

ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญาพันธ์
ของ
เป็ยทิพย์ เขาไขแก้ว

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
กุมภาพันธ์ 2551

ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ
ของ
เป็ยทิพย์ เขาไขแก้ว

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
กุมภาพันธ์ 2551

เปี้ยทิพย์ เขาไข่แก้ว. (2551). ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น
ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินต์มานิพนธ์
กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
คณะกรรมการควบคุม: รองศาสตราจารย์ยุกุช ธนุกฤติ,
ผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิติวงศ์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย 1) เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวน
เบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 2) เพื่อศึกษาผลการเรียนรู้ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวน
เบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล และ 3) เพื่อศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและ
กิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปทุมคงคา
เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม
(Cluster Sampling) จำนวน 40 คน ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน
คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาสอน 14 คาบ คาบละ 60 นาที ผู้วิจัยประเมินผลการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีจำนวน
เบื้องต้น ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จากคะแนนไปกิจกรรม คะแนนแบบทดสอบย่อย และคะแนน
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
ตอบแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน
คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวน
มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 สรุปได้ว่านักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน
คณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎี-
จำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคิดเห็น
ต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

A MATHEMATICS INSTRUCTIONAL PACKAGE ON NUMBER THEORY
EMPHASIZING ON REASONING FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

PIATHIP KHAOKHAIKAEW

Presented in Partial Fulfillment of the Requirement for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

February 2008

Piathip Khaokhaikaew. (2008). *A Mathematics Instructional Package on Number Theory Emphasizing on Reasoning for Mathayomsuksa IV Students*. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assoc. Prof. Yongyouth Tanugrit, Assist. Prof. Aphichai Bowarnkitiwong.

The purposes of this study were 1) to construct a mathematics instructional package on number theory emphasizing on reasoning for Mathayomsuksa IV students, 2) to study the students' achievement on number theory, and 3) to study the students' attitude toward number theory and instructional activities after learning through a mathematics instructional package created by the researcher.

The study was conducted during the first semester of the 2007 academic year at Patumkongka School in Bangkok. The experiment group with 40 students was using cluster sampling approach. The researcher taught the group over 14 periods of 60 minutes each. Work sheets, unit sub-test, and a final achievement test were used in assessment of the students' performance. Moreover, the subject were asked to complete a questionnaire involving their attitude toward number theory and instructional activities at the end of the experiment.

An analysis of the data, with at .01 level of significance, revealed that more than 50% of the subjects performed better than 60% of the total score. This shows that the Mathayomsuksa IV students are able to learn the concept of number theory by using a mathematics instructional package created by the researcher. In addition, the results of the questionnaire indicated that they have positive attitude toward number theory and instructional activities at a high level.

ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญาพันธ์
ของ
เป็ยทิพย์ เขาไขแก้ว

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
กุมภาพันธ์ 2551
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ปริญญาบัตร
เรื่อง

ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ
เปี่ยมทิพย์ เขาไขแก้ว

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2551

คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ประธาน

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธัญญฤดี)

(รองศาสตราจารย์ ปกรณ์ พลาหาญ)

.....กรรมการ

.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตติวงศ์)

(อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสระโร)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธัญญฤดี)

.....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตติวงศ์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ เพราะได้รับความกรุณา ความช่วยเหลือและคำปรึกษาอย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ชาญฤทธิ ประชานคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิติวงศ์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์ดูแล พร้อมทั้งให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนตรวจแก้ไขปริญญานิพนธ์เล่มนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ปกรณ์ พลาหาญ ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นประธานคณะกรรมการสอบปากเปล่า และอาจารย์ ดร.สายัณห์ โสระโร ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่า ทำให้ปริญญานิพนธ์เล่มนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ชาญฤทธิ อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสระโร และครูพนมไพร สวัสดิวงศ์ ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัย และขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ชัยวิชิต หาอาษา ที่ได้ให้ความกรุณาตรวจสอบบทคัดย่อภาษาอังกฤษ

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการและรองผู้อำนวยการ คณะครูโรงเรียนปทุมคงคา กรุงเทพมหานคร โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ครูพนมไพร สวัสดิวงศ์ ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย และได้ให้ความความสะดวกต่าง ๆ ในระหว่างดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ของโรงเรียนปทุมคงคา ที่ได้ให้ความร่วมมือในการวิจัยด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการและรองผู้อำนวยการ คณะครูโรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง กรุงเทพมหานคร โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ครูภัทริรา ยะสวัสดิ์ ที่ได้ให้คำแนะนำและความสะดวกต่าง ๆ สำหรับการทดลองนำร่อง เพื่อพัฒนาเครื่องมือวิจัยและขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ของโรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง ที่ให้ความร่วมมือในการวิจัยด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และบุคคลในครอบครัว รวมทั้งญาติมิตรทุกท่านที่ได้ให้กำลังใจและกำลังใจทรัพย์ สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ที่ได้กรุณาให้ยืมหนังสือดี ๆ เพื่อการค้นคว้าสำหรับใช้ในงานวิจัย และขอบคุณ พี่ เพื่อน และน้องนิสิตปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ทุกคนที่ให้คำแนะนำและเป็นกำลังใจด้วยดี ตลอดระยะเวลาทำปริญญานิพนธ์เล่มนี้

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์เล่มนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชา พระคุณบิดา มารดา และครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

เป็ยทิพย์ เขาไขแก้ว

สารบัญ

| บทที่ | หน้า |
|--|------|
| 1 บทนำ | 1 |
| ภูมิหลัง..... | 1 |
| ความมุ่งหมายของการวิจัย..... | 3 |
| ความสำคัญของการวิจัย..... | 3 |
| ขอบเขตของการวิจัย..... | 4 |
| ประชากรที่ใช้ในการวิจัย..... | 4 |
| กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย..... | 4 |
| ตัวแปรที่ศึกษา..... | 4 |
| ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย..... | 4 |
| นิยามศัพท์เฉพาะ..... | 5 |
| สมมติฐานของการวิจัย..... | 6 |
| 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง | 7 |
| เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 | |
| กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์..... | 8 |
| สาระและมาตรฐานการเรียนรู้..... | 8 |
| คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาหลักสูตรการเรียนรู้คณิตศาสตร์..... | 9 |
| เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล..... | 11 |
| ความหมายของการให้เหตุผล..... | 11 |
| ความสำคัญของการให้เหตุผล..... | 12 |
| ประเภทของการให้เหตุผล..... | 14 |
| แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล..... | 15 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล..... | 16 |
| เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน..... | 19 |
| ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอน..... | 19 |
| ประเภทของชุดการเรียนรู้การสอน..... | 20 |
| องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้การสอน..... | 21 |
| ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนรู้การสอน..... | 22 |
| ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้การสอน..... | 25 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน..... | 26 |

