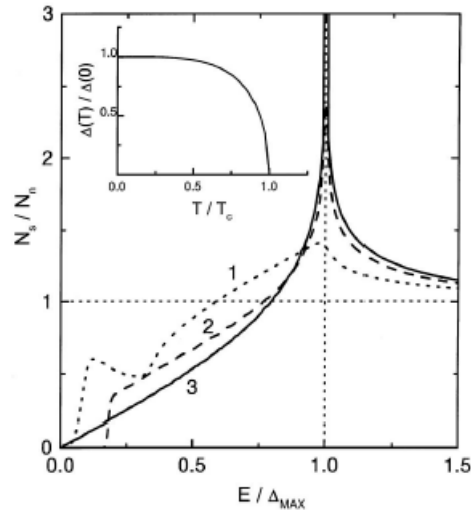
โดยทั่วไป R_s/R_n มีความสัมพันธ์กับความหนาแน่นสถานะของตัวนำยิ่งยวด, $N(E)$ ดังสมการ

$$\frac{R_s}{R_n} = \frac{2}{k_B T} \int_0^\infty dE \left[N_s(E)^2 + M(E)^2 \right] f(E) [1 - f(E)] \quad (2.15)$$

เมื่อ $R_s(R_n)$ คือ อัตราการผ่อนคลายในสถานะนำยิ่งยวด(สถานะนำปกติ)

$M(E)$ คือ ความหนาแน่นสถานะแบบไม่ปกติ (Anomalous) และ $M(E)=0$ สำหรับสถานะที่มีสปินแบบทริปเลต

$f(E)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงแบบเฟอร์มิของอนุภาคที่มีพลังงาน E



ภาพประกอบ 18 แสดงถึงความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่ง โดยที่หมายเลข 1 เป็นผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง Orbital-Dependent Superconductivity (ODS), หมายเลข 2 เป็นผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลองของมียาเกะและนาริกิโย (MN) (Miyake; & Narikiyo. 1999: 1423) และหมายเลข 3 เป็นผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลองของช่องว่างพลังงานที่มี line-node ส่วนภาพเล็ก แสดงถึงการลดลงของช่องว่างพลังงานในสถานะนำยวดยิ่ง, $\Delta(T)/\Delta(0)$ โดยขึ้นกับ T/T_c ซึ่งคำนวณได้จากสมการ (2.15) โดยที่ $\Delta(0)/k_B T = 1.75$ และ $(\Delta C/C_n) = 0.7$

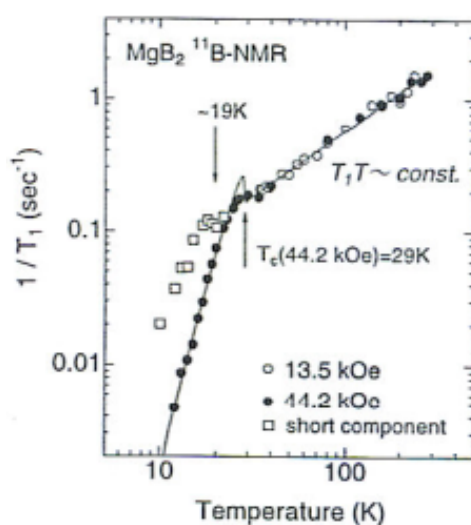
ที่มา: Ishida; & et al. (1999). *Physical Review Letters*. 84(23): 5389.

สำหรับแบบจำลองของช่องว่างพลังงานที่มี line-node โดยมีฟังก์ชันของช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta(\phi) = \Delta_0 \cos(\phi)$ เมื่อ ϕ คือ มุมในพื้นผิวเฟอร์มิ ซึ่งภาพประกอบ 18 แสดงถึงการเปรียบเทียบระหว่างผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลอง Orbital-Dependent Superconductivity (ODS) กับ ผลการคำนวณโดยใช้แบบจำลองของช่องว่างพลังงานที่มี line-node ในการคำนวณค่า $1/T_1$ จะแทนค่าช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิที่ได้จากการคำนวณตามแบบทฤษฎี BCS ดังสมการ

$$\Delta(T) = \Delta(0) \tanh \left[\frac{\pi k_B T_c}{\Delta(0)} \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C_n} \right) \left(\frac{T_c}{T} - 1 \right)} \right] \quad (2.16)$$

เมื่อ $(\Delta C/C_n)$ คือ ความจุความร้อนที่ไม่ต่อเนื่อง และ $(\Delta C/C_n) = 0.7$ ในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิวิกฤตสูง

ในปี ค.ศ. 2001 โกเตกาวาและคณะ (Kotegawa; & et al. 2001: 25) ได้ศึกษาผลของเวลาการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (Nuclear spin-lattice relaxation time, T_1) ที่ตำแหน่ง ^{11}B ในตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) พบว่า $1/T_1$ ที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต (T_c) จะมีฟีกโคเฮียเรนซ์เล็กๆ เกิดขึ้น และจะมีค่าลดลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลเมื่ออุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวิน ซึ่งได้แสดงให้เห็นว่า MgB_2 เป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอส ขนาดของช่องว่างพลังงานในสภาพนำยวดยิ่งจะมีค่า $2\Delta/k_B T_c = 5$ ซึ่งมีค่ามากกว่าในกรณีที่เป็นการคู่ควบอย่างอ่อน (Weak-coupling) ตามทฤษฎี BCS ซึ่งมีค่า $2\Delta/k_B T_c = 3.5$

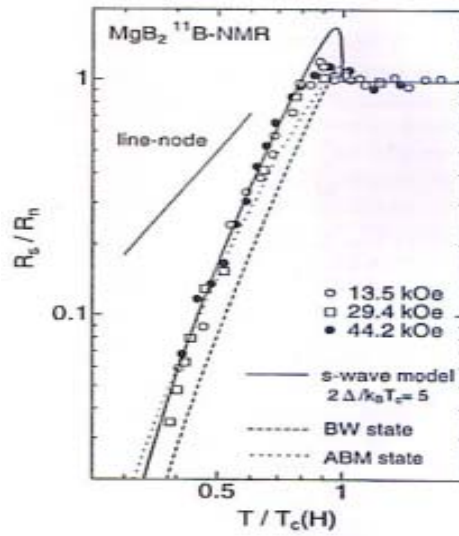


ภาพประกอบ 19 แสดงถึงความสัมพันธ์ของ $^{11}(1/T_1)$ ในตัวนำยวดยิ่ง MgB_2 ที่ขึ้นกับ T โดยจุด

- คือ $1/T_1$ ที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่า $H = 44.2 \text{ kOe}$, จุด $\circ$ คือ $1/T_1$ ที่สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่า $H = 13.5 \text{ kOe}$, เส้นที่สามสามารถคำนวณโดยใช้แบบจำลองของตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมชนิดคลื่นเอส

ที่มา: Kotegawa; & et al. (2001). *Physica C*. 378-381: 28.

สำหรับการขึ้นกับอุณหภูมิของ $R_s/R_n = (1/T_1 T)_{sc} / (1/T_1 T)_{normal}$ ที่ $H = 1.35, 2.94$ และ 4.42 เทสลา โดย $T_c = 34.5, 31$ และ 29 เคลวิน ตามลำดับ แสดงดังภาพประกอบ 20



ภาพประกอบ 20 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง R_s/R_n กับ $T/T_c(H)$ เมื่อ $T_c(13.5 \text{ kOe})$, $T_c(29.4 \text{ kOe})$ และ $T_c(44.2 \text{ kOe})$ เป็น 34.5, 31 และ 29 เคลวิน ตามลำดับ โดยที่เส้นทึบสามารถคำนวณโดยใช้แบบจำลองของตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมชนิดคลื่นเอส เมื่อ $2\Delta/k_B T_c = 5$

ที่มา: Kotegawa; & et al. (2001). *Physica C*. 378-381: 28.

อัตราส่วนของ R_s/R_n จะมีความสัมพันธ์กับความหนาแน่นสถานะ, $N_s(E)$ ในสถานะนำยวดยิ่ง ดังนี้

$$\frac{R_s}{R_n} = \frac{2}{k_B T} \int_0^\infty dE \left(N_s(E)^2 + M(E)^2 \right) f(E) (1 - f(E)) \quad (2.17)$$

เมื่อ $R_s(R_n)$ คือ อัตราการผ่อนคลายในสถานะนำยวดยิ่ง(สถานะนำปกติ)

$M(E)$ คือ ความหนาแน่นสถานะแบบไม่ปกติ (Anomalous)

$f(E)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงแบบเฟอร์มิของอนุภาคที่มีพลังงาน E

สำหรับกรณีของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี และตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี ค่าของ $M(E)=0$ และ R_s/R_n จะแปรตาม T^2 และ T^4 ในส่วนของเส้นโหนด (Line-nodes) และจุดโหนด (Point-nodes) ตามลำดับ สำหรับกรณีของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่บริเวณ T_c จะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้น และจะลดลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลเมื่ออยู่ภายใต้ $0.8 T_c$ นั่นคือค่าของ R_s/R_n ที่ได้จากการทดลองของ MgB_2 ที่บริเวณ T_c จะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้น และจะลดลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล

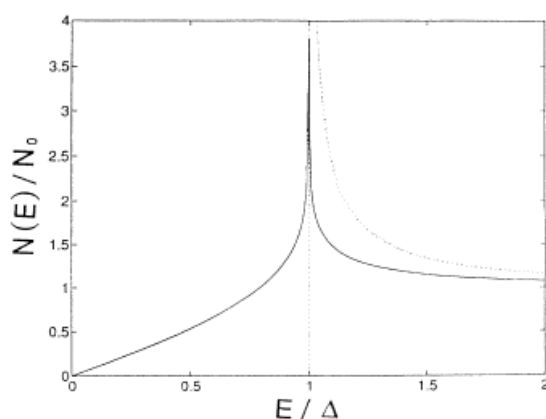
การศึกษาผลของความหนาแน่นสถานะแบบต่างๆ ที่มีต่อฟิสิกโคเฮียเรนซ์ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม

ในปี ค.ศ. 1993 วันและมากิ (Won; & Maki. 1993: 1397) ได้คำนวณหาความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี โดยกำหนดให้ฟังก์ชันของช่องว่างพลังงาน เป็น $\Delta(k) = \Delta f$ เมื่อ $f = \cos(2\phi)$ และ ϕ คือมุมในพื้นผิวเฟอร์มี

$$\begin{aligned} N(E)/N_0 &= \left\langle \text{Re} \left[\frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2 |f|^2}} \right] \right\rangle \\ &= \frac{2}{\pi} x K(x) \quad , x \leq 1 \\ &= \frac{2}{\pi} K(x^{-1}) \quad , x > 1 \end{aligned} \quad (2.18)$$

เมื่อ $N(E)$ คือ ความหนาแน่นสถานะในสภาพนำยวดยิ่ง
 N_0 คือ ความหนาแน่นสถานะในสภาพนำปกติ
 $K(x)$ คือ ฟังก์ชันอิลลิปติก (Elliptic) ชนิดที่ 1 และ $x = E/\Delta$

สำหรับสมการ (2.18) สามารถคำนวณผลเชิงตัวเลขได้ และแสดงความสัมพันธ์ของ $N(E)/N_0$ กับ E/Δ ดังภาพประกอบ 21



ภาพประกอบ 21 แสดงความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (____) และความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอส (.....)

ที่มา: Won; & Maki. (1993). *Physical Review B*. 49(2): 1398.

พบว่าความหนาแน่นสถานะของตัวนำวดยิ่งชนิดคลื่นดีมีค่าสูงสุดที่ $E = \Delta$ และเมื่อ E/Δ มีค่าน้อยๆ ความหนาแน่นสถานะจะเพิ่มแบบเชิงเส้น

ในปี ค.ศ. 1996 ฮาเซกาว่า (Hasegawa. 1996: 3131) ได้ศึกษาความหนาแน่นสถานะของตัวนำวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทางของ line-nodes ในฟังก์ชันของช่องว่างที่พื้นผิวเฟอร์มิของตัวนำวดยิ่งชนิดคลื่นดี โดยกำหนดให้ฟังก์ชันของช่องว่างพลังงานมีรูปแบบตามสมการ

$$\Delta_{k,polar} = \Delta_0 \cos \theta \quad (2.19)$$

กำหนดให้พื้นผิวเฟอร์มิเป็นแบบทรงกลม สามารถเขียนความหนาแน่นสถานะตามทฤษฎี BCS ได้โดย

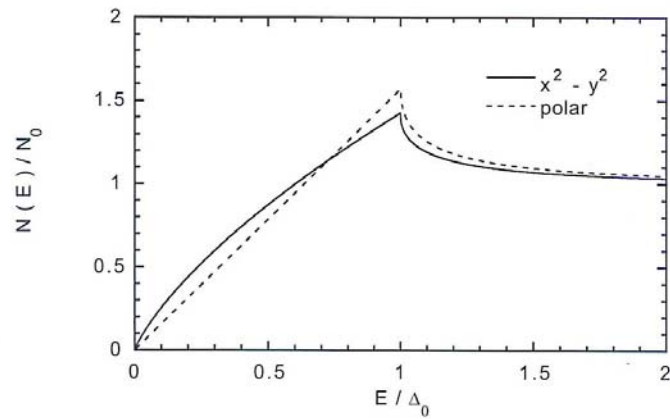
$$N(E) = N_0 \int \frac{d\Omega}{4\pi} \text{Im} \frac{E}{\sqrt{\Delta_k^2 - E^2}} \quad (2.20)$$

เมื่อ N_0 คือความหนาแน่นสถานะของสถานะนำปกติซึ่งเป็นค่าคงตัว และฟังก์ชันของช่องว่างพลังงาน Δ_k ขึ้นกับทิศทางของ k เท่านั้น

ดังนั้นความหนาแน่นสถานะที่คำนวณได้คือ

$$\begin{aligned} \frac{N_{polar}(E)}{N_0} &= \frac{\pi}{2} \frac{E}{\Delta_0} \quad , E < \Delta_0 \\ &= \frac{E}{\Delta_0} \arcsin \frac{\Delta_0}{E} \quad , E \geq \Delta_0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

ในการคำนวณ สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานต่อช่องว่างพลังงานได้ ดังแสดงในภาพประกอบ 22



ภาพประกอบ 22 แสดงถึงฟังก์ชันของช่องว่างพลังงานสำหรับสถานะ $x^2 - y^2$

ที่มา: Hasegawa. (1996). *Journal of the Physical Society of Japan* 65(10): 3132.

สามารถคำนวณหาอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ, $1/T_1$ โดยใช้สมการ

$$\frac{(T_1)_{normal}}{(T_1)_{super}} = 2 \int_0^\infty dE \left(\frac{-\partial f(E)}{\partial E} \right) \left\{ \left(\frac{N(E)}{N_0} \right)^2 + \left(\frac{M(E)}{N_0} \right)^2 \right\} \quad (2.22)$$

$$\text{เมื่อ } M(E) = N_0 \int \frac{d\Omega}{4\pi} \text{Im} \frac{\Delta_k}{\sqrt{\Delta_k^2 - E^2}}$$

แต่สำหรับกรณีของตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ดั้งเดิม จะได้ $M(E)=0$

ในปี ค.ศ. 2006 มากิและคณะ (Maki; & et al. 2006 : 0603806v1) ได้ศึกษาความหนาแน่นสถานะของตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ดั้งเดิม โดยเริ่มจากการพิจารณาสมการฮามิลโทเนียน (Hamiltonian) ดังสมการ

$$H = \sum_{k,\sigma} \xi(k) c_{k,\sigma}^\dagger c_{k,\sigma} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{k,k',q \\ \sigma,\sigma'}} V(k,k',q) c_{k+q,\sigma}^\dagger c_{k,\sigma} c_{k'-q,\sigma'}^\dagger c_{k',\sigma'} \quad (2.23)$$

เมื่อ $c_{k,\sigma}^+$ และ $c_{k,\sigma}$ คือ ตัวดำเนินการสร้างและตัวดำเนินการทำลายของอิเล็กตรอนโดยขึ้นกับโมเมนตัม k และสปิน σ , $\xi(k)$ คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน และ $V(k,k',q)$ คือ พลังงานศักย์ดึงดูดของคูคูเปอร์ โดยมีค่าดังสมการ

$$V(k,k',q) = \left\langle |f(k)|^2 \right\rangle^{-1} f(k) f(k') \delta(q-Q) \quad (2.24)$$

เมื่อ Q คือ กลุ่มของเวกเตอร์ และ $f(k) = \cos(bk_y)$ หรือ $f(k) = \sin(bk_y)$ สำหรับการพิจารณาความหนาแน่นสถานะชนิดคลื่นดี ในระบบ 2 มิติ

ขอบเขตของการประมาณค่าสนามเฉลี่ย ฮามิลโทเนียนในสมการ (2.23) สามารถลดรูปได้โดยที่

$$H = \sum_{k,\sigma} (\xi(k) c_{k,\sigma}^+ c_{k,\sigma} + \Delta(k) c_{k,\sigma}^+ c_{k-Q,\sigma} + \bar{\Delta}(k) c_{k-Q,\sigma}^+ c_{k,\sigma}) - \sum_k \frac{|\Delta(k)|^2}{V \left\langle |f(k)|^2 \right\rangle} \quad (2.25)$$

และ $\Delta(k)$ เป็นไปตามสมการของเซลฟ์คอนซิสเทนซี (self-consistency) :

$$\Delta(k) = V f(k) \sum_{k',\sigma} f(k') \langle a_{k'-Q,\sigma}^+ a_{k',\sigma} \rangle \quad (2.26)$$

เขียนสมการฮามิลโทเนียนได้ใหม่เป็น

$$H = \sum_{k,\sigma} \Psi_\sigma^+(k) [\tilde{\xi}(k) \rho_3 + \eta(k) + \Delta(k) \rho_1] \Psi_\sigma(k) - \sum_k \frac{|\Delta(k)|^2}{V \left\langle |f(k)|^2 \right\rangle} \quad (2.27)$$

เมื่อ $\tilde{\xi}(k) = (\xi(k) - \xi(k-Q))/2$ และ $\eta(k) = (\xi(k) + \xi(k-Q))/2$, $\Psi_\sigma^+(k)$ และ $\Psi_\sigma(k)$ คือ spinor fields conjugate โดยที่ $\Psi_\sigma^+(k) = (c_{k,\sigma}^+, c_{k-Q,\sigma}^+)$ และในที่สุดจะสามารถเขียนฟังก์ชันกรีน ของ Nambu-Gor'kov ได้ดังสมการ

$$G^{-1}(\omega, k) = \omega - \xi(k) \rho_3 - \eta(k) - \Delta(k) \rho_1 \quad (2.28)$$

โดยที่ ρ_i คือ เมทริกซ์เพาลี โดยที่ $i=0,1,2,3$
เมื่อโพลของ $G(\omega,k)$ คือ พลังงานของกึ่งอนุภาค โดย

$$\omega = \eta(k) \pm \sqrt{\xi(k)^2 + \Delta(k)^2} \quad (2.29)$$

สามารถเขียนสมการความหนาแน่นสถานะได้เป็น

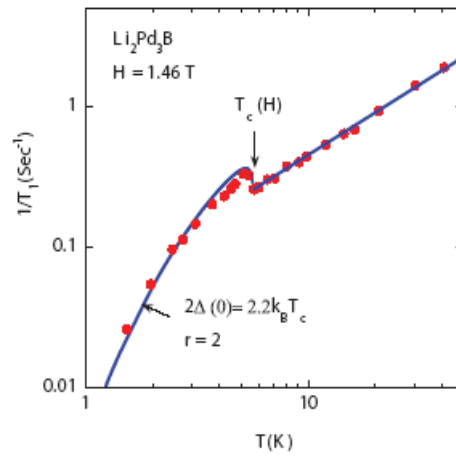
$$\frac{N(E)}{N_0} = \text{Re} \left\langle \frac{|E - \eta(k)|}{\sqrt{(E - \eta(k))^2 - \Delta^2(k)}} \right\rangle \quad (2.30)$$

เมื่อ $\langle \dots \rangle$ คือ ค่าเฉลี่ยบนพื้นผิวเฟอร์มิ, N_0 คือ ความหนาแน่นสถานะในสถานะนำปกติที่พลังงานผิวเฟอร์มิ เมื่อ $\eta(k)=0$ จะคล้ายกับการพิจารณาความหนาแน่นสถานะในกรณี $N(E)=N_0 g(E/\Delta)$ โดยที่

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{2}{\pi} x K(x) & , x < 1 \\ &= \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) & , x > 1 \end{aligned} \quad (2.31)$$

เมื่อ $K(x)$ คือ ฟังก์ชันอีลิปติก ชนิดที่ 1

ในปี ค.ศ. 2007 ปาร์คเกอร์และฮาสส์ (Parker; & Haas. 2007: 052501) ได้ศึกษาความหนาแน่นสถานะของตัวนำวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมชนิดต่างๆ โดยพิจารณาสมการอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ, $1/T_1$ ตามแบบทฤษฎี BCS เพื่อแสดงให้เห็นว่าในตัวนำวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมจะมีฟิสิกเกิดขึ้นที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต (T_c) ได้เช่นเดียวกับตัวนำวดยิ่งแบบดั้งเดิม ดังภาพประกอบ 23



ภาพประกอบ 23 แสดงถึงฟิคของ $1/T_1$ ในตัวนำยวดยิ่ง $\text{Li}_2\text{Pd}_3\text{B}$

ที่มา: Parker; & Haas. (2007). *Physical Review B*. 75(052501): 1.

เริ่มจากการพิจารณาสมการ

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = \int_0^{\infty} dE N^2(E) \text{sech}^2(E/2T)/2T \quad (2.32)$$

กำหนดให้ $F(E) = N(E) - 1$

และ $\int_0^{\infty} dE F^2(E) = 0$

เขียนสมการ (2.32) ใหม่ได้เป็น

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = \int_0^{\infty} dE (1 + 2F(E) + F^2(E)) \text{sech}^2(E/2T)/2T \quad (2.33)$$

พิจารณาสมการ (2.33) ทางขวามือทีละเทอม ดังนี้

พิจารณาเทอมที่ 1 $\int_0^{\infty} dE \text{sech}^2(E/2T)/2T$

กำหนดให้ $y = E / 2T$

จะได้
$$\int_0^{\infty} dE \operatorname{sech}^2(E / 2T) / 2T = \int_0^{\infty} dy \frac{2T \operatorname{sech}^2 y}{2T}$$
$$= 1$$

ดังนั้นเทอมที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1

พิจารณาเทอมที่ 2
$$\int_0^{\infty} dE 2F(E) \operatorname{sech}^2(E / 2T) / 2T$$

เมื่อมุมของ sech^2 มีค่าน้อยๆ จะได้ว่า sech^2 มีค่าเท่ากับ 1

จาก
$$\int_0^{\infty} dE F(E) = 0$$

จะได้
$$\int_0^{\infty} dE 2F(E) \operatorname{sech}^2(E / 2T) / 2T = 0$$

ดังนั้นเทอมที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0

พิจารณาเทอมที่ 3
$$\int_0^{\infty} dE F^2(E) \operatorname{sech}^2(E / 2T) / 2T \quad (2.34)$$

พิจารณาโดยใช้สมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากทฤษฎี BCS ที่มีรูปแบบดังนี้

$$N(E/\Delta) \equiv N(x) = \operatorname{Re} \left\langle \frac{x}{\sqrt{x^2 - f^2}} \right\rangle$$

เมื่อ $x = E / \Delta$

$\langle \dots \rangle$ คือ ค่าเฉลี่ยบนพื้นผิวเฟอร์มิ

f คือ ตัวแปรที่ขึ้นกับมุม

สำหรับงานวิจัยของปาร์คเกอร์และฮาส ได้พิจารณาฟิสิกโคเฮียเรนซ์ที่บริเวณใกล้ๆ อุณหภูมิวิกฤต (T_c) ที่เกิดจากความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม 3 กรณี คือ

1. ความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave) : พิจารณาเป็น 2 มิติ โดยที่ $\Delta(k) = \Delta_0 \sin \theta$
2. ความหนาแน่นสถานะของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase : พิจารณาเป็น 3 มิติ โดยที่ $\Delta(k) = \Delta_0 \sin \theta$
3. ความหนาแน่นสถานะของช่องว่างพลังงานที่มี Line-node : พิจารณาเป็น 3 มิติ

$$\text{โดยที่ } \Delta(k) = \Delta_0 \cos \theta$$

ในการคำนวณหาความหนาแน่นสถานะสามารถหาได้ดังนี้

กรณีตัวนำวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave)

กรณีตัวนำวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave) ได้ $f = \sin \theta$ และพิจารณาเป็น 2 มิติ
ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} N(E/\Delta) &\equiv N(x) = \text{Re} \left\langle \frac{x}{\sqrt{x^2 - f^2}} \right\rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{x}{\sqrt{x^2 - \sin^2 \theta}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2} \sin^2 \theta}} \end{aligned}$$

จาก
$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} = F(x, k) \text{ เมื่อ } k < 1$$

ดังนั้น
$$N(x) = \frac{1}{2\pi} F\left(2\pi, \frac{1}{x}\right)$$

โดยที่ $F(x, k)$ คือ Legendre elliptic integral ชนิดที่ 1

จากนิยาม $F(n\pi \pm \varphi, k) = 2nK(k) \pm F(\varphi, k)$

เมื่อ $K(k)$ คือ ฟังก์ชันอีลิปติก ชนิดที่ 1

เนื่องจาก $\varphi = 0$ และ $n = 2$ ดังนั้นจะได้

$$F\left(2\pi, \frac{1}{x}\right) = 4K\left(\frac{1}{x}\right), \frac{1}{x} < 1$$

จะได้

$$N(x) = \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right), x > 1$$

และจากนิยาม
$$K\left(\frac{1}{k}\right) = kK(k)$$

ดังนั้นจะได้

$$N(x) = \frac{2}{\pi} x K(x) \quad , x < 1$$

ดังนั้นความหนาแน่นสถานะที่คำนวณได้ คือ

$$N(x) = \frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \quad , x > 1 \quad (2.35)$$

$$= \frac{2}{\pi} x K(x) \quad , x < 1 \quad (2.36)$$

แทนค่าสมการ (2.35) และ (2.36) ลงใน (2.34) และกำหนดให้ $x = E/\Delta$ จะได้

$$\begin{aligned} \int_0^\infty dE F^2(E) \operatorname{sech}^2(E/2T) / 2T &= \frac{\Delta}{2T} \int_0^\infty dx (N(x)-1)^2 \\ &= \frac{\Delta}{2T} \left[\int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) - 1 \right)^2 + \int_1^\infty dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) - 1 \right)^2 \right] \\ &= 0.4743 \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase

กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase ได้ $f = \sin \theta$ และพิจารณาเป็น 3 มิติ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} N(E/\Delta) &\equiv N(x) = \operatorname{Re} \left\langle \frac{x}{\sqrt{x^2 - f^2}} \right\rangle \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi d\theta d\varphi \frac{x \sin \theta}{\sqrt{x^2 - \sin^2 \theta}} \\ &= \frac{x}{2} \int_0^\pi d\theta \frac{\sin \theta}{\sqrt{(x^2 - 1) + \cos^2 \theta}} \end{aligned}$$

กำหนดให้ $y = \cos \theta$ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{x}{2} \int_1^{-1} \frac{(-dy)}{\sin \theta} \frac{\sin \theta}{\sqrt{(x^2 - 1) + y^2}} \\ &= \frac{x}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{(x^2 - 1) + y^2}} \end{aligned}$$

จาก $\int \frac{dy}{\sqrt{y^2 + a^2}} = \ln(y + \sqrt{y^2 + a^2}) + c$ จะได้

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{x}{2} \ln(y + \sqrt{x^2 - 1 + y^2}) \Big|_{-1}^1 \\ &= \frac{x}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \end{aligned} \quad (2.38)$$

แทนค่าสมการ (2.38) ลงใน (2.34) และกำหนดให้ $x = E/\Delta$ จะได้

$$\begin{aligned} \int_0^\infty dE F^2(E) \text{sech}^2(E/2T) / 2T &= \frac{\Delta}{2T} \int_0^\infty dx (N(x) - 1)^2 \\ &= \frac{\Delta}{2T} \int_0^\infty dx \left(\frac{x}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 1 \right)^2 \\ &= \frac{\Delta}{2T} \left[\int_0^1 dx \left(\frac{x}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 1 \right)^2 + \int_1^\infty dx \left(\frac{x}{2} \ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right) - 1 \right)^2 \right] \\ &= 0.8224 \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \end{aligned} \quad (2.39)$$

กรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node

กรณีช่องว่างพลังงาน ที่มี line-node ได้ $f = \cos \theta$ และพิจารณาเป็น 3 มิติ
ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} N(E/\Delta) &\equiv N(x) = \text{Re} \left\langle \frac{x}{\sqrt{x^2 - f^2}} \right\rangle \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi d\theta d\varphi \frac{x \sin \theta}{\sqrt{x^2 - \cos^2 \theta}} \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi d\theta \frac{x \sin \theta}{\sqrt{x^2 - \cos^2 \theta}} \end{aligned}$$

กำหนดให้ $y = \cos \theta$ จะได้

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{-\sin \theta} \frac{x \sin \theta}{\sqrt{x^2 - y^2}} \\ &= \frac{x}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}} \end{aligned} \quad (2.40)$$

เนื่องจากที่ $|y| \leq 1$ จะทำให้สมการ (2.40) ใช้ได้เมื่อ $|x| \geq 1$

และสำหรับ $x \leq 1$ และ $x > y$ ก็จะทำให้สมการ (2.40) เป็นจริงได้

พิจารณาสมการ (2.40) สำหรับกรณี $x \geq 1$; $N(x) = \frac{x}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

จาก $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{x}{2} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}} \\ &= \frac{x}{2} \sin^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \end{aligned}$$

พิจารณาสมการ (2.40) สำหรับกรณี $x \leq 1$; $N(x) = \frac{x}{2} \int_{-x}^x \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$

$$\begin{aligned} N(x) &= \frac{x}{2} \int_{-x}^x \frac{dy}{\sqrt{x^2 - y^2}} \\ &= \frac{x}{2} \sin^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \Big|_{-x}^x \\ &= x \sin^{-1}(1) \end{aligned}$$

จาก $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ ดังนั้น $\sin^{-1}(1) = \frac{\pi}{2}$ จะได้

$$N(x) = \frac{\pi}{2} x$$

ดังนั้นความหนาแน่นสถานะที่คำนวณได้ คือ

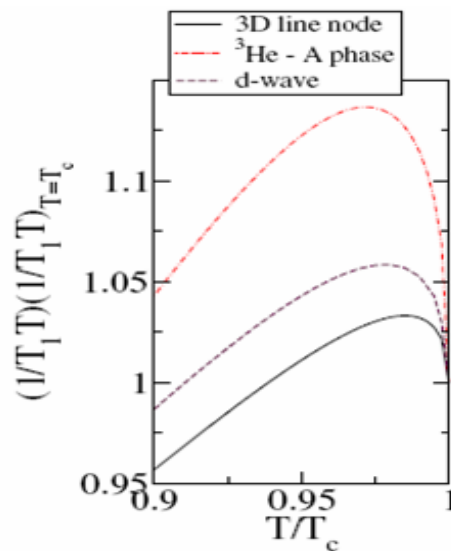
$$N(x) = \frac{\pi}{2} x, \quad x \leq 1 \quad (2.41)$$

$$= x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right), \quad x \geq 1 \quad (2.42)$$

แทนค่าสมการ (2.41) และ (2.42) ลงใน (2.34) และกำหนดให้ $x = E / \Delta$ จะได้

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} dE F^2(E) \operatorname{sech}^2(E / 2T) / 2T &= \frac{\Delta}{2T} \int_0^{\infty} dx (N(x) - 1)^2 \\ &= \frac{\Delta}{2T} \left[\int_0^1 dx \left(\frac{\pi}{2} x - 1 \right)^2 + \int_1^{\infty} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) - 1 \right)^2 \right] \\ &= 0.2773 \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \end{aligned} \quad (2.43)$$

นำสมการความหนาแน่นสถานะที่คำนวณได้ในแต่ละกรณีซึ่งได้แก่สมการ (2.37) (2.39) และ (2.43) แทนค่าลงในสมการ (2.33) เพื่อคำนวณหาสมการอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสเมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซของกรณีตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นดี กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase และกรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node ตามลำดับ หลังจากการคำนวณเชิงตัวเลขโดยใช้วิธีการประมาณต่างๆ พบว่าตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ดั้งเดิมทั้ง 3 กรณี จะมีพีคเล็กๆ เกิดขึ้นบริเวณอุณหภูมิวิกฤต ดังภาพประกอบ 24



ภาพประกอบ 24 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ดั้งเดิม ตามแบบจำลองของปาร์คเกอร์และฮาาส์

ที่มา: Parker; & Haas. (2007). *Physical Review B*. 75(052501): 2.

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยของ ปาร์คเกอร์และฮาาส์ (Parker; & Haas. 2007: 052501) ซึ่งได้ศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมชนิดต่างๆ ที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต โดยเริ่มจากการพิจารณาค่าความหนาแน่นสถานะตามแบบทฤษฎี BCS ภายใต้แรงควบคู่อย่างอ่อน เพื่อคำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง พบว่าตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมจะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้นที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต แต่วิธีการคิดของปาร์คเกอร์และฮาาส์ ใช้วิธีการประมาณ สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้ผู้วิจัยจะศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมให้ละเอียดยิ่งขึ้น โดยใช้วิธีการตามแบบจำลองของปาร์คเกอร์และฮาาส์ รวมถึงแบบจำลองของ ฮาเซกาวา (Hasegawa. 1996: 3131) ซึ่งศึกษาอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง โดยใช้การประมาณค่าสูงสุดของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งที่ควบคู่อย่างอ่อนแบบคลื่นเอส โดยผู้วิจัยจะพิจารณาจากความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม 3 กรณี คือ

- 1) ความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave)
- 2) ความหนาแน่นสถานะของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase แบบ 3 มิติ
- 3) ความหนาแน่นสถานะของช่องว่างพลังงาน แบบ 3 มิติ ที่มี line-node

ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยดังนี้

1. คำนวณหาความหนาแน่นสถานะแบบแม่นยำโดยใช้สมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากทฤษฎี BCS ที่มีรูปแบบดังนี้

$$N(\varepsilon) = \text{Re} \left\langle \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_k^2}} \right\rangle \quad (3.1)$$

เมื่อ	$N(\varepsilon)$	คือ ความหนาแน่นสถานะที่มีพลังงาน ε ในสถานะนำยวดยิ่ง
	$\langle \dots \rangle$	คือ ค่าเฉลี่ยบนพื้นผิวเฟอร์มิ
	ε	คือ พลังงานของอิเล็กตรอน
	Δ_k	คือ พังก์ชันช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและเลขคลื่น

2. คำนวณค่าของช่องว่างพลังงานและอุณหภูมิของตัวนำยิ่งยวดแบบไม่ดั้งเดิม โดยพิจารณาจากสมการช่องว่างพลังงานตามแบบทฤษฎี BCS ที่มีรูปแบบตามสมการ

$$\frac{2}{V} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{N(\varepsilon) \tanh\left(\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta_k^2(T)} / 2T\right)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta_k^2(T)}} \quad (3.2)$$

เมื่อ ω_D คือ ความถี่เดอบาย
 V คือ พลังงานศักย์ของคูคูเปอร์
 T คือ อุณหภูมิ

3. คำนวณหาสมาการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติ ต่อสถานะนำยิ่งยวด $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ ที่มีรูปแบบสมการดังนี้

จากสมการ

$$\frac{(T_1)_{normal}}{(T_1)_{super}} = 2 \int_0^{\omega_D} d\varepsilon \left(\frac{-\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) \left(\frac{N(\varepsilon)}{N_0} \right)^2$$

จัดรูปแบบสมการใหม่ จะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} = \int_0^{\omega_D} d\varepsilon N^2(\varepsilon) \operatorname{sech}^2(\varepsilon / 2T) / 2T \quad (3.3)$$

เมื่อ $1/(T_1 T)$ คือ อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสในสถานะนำยิ่งยวด
 $1/(T_1 T)|_{T=T_c}$ คือ อัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสในสถานะนำปกติ
 $f(\varepsilon)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงแบบเฟอร์มิของอนุภาคที่มีพลังงาน ε
 N_0 คือ ความหนาแน่นสถานะที่ระดับพลังงานเฟอร์มิในสถานะนำปกติ

4. นำผลการคำนวณที่ได้จากขั้นตอนที่สาม มาคำนวณเชิงตัวเลขแล้วนำเสนอข้อมูลที่สามารถคำนวณได้

การคำนวณหาความหนาแน่นสถานะแบบต่างๆ ที่มีผลต่อฟิสิกส์เฮยเรนซ์

เนื่องจากงานวิจัยนี้ จะพิจารณาฟิสิกส์เฮยเรนซ์ บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต (T_c) ที่เกิดจากความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม 3 กรณี คือ

1. ความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave) : พิจารณาเป็น 2 มิติ โดยมีสมการช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta_k = \Delta(T)\sin 2\theta$ และ $\Delta_k = \Delta(T)\cos 2\theta$

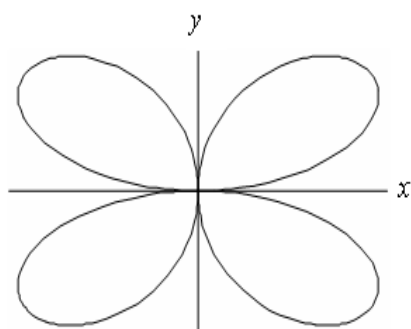
2. ความหนาแน่นสถานะของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase : พิจารณาเป็น 3 มิติ โดยมีสมการช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta_k = \Delta(T)\sin \theta$

3. ความหนาแน่นสถานะของช่องว่างพลังงานที่มี line-node : พิจารณาเป็น 3 มิติ โดยมีสมการช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta_k = \Delta(T)\cos \theta$

พิจารณาการคำนวณหาสมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากทฤษฎี BCS ตามสมการ (3.1) ดังนี้

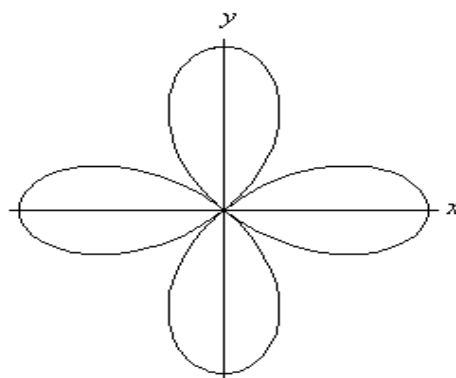
กรณีตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave)

สำหรับกรณีตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดีเป็นที่ทราบโดยทั่วไปว่าจะมีโมเมนตัมเชิงมุมลัพธ์เป็นสอง ($\ell=2$) และจะมีลักษณะของออร์บิทัลดังภาพประกอบ 25 โดยมีฟังก์ชันช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta_k = \Delta(T)\sin 2\theta$ และ $\Delta_k = \Delta(T)\cos 2\theta$ ตามลำดับ



ตัวนำยวดยิ่งชนิด d_{xy}

ฟังก์ชันช่องว่างพลังงาน $\Delta_k = \Delta(T)\sin 2\theta$



ตัวนำยวดยิ่งชนิด $d_{x^2-y^2}$

ฟังก์ชันช่องว่างพลังงาน $\Delta_k = \Delta(T)\cos 2\theta$

ภาพประกอบ 25 แสดงถึงลักษณะของออร์บิทัลของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี โดยมีฟังก์ชันช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta_k = \Delta(T)\sin 2\theta$ และ $\Delta_k = \Delta(T)\cos 2\theta$ แบบ 2 มิติ

เนื่องจากตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี เช่น $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ จะมีลักษณะการนำไฟฟ้าและโครงสร้างเป็นแบบ 2 มิติ ดังนั้นจะพิจารณาหาความหนาแน่นสถานะทั่วผิวเฟอร์มิแบบ 2 มิติ โดยมุม θ เป็นมุมที่กวาดไปบนระนาบใน 2 มิติ ดังสมการ

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \text{Re} \left\langle \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_k^2}} \right\rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2(T) \sin^2 2\theta}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon^2} \sin^2 2\theta}} \end{aligned}$$

กำหนดให้ $\theta' = 2\theta$

จะได้

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \frac{d\theta'}{\sqrt{1 - \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon^2} \sin^2 \theta'}} \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta'}{\sqrt{1 - \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon^2} \sin^2 \theta'}} \end{aligned}$$

จาก $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} = F(\theta, k) \quad , k < 1$

ดังนั้น $\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta'}{\sqrt{1 - \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon^2} \sin^2 \theta'}} = \frac{2}{\pi} F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\Delta(T)}{\varepsilon}\right) \quad , \frac{\Delta(T)}{\varepsilon} < 1$

โดยที่ $F(\theta, k)$ คือ ฟังก์ชันอีลิปติกเลอจองด์ ชนิดที่ 1 (Legendre elliptic integral of first kind)

จากนิยาม $F(n\pi \pm \phi, k) = 2nK(k) \pm F(\phi, k)$

เมื่อ $K(k)$ คือ ฟังก์ชันอีลิปติก ชนิดที่ 1 แบบสมบูรณ์ (Complete elliptic function of first kind) เนื่องจาก $\phi = 0$ และ $n = \frac{1}{2}$ จะได้

$$F\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\Delta(T)}{\varepsilon}\right) = K\left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon}\right) \quad , \varepsilon > \Delta(T)$$

ดังนั้น

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta'}{\sqrt{1 - \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon^2} \sin^2 \theta'}} = \frac{2}{\pi} K\left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon}\right) \quad , \varepsilon > \Delta(T)$$

และจากนิยาม $K\left(\frac{1}{k}\right) = kK(k)$, $k > 1$ จะได้

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta'}{\sqrt{1 - \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon^2} \sin^2 \theta'}} = \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} K\left(\frac{\varepsilon}{\Delta(T)}\right) \quad , \varepsilon < \Delta(T)$$

ดังนั้นความหนาแน่นสถานะที่ได้ คือ

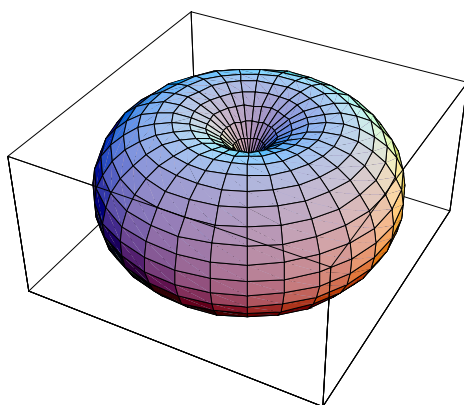
$$N(\varepsilon) = \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} K\left(\frac{\varepsilon}{\Delta(T)}\right) \quad , \varepsilon < \Delta(T) \quad (3.4)$$

$$= \frac{2}{\pi} K\left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon}\right) \quad , \varepsilon > \Delta(T) \quad (3.5)$$

สมการ (3.4) และ (3.5) คือสมการความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดีโดยมีค่าขึ้นกับพลังงานของอิเล็กตรอน (ε) และขนาดของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ($\Delta(T)$) และอยู่ในรูปของฟังก์ชันอิลลิปติก ชนิดที่ 1 แบบสมบูรณ์

กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase

เนื่องจากของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase มีระบบกลไกคล้ายกับตัวนำยวดยิ่งซึ่งเป็นอนุภาคแบบเฟอร์มิออน ในการพิจารณาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งจึงสามารถใช้วิธีเช่นเดียวกับตัวนำยวดยิ่งได้ สมบัติของ ^3He คือ มีจุดเปลี่ยนเฟสที่อุณหภูมิประมาณ 2-3 มิลลิเคลวิน จาก ^3He ในสภาพปกติ ไปเป็น ^3He ที่อยู่ในสภาพของไหลยวดยิ่ง และจะเกิดสถานะของสปินแบบทริปเลตด้วยโมเมนตัมเชิงมุมที่มีออร์บิทัล ดังภาพประกอบ 26 โดยมีฟังก์ชันช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta_k = \Delta(T) \sin \theta$ มุม θ เป็นมุมที่กวาดไปบนระนาบใน 3 มิติ



ภาพประกอบ 26 แสดงถึงลักษณะของออร์บิทัลของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase แบบ 3 มิติ

พิจารณาความหนาแน่นสถานะทั่วผิวเฟอร์มิแบบ 3 มิติ ดังสมการ

$$\begin{aligned}
 N(\varepsilon) &= \text{Re} \left\langle \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_k^2}} \right\rangle \\
 &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi d\theta d\varphi \frac{\varepsilon \sin \theta}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2(T) \sin^2 \theta}} \\
 &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_0^\pi d\theta \frac{\sin \theta}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - \sin^2 \theta}} \\
 &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_0^\pi d\theta \frac{\sin \theta}{\sqrt{\left(\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - 1\right) + \cos^2 \theta}}
 \end{aligned}$$

กำหนดให้ $y = \cos \theta$ จะได้

$$\begin{aligned}
 N(\varepsilon) &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_1^{-1} \frac{(-dy)}{\sin \theta} \frac{\sin \theta}{\sqrt{\left(\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - 1\right) + y^2}} \\
 &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{\left(\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - 1\right) + y^2}}
 \end{aligned}$$

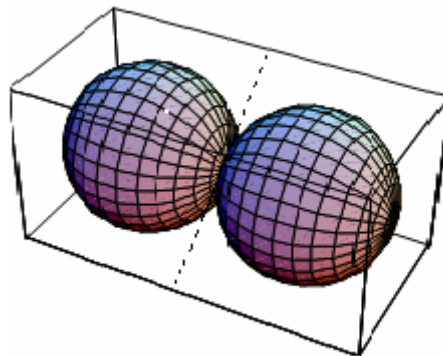
จาก $\int \frac{dy}{\sqrt{y^2 + a^2}} = \ln(y + \sqrt{y^2 + a^2}) + c$ จะได้

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \ln \left(y + \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - 1 + y^2} \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \ln \left(\frac{\Delta(T) + \varepsilon}{\Delta(T) - \varepsilon} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

สมการ (3.6) คือสมการความหนาแน่นสถานะของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase โดยมีค่าขึ้นกับพลังงานของอิเล็กตรอน และขนาดของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

กรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node

สำหรับกรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node จะศึกษาจากตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี ซึ่งเป็นที่ทราบโดยทั่วกันว่าตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพีจะมีโมเมนต์เชิงมุมลัพธ์เป็นหนึ่ง ($\ell=1$) และจะมีลักษณะของออร์บิทัลดังภาพประกอบ 27 จุดเชื่อมต่อของออร์บิทัลที่ประกบกันดังที่แสดงเป็นเส้นปะคือบริเวณที่หาค่าไม่ได้ หรือเป็นบริเวณที่เกิดซิงกูลาริตี (singularity) ซึ่งจะเกิดบริเวณที่หาค่าไม่ได้ขึ้น เรียกเส้นที่เป็นขอบเขตของบริเวณที่หาค่าไม่ได้นี้ว่า line-node โดยมีฟังก์ชันช่องว่างพลังงานเป็น $\Delta_k = \Delta(T) \cos \theta$



ภาพประกอบ 27 แสดงถึงลักษณะของออร์บิทัลของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี โดยมีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node

พิจารณาความหนาแน่นสถานะทั่วผิวเฟอร์มิแบบ 3 มิติ ดังสมการ

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \text{Re} \left\langle \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_k^2}} \right\rangle \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi d\theta d\varphi \frac{\varepsilon \sin \theta}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2(T) \cos^2 \theta}} \\ &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_0^\pi d\theta \frac{\sin \theta}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - \cos^2 \theta}} \end{aligned}$$

กำหนดให้ $y = \cos \theta$ จะได้

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_1^{-1} \frac{dy}{-\sin \theta} \frac{\sin \theta}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - y^2}} \\ &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_1^{-1} \frac{dy}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - y^2}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

เนื่องจากที่ $|y| \leq 1$ จะทำให้สมการ (3.7) ใช้ได้เมื่อ $\left| \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \right| \geq 1$

และสำหรับ $\left| \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \right| \leq 1$ และ $\left| \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \right| \geq y$ ก็จะทำให้สมการ (3.7) เป็นจริงได้

พิจารณาสมการ (3.7) สำหรับกรณี $\left| \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \right| \geq 1$;

จะได้

$$N(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_{-1}^1 \frac{dy}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - y^2}}$$

จาก $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \sin^{-1} \frac{u}{a} + c$ จะได้

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \sin^{-1} \left(\frac{y}{\varepsilon / \Delta(T)} \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \sin^{-1} \left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon} \right) \end{aligned}$$

พิจารณาสมการ (3.7) สำหรับกรณี $\left| \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \right| \leq 1$;

จะได้

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \int_{-\varepsilon/\Delta(T)}^{\varepsilon/\Delta(T)} \frac{dy}{\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{\Delta^2(T)} - y^2}} \\ &= \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \sin^{-1} \left(\frac{y}{\varepsilon / \Delta(T)} \right) \Bigg|_{-\varepsilon/\Delta(T)}^{\varepsilon/\Delta(T)} \\ &= \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \sin^{-1}(1) \end{aligned}$$

จาก $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ ดังนั้น $\sin^{-1} 1 = \frac{\pi}{2}$ จะได้

$$N(\varepsilon) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \right)$$

สำหรับความหนาแน่นสถานะที่ได้ คือ

$$N(\varepsilon) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \right) \quad , \varepsilon \leq \Delta(T) \quad (3.8)$$

$$= \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \sin^{-1} \left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon} \right) \quad , \varepsilon \geq \Delta(T) \quad (3.9)$$

สมการ (3.8) และ (3.9) คือสมการความหนาแน่นสถานะของตัวนำวดยิ่งกรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node โดยมีค่าขึ้นกับพลังงานของอิเล็กตรอน และขนาดของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

การคำนวณค่าของช่องว่างพลังงานและอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม

ในการคำนวณค่าของช่องว่างพลังงานและอุณหภูมิ จะพิจารณาจากสมการช่องว่างพลังงานตามแบบทฤษฎี BCS ที่มีรูปแบบตามสมการ (3.2)

$$\frac{2}{V} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{N(\varepsilon) \tanh\left(\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta_k^2(T)} / 2T\right)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta_k^2(T)}}$$

เมื่อ $N(\varepsilon)$ คือความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งแบบต่างๆ ตามที่คำนวณได้ในหัวข้อ 3.1

การคำนวณค่าของอุณหภูมิ จะพิจารณาโดยใช้เงื่อนไขที่ $T = T_c$ และ $T = 0$ ดังนี้

พิจารณาที่ $T = T_c$ จะได้ $\Delta(T) = 0$ เมื่อแทนค่าความหนาแน่นสถานะลงในสมการ (3.2) จะได้

$$\frac{2}{V} = \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T_c}\right) \quad (3.10)$$

พิจารณาที่ $T = 0$ โดยที่ $\Delta(T) = \Delta(0)$ และใช้การประมาณ $\tanh x \cong 1$ เมื่อ $x > 1$ แทนค่าความหนาแน่นสถานะลงในสมการ (3.2) จะได้

$$\frac{2}{V} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{N(\varepsilon)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(0)}} \quad (3.11)$$

การคำนวณสมการช่องว่างพลังงาน $\Delta(T)$ จะพิจารณาโดยใช้เงื่อนไขที่ $T = 0$ ซึ่งจะมีรูปแบบตามสมการ (3.11) และพิจารณาที่อุณหภูมิใดๆ ดังนี้

พิจารณาที่อุณหภูมิใดๆ จะได้สมการช่องว่างพลังงานตามแบบทฤษฎี BCS ที่มีรูปแบบตามสมการ

$$\frac{2}{V} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \frac{N(\varepsilon) \tanh\left(\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)} / 2T\right)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2(T)}} \quad (3.12)$$

โดยที่สมการ (3.10) และ (3.11) เป็นสมการที่ใช้คำนวณค่าอุณหภูมิซึ่งมีค่าขึ้นกับค่าช่องว่างพลังงาน $\Delta(0)$ ส่วนสมการ (3.11) และ (3.12) เป็นสมการที่ใช้หาค่า $\Delta(T)$ จากนั้นเราจะใช้สมการ (3.10) - (3.12) คำนวณค่าอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งต่อไป

การคำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง

ในการคำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง จะเริ่มพิจารณาจากสมการ (3.3) โดยนำผลการคำนวณความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งแบบต่างๆ ดังแสดงในหัวข้อ 3.1 มาแทนค่าดังต่อไปนี้

กรณีตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave)

พิจารณาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง ตามสมการ

$$\frac{(T_1T)^{-1}}{(T_1T)^{-1}}_{|T=T_c} = \int_0^{\omega_p} d\varepsilon N^2(\varepsilon) \text{sech}^2(\varepsilon/2T)/2T$$

แทนค่าความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดีที่คำนวณได้ตามสมการ (3.3) และ (3.4) ลงในสมการข้างบน จะได้

$$\frac{(T_1T)^{-1}}{(T_1T)^{-1}}_{|T=T_c} = \int_0^{\Delta(T)} \frac{d\varepsilon}{2T} \left(\frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} K\left(\frac{\varepsilon}{\Delta(T)}\right) \right)^2 \text{sech}^2\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right) + \int_{\Delta(T)}^{\omega_p} \frac{d\varepsilon}{2T} \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon}\right) \right)^2 \text{sech}^2\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right)$$

กำหนดให้ $x = \varepsilon / \Delta(T)$ จะได้

$$\frac{(T_1T)^{-1}}{(T_1T)^{-1}}_{|T=T_c} = \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \text{sech}^2\left(\frac{\Delta(T)x}{2T}\right) + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_p/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \text{sech}^2\left(\frac{\Delta(T)x}{2T}\right)$$

จาก $\text{sech}^2 x = 1 - \tanh^2 x$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \end{aligned}$$

จากสมการข้างบน จะใช้การประมาณ $\tanh x \cong x$, $x < 1$ และ $\tanh \cong 1$, $x > 1$ และพิจารณาโดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ กรณี $\Delta(T) < 2T$ และกรณี $\Delta(T) > 2T$

พิจารณากรณี $\Delta(T) < 2T$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &\cong \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right)^2 \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right)^2 \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \end{aligned}$$

สำหรับเทอมสุดท้าย ถ้าใช้การประมาณตามข้อกำหนดข้างบน เทอมนี้จะมีค่าเป็นศูนย์ เพื่อต้องการเก็บรายละเอียดของการคำนวณมากยิ่งขึ้น ดังนั้นจะกำหนดให้

$$\frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) = a$$

เมื่อ a คือ ค่าคงตัว ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^1 dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \right] + a \end{aligned} \quad (3.13)$$

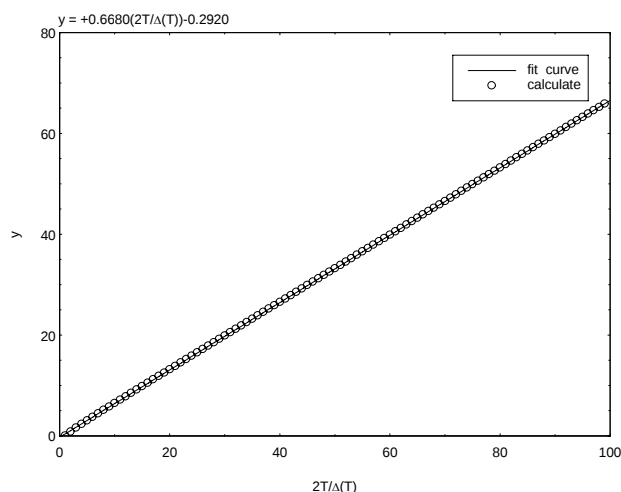
พิจารณาสมการ (3.13) จากการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรมแมททิแมติกา (Mathematica) เวอร์ชัน 5.1 ที่ละเทอมดังนี้

เทอม
$$\frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 = (0.6424) \frac{\Delta(T)}{2T}$$

เทอม
$$\left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^1 dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \right] = (0.4534) \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3$$

เทอม
$$\frac{\Delta(T)}{2T} \left\{ \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \right] \right\} \cong 0.6680 - 0.2920 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)$$

สำหรับเทอมนี้ได้จากการพิจารณาช่วงของเส้นโค้งที่เหมาะสม (fit curve) ด้วยวิธีการเลือกใช้ค่า ยกกำลังสองที่น้อยที่สุด (least square) ดังแสดงในภาพประกอบ 28



ภาพประกอบ 28 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $2T/\Delta(T)$ กับ y โดยที่

$$y = \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \right]$$

เขียนสมการ (3.13) ใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} &= 0.6424 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 + 0.6680 - 0.2920 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) + a \\ &= (0.6680 + a) + 0.3504 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3\end{aligned}\quad (3.14)$$

สำหรับกรณี $\Delta(T) > 2T$ จะได้

$$\begin{aligned}\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} &\cong \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right)\end{aligned}\quad (3.15)$$

สำหรับสองเทอมสุดท้าย ถ้าใช้การประมาณตามข้อกำหนดข้างบน จะมีค่าเป็นศูนย์ เพื่อต้องการเก็บรายละเอียดของการคำนวณมากยิ่งขึ้น ดังนั้นจะกำหนดให้

$$\begin{aligned}&\frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} K\left(\frac{1}{x}\right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\ &= b \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\alpha + c\end{aligned}$$

เมื่อ b, c และ α คือ ค่าคงตัว

จากสมการ (3.15) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \right] \\ &\quad + b \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\alpha + c\end{aligned}\quad (3.16)$$

พิจารณาสมการ (3.16) โดยใช้การพิจารณากระจายเทอมนี้แบบอนุกรมเทเลอร์ รอบจุด $\frac{2T}{\Delta(T)} = 0$ ที่ละเทอมดังนี้

$$\text{เทอม} \quad \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^{2T/\Delta(T)} \int_0^1 dx \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \cong \frac{1}{3} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4$$

$$\text{เทอม} \quad \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^1 dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \right] \cong \frac{1}{5} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + \frac{1}{14} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4$$

แทนค่าลงในสมการ (3.16) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} &= \frac{1}{3} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + \frac{1}{10} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 - \frac{1}{5} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 - \frac{1}{14} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + b \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\alpha + c \\ &= 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + b \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\alpha + c \end{aligned} \quad (3.17)$$

ดังนั้นจากการคำนวณสามารถหาค่า $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ ได้สองสมการดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} &= (0.6680 + a) + 0.3504 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta(T) < 2T \\ &= 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + b \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\alpha + c, \Delta(T) > 2T \end{aligned}$$

เนื่องจากค่า $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ ที่ $T = T_c$ จะต้องมิต่ำเท่ากับ 1 และที่ $T = 0$ จะต้องมิต่ำเป็นศูนย์

รวมถึงสมการทั้งสองจะต้องมีความต่อเนื่องที่จุดเปลี่ยน ดังนั้นจะพิจารณาโดยใช้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$1. \text{ ที่ } T = T_c \text{ ซึ่ง } \Delta(T) \rightarrow 0 \text{ จะได้ } \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} = 1$$

จากสมการ (3.14) จะได้ $0.6680 + a = 1$

$$\text{ได้} \quad a = 0.3320$$

เขียนสมการ (3.14) ได้ใหม่เป็น

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 1 + 0.3504 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \quad (3.18)$$

2. ที่ $T=0$ กำหนดให้ $c = 0$ จะได้ $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 0$

3. ที่ $\Delta(T)=2T$ จะต้องมีความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ดังนั้นจะได้สมการ (3.17) เท่ากับ (3.18)

$$\begin{aligned} 0.1333 + 0.0286 + b &= 1 + 0.3504 - 0.4534 \\ \text{ได้} \quad b &= 0.7351 \end{aligned}$$

ดังนั้นสำหรับกรณี $\Delta(T) > 2T$ จะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 0.7351 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\alpha + 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 \quad (3.19)$$

4. พิจารณาโดยใช้เงื่อนไขความต่อเนื่องของอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ที่ $\Delta(T) = 2T$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dT} \left[1 + 0.3504 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \right] \\ = -\frac{0.3504}{T} \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) + \frac{1.3602}{T} \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dT} \left[0.7351 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\alpha + 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 \right] \\ = \frac{0.7351\alpha}{T} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\alpha + \frac{0.2666}{T} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + \frac{0.1144}{T} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 \end{aligned} \quad (3.21)$$

ที่ $\Delta(T) = 2T$ จะได้สมการ (3.20) เท่ากับ (3.21) ดังนี้

$$\begin{aligned} -0.3504 + 1.3602 &= 0.7351\alpha + 0.2666 + 0.1144 \\ \alpha &= 0.86 \end{aligned}$$

ในที่สุดจะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} = 1 + 0.3504 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta(T) < 2T \quad (3.22)$$

$$= 0.7351 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{0.86} + 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4, \Delta(T) > 2T \quad (3.23)$$

สมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำ ยวดยิ่งของกรณีตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดีจะมีรูปแบบตามสมการ (3.22) และ (3.23) โดยมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิและขนาดของช่องว่างพลังงาน

กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase

พิจารณาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง ตามสมการ

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} = \int_0^{\omega_D} d\varepsilon N^2(\varepsilon) \text{sech}^2(\varepsilon / 2T) / 2T$$

แทนค่าความหนาแน่นสถานะของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase ที่คำนวณได้ตามสมการ (3.5) ลงในสมการข้างบน จะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} = \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{2T} \left(\frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \ln \left(\left| \frac{\Delta(T) + \varepsilon}{\Delta(T) - \varepsilon} \right| \right) \right)^2 \text{sech}^2 \left(\frac{\varepsilon}{2T} \right)$$

แทนค่า $x = \varepsilon / \Delta(T)$ จะได้

$$\begin{aligned}
 \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \int_0^{\omega_D / \Delta(T)} \frac{\Delta(T)}{2T} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\left| \frac{1+x}{1-x} \right| \right) \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \\
 &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \\
 &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D / \Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \\
 &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\
 &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D / \Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

จากสมการข้างบน จะใช้การประมาณ $\tanh x \cong x$, $x < 1$ และ $\tanh \cong 1$, $x > 1$ และพิจารณาโดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ กรณี $\Delta(T) < 2T$ และกรณี $\Delta(T) > 2T$

พิจารณากรณี $\Delta(T) < 2T$ จะได้

$$\begin{aligned}
 \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right)^2 \right) \\
 &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right)^2 \right) \\
 &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D / \Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right)
 \end{aligned}$$

สำหรับเทอมสุดท้าย ถ้าใช้การประมาณตามข้อกำหนดข้างบน เทอมนี้จะมีค่าเป็นศูนย์ เพื่อต้องการเก็บรายละเอียดของการคำนวณมากยิ่งขึ้น จะกำหนดให้

$$\frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D / \Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) = d$$

เมื่อ d คือ ค่าคงตัว ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^1 dx \left[x^2 \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \right] + d \end{aligned} \quad (3.25)$$

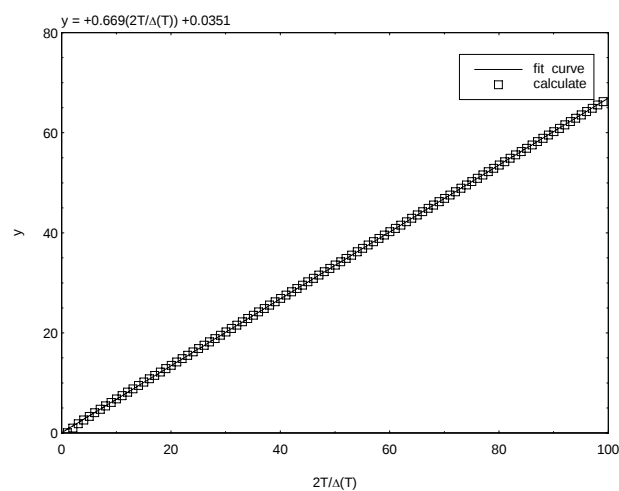
พิจารณาสมการ (3.25) จากการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรมแมททิแมติกา (Mathematica) เวอร์ชัน 5.1 ที่ละเทอมดังนี้

เทอม $\frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 = (0.6075) \frac{\Delta(T)}{2T}$

เทอม $\left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^1 dx \left[x^2 \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \right] = (0.4978) \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3$

เทอม $\frac{\Delta(T)}{2T} \left\{ \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \right] \right\} \cong 0.6690 + 0.0351 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)$

สำหรับเทอมนี้ได้จากการพิจารณาช่วงของเส้นโค้งที่เหมาะสมด้วยวิธีการเลือกใช้ค่ายกกำลังสองที่น้อยที่สุด ดังภาพประกอบ 29



ภาพประกอบ 29 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $2T/\Delta(T)$ กับ y โดยที่

$$\int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \right]$$

เขียนสมการ (3.25) ได้ใหม่เป็น

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= 0.6075 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4978 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 + 0.6690 + 0.0351 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) + d \\ &= (0.6690 + d) + 0.6426 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4978 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \end{aligned} \quad (3.26)$$

สำหรับกรณี $\Delta(T) > 2T$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 + \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^1 dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^1 dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\ + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{x-1} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) = e \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\beta + f \end{aligned}$$

เมื่อ e , f และ β คือ ค่าคงตัว ดังนั้นจากสมการ (3.27) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \\ &\quad - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \right] + e \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\beta + f \end{aligned} \quad (3.28)$$

พิจารณาสมการ (3.28) โดยกระจายเทอมนี้แบบอนุกรมเทเลอร์รอบจุด $\frac{2T}{\Delta(T)} = 0$ ที่ละเทอมดังนี้

$$\text{เทอม} \quad \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^{\frac{2T}{\Delta(T)}} dx \left(\frac{x}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) \right)^2 \cong \frac{1}{5} \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^4 + \frac{2}{21} \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^6$$

$$\text{เทอม} \quad \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^a dx \left[x^2 \left(\frac{2}{\pi} x K(x) \right)^2 \right] \cong \frac{1}{7} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + \frac{2}{27} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^6$$

แทนค่าลงในสมการ (3.28) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} &= \frac{1}{5} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + \frac{2}{21} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^6 - \frac{1}{7} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 - \frac{2}{27} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^6 + e \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\beta + f \\ &= 0.0571 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + 0.0212 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 + e \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^\beta + f \end{aligned} \quad (3.29)$$

ดังนั้นจากการคำนวณสามารถหาค่า $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ ได้สองสมการดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} &= (0.6690 + d) + 0.6426 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4978 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta(T) < 2T \\ &= 0.0571 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^4 + 0.0212 \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^6 + e \left(\frac{2T}{\Delta} \right)^\beta + f, \Delta(T) > 2T \end{aligned}$$