สารบัญ (ต่อ)

| บทที่ | หน้า |
|---|-----------|
| 2 (ต่อ) | |
| เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน..... | 28 |
| เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน..... | 28 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน..... | 28 |
| เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติ..... | 29 |
| ความหมายของเจตคติ..... | 29 |
| ลักษณะและองค์ประกอบของเจตคติ..... | 30 |
| ประเภทของเจตคติ..... | 30 |
| เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์..... | 31 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติ..... | 32 |
| 3 วิธีดำเนินการวิจัย..... | 33 |
| การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง..... | 33 |
| การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... | 33 |
| การเก็บรวบรวมข้อมูล..... | 42 |
| การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล..... | 42 |
| 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล..... | 45 |
| 5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ..... | 54 |
| สังเขป ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย..... | 54 |
| ความมุ่งหมายของการวิจัย..... | 54 |
| สมมติฐานของการวิจัย..... | 54 |
| วิธีดำเนินการวิจัย..... | 54 |
| กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย..... | 54 |
| เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... | 54 |
| การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล..... | 55 |
| สรุปผลการวิจัย..... | 56 |
| อภิปรายผล..... | 57 |
| ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย..... | 58 |
| ข้อเสนอแนะ..... | 59 |
| ข้อเสนอแนะทั่วไป..... | 59 |
| ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป..... | 60 |

สารบัญ (ต่อ)

| บทที่ | หน้า |
|---|------|
| บรรณานุกรม..... | 61 |
| ภาคผนวก..... | 69 |
| ภาคผนวก ก คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย..... | 70 |
| ภาคผนวก ข ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย..... | 74 |
| ภาคผนวก ค ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4..... | 83 |
| ภาคผนวก ง แบบทดสอบ..... | 209 |
| แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1)..... | 210 |
| แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2)..... | 212 |
| แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ | |
| ตอนที่ 1 แบบปรนัย..... | 215 |
| ตอนที่ 2 แบบอัตนัย..... | 219 |
| ภาคผนวก จ แบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้..... | 222 |
| ภาคผนวก ฉ รายนามผู้เชี่ยวชาญ..... | 225 |
| ประวัติย่อผู้วิจัย..... | 228 |

บัญชีตาราง

| ตาราง | หน้า |
|---|------|
| 1 ความสามารถในการให้เหตุผลในแต่ละช่วงชั้น..... | 13 |
| 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนไปกิจกรรม..... | 35 |
| 3 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย..... | 38 |
| 4 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ตอนที่ 2 แบบอัตนัย..... | 40 |
| 5 เกณฑ์การประเมินผลเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้..... | 44 |
| 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... | 46 |
| 7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำไปกิจกรรม ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง | 47 |
| 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง | 48 |
| 9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... | 48 |
| 10 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม..... | 49 |
| 11 การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียน การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดโดยใช้สถิติทดสอบ Z..... | 50 |
| 12 การประเมินผลเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... | 51 |
| 13 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) | 71 |
| 14 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) | 71 |

บัญชีตาราง (ต่อ)

| ตาราง | หน้า |
|---|------|
| 15 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น..... | 71 |
| 16 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย..... | 72 |
| 17 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น..... | 73 |
| 18 คะแนนจากการทำใบกิจกรรม คะแนนเต็ม 20 คะแนน แบ่งเป็น คะแนนจาก การทำใบกิจกรรมแบบรายบุคคล คะแนนเต็ม 15 คะแนน และคะแนนจาก การทำกิจกรรมแบบกลุ่ม คะแนนเต็ม 5 คะแนน..... | 75 |
| 19 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น คะแนนจาก การทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) คะแนนเต็ม 20 คะแนน และคะแนนจาก การทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) คะแนนเต็ม 20 คะแนน..... | 77 |
| 20 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น คะแนนจาก การทำแบบทดสอบ ตอนที่ 1 แบบปรนัย คะแนนเต็ม 20 คะแนน และคะแนนจาก การทำแบบทดสอบ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย คะแนนเต็ม 20 คะแนน..... | 79 |
| 21 คะแนนผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง คะแนนเต็ม 100 คะแนน แบ่งเป็น คะแนนจากการทำใบกิจกรรม คะแนนเต็ม 20 คะแนน คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย คะแนนเต็ม 40 คะแนน คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น คะแนนเต็ม 40 คะแนน..... | 81 |

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การให้เหตุผลเป็นเรื่องที่จำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจ ต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดี ถูกหลักการ จะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาดได้ (สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2544: คำนำ) นอกจากนี้การคิดอย่างมีเหตุผล นับเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเรียนอย่างเข้าใจและมีเหตุผล เป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ ถึงแม้ว่าการจำจะช่วยในการหาคำตอบที่ถูกต้องได้รวดเร็วกว่า แต่ถ้านักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจ จะทำให้มีความสามารถในการปรับไปใช้กับสถานการณ์ใหม่ ๆ และสามารถจำได้ดีกว่า นานกว่า เพราะนักเรียนรู้กระบวนการที่ได้หลักการมาเพื่อใช้กับสถานการณ์ต่าง ๆ นักเรียนก็จะตระหนักว่าแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความเกี่ยวข้องกัน ดังนั้นการสอนในแนวนี้จึงเป็นการพัฒนาทางสติปัญญาได้ดีกว่าการสอนให้จดจำโดยไม่มีเหตุผล (ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2547: 1) การพัฒนาทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้ ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง ผู้สอนควรช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544: 199)

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่า สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาโดยทั่ว ๆ ไปครูมักจะเน้นความจำในเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ด้วยวิธีการที่แน่นอนวิธีเดียว ส่วนทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลและการพิสูจน์ครูมักใช้วิธีอธิบายและแสดงเหตุผลในขั้นตอนต่าง ๆ แล้วเขียนสิ่งที่อธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดูบนกระดานดำ ส่วนด้านคุณลักษณะของนักคณิตศาสตร์ ครูขาดการปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่มีจิตสำนึก สังเกต สำรวจ ตั้งข้อคาดการณ์ พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง (กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2546: 54-58) นอกจากนี้จากรายงานของสำนักทดสอบทางการศึกษา (สุรางคณา ยายหี. 2549: 1; อ้างอิงจาก สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2548: ออนไลน์) พบว่าค่า GPA วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายทั่วประเทศ ปีการศึกษา 2547 มีค่า GPA อยู่ประมาณ 1.8-2.1 เท่านั้น อีกทั้งค่า GPA ของวิชาคณิตศาสตร์มีค่าต่ำกว่าทุกรายวิชา เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ได้กำหนดแนวทางการจัดการศึกษาไว้ในมาตรฐาน 24 หมวดที่ 4 ว่าด้วยการจัดกระบวนการเรียนรู้ ควรจัดให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ปัญหา นอกจากนี้ควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้ทำได้ คิดเป็นทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542: 13) สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนด

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 6 สาระ ประกอบด้วย 1) จำนวนและการดำเนินการ 2) การวัด 3) เรขาคณิต 4) พีชคณิต 5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ 6) ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในแต่ละสาระการเรียนรู้จะแบ่งออกเป็นมาตรฐานต่าง ๆ สำหรับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับนักเรียนไว้ 5 มาตรฐาน ได้แก่ 1) การแก้ปัญหา 2) การให้เหตุผล 3) การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ 4) การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และ 5) ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งในแต่ละมาตรฐานได้กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังไว้อย่างชัดเจน (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544: 6) จะเห็นว่าการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผล โดยกำหนดให้เป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teacher of Mathematics: NCTM) ได้กำหนดในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) ให้การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหลักมาตรฐานหนึ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน และได้จัดให้การให้เหตุผล แทรกอยู่ในทุกกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริง ดังนั้นผู้เรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่หลากหลายเพื่อพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุป ที่สมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนด และประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่นได้ (NCTM. 1989: 81)

ทฤษฎีจำนวนเป็นเนื้อหาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะศึกษาเกี่ยวกับสมบัติของจำนวนโดยเฉพาะอย่างยิ่งสมบัติของจำนวนเต็มและจำนวนนับ เนื่องจากจำนวนนับเป็นจำนวนชนิดแรกที่มนุษย์รู้จัก สมบัติของจำนวนนับจึงเป็นที่สนใจของมนุษย์ ตลอดเวลาอันยาวนานแห่งประวัติศาสตร์มนุษยชาติ มีแง่มุมต่าง ๆ ที่มนุษย์ได้ศึกษาค้นคว้าไว้มากมาย และอาจกล่าวได้ว่าไม่มีวันที่จะจบสิ้นตราบที่มนุษย์ยังมีความคิด จินตนาการ และมีความอยากรู้อยากเห็นในความมหัศจรรย์ของจำนวนธรรมชาติ (สมใจ จิตพิทักษ์. 2545: บทนำ) ทฤษฎีจำนวนเป็นวิชาที่เป็นระบบ และยังเป็นวิชาที่น่าสนใจผลิตผลิตมีเนื้อหาที่เป็นคณิตศาสตร์นั้นทนาการ รวมทั้งยังมีความประหลาดมหัศจรรย์ มีปัญหาลำบาก ทำทลายความคิด ซึ่งหากศึกษาทฤษฎีจำนวนอย่างมีระบบแล้ว จะช่วยในการแก้ปัญหาทำให้คิดต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี (สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2545: 2) สำหรับเนื้อหาทางด้านทฤษฎีจำนวนนั้นได้นำไปประยุกต์ในด้านต่าง ๆ มากมาย เช่น ทฤษฎีรหัส (Coding Theory) การพัฒนาขั้นตอนวิธีในการสั่งงานของคอมพิวเตอร์ การกำหนดแถบรหัสสินค้า (Bar Code) การออกชุดของเลขรหัสของบัตรเครดิตต่าง ๆ ตลอดจนใช้เป็นกฎเกณฑ์ในการออกบัตรประจำตัวประชาชนของบางประเทศ (ณรงค์ ปันนัณ. 2548: บทนำ)

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของการให้เหตุผลที่มีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยเลือกเนื้อหาเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ซึ่งเป็นเนื้อหาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) ที่มุ่งให้นักเรียนมีความเข้าใจสมบัติ

ของจำนวนเต็มและนำสมบัติของจำนวนเต็มไปใช้ ในการให้เหตุผลเกี่ยวกับการหารลงตัวได้ ในบางหัวข้อจะเน้นการพิสูจน์แต่จะเป็นการพิสูจน์ที่ไม่ยากเกินไป สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาตามหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมเล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ประกอบด้วย การหารลงตัว ขั้นตอนวิธีการหาร ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้เพื่อศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น นอกจากนี้ผู้วิจัยยังศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลจากการวิจัยครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับเนื้อหาเรื่องอื่น ๆ หรือระดับชั้นอื่น ๆ ต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล
3. เพื่อศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ความสำคัญของการวิจัย

1. ทำให้ได้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ทำให้ทราบถึงผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล
3. ทำให้ทราบถึงเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
4. เป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับเนื้อหาเรื่องอื่น ๆ หรือระดับชั้นอื่น ๆ ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปทุมคงคา เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปทุมคงคา เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน จำนวน 306 คน โดยที่โรงเรียนจัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2.2 เจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 รวมระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย จำนวน 14 คาบ ดังนี้

1. ระยะเวลาที่ใช้สอนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รวม 10 คาบ ดังนี้

| | |
|-----------------------|-------------|
| 1.1 การหารลงตัว | จำนวน 2 คาบ |
| 1.2 จำนวนเฉพาะ | จำนวน 2 คาบ |
| 1.3 ขั้นตอนวิธีการหาร | จำนวน 2 คาบ |
| 1.4 ตัวหารร่วมมาก | จำนวน 2 คาบ |
| 1.5 ตัวคูณร่วมน้อย | จำนวน 2 คาบ |

2. การทดสอบย่อย หลังจากเรียนจบเนื้อหา 1.1-1.3 และ 1.4-1.5 จำนวน 2 คาบ

3. การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 คาบ

นियามศัพท์เฉพาะ

1. การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการ การคิดและวิเคราะห์หาความสัมพันธ์จาก การรวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์แล้วหาข้อสรุป พร้อมทั้งยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้น อย่างสมเหตุสมผล ในแต่ละขั้นตอนของการหาข้อสรุป

2. ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล หมายถึง ชุดการเรียนรู้การสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน โดยครูจะคอยตั้งคำถามเพื่อกระตุ้น ให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผล ฝึกให้นักเรียนเขียนการพิสูจน์จากการวิเคราะห์ที่ละ ขั้นตอน และนักเรียนสามารถบอกเหตุผลสำหรับแต่ละขั้นตอนของการพิสูจน์ได้ ชุดการเรียนรู้การสอน คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย

2.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย

1. แนะนำชุดการเรียนรู้การสอน
2. เนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอน
3. แนวทางการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน
4. เกณฑ์การตรวจให้คะแนน
5. การเก็บคะแนนและการประเมินผลการเรียนรู้
6. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน

2.2 บทเรียน สำหรับใช้ประกอบการเรียนรู้ โดยครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน บทเรียนจะแบ่งเนื้อหาออกเป็นเอกสารหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 5 หน่วยและในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วยประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง และใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติแบบรายบุคคลและแบบ กลุ่ม (เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน อ่อน 1 คน) ทั้งนี้ใบกิจกรรมมีทั้งหมด 10 ชุด แต่ละใบกิจกรรมจะเน้น ให้นักเรียนแสดงเหตุผลในการหาคำตอบ สำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ในบทเรียน ประกอบด้วย

1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว
2. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ
3. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ขั้นตอนวิธีการหาร
4. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก
5. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคูณร่วมน้อย

2.3 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 5 แผน แต่ละแผนมี 2 คาบ และแต่ละแผนจะสอดคล้องตามเอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย แผนการจัดการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. สาระการเรียนรู้