ต่อไปจะพิจารณาโดยใช้เงื่อนไขตามที่กล่าวมาแล้ว ดังนี้

$$1. \text{ ที่ } T = T_c \quad \text{โดย } \Delta(T) \rightarrow 0 \quad \text{จะได้} \quad \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} = 1$$

$$\text{จากสมการ (3.26) จะได้} \quad d + 0.6690 = 1$$

$$\text{ได้} \quad d = 0.3310$$

เขียนสมการ (3.26) ใหม่เป็น

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 1 + 0.6426 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4978 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \quad (3.30)$$

2. ที่ $T=0$ กำหนดให้ $f = 0$ จะได้ $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 0$

3. ที่ $\Delta(T) = 2T$ จะต้องมีความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ดังนั้นจะได้สมการ (3.29) เท่ากับ (3.30)

$$\begin{aligned} 0.0571 + 0.0212 + e &= 1 + 0.6426 - 0.4978 \\ \text{จะได้} \quad e &= 1.0665 \end{aligned}$$

ดังนั้นสำหรับกรณี $\Delta(T) > 2T$ จะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 1.0665 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\beta + 0.0571 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + 0.0212 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^6 \quad (3.31)$$

4. พิจารณาโดยใช้เงื่อนไขความต่อเนื่องของอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่ $\Delta(T) = 2T$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dT} \left[1 + 0.6426 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4978 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \right] \\ = -\frac{0.6426}{T} \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) + \frac{1.4934}{T} \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dT} \left[1.0665 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\beta + 0.0571 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + 0.0212 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^6 \right] \\ = \frac{1.0665\beta}{T} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\beta + \frac{0.2284}{T} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + \frac{0.1272}{T} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^6 \end{aligned} \quad (3.33)$$

ที่ $\Delta(T) = 2T$ จะได้สมการ (3.32) เท่ากับ (3.33) ดังนี้

$$\begin{aligned} -0.6426 + 1.4934 &= 1.0665\beta + 0.2284 + 0.1272 \\ 1.0665\beta &= 0.4952 \\ \beta &= 0.46 \end{aligned}$$

ในที่สุดจะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 1 + 0.6426 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4978 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta(T) < 2T \quad (3.34)$$

$$= 1.0665 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{0.46} + 0.0571 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + 0.0212 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^6, \Delta(T) > 2T \quad (3.35)$$

สมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยิ่งยวดยิ่งของกรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase จะมีรูปแบบตามสมการ (3.34) และ (3.35) โดยมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิและขนาดของช่องว่างพลังงาน

กรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node

พิจารณาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยิ่งยวดยิ่ง ตามสมการ

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = \int_0^{\omega_D} d\varepsilon N^2(\varepsilon) \text{sech}^2(\varepsilon / 2T) / 2T$$

แทนค่าความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งกรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node ที่คำนวณได้ตามสมการ (3.7) และ (3.8) ลงในสมการข้างบน จะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = \int_0^{\Delta(T)} \frac{d\varepsilon}{2T} \left(\frac{\pi \varepsilon}{2\Delta(T)} \right)^2 \text{sech}^2 \left(\frac{\varepsilon}{2T} \right) + \int_{\Delta(T)}^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{2T} \left(\frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \sin^{-1} \left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon} \right) \right)^2 \text{sech}^2 \left(\frac{\varepsilon}{2T} \right)$$

แทนค่า $x = \varepsilon / \Delta(T)$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \int_0^1 \frac{\Delta(T)}{2T} dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \text{sech}^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \\ &\quad + \int_1^{\omega_D/\Delta(T)} \frac{\Delta(T)}{2T} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \text{sech}^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.36)$$

จากสมการข้างบน จะใช้การประมาณ $\tanh x \cong x$, $x < 1$ และ $\tanh \cong 1$, $x > 1$ และพิจารณา
โดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ กรณี $\Delta(T) < 2T$ และกรณี $\Delta(T) > 2T$

พิจารณากรณี $\Delta(T) < 2T$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &\cong \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right)^2 \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \left(1 - \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right)^2 \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \end{aligned}$$

สำหรับเทอมสุดท้าย ถ้าใช้การประมาณตามข้อกำหนดข้างบน จะมีค่าเป็นศูนย์ เพื่อต้องการเก็บ
รายละเอียดของการคำนวณมากยิ่งขึ้น ดังนั้นจะกำหนดให้

$$\frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) = h$$

เมื่อ h คือ ค่าคงตัว ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^1 dx \left[x^2 \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \right] + h \end{aligned} \quad (3.37)$$

พิจารณาสมการ (3.37) คำนวณเชิงตัวเลขที่ละเทอมดังนี้

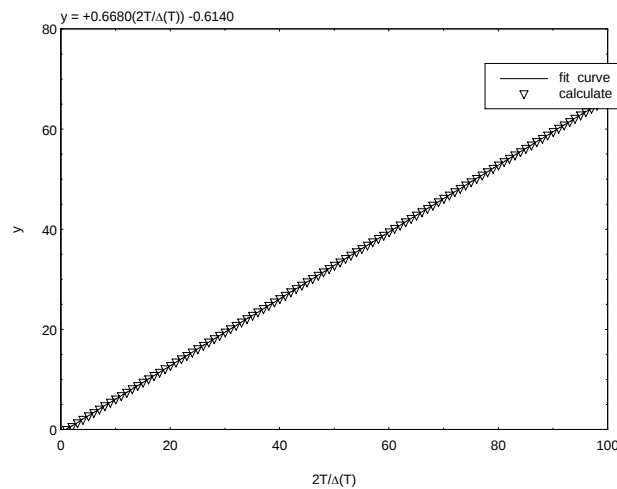
$$\text{เทอม} \quad \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^1 dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 = (0.8225) \frac{\Delta(T)}{2T}$$

$$\text{เทอม} \quad \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^1 dx \left[x^2 \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \right] = (0.4935) \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3$$

เทอม

$$\frac{\Delta(T)}{2T} \left\{ \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \right] \right\} \cong 0.6680 - 0.6140 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)$$

สำหรับเทอมนี้ได้จากการพิจารณาช่วงของเส้นโค้งที่เหมาะสมด้วยวิธีการเลือกใช้ค่ายกกำลังที่น้อยที่สุด ดังภาพประกอบ 30



ภาพประกอบ 30 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $2T/\Delta(T)$ กับ y โดยที่

$$\int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^2 \int_1^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \right]$$

แทนค่าลงในสมการ (3.37) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= 0.8225 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4935 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 + 0.6680 - 0.6140 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) + h \\ &= (0.6680 + h) + 0.2085 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4935 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3\end{aligned}\quad (3.38)$$

สำหรับกรณี $\Delta(T) > 2T$ จะได้

$$\begin{aligned}\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^1 dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\ &\quad + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right)\end{aligned}\quad (3.39)$$

สำหรับสองเทอมสุดท้าย ถ้าใช้การประมาณตามข้อกำหนดข้างบน จะมีค่าเป็นศูนย์ เพื่อต้องการเก็บรายละเอียดของการคำนวณมากยิ่งขึ้น ดังนั้นจะกำหนดให้

$$\begin{aligned}\frac{\Delta(T)}{2T} \int_{2T/\Delta(T)}^1 dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) \\ + \frac{\Delta(T)}{2T} \int_1^{\omega_D/\Delta(T)} dx \left(x \sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 \left(1 - \tanh^2 \left(\frac{\Delta(T)x}{2T} \right) \right) = j \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\gamma + k\end{aligned}$$

เมื่อ j, k และ γ คือ ค่าคงตัว จากสมการ (3.39) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} &= \frac{\Delta(T)}{2T} \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 - \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \int_0^{2T/\Delta(T)} dx \left[x^2 \left(\frac{\pi}{2} x \right)^2 \right] + j \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\gamma + k \\ &= \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 - \frac{\pi^2}{20} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + j \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\gamma + k \\ &= 0.3290 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + j \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\gamma + k\end{aligned}\quad (3.40)$$

ดังนั้นจากการคำนวณสามารถหาค่า $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c}$ ได้สองสมการดังนี้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} = (0.6680 + h) + 0.2085 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4935 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta(T) < 2T$$

$$= 0.3290 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + j \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{\gamma} + k, \Delta(T) > 2T$$

ต่อไปจะพิจารณาโดยใช้เงื่อนไขตามที่กล่าวมาแล้ว ดังนี้

$$1. \text{ ที่ } T = T_c \text{ โดย } \Delta(T) \rightarrow 0 \text{ จะได้ } \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} = 1$$

$$\text{จากสมการ (3.38) จะได้ } 0.6680 + h = 1$$

$$\text{ได้ } h = 0.3320$$

เขียนสมการ (3.38) ใหม่เป็น

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} = 1 + 0.2085 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4935 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \quad (3.41)$$

$$2. \text{ ที่ } T = 0 \text{ กำหนดให้ } k = 0 \text{ จะได้ } \frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} = 0$$

$$3. \text{ ที่ } \Delta(T) = 2T \text{ จะได้สมการ (3.40) เท่ากับ (3.41)}$$

$$0.3290 + j = 1 + 0.2085 - 0.4935$$

$$j = 0.3860$$

ดังนั้นสำหรับกรณี $\Delta(T) > 2T$ จะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}}_{|T=T_c} = 0.3860 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{\gamma} + 0.3290 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 \quad (3.42)$$

4. พิจารณาโดยใช้เงื่อนไขความต่อเนื่อง โดยอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ที่ $\Delta(T)=2T$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dT} \left[1 + 0.2085 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4935 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \right] \\ = -\frac{0.2085}{T} \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) + \frac{1.4805}{T} \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3 \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dT} \left[0.3860 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\gamma + 0.3290 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 \right] \\ = \frac{0.3860\gamma}{T} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^\gamma + \frac{0.6580}{T} \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.44)$$

ที่ $\Delta(T)=2T$ จะได้สมการ (3.43) เท่ากับ (3.44) ดังนี้

$$\begin{aligned} -0.2085 + 1.4805 &= 0.3860\gamma + 0.6580 \\ \gamma &= 1.59 \end{aligned}$$

ในที่สุดจะได้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 1 + 0.2085 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4935 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta(T) < 2T \quad (3.45)$$

$$= 0.3860 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{1.59} + 0.3290 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2, \Delta(T) > 2T \quad (3.46)$$

สมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยิ่งยวดของตัวนำยิ่งยวดกรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node จะมีรูปแบบตามสมการ (3.45) และ (3.46) โดยมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิและขนาดของช่องว่างพลังงาน

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยที่ดำเนินตามขั้นตอนในบทที่ 3 เป็นการคำนวณหาสมการความหนาแน่นสถานะแบบแม่นยำ และคำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง เพื่อศึกษาลักษณะของสมการโดยใช้การประมาณและเงื่อนไขขอบเขตเข้าช่วย ในการคำนวณพบว่าได้สมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งที่มีรูปแบบอย่างง่ายโดยรูปในรูปสัดส่วนของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ($\Delta(T)$) และอุณหภูมิที่ยกกำลังต่างๆ ซึ่งบทนี้จะนำสมการที่ได้มาคำนวณเพื่อตรวจสอบการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม ได้ผลการวิจัยดังนี้

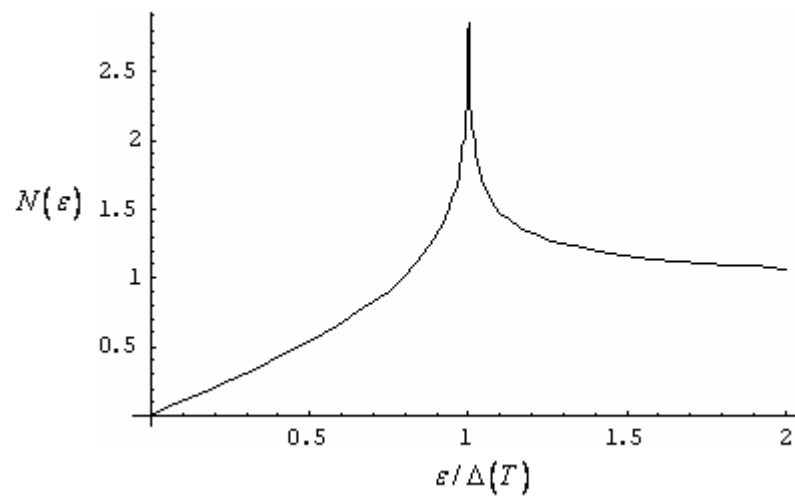
กรณีตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave)

สมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากการคำนวณ มีรูปแบบดังนี้

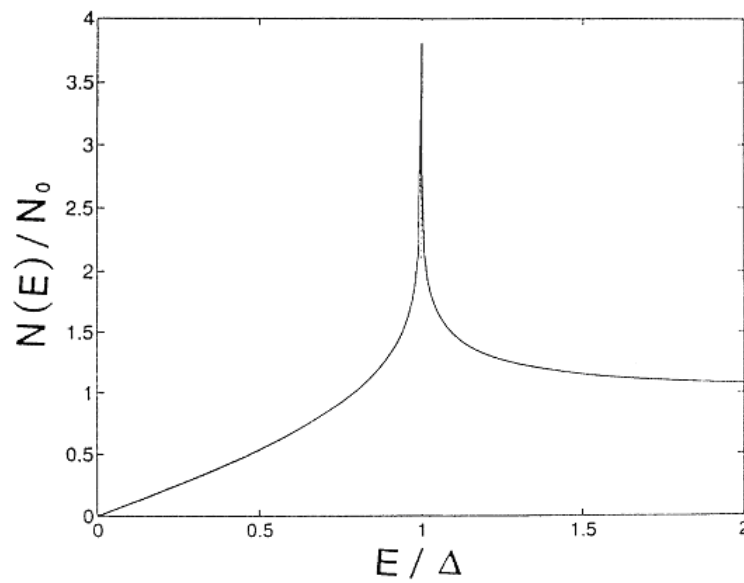
$$N(\varepsilon) = \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} K\left(\frac{\varepsilon}{\Delta(T)}\right) \quad , \varepsilon < \Delta(T) \quad (4.1)$$

$$= \frac{2}{\pi} K\left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon}\right) \quad , \varepsilon > \Delta(T) \quad (4.2)$$

ในการคำนวณ สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน ดังแสดงในภาพประกอบ 31 ซึ่งสอดคล้องกับคำนวณของวันและมากิ (Won; & Maki. 1993: 1398) ดังแสดงในภาพประกอบ 32 จะเห็นว่าเมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าน้อยกว่าค่าช่องว่างพลังงานความหนาแน่นสถานะจะมีค่าเพิ่มขึ้น และจะมีค่าสูงสุดเมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าเท่ากับค่าช่องว่างพลังงาน แต่เมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่ามากกว่าค่าช่องว่างพลังงานความหนาแน่นสถานะจะมีค่าลดลง



ภาพประกอบ 31 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน กรณีตัวนำยิ่งยวดคลีนดี



ภาพประกอบ 32 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะของสถานะนำยวดยิ่งต่อสถานะนำปกติกับอัตราส่วนพลังงานของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน กรณีตัวนำยิ่งยวดคลีนดี

ที่มา: Won; & Maki. (1993). *Physical Review B*. 49(2): 1398.

สมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี คำนวณได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 1 + 0.3504 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4534 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta < 2T \quad (4.3)$$

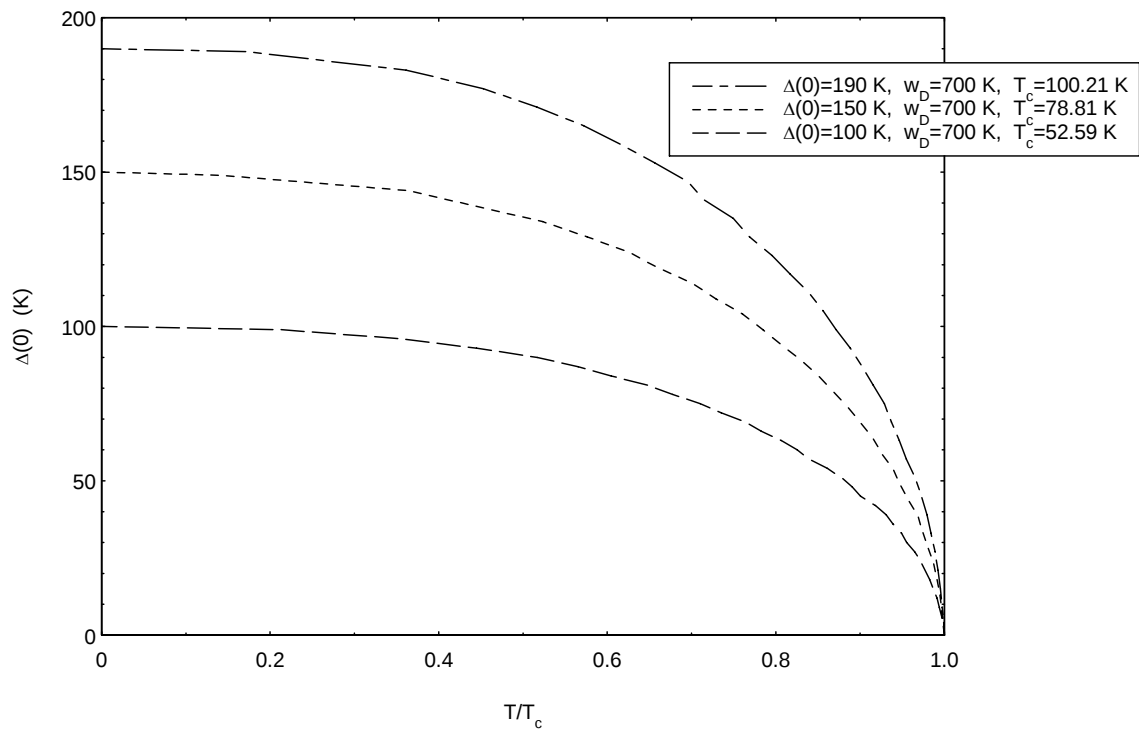
$$= 0.7351 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{0.86} + 0.1333 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2 + 0.0286 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4, \Delta > 2T \quad (4.4)$$

ในการคำนวณได้กำหนดให้พารามิเตอร์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องมีค่าดังต่อไปนี้

กำหนดให้ $\omega_D = 700 \text{ K}$ และช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวินมีค่าต่างๆ คือ

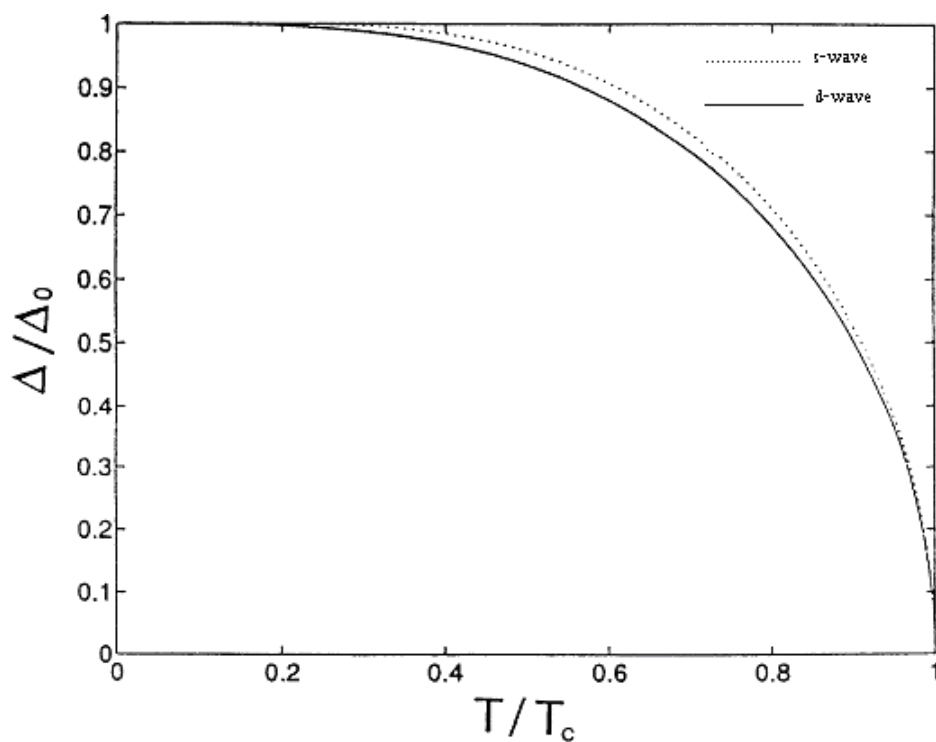
$\Delta(0) = 100 \text{ K}$, $\Delta(0) = 150 \text{ K}$ และ $\Delta(0) = 190 \text{ K}$

ใช้สมการ (3.10) - (3.12) ในการคำนวณโดยได้ค่า $T_c = 52.59 \text{ K}$, 78.81 K และ 100.21 K ตามลำดับ และได้ผลการคำนวณช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิดังภาพประกอบ 33



ภาพประกอบ 33 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี

จากภาพประกอบ 33 แสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ที่คำนวณได้ มีความสอดคล้องกับทฤษฎี BCS คือที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินค่าช่องว่างพลังงานจะมีค่ามากที่สุดแล้วค่อยๆ ลดลงจนที่อุณหภูมิวิกฤตค่าช่องว่างพลังงานจะมีค่าเท่ากับศูนย์ โดยที่ $\Delta(0)=100$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 52.59 K, $\Delta(0)=150$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 78.81 K และ $\Delta(0)=190$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 100.21 K จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่า ค่าช่องว่างพลังงานที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้น และค่าช่องว่างพลังงานจะลดลงเมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤต ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองของวันและมากิ (Won; & Maki. 1993: 1398) ดังแสดงในภาพประกอบ 34

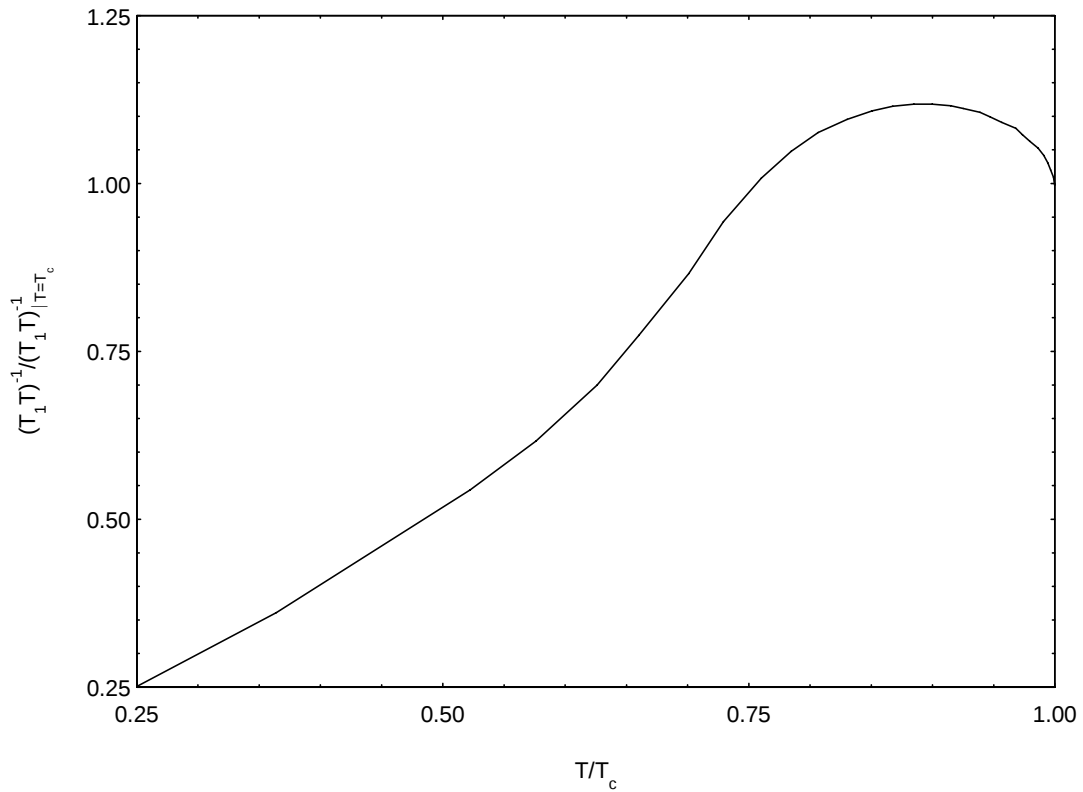


ภาพประกอบ 34 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta}{\Delta_0}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (____) และตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอส (.....)

ที่มา: Won; & Maki. (1993). *Physical Review B*. 49(2): 1398.

จากนั้นนำสมการ (4.3) และ (4.4) ไปคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}} \quad \text{กับ} \quad \frac{T}{T_c} \quad \text{ได้ผลการคำนวณดังภาพประกอบ 35}$$



ภาพประกอบ 35 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี

จากภาพประกอบ 35 แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$

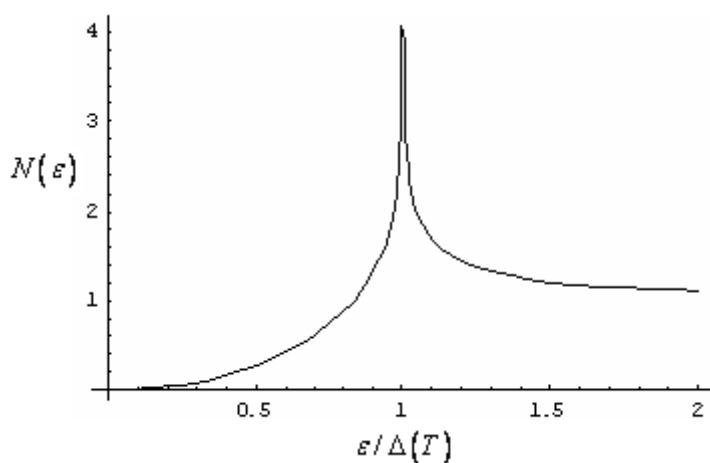
พบว่าที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตจะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้นอย่างชัดเจน จากการคำนวณได้เปลี่ยนแปลงค่าช่องว่างพลังงาน โดยกำหนดให้ $\Delta(0)=100$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 52.59 K, $\Delta(0)=150$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 78.81 K และ $\Delta(0)=190$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 100.21 K จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่า ค่าช่องว่างพลังงานที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้น แต่ไม่มีผลต่อตำแหน่งการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ซึ่งลักษณะของกราฟจะซ้อนทับกันตลอดทั้งเส้นโดยที่อุณหภูมิต่ำๆ กราฟมีลักษณะขึ้นกับ $\frac{T}{T_c}$ แบบเชิงเส้น และเมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤตจะเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ขึ้น

กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase

สมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากการคำนวณ มีรูปแบบดังนี้

$$N(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{2\Delta(T)} \ln \left(\left| \frac{\Delta(T) + \varepsilon}{\Delta(T) - \varepsilon} \right| \right) \quad (4.5)$$

ในการคำนวณ สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน ดังแสดงในภาพประกอบ 36 ซึ่งจะเห็นว่าเมื่อพลังงานของคูคูเปอร์มีค่าน้อยกว่าค่าช่องว่างพลังงานความหนาแน่นสถานะจะมีค่าเพิ่มขึ้น และจะมีค่าสูงสุดเมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าเท่ากับค่าช่องว่างพลังงาน แต่เมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่ามากกว่าค่าช่องว่างพลังงานความหนาแน่นสถานะจะมีค่าลดลง



ภาพประกอบ 36 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน กรณีของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase

สมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase คำนวณได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 1 + 0.6426 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4978 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta(T) < 2T \quad (4.6)$$

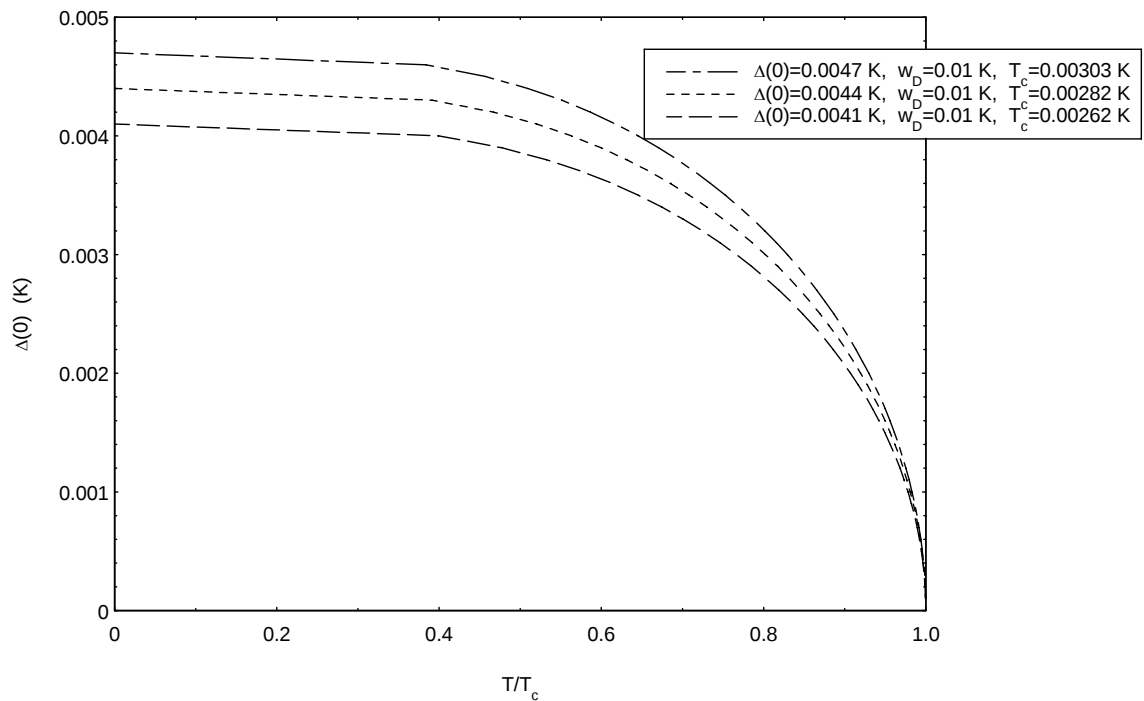
$$= 1.0665 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{0.46} + 0.0571 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^4 + 0.0212 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^6, \Delta(T) > 2T \quad (4.7)$$

ในการคำนวณได้กำหนดให้พารามิเตอร์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องมีค่าดังต่อไปนี้

กำหนดให้ $\omega_D = 0.01 \text{ K}$ และช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวินมีค่าต่างๆ คือ

$$\Delta(0) = 0.0041 \text{ K}, \Delta(0) = 0.0044 \text{ K} \text{ และ } \Delta(0) = 0.0047 \text{ K}$$

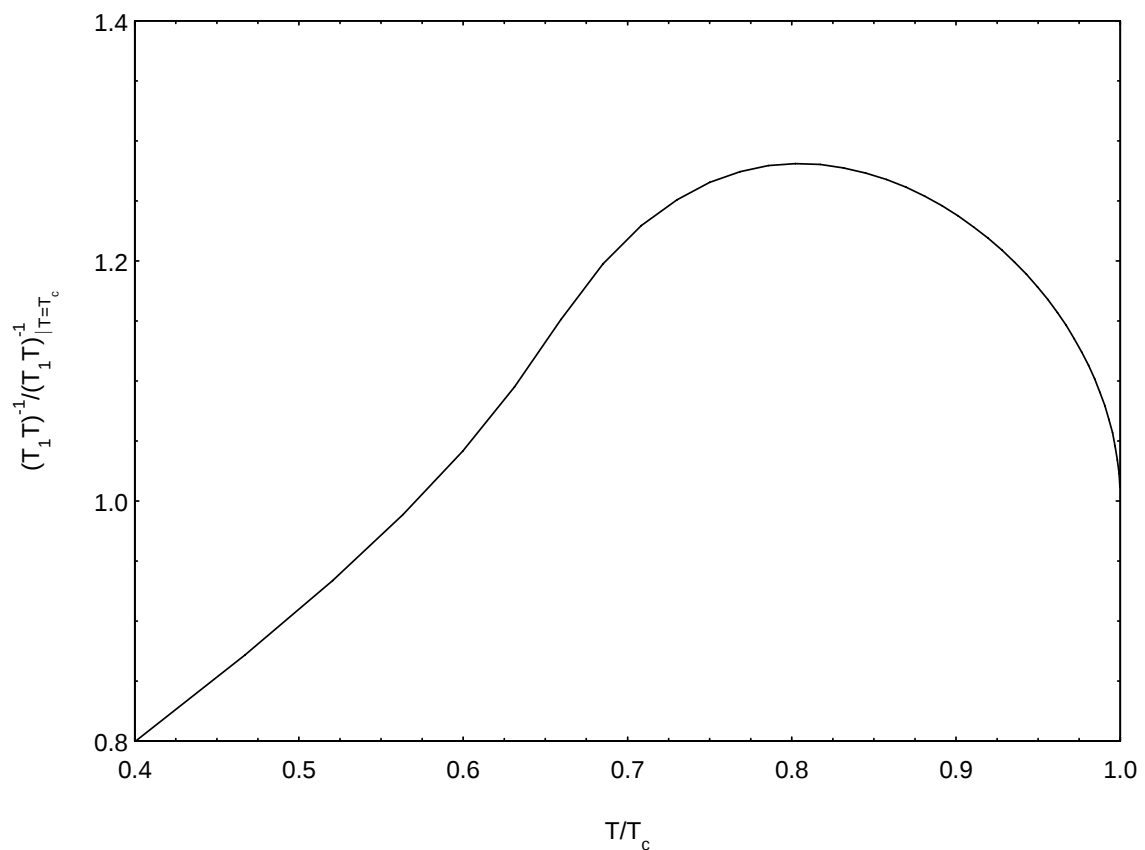
ใช้สมการ (3.10)-(3.12) ในการคำนวณโดยได้ค่า $T_c = 0.00262 \text{ K}, 0.00282 \text{ K}$ และ 0.00303 K ตามลำดับ และได้ผลการคำนวณช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิดังภาพประกอบ 37