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้
5. สื่อการเรียนการสอน
6. การวัดและประเมินผล
7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

3. ผลการเรียนรู้ หมายถึง ความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งประเมินผลจาก

- 3.1 คะแนนจากการทำใบกิจกรรม ร้อยละ 20 ของคะแนนเต็ม แบ่งเป็น
 - 3.1.1 คะแนนจากการทำใบกิจกรรมแบบรายบุคคล ร้อยละ 15 ของคะแนนเต็ม
 - 3.1.2 คะแนนจากการทำใบกิจกรรมแบบกลุ่ม ร้อยละ 5 ของคะแนนเต็ม
- 3.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม
- 3.3 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ร้อยละ 40

ของคะแนนเต็ม

4. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนผลการเรียนรู้ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

5. นักเรียนที่มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์ หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนผลการเรียนรู้ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

6. เจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ หมายถึง ความคิดเห็น ความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งพิจารณาตามคะแนนที่ได้จากการตอบแบบสอบถามวัดเจตคติ ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้เป็นงานที่เกี่ยวกับการศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

1.2 คุณภาพของผู้เรียน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

2.1 ความหมายของการให้เหตุผล

2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล

2.3 ประเภทของการให้เหตุผล

2.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน

3.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอน

3.2 ประเภทของชุดการเรียนรู้การสอน

3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้การสอน

3.4 ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนรู้การสอน

3.5 ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้การสอน

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน

4.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน

5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติ

5.1 ความหมายของเจตคติ

5.2 ลักษณะและองค์ประกอบของเจตคติ

5.3 ประเภทของเจตคติ

5.4 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

5.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติ

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544: 1) ได้เน้นการศึกษาโดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนาผู้เรียนตามระดับพัฒนาการของผู้เรียน เป็น 4 ช่วงชั้นคือ ช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3 ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6 ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 และช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 และได้กำหนดสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลักและมาตรฐานการเรียนรู้ ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน สาระหลักประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 6 สาระ และมาตรฐานการเรียนรู้ 19 มาตรฐานดังนี้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานของการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค.3.2 : ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ

แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1.2 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เมื่อผู้เรียนเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้วิชาคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับสูงขึ้น การที่ผู้เรียนจะเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะ/กระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรมจริยธรรมและค่านิยม ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้
2. มีทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
3. มีความสามารถในการทำงานเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

สำหรับคุณภาพของผู้เรียนเมื่อเรียนจบช่วงชั้นที่ 4 ผู้เรียนควรมีความสามารถดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง และสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูงและแก้ปัญหาลักษณะการวัดได้
3. มีความเข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
4. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต และการดำเนินการของเซต สามารถบอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพแทนเซต มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชันสามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาลักษณะการต่าง ๆ ได้
5. สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้
6. สามารถสำรวจรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลและนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้
7. นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ไปใช้ได้

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับสาระการเรียนรู้ และมาตรฐานการเรียนรู้ พบว่าในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.2 ได้กล่าวถึงความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งการให้เหตุผลนั้น จะแทรกอยู่ในสาระการเรียนรู้ต่าง ๆ โดยในแต่ละสาระการเรียนรู้นั้น ต้องการให้ผู้เรียนตระหนักถึงความสมเหตุสมผล ในการหาคำตอบหรือคาดการณ์ข้อมูลต่าง ๆ และจากการศึกษาคุณภาพของผู้เรียน เมื่อเรียนจบการศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบว่า สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ในแต่ละสาระการเรียนรู้ โดยเฉพาะด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งที่ผู้เรียนเมื่อเรียนจบช่วงชั้นที่ 4 ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ จากการศึกษาเนื้อหาเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นพบว่าเนื้อหาเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นศึกษาเกี่ยวกับสมบัติของจำนวนเต็ม และสามารถนำสมบัติของจำนวนเต็มไปประยุกต์ได้ ซึ่งสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียน เมื่อเรียนจบช่วงชั้นที่ 4 จากความสำคัญของการให้เหตุผล และเนื้อหาเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องและบรรลุผล ตามสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6)

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

2.1 ความหมายของการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้หลายท่านดังนี้

อาริสตา ฉัตรกิจจรุณ (2529: 1) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นกระบวนการหนึ่งซึ่งนำเอา ข้อความหรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เป็นเหตุหรือข้อกำหนด (Hypothesis) อาจจะมีหลาย ๆ อันมาวิเคราะห์ และแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่อง เพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่หรือ ปรากฏการณ์ใหม่ ซึ่งเรียกว่า ข้อสรุปหรือผล (Conclusion)

บุญชู ชลัษฐีเยียร (2539: 29) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นความสามารถของมนุษย์ในการ สร้างข้อสรุปหรืออ้างเหตุผล โดยยึดความรู้หรือความจริงที่คาดไว้ล่วงหน้าเป็นหลักในเชิงที่สอดคล้อง กับกฎหรือหลักการของเหตุผล

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 37) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการ สร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ประกอบด้วยความสามารถในการวิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล ความสามารถในการหาข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

ชिरา ลำดวนหอม (2546: 14) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึงการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการ สร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ

วราภรณ์ เสาวะพาน (2546: 20) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึงการแสดงแนวคิด เกี่ยวกับการสร้างหลักการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: 49-50) กล่าวว่า การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และ/หรือ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ ๆ

โอดาฟเฟอร์และธอร์นควิส (O' Daffer; & Thornquist. 1990: 43) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวกับการหารูปแบบทั่วไป การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

จากความหมายของการให้เหตุผลข้างต้น ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของ การให้เหตุผล หมายถึงกระบวนการ การคิดและวิเคราะห์หาความสัมพันธ์จากการรวบรวมข้อเท็จจริง ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์แล้วหาข้อสรุป พร้อมทั้งยืนยัน หรือคัดค้านข้อสรุปนั้น อย่างสมเหตุสมผล ในแต่ละขั้นตอนของการหาข้อสรุป

2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลไว้หลายท่านดังนี้

อลิซและชิเรล (Alice; & shirel. 1999: 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ ผู้เรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: คำนำ) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดีถูกหลักการ จะทำให้ตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานของการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543: 21) ได้กล่าวว่าโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นในเรื่องการให้เหตุผล และการสร้างความสามารถในการพิสูจน์ เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. สามารถเข้าใจและตระหนักในคุณค่าของการเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการพิสูจน์ เพราะเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป
2. สามารถที่จะคาดการณ์และสืบสวนการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. สามารถพัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และสามารถพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น
4. สามารถเลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลต่าง ๆ ที่มีความเหมาะสมได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 5) ได้กำหนดเป้าหมายในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนไว้ 5 ประการ คือ

1. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
2. มีความมั่นใจในความสามารถของตนเอง
3. สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
4. สามารถสื่อสารแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้
5. สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

นอกจากนี้ NCTM (2000: 56) ได้เสนอมาตรฐาน 10 มาตรฐาน เพื่อเป็นมาตรฐานหลักสูตร และใช้เป็นแนวทางในการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ซึ่งมาตรฐาน 10 มาตรฐานนั้น ประกอบด้วย มาตรฐานที่เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Content Standards) อยู่ใน 5 มาตรฐานแรก และมาตรฐานที่เกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Process Standards) อยู่ใน 5 มาตรฐานหลังดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations)
2. พีชคณิต (Algebra)

3. เรขาคณิต (Geometry)
4. การวัด (Measurement)
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)
6. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
7. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof)
8. การสื่อสาร (Communication)
9. การเชื่อมโยง (Connection)
10. การแสดง/การนำเสนอ (Representation)

จากมาตรฐานทั้ง 10 มาตรฐาน พบว่า NCTM ได้เห็นความสำคัญของทักษะ/กระบวนการ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ เป็นทักษะหนึ่งในทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนมีความสามารถดังนี้

1. เห็นคุณค่าของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ในฐานะที่เป็นรากเหง้าของคณิตศาสตร์ได้
2. สร้างและสืบสวนข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้
4. เลือกและใช้รูปแบบการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ได้อย่างหลากหลาย

สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของประเทศไทยนั้นได้ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผล โดยกำหนดให้การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระการเรียนรู้ที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อต้องการให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล ในแต่ละช่วงชั้น ดังนี้

ตาราง 1 ความสามารถในการให้เหตุผลในแต่ละช่วงชั้น

| มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น | | | |
|---|--|--|--|
| ป.1-3 | ป. 4-6 | ม.1-3 | ม.4-6 |
| ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจ อย่างสมเหตุสมผล | ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่าง เหมาะสม | สามารถแสดงเหตุผล โดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ | นำวิธีการให้เหตุผล แบบอุปนัยและนิรนัย มาช่วยในการค้นหา ความจริงหรือข้อสรุป และช่วยในการ ตัดสินใจบางอย่างได้ |

ที่มา: กระทรวงศึกษาธิการ. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.
หน้า 25.

2.3 ประเภทของการให้เหตุผล

มีนักการศึกษาได้ให้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลไว้หลายท่านดังนี้

โอดาฟเฟอร์ (O' Daffer. 1990: 378) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลมี 2 ประเภทดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ข้อมูล ในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปแบบทั่วไปทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนคติ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง และนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน ได้แก่ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักแล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-59) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล เป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นลักษณะการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจนหรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภทคือการให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย ได้ให้ความหมายเช่นเดียวกับโอดาฟเฟอร์ ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท บาร์ดูดี ได้กล่าวว่าในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์ มักเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณหรืออุปนัย เรียกว่า การสร้างข้อคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อคาดการณ์โดยการพิสูจน์ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัย

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: 2-11) กล่าวว่า การให้เหตุผลที่ใช้กันอยู่มี 2 แบบ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยอ้างจากตัวอย่าง หรือประสบการณ์ย่อยหลาย ๆ ตัวอย่าง หลายแง่หลายมุม แล้วสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการอ้างเหตุผลจากความรู้พื้นฐานชุดหนึ่ง ที่ยอมรับมาก่อน ความรู้พื้นฐานที่ต้องยอมรับมาใช้อ้างเหตุผลนี้มีชื่อเรียกต่าง ๆ กัน เช่น เหตุ (Premise) สมมติฐาน (Hypothesis) หรือสัจพจน์ (Axiom or Postulate)

2.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

ในการพัฒนาการคิดและความสามารถในการให้เหตุผล ควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผลจากกิจกรรมที่ผสมผสานความคิด และการให้เหตุผลควบคู่กันไป โดยการฝึกคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งผู้เรียนจะได้แสดงพฤติกรรมการสืบค้น ตั้งข้อคาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกต ได้อธิบายแลกเปลี่ยนความคิด และชี้แจงเหตุผลกัน (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544: 6)

สิริพร ทิพย์คง (2545: 99) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ และเป็นองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลดังนี้

1. ครูควรให้ผู้เรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ครูควรให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
3. ครูควรให้ผู้เรียนช่วยกันสรุปแล้วครูช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ไหน อย่างไร

นอกจากนี้ครูควรกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ และได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติ คำถามที่ใช้ควรกระตุ้นผู้เรียนด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น

โรแวนและมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993:16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งที่สำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้ผู้เรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุป พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

ฮอกตัน มิฟฟิน (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2540: 98; อ้างอิงจาก Houghton Mifflin. 1995. *Mathematics Grade 3 teacher's Edition*. p. 506) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์การใช้คำถามเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical power) นั้น ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญ โดยครูจะเป็นกุญแจนำไปสู่ความสำเร็จดังกล่าว เพื่อช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล (To develop student's reasoning ability) ครูควรมีกกลยุทธ์ในการใช้คำถามให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์ เช่น

- ก. ทำไมเธอจึงเลือกคำตอบนั้น
- ข. เธอพิสูจน์ได้ไหม
- ค. วิธีนั้นใช้ได้เสมอหรือไม่
- ง. ทำไมเธอจึงทำอย่างนั้นล่ะ

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

งานวิจัยในประเทศ

สมเจตน์ ไวยาการณ์ (2530: 39) ได้ศึกษารูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผล เน้นกระบวนการสอนที่ใช้เนื้อหาวิชาเป็นสื่อ ประกอบด้วยกระบวนการสอน 4 ขั้นตอน คือการวางแผน การสร้างแนวคิดรวบยอด การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้และการประเมินผล กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนราชินีบูรณะ จังหวัดนครปฐม ใช้เวลาทดลอง 6 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นเหมาะสมที่จะนำไปใช้ประกอบการสอนในโรงเรียน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนได้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 338) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใน 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ และกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนนารายณ์และโรงเรียนดงตาล วิทยา จังหวัดลพบุรี จำนวน 154 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 75 คน และกลุ่มควบคุม 79 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม ที่ระดับนัยสำคัญ .01

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ (2542: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนหลังจากสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ชिरา ลำดวนหอม (2545: 36) ได้สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

อารีย์ ศรีเดือน (2547: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเรื่องการประยุกต์ 1 เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนหัวหินวิทยาลัย จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ ซึ่งมาจากการสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังจากสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล สูงกว่าก่อนสอน ที่ระดับนัยสำคัญ .01

กิตติศักดิ์ แก้งทอง (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนมัธยมศึกษาในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 400 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 365 คน ปีการศึกษา 2547 ในจังหวัดนครราชสีมา ชัยภูมิ สุรินทร์ บุรีรัมย์ และศรีสะเกษ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ชนกร ตุ่มบุญ (2548: 60) ได้สร้างชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานที่เน้นทักษะการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง ที่ระดับนัยสำคัญ .01

อิทธิเทพ นวาระสุจิต (2548: 59) ได้สร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการการให้เหตุผลระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้เวลาทดลอง 24 ชั่วโมงกับกลุ่มตัวอย่าง 15 คน และสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการการให้เหตุผล ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลมีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