ภาพประกอบ 37 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase

จากภาพประกอบ 37 แสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ที่คำนวณได้มีความสอดคล้องกับทฤษฎี BCS คือ ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินค่าช่องว่างพลังงานจะมีค่ามากที่สุดแล้วค่อยๆ ลดลงจนที่อุณหภูมิวิกฤตค่าช่องว่างพลังงานจะมีค่าเท่ากับศูนย์ โดยที่ $\Delta(0) = 0.0041$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.00262 K, $\Delta(0) = 0.0044$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.00282 K และ $\Delta(0) = 0.0047$ K คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.00303 K จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าค่าช่องว่างพลังงานที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้น และค่าช่องว่างพลังงานจะลดลงเมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤต ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง

จากนั้นนำสมการ (4.6) และ (4.7) ไปคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ได้ผลการคำนวณดังภาพประกอบ 38



ภาพประกอบ 38 แสดง ความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของของไหลยวดยิ่ง ^3He

A-phase

จากภาพประกอบ 38 แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$

พบว่าที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตจะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้นอย่างชัดเจน จากการคำนวณได้เปลี่ยนแปลงค่าช่องว่างพลังงานโดยที่ $\Delta(0)=0.0041\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.00262 K , $\Delta(0)=0.0044\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.00282 K และ $\Delta(0)=0.0047\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.00303 K จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่า ค่าช่องว่างพลังงานที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้น แต่ไม่มีผลต่อตำแหน่งการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ซึ่งลักษณะของกราฟจะซ้อนทับกันตลอดทั้งเส้นโดยที่อุณหภูมิต่างๆ กราฟมีลักษณะขึ้นกับ $\frac{T}{T_c}$ แบบเชิงเส้น และเมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤตจะเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ขึ้น

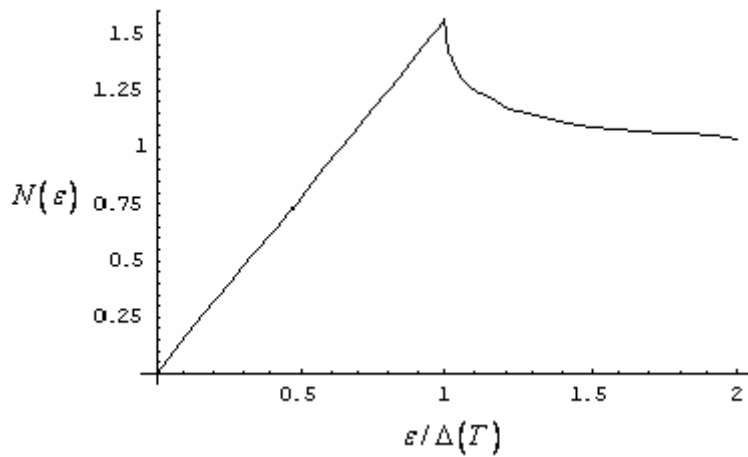
กรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node

สมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากการคำนวณ มีรูปแบบดังนี้

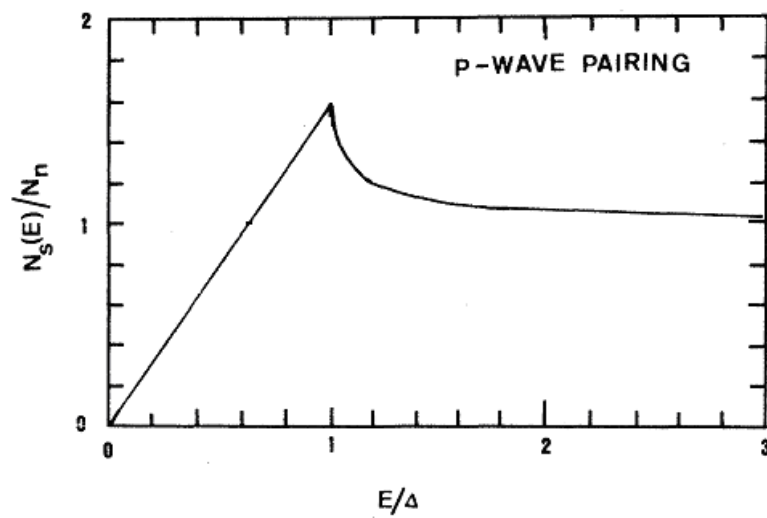
$$N(\varepsilon) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \right) \quad , \varepsilon \leq \Delta(T) \quad (4.8)$$

$$= \frac{\varepsilon}{\Delta(T)} \sin^{-1} \left(\frac{\Delta(T)}{\varepsilon} \right) \quad , \varepsilon \geq \Delta(T) \quad (4.9)$$

ในการคำนวณ สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน ดังแสดงในภาพประกอบ 39 ซึ่งสอดคล้องกับคำนวณของเซียงเทียน (Cheng Tien. 1989: 232) ดังแสดงในภาพประกอบ 40 จะเห็นว่าเมื่อพลังงานของคูคูเปอร์มีค่าน้อยกว่าค่าช่องว่างพลังงานความหนาแน่นสถานะจะมีค่าเพิ่มขึ้น และจะมีค่าสูงสุดเมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าเท่ากับค่าช่องว่างพลังงาน แต่เมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่ามากกว่าค่าช่องว่างพลังงานความหนาแน่นสถานะจะมีค่าลดลง



ภาพประกอบ 39 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน ของตัวนำยวดยิ่งกรณีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node



ภาพประกอบ 40 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะของสถานะนำยวดยิ่งต่อสถานะนำปกติกับอัตราส่วนพลังงานของอิเล็กตรอนต่อช่องว่างพลังงาน ของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นพี (p-wave)

ที่มา: Cheng Tien. (1989). *Physical Review B*. 40(1): 232.

สมการอัตราส่วนของอัตราการทำ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยิ่งยวกรณีนีมีช่องว่างพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node คำนวณได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \Big|_{T=T_c} = 1 + 0.2085 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right) - 0.4935 \left(\frac{\Delta(T)}{2T} \right)^3, \Delta(T) < 2T \quad (4.10)$$

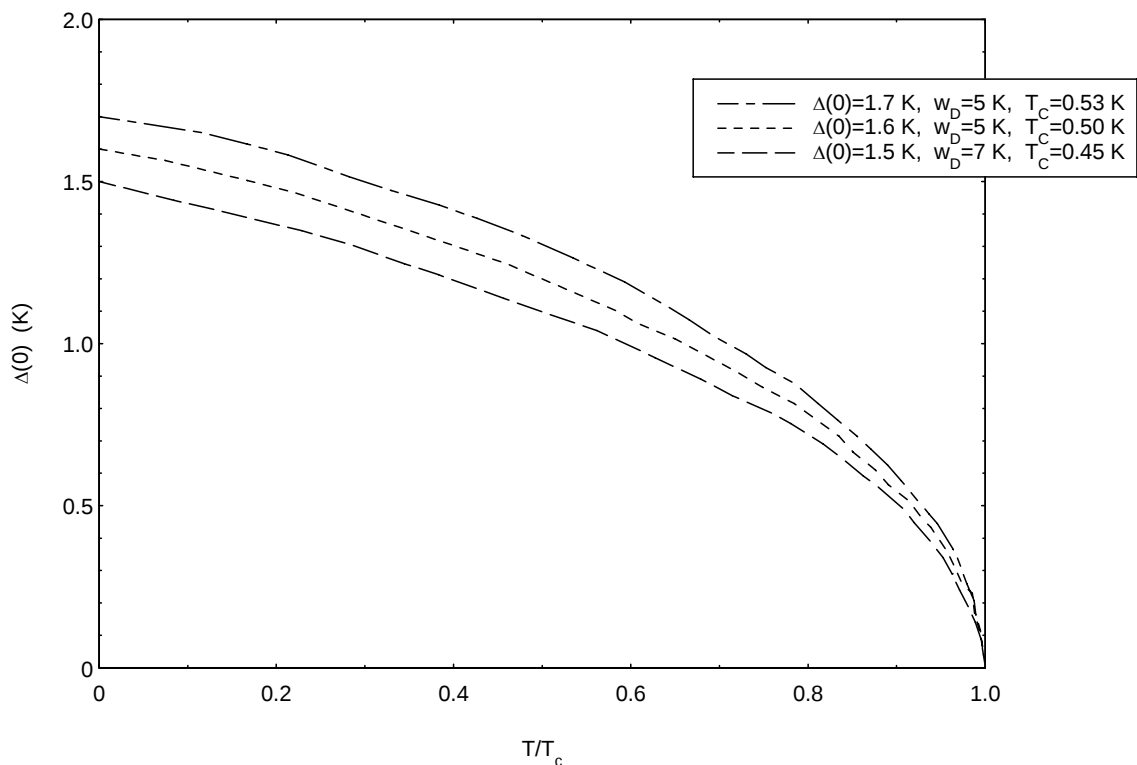
$$= 0.3860 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^{1.59} + 0.3290 \left(\frac{2T}{\Delta(T)} \right)^2, \Delta(T) > 2T \quad (4.11)$$

ในการคำนวณได้กำหนดให้พารามิเตอร์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องมีค่าดังต่อไปนี้

กำหนดให้ $\omega_D = 5 \text{ K}$ และช่องว่างพลังงานที่ศูนย์เคลวินมีค่าต่างๆ คือ

$\Delta(0) = 1.5 \text{ K}$, $\Delta(0) = 1.6 \text{ K}$ และ $\Delta(0) = 1.7 \text{ K}$

ใช้สมการ (3.10) - (3.12) ในการคำนวณโดยได้ค่า $T_c = 0.45 \text{ K}$, 0.50 K และ 0.53 K ตามลำดับ และได้ผลการคำนวณช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิดังภาพประกอบ 41

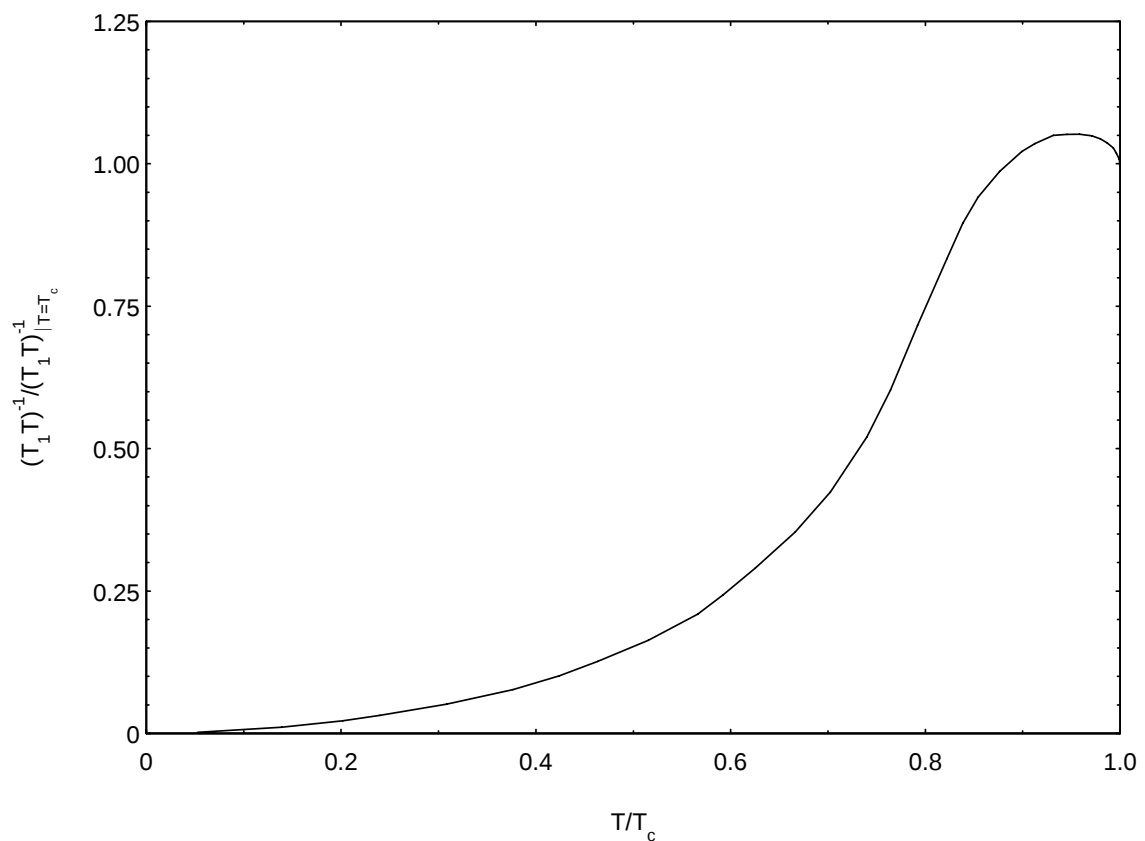


ภาพประกอบ 41 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยิ่งยวกรณีนีมีช่องว่าง

พลังงานพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node

จากภาพประกอบ 41 แสดงให้เห็นว่าความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta(0)$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ที่คำนวณได้มีความสอดคล้องกับทฤษฎี BCS คือ ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินค่าช่องว่างพลังงานจะมีค่ามากที่สุดแล้วค่อยๆ ลดลงจนที่อุณหภูมิวิกฤตค่าช่องว่างพลังงานจะมีค่าเท่ากับศูนย์ โดยที่ $\Delta(0)=1.5\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.45 K , $\Delta(0)=1.6\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.50 K และ $\Delta(0)=1.7\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.53 K จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่า ค่าช่องว่างพลังงานที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้น และค่าช่องว่างพลังงานจะลดลงเมื่ออุณหภูมิเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤต ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง

จากนั้นนำสมการ (4.10) และ (4.11) ไปคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ได้ผลการคำนวณดังภาพประกอบ 42

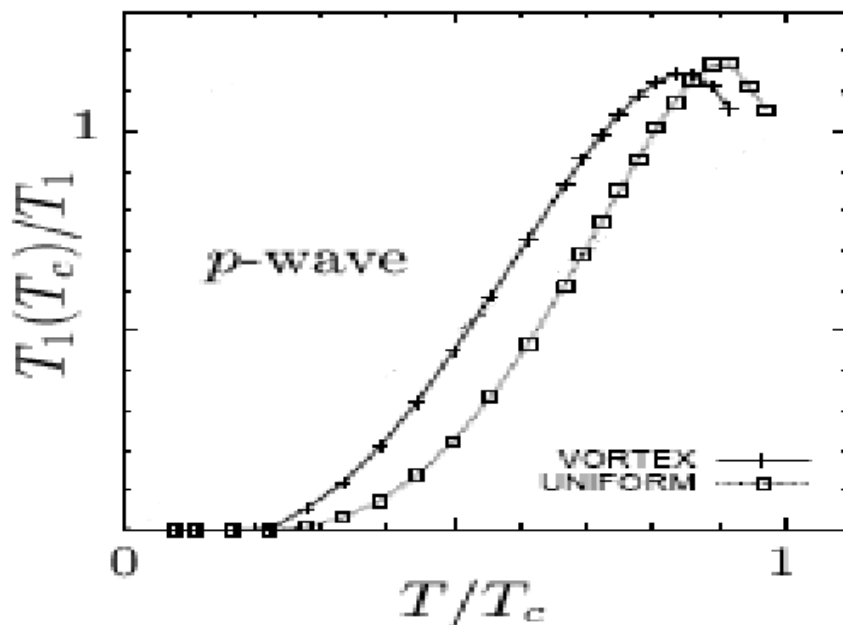


ภาพประกอบ 42 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}|_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยวดยิ่งกรณีมีช่องว่าง

พลังงานพลังงานแบบ 3 มิติ ที่มี line-node

จากภาพประกอบ 42 แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{|T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ซึ่ง

สอดคล้องกับคำนวณของคาวาซากิและคณะ (Kawasaki; & et al. 2005: 037007-2) ดังแสดงในภาพประกอบ 43 โดยพบว่าที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตจะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้นอย่างชัดเจนจากการคำนวณได้เปลี่ยนแปลงค่าช่องว่างพลังงานโดยที่ $\Delta(0)=1.5\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.45 K , $\Delta(0)=1.6\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.50 K และ $\Delta(0)=1.7\text{ K}$ คำนวณหา T_c ได้เท่ากับ 0.53 K จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่า ค่าช่องว่างพลังงานที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้น แต่ไม่มีผลต่อตำแหน่งการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ซึ่งลักษณะของกราฟจะซ้อนทับกันตลอดทั้งเส้นโดยที่อุณหภูมิต่ำๆ กราฟมีลักษณะขึ้นกับ $\frac{T}{T_c}$ แบบเชิงเส้น และเมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤตจะเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ขึ้น



ภาพประกอบ 43 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}_{|T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่นฟิที่มี

line-node (p-wave)

ที่มา: Shinji Kawasaki; & et al. (2005). *Physical Review Letters*. 94(037007): 2.