งานวิจัยต่างประเทศ

เลชเชอร์ (Leshner. 1971: 2487-A) ได้ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนเกรด 4-7 ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ระหว่างระดับชั้นมีความแตกต่างกัน กล่าวคือนักเรียนที่มีระดับชั้นสูงกว่า จะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับชั้นต่ำกว่า

พอนแรนด์ (Pallrand. 1979: 445-451) ได้ศึกษาขั้นการคิดแบบรูปธรรมที่กำลังเปลี่ยนแปลงไปสู่ขั้นการคิดแบบนามธรรม ผลการศึกษาได้ข้อสรุปที่สำคัญดังนี้

1. เด็กในช่วงการคิดแบบนามธรรมสามารถคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ได้
2. ระดับการศึกษาต่างกันทำให้ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แตกต่างกัน
3. การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกกับผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียน

เรย์ (Ray. 1979: 3220-A) ได้ทดลองเพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของการใช้คำถามในระดับต่ำ (Lower level Question) กับคำถามในระดับสูง (Higher level Question) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายวิชาเคมี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม จัดการเรียนการสอนให้เหมือนกันทั้งสองกลุ่ม ยกเว้นการใช้ระดับคำถามที่แตกต่างกัน โดยกลุ่มหนึ่งจะใช้คำถามที่เป็นคำถามระดับสูง ส่วนอีกกลุ่มใช้คำถามเป็นคำถามระดับต่ำ ใช้เวลาทดลอง 24 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่าคะแนนให้เหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับสูง สูงกว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับต่ำ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ลอดีเยน (Laudien. 1999: 3384-A) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในตำราเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการนำตำราเรียนคณิตศาสตร์ ที่ขายตามร้านหนังสือ (Commercial) และชุดตำราเรียนทดลอง (Experimental Series) เกรด 7 และเกรด 8 มาวิเคราะห์ว่ามีเนื้อหาที่ต้องการให้นักเรียน ใช้การให้เหตุผลทางตรรกวิทยาอย่างน้อยเพียงใด และตำราเรียนทั้งสองแบบนี้มีการให้เหตุผลและการพิสูจน์อย่างไร ผลการศึกษาแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างตำราเรียนที่ขายตามร้านหนังสือและชุดตำราเรียนทดลอง และตำราทั้งสองควรจะมีการเพิ่มการให้เหตุผลแบบนिरนัย ตามลำดับเกรด

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน

3.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอน

นักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอนไว้ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 25) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอนว่า เป็นสื่อการเรียนที่อาศัยระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กันและส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการสอนเหล่านี้เรียกว่าสื่อประสม (Multi Media) ซึ่งสามารถนำไปใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 95) ได้ให้ความหมายของการชุดการเรียนรู้การสอนว่าเป็นสื่อการเรียนหลายอย่างประกอบกันจัดเข้าไว้เป็นชุด (Packages) เรียกว่าสื่อประสม (Multimedia) เพื่อมุ่งให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

แคปเฟอร์ และแคปเฟอร์ (Kapfer; & Kapfer. 1972: 3-10) กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้การสอน หมายถึงรูปแบบของสื่อระหว่างครูกับนักเรียนประกอบด้วย คำแนะนำเพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมการเรียน จนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลของการเรียนรู้ การรวบรวมเนื้อหาที่จะนำมาสร้างชุดการเรียนรู้การสอนได้มาจากขอบข่ายของความรู้ที่หลักสูตรต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ เนื้อหาจะต้องถูกต้องและชัดเจน เพื่อสื่อความหมายให้นักเรียนได้เกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

บราวน์ และคนอื่น ๆ (Brown; et al. 1973: 338) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอน หมายถึง ชุดของสื่อแบบประสมที่สร้างขึ้น เพื่อช่วยเหลือครูให้สามารถสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในกล่องหรือชุดการเรียนรู้การสอน ประกอบด้วย ภาพโป่งใส फिल्मสตริป ภาพเหมือน โปสเตอร์ และแผนภูมิ บางชุดอาจจะประกอบด้วย เอกสารเพียงอย่างเดียว บางชุดอาจจะเป็นโปรแกรมที่มีบัตรคำสั่งให้นักเรียนได้เรียนด้วยตนเอง

กู๊ด และคนอื่น ๆ (Good; & et al. 1973: 306) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอน หมายถึง ชุดโปรแกรมการสอนทุกอย่าง ที่จัดไว้โดยเฉพาะ มีวัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในการสอน คู่มือครู เนื้อหาแบบทดสอบข้อมูลที่เกี่ยวข้องได้ มีการกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนไว้อย่างชัดเจน ชุดการเรียนรู้การสอนนี้ครูเป็นคนจัดให้นักเรียนแต่ละคนได้ศึกษาและฝึกฝนตนเองโดยครูเป็นผู้คอยแนะนำเท่านั้น

จากการศึกษาความหมายของชุดการเรียนรู้การสอนข้างต้น สรุปได้ว่า ชุดการเรียนรู้การสอน หมายถึง สื่อการเรียนรู้การสอนสำหรับใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้การสอน เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เพื่อให้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ชุดการเรียนรู้การสอนประกอบด้วย คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน บทเรียน และแผนการจัดการเรียนรู้ สำหรับบทเรียน ประกอบด้วย เอกสารหน่วยการเรียนรู้และใบกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติแบบคนเดียวและเป็นกลุ่ม เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผล และมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

3.2 ประเภทของชุดการเรียนรู้การสอน

นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนรู้การสอนไว้ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 186-187) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนรู้การสอนไว้ 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับการบรรยาย หรือชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครู เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่กำหนดกิจกรรม และสื่อการสอนให้ครูใช้ประกอบคำบรรยายเพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้น้อยลง และเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น ชุดการเรียนรู้การสอนนี้จะมีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดการเรียนรู้การสอนแบบนี้มุ่งเน้นที่ตัวนักเรียนให้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน อาจจัดการเรียนรู้การสอนในรูปของศูนย์การเรียนรู้ซึ่งในแต่ละศูนย์การเรียนรู้ จะมีสื่อการเรียนหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนนักเรียนในศูนย์การเรียนรู้นั้น การเรียนอาจจัดในรูปแบบรายบุคคลหรือผู้เรียนทั้งศูนย์การเรียนรู้ใช้ร่วมกันก็ได้

3. ชุดการเรียนรู้การสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่จัดระบบขั้นตอน เพื่อให้ นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเอง ตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคล เมื่อศึกษาจบแล้วจะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้าและศึกษาชุดอื่น ๆ ต่อไปตามลำดับ เมื่อนักเรียนมีปัญหาจะปรึกษาซึ่งกันและกัน และครูพร้อมที่จะให้ความช่วยเหลือทันที ในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทางการเรียน ในปัจจุบันชุดการเรียนรู้การสอนแบบนี้อาจเรียกว่า บทเรียนโมดูล (Module)