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

จากความเชื่อเดิมที่ว่าฟิสิกส์ของอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งจะพบในตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสเท่านั้น ซึ่งในปัจจุบันมีนักวิจัยหลายท่านที่ได้ศึกษาและพยายามอธิบายการเกิดฟิสิกส์ของอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม แต่ยังไม่สามารถสรุปได้แน่ชัดว่าแท้จริงแล้วในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมจะมีฟิสิกส์ของอัตราส่วนของอัตราส่วนที่เกิดขึ้นได้จริงหรือไม่ สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้จะศึกษาฟิสิกส์ของอัตราส่วนของอัตราส่วนของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง โดยได้แสดงผลการคำนวณเชิงตัวเลข ทั้งนี้การคำนวณได้พิจารณาจากค่าความหนาแน่นสถานะแบบต่างๆ ตามแบบทฤษฎี BCS ภายใต้แรงควบคู่อย่างอ่อน โดยพิจารณาจากความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม 3 กรณี คือ

- 1) ความหนาแน่นสถานะของตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นดี (d-wave)
- 2) ความหนาแน่นสถานะของของไหลยวดยิ่ง ^3He A-phase แบบ 3 มิติ
- 3) ความหนาแน่นสถานะของช่องว่างพลังงาน แบบ 3 มิติ ที่มี line-node

ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยดังนี้

1. คำนวณหาความหนาแน่นสถานะแบบแม่นยำตรงโดยใช้สมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากทฤษฎี BCS

2. คำนวณหาค่าของสมการช่องว่างพลังงานและอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมโดยพิจารณาจากสมการช่องว่างพลังงานตามแบบทฤษฎี BCS

3. คำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง
$$\left(\frac{(T_1 T)^{-1}}{(T_1 T)^{-1}} \right)_{T=T_c}$$

สรุปผลการวิจัย

1. การคำนวณหาความหนาแน่นสถานะแบบแม่นยำของตัวนำวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมทั้ง 3 กรณี โดยใช้สมการความหนาแน่นสถานะที่ได้จากทฤษฎี BCS พบว่าความหนาแน่นที่คำนวณได้มีค่าขึ้นกับพลังงานของอิเล็กตรอนและขนาดของช่องว่างพลังงาน ซึ่งจะเห็นว่าเมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าน้อยกว่าขนาดของช่องว่างพลังงาน ความหนาแน่นสถานะจะมีค่าเพิ่มขึ้นและจะมีค่าสูงสุดเมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าเท่ากับขนาดของช่องว่างพลังงาน แต่เมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่ามากกว่าขนาดของช่องว่างพลังงานความหนาแน่นสถานะจะมีค่าลดลง

2. การคำนวณค่าของช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิของตัวนำวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมทั้ง 3 กรณี โดยพิจารณาจากสมการช่องว่างพลังงานตามแบบทฤษฎี BCS จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าค่าช่องว่างพลังงานจะมีผลต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำวดยิ่ง โดยที่ค่าช่องว่างพลังงานที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้นด้วย และพบว่าความสัมพันธ์ระหว่างค่าช่องว่างพลังงานกับอุณหภูมิที่คำนวณได้มีความสอดคล้องกับทฤษฎี BCS คือ ที่อุณหภูมิศูนย์เคลวินค่าช่องว่างพลังงานจะมีค่ามากที่สุดแล้วค่อยๆ ลดลงจนที่อุณหภูมิวิกฤตค่าช่องว่างพลังงานจะมีค่าเท่ากับศูนย์

3. การคำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำวดยิ่ง โดยนำเสนอเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{(T_1T)^{-1}}{(T_1T)^{-1}_{T=T_c}}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของตัวนำวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมทั้ง 3 กรณี ดังแสดงในภาพประกอบ 35 38 และ 42 พบว่าที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตจะมีฟิสิกโคเฮียเรนซ์เกิดขึ้นอย่างชัดเจน ในการคำนวณผู้วิจัยได้เปลี่ยนแปลงค่าช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน $\Delta(0)$ ต่างๆ โดยผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าค่าช่องว่างพลังงานที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตเพิ่มขึ้น แต่ไม่มีผลต่อตำแหน่งการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ ซึ่งลักษณะของกราฟจะซ้อนทับกันตลอดทั้งเส้นและที่อุณหภูมิต่ำๆ กราฟมีลักษณะขึ้นกับ $\frac{T}{T_c}$ แบบเชิงเส้น และเมื่อเข้าใกล้อุณหภูมิวิกฤตจะเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ขึ้น ทั้งนี้ผลการคำนวณที่ได้จะมีความสอดคล้องกับผลการทดลองด้วย

อภิปรายผลการวิจัย

จากการคำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง โดยการแทนค่าความหนาแน่นสถานะที่คำนวณได้และใช้สมการช่องว่างพลังงานตามแบบทฤษฎี BCS เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ หลังจากการคำนวณเชิงตัวเลขโดยใช้การประมาณและใช้เงื่อนไขขอบเขต พบว่าค่าของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่งอยู่ในรูปแบบอย่างง่ายในรูปสัดส่วนของช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิกับอุณหภูมิที่ยกกำลังต่างๆ ซึ่งผลการคำนวณเชิงตัวเลขได้แสดงถึงการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นอย่างชัดเจน ดังนั้นงานวิจัยชิ้นนี้จึงทำลายความเชื่อเดิมที่ว่าตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมไม่สามารถเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ได้ พร้อมทั้งยังสนับสนุนงานวิจัยของปาร์คเกอร์และฮาส์

ข้อเสนอแนะ

1. ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้คำนวณค่าสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปินของนิวเคลียสของสถานะนำปกติต่อสถานะนำยวดยิ่ง เพื่อศึกษาการเกิดฟิสิกโคเฮียเรนซ์ในตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิม โดยใช้วิธีการประมาณ ซึ่งถ้าต้องการความละเอียดยิ่งขึ้น อาจต้องตัดการประมาณออก ซึ่งจะยุ่งต่อการคำนวณมากขึ้น
2. ข้อจำกัดอีกข้อหนึ่ง คือ ตัวนำยวดยิ่งที่ใช้ศึกษามี 3 ชนิดเท่านั้น แต่ในปัจจุบันพบว่าตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมมีหลายชนิด ดังนั้นการทำวิจัยในอนาคตอาจศึกษาตัวนำยวดยิ่งแบบไม่ดั้งเดิมชนิดอื่นๆ เพิ่มเติมอีกได้
3. ถ้ามีผลการทดลองในการวัด $\frac{(T_I T)^{-1}}{(T_I T)^{-1}_{T=T_c}}$ ในตัวนำยวดยิ่งแบบต่างๆ ที่ได้มาตรฐานมา ยืนยันมากขึ้น จะทำให้การคำนวณมีความเชื่อถือมากกว่านี้

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- Bardeen, J.; Cooper, N.; & Schrieffer, J.R. (1957). Theory of Superconductivity. *Physical Review*. 108(5): 1175–1204.
- Bednorz, J.G.; & Muller, K.A. (1986). Possible High T_c Superconductivity in the Ba-La-Cu-O System. *Zeitschrift Fur Physik B-Condensed Matter*. 64: 189–193.
- Bennemann, K.H.; & Ketterson, J.B. (2002). The Physics of Superconductors (V.1 Conventional and High - T_c Superconductors). *New York: Springer*.
- Buckel, W. (1991). Superconductivity : Fundamental and Applications. *New York : VCH Publisher Inc*.
- Chu, C.W.; et al. (1987). Evidence for Superconductivity above 40 K in the La-Ba-Cu-O compound System. *New York*. 58(4): 405–410.
- Cowan, B. (1997). Nuclear Magnetic Resonance and Relaxation. *Cambridge University Press, New York*.
- Han-Yong Choi. (1997). Coulomb Suppression of NMR Coherence Peak in Fullerene Superconductors. *arXiv: cond-mat*. 2: 9711060. [*cond-mat*. *Supr-con*].
- Harlingen, D. J. (1995). Phase-sensitive tests of the symmetry of the pairing state in the high-temperature superconductors-Evidence for $d_{x^2-y^2}$ symmetry. *Review Modern Physics*. 67: 515- 536.
- Hasegawa, Y. (2007). Density of States and NMR Relaxation Rate in Anisotropic Superconductivity with Intersecting Line Nodes. *Journal of the Physical Society of Japan*. 65(10): 3131-3133.
- Ishida, K.; & et al. (1999). Anisotropic Superconducting Gap in the Spin-Triplet Superconductor Sr_2RuO_4 : Evidence from a Ru-NQR study. *Physical Review Letters*. 84(23): 5387-5390.
- Ketterson, J.B.; & Song, S.N. (2002). Superconductivity. *Cambridge: University Press*.
- Kittel, C. (1996). Introduction to Solid State Physics. *John Wiley & Song. New York*.
- Kotegawa, H.; & et al. (2001). Evidence for Strong-Coupling s-wave Superconductivity in MgB_2 : ^{11}B - NMR study of MgB_2 and the Related Materials. *Physica C*. 378- 381: 25-32.

- Kresin, H.; & Wolf, V.Z. (1990). Fundamentals of Superconductor. *New York: Plenum Publishing Corporation.*
- Leadont, R.; & Suhl, H. (1967). Properties of an Abrikosov Fluxoid in Type II Superconductor. *Physical Review*. 165(2): 596-601.
- Maki, K.; & et al. (2006). Unconventional Density Waves in Organic Conductors and in Superconductors. *arXiv: cond-mat*. 1: 0603806.
- Maxwell, E. (1950). Isotope Effect in the Superconductivity of Mercury. *Physical Review Letters*. 78 : 477.
- Mehring, M. (1989). Nuclear Magnetic Resonance in High- T_c Superconductors. *IMB J. RES Develop*. 33 : 349.
- Meissner, W.; & Ochsenfeld, R. (1933). *Naturwissenschaften*. 21 : 787.
- Onnes, K.H. (1911). Communication – Laboratory of Leiden. London. *Publishing Corporation*. 119: 1226.
- Parker, D.; & Haas, S. (2007). T_1^{-1} peak near T_c in Unconventional Bardeen-Cooper-Schrieffer Superconductors. *Physical Review B*. 75(052501): 1-4.
- Stenger, V.A.; & et al. (1995). Nuclear Magnetic Resonance of A_3C_{60} Superconductors. *Physical Review Letters*. 74(9): 1649-1652.
- Subramanyam. S. V.; & Gopal. E. S. R. (1989). High-Temperature Superconductor. *Wiley Aeastern Limited*.
- Testardi, L.R.; Wernick, J.H.; & Royer, W.A. (1974). Superconductivity properties of Nb. *Solid State Community*. 38(7): 794-801.
- Tsuei.; & Kirtley. (1996). Probing High -Temperature Superconductivity. *Scientific American*. 50: 6.
- Warren, W.W.; & et al. (1987). *Physical Review Letters*. 59(16): 1860-1863.
- Won, H.; & Maki, K. (1995). d-wave Superconductor as a model of High- T_c Superconductors. *Physical Review B*. 49(2): 1397-1402.
- Worthington, T.K.; Gallgher, W.J.; & Dinger, T.R. (1987). *Physical Review Letters*. 59:1160.
-

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการทดลองแสดงค่าพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่งชนิดต่างๆ

ผลการทดลองแสดงค่าพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่งชนิดต่างๆ แสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 แสดงค่าช่องว่างพลังงานและอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่ง

สารประกอบ	$2\Delta_0 / k_B T_c$	T_c	Δ_0
d-wave: $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$	5	93	232.50
p-wave: Sr_2RuO_4 (Ishida. 2000 : 5387)	3.5	1.50	1.31
CePt_3Si (Yogi. 2004 : 027003)	5.1	0.75	1.91
^3He	3.53	0.0025	0.0044

ภาคผนวก ข
โปรแกรม Mathematica เวอร์ชัน 5.1

ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณหาสมการอัตราส่วนของอัตราการผ่อนคลายสปีนของนิวเคลียสของ
สถานะนำปกติต่อสถานะนำวดยิ่ง

```
ClearAll p11, p12, vh1, vh2, ff11, ff22, nm, nm1, D, Dt, fff, fff5;
```

```
D = 150;  
wd = 700;
```

```
nm = NIntegrate[ $\frac{1}{2*p} \sqrt{1 + 4*p^2*x^2}$ , {x, 0, 1}, MinRecursion -> 2, MaxRecursion -> 5];
```

```
p11 = NIntegrate[ $\frac{1}{2*p} \sqrt{1 + 4*p^2*x^2}$ , {x, 0, 1}, MinRecursion -> 2, MaxRecursion -> 5];
```

```
vh1 =  $\frac{1}{2*p}$  NIntegrate[ $\frac{1}{2*p} \sqrt{1 + 4*p^2*x^2}$ , {x, 0, 1}, MinRecursion -> 2, MaxRecursion -> 5];
```

```
ff11 = p11;
```

```
h = 0.00000001; tc = 62.82;
```

```
b = 3;
```

```
While[.0000000001,
```

```
    p1 = tc;
```

```
    sff = ff11;
```

```
    ssf1 = ff11;
```

```
    tc = tc -
```

```
    sff -
```

```
    ssf1;
```

```
Print["error-> ", b, " ", sff];
```

```
Print["D = ", D, " tc = ", Re, " wd = ", wd];
```

```
nm1 = NIntegrate[ $\frac{1}{2*p} \sqrt{1 + 4*p^2*x^2}$ , {x, 0, 1}, MinRecursion -> 2, MaxRecursion -> 5];
```

```
p11 = NIntegrate[ $\frac{1}{2*p} \sqrt{1 + 4*p^2*x^2}$ , {x, 0, 1}, MinRecursion -> 2, MaxRecursion -> 5];
```

```
vh1 =  $\frac{1}{2*p}$  NIntegrate[ $\frac{1}{2*p} \sqrt{1 + 4*p^2*x^2}$ , {x, 0, 1}, MinRecursion -> 2, MaxRecursion -> 5];
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

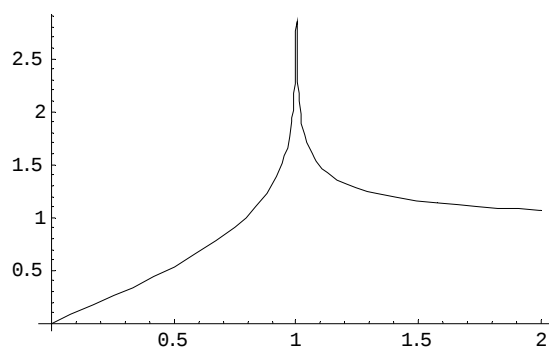
```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

```
ff22 = p11;
```

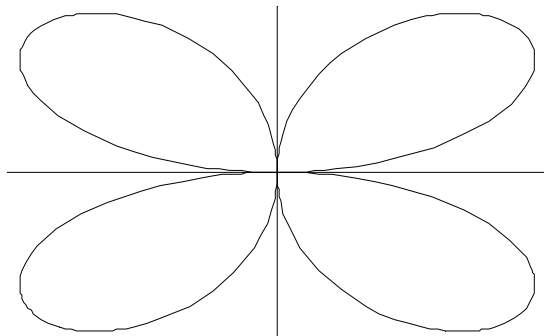
ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับอัตราส่วนพลังงานต่อช่องว่างพลังงาน

```
ed:=1;
nn:=1;
NIntegrate[1/(1-x^2), {x, 0, 2}, {y, 0, 2}, MinRecursion->5,
PlotRange->{0, 2}, PlotStyle->{Red}];
```



ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณลักษณะของออร์บิตของตัวนำวดยิ่งชนิดคลื่นดี

```
ParametricPlot[{Sin[2t]Sin[t],Sin[2t]Cos[t]},{t,0,2Pi},Axes->True,Ticks->False]
```



ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	น.ส. จิรัฐติกานต์ หวังหุ่นกลาง
วันเดือนปีเกิด	29 เมษายน 2527
สถานที่เกิด	อ.ห้วยแถลง จ.นครราชสีมา
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	109 หมู่ 4 ต.ตะแบกบาน อ.ครบุรี จ.นครราชสีมา 30250

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2544	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนบุญวัฒนา
พ.ศ. 2548	กศ.บ. (สาขาวิชาวิทยาศาสตร์-ฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2551	วท.ม. (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