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง (2531: 161-197) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนรู้การสอนออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดการเรียนรู้การสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่ให้ นักเรียน เรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนรู้การสอน ประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรมพร้อมบัตรเฉลย บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลย และแบบทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนรู้การสอนนั้น จะมีสื่อการสอนไว้พร้อม เพื่อให้ นักเรียนได้ใช้ประกอบการเรียนในเรื่องนั้น ๆ

2. ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครู เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่ครูใช้ ประกอบด้วย รายละเอียดการสอนในแต่ละคาบ วิธีใช้สื่อการสอน แบบฝึกหัด เพื่อฝึกทักษะ ตลอดจนการวัดผลและประเมินผล นอกจากนี้ยังประกอบด้วยปัญหาต่าง ๆ ที่ควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึก

3. ชุดการเรียนรู้การสอนแบบผสม เป็นชุดการเรียนรู้การสอนซึ่งนักเรียนสามารถใช้เรียนด้วยตนเองหรือครูใช้สอนก็ได้ จึงเป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่ประกอบด้วยชุดการเรียนรู้การสอนรายบุคคลกับชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครู ในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนลักษณะนี้ จะต้องเตรียมกิจกรรมสำหรับทั้งครูและนักเรียนให้ครอบคลุมทุกกิจกรรมและในขณะใช้ชุดการเรียนรู้การสอนครูอาจสอนเองหรือให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองก็ได้

ซัยยงค์ พรหมวงค์ (2537: 114) ได้จำแนกชุดการเรียนการสอนออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

1. ชุดการเรียนการสอนประกอบคำบรรยาย เป็นชุดการเรียนการสอนที่มุ่งช่วยขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ช่วยให้ครูพูดน้อยลง และเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนมากขึ้น สิ่งที่ใช้อาจเป็นแผนการสอน สไลด์ประกอบเสียงขยายในเทป แผนภูมิ แผนภาพ แผ่นโปรงใส และภาพยนตร์โทรทัศน์ ชุดการเรียนการสอนประเภทนี้มักจะบรรจุไว้ในกล่องที่มีขนาดพอเหมาะกับจำนวนสื่อ
2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับกลุ่ม เป็นชุดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน เช่น การสอนแบบศูนย์การเรียน การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์
3. ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองตามความแตกต่างระหว่างบุคคล อาจเป็นการเรียนในโรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้ เพื่อให้นักเรียนก้าวไปข้างหน้าตามความสามารถ ความสนใจและความพร้อมของนักเรียน ชุดการเรียนการสอนรายบุคคลอาจผลิตออกมาในรูปของหน่วยการเรียนย่อยหรือโมดูล
4. ชุดการเรียนการสอนทางไกล เป็นชุดการเรียนการสอน สำหรับครูและนักเรียนที่อยู่ต่างถิ่นต่างเวลากัน มุ่งสอนให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง โดยนักเรียนไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียนประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา เช่น ชุดการเรียนการสอนทางไกลมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน

ในการสร้างชุดการเรียนการสอนนั้น ผู้วิจัยได้ศึกษาองค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนการสอน เพื่อจะนำมากำหนดไว้ในองค์ประกอบของชุดการเรียนการสอนที่จะสร้างขึ้น มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

ฮุสตัน และคนอื่น ๆ (Houston; et al. 1972: 10-15) ได้กล่าวว่าส่วนประกอบของชุดการเรียนการสอนมีดังนี้

1. คำชี้แจง (Prospectus) จะอธิบายถึงความสำคัญของจุดมุ่งหมาย ขอบข่ายของชุดการเรียนการสอน สิ่งที่นักเรียนจะต้องมีความรู้ก่อนเรียน และขอบข่ายของกระบวนการเรียน
2. จุดมุ่งหมาย (Objectives) คือข้อความที่ชัดเจนไม่กำกวมที่กำหนดไว้ว่านักเรียนจะประสบความสำเร็จอะไร หลังจากเรียนจบแล้ว
3. การประเมินผลเบื้องต้น (Pre-Assessment) อาจอยู่ในรูปของการทดสอบแบบข้อเขียน การสอบปากเปล่า เพื่อให้ทราบถึงความต้องการและความสนใจของนักเรียน
4. การกำหนดกิจกรรม (Enabling Activities) คือการกำหนดแนวทางและวิธีการเพื่อนำไปสู่จุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้น ๆ
5. การประเมินขั้นสุดท้าย (Post-Assessment) เป็นข้อทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากเรียนจบแล้ว

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 95-96) ได้กล่าวว่าชุดการเรียนการสอนมี 4 องค์ประกอบดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนสามารถศึกษาและปฏิบัติได้อย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบด้วย แผนการสอน สิ่งที่ครูต้องเตรียมก่อนสอน บทบาทของนักเรียน การจัดชั้นเรียน เป็นต้น

2. บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้นักเรียนปฏิบัติอะไร โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นของการเรียน

3. แบบทดสอบวัดความก้าวหน้าของนักเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดการเรียนการสอนจบแล้ว นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

4. สื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ เป็นสื่อสำหรับนักเรียนได้ศึกษา มีหลายชนิดประกอบกัน อาจเป็นสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรมหรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์ เช่น รูปภาพ แผนภูมิต่าง ๆ เทปบันทึกเสียง फिल्मสตริป สไลด์ ของจริง

นอกจากนี้ กิดานันท์ มลิทอง (2536: 81) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนการสอนที่ดีต้องมีองค์ประกอบดังนี้

1. คู่มือ สำหรับครูและนักเรียนใช้ในการจัดการเรียนการสอน

2. คำสั่ง เพื่อกำหนดแนวทางในการจัดการเรียนการสอน

3. เนื้อหาบทเรียน อาจจัดในรูปของสไลด์ फिल्मสตริป เทปบันทึกเสียง วัสดุกราฟิก หนังสือเรียน ฯลฯ

4. กิจกรรมการเรียนการสอน เป็นการให้นักเรียนทำรายงาน หรือกิจกรรมตามที่กำหนดไว้หรือให้นักเรียนค้นคว้าต่อจากสิ่งที่เรียนไปแล้ว เพื่อความรู้ที่กว้างขวางมากขึ้น

5. แบบทดสอบ เป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียนเพื่อทำการประเมินผล

3.4 ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนการสอน

ในการสร้างชุดการเรียนการสอนผู้วิจัยได้ศึกษาหลักการสร้างชุดการเรียนการสอนวิธีการสร้างรวมทั้งแนวคิด และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน มีนักการศึกษาได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 189-192) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนการสอนไว้ 10 ขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียด ว่าสิ่งที่จะนำมาสร้างชุดการเรียนการสอนนั้น ต้องการให้นักเรียนรู้อะไร เพื่อไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนกันในหน่วยอื่น ๆ อันจะสร้างความสับสนให้กับนักเรียนได้ ผู้วิจัยจะต้องทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วแบ่งหน่วยของการเรียนการสอนแต่ละหน่วยนั้น ให้มีหัวเรื่องย่อย ๆ และควรเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็น

สิ่งจำเป็นที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้ และลักษณะธรรมชาติของวิชานั้น ๆ

2. ผู้วิจัยจะต้องพิจารณาตัดสินว่า จะสร้างชุดการเรียนรู้การสอนแบบใด โดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่าผู้เรียนคือใคร (Who is learning) จะให้อะไรกับผู้เรียน (Give what condition) จะทำกิจกรรมอย่างไร (Does what activities) และจัดทำได้ดีอย่างไร (How well criterion) ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียนรู้

3. กำหนดหน่วยการเรียนรู้การสอน โดยประมาณเนื้อหาสาระที่จะสามารถถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียน หาสื่อการสอน พยายามศึกษาวิเคราะห์อีกครั้งหนึ่งว่าหน่วยการเรียนรู้มีหลักการหรือความคิดรวบยอดอะไร แต่ละหัวเรื่องย่อยมีความคิดรวบยอดหรือหลักการย่อย ๆ อะไรอีกบ้างที่จะต้องศึกษา พยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด จะต้องสอดคล้องกับหน่วยการเรียนรู้และหัวเรื่อง โดยสรุปแนวความคิด สาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกัน เพราะความคิดรวบยอดนั้นเป็นเรื่องของความเข้าใจ เกิดจากประสาทสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมอง แล้วนำสิ่งใหม่ที่ได้ไปเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม เกิดเป็นความคิดรวบยอด

5. การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ จะต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอดโดยกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม หมายถึงความสามารถของนักเรียน ที่แสดงออกมาให้เห็นภายหลังการเรียน บทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้ว โดยครูสามารถวัดได้ ถ้าครูกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใดก็ยังมีทางประสบความสำเร็จในการสอนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้และตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อให้ถูกต้อง และครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์งาน คือการนำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์เนื้อหาหรือกิจกรรมการเรียนรู้การสอน แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมถูกต้อง สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ภายหลังจากที่นำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาวิเคราะห์งานแล้วเรียงลำดับกิจกรรมของแต่ละข้อ เพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียนการสอนและไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในการเรียน โดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของนักเรียน วิธีการดำเนินการ ตลอดจนการติดตามผลและการประเมินผล

8. สื่อการเรียนรู้การสอน คืออุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำ เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้น และจัดหาไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียนรู้การสอนเป็นของที่ใหญ่โตหรือมีคุณค่าที่จะต้องจัดเตรียมไว้ก่อน ควรจะต้องเขียนให้ชัดเจนในคู่มือครูเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน ว่าจะจัดหาได้จากที่ใด เช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึกเสียง และพวกที่เก็บไว้ได้ไม่ทนทานเพราะเกิดการเน่าเสีย เช่น ไข่ม้วนกระดาษ

9. การประเมินผล คือการตรวจสอบดูว่าหลังจากใช้ชุดการเรียนการสอน นักเรียนได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์การเรียนกำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ได้ แต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับนักเรียน และไม่ตรงเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วย การเรียนรู้สิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นก็เป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณค่า

10. การทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อหาประสิทธิภาพ เมื่อพิจารณารูปแบบของชุดการเรียนการสอนและสร้างออกมาเป็นแฟ้ม หรือกล่องชุด แล้วแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษาและความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน เพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ดูก่อน เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไขปรับปรุงอย่างดี แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับนักเรียนทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่ โดยกำหนดขั้นตอนดังนี้

- ก. ชุดการเรียนการสอนนี้ ต้องการความรู้เดิมของนักเรียนหรือไม่
- ข. การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการเรียนการสอนนี้เหมาะสมหรือไม่
- ค. การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสัมพันธ์กับนักเรียนและดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่
- ง. การสรุปผลการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอด หรือหลักสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ว่าดีหรือไม่ หรือจะต้องทำการปรับปรุงเพิ่มเติมอย่างไร
- จ. การประเมินผลการเรียน เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้น ให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหนกับนักเรียน

นอกจากนี้ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 192) ได้เสนอแนะว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนให้ประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง
2. ให้นักเรียนมีโอกาสทราบผลการกระทำทันทีจากกิจกรรมการเรียนการสอน
3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกต้อง
4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์และกำหนดความสามารถพื้นฐานของนักเรียน

จากการศึกษาขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนการสอนที่กล่าวมาข้างต้นพบว่า การสร้างชุดการเรียนการสอนนั้นผู้วิจัยจะต้องศึกษาเนื้อหาที่ต้องการสอนโดยละเอียด จากนั้นแบ่งเนื้อหาออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ กำหนดหน่วยการเรียนการสอน ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่จะสอน และกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน จัดทำแบบทดสอบสำหรับประเมินผล จากนั้นนำชุดการเรียนการสอนไปทดลองใช้กับกลุ่มทดลองนำร่อง เพื่อตรวจสอบและหาข้อบกพร่องแล้วทำการแก้ไขปรับปรุง จากนั้นนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.5 ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้การสอน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนรู้การสอนไว้ดังนี้

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524: 174) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนรู้การสอนดังนี้

1. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสอนของครู ลดบทบาทในการบอกของครู
2. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ของนักเรียน เพราะสื่อผสม (Multi Media) ที่ได้จัดไว้ในระบบ เป็นการเปรียบเทียบกิจกรรมและช่วยรักษาระดับความสนใจของนักเรียนอยู่ตลอดเวลา
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง ทำให้เกิดทักษะในการแสวงหาความรู้และพิจารณาข้อมูล ฝึกความรับผิดชอบและการตัดสินใจ
4. เป็นแหล่งความรู้ที่ทันสมัย และคำนึงถึงหลักจิตวิทยาการเรียนรู้
5. ช่วยขจัดปัญหาการขาดครู เพราะนักเรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง
6. ส่งเสริมการศึกษานอกระบบ เพราะสามารถนำไปใช้ได้ตลอดเวลาและไม่จำเป็นต้องใช้เฉพาะในโรงเรียน

นอกจากนี้ วาสนา ซาวหา (2525: 139-140) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนรู้การสอนดังนี้

1. นักเรียนสามารถเรียนได้เป็นกลุ่มหรือรายบุคคล โดยไม่ต้องอาศัยครูและเป็นไปตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน โดยไม่ต้องกังวลว่าจะตามเพื่อนไม่ทันหรือต้องเสียเวลาคอยเพื่อน
2. นักเรียนสามารถนำไปเรียนที่ใดก็ได้ตามความสะดวก
3. แก้ปัญหาการขาดแคลนครูได้เป็นบางโอกาสอาจใช้ชุดการเรียนรู้สอนนี้กับนักเรียนเนื่องจากครูไม่เพียงพอ หรือมีความจำเป็นที่ไม่สามารถสอนแทนกันได้
4. ฝึกนักเรียนให้เรียนรู้ โดยการให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม นอกเหนือไปจากสถานการณ์ในชั้นเรียนปกติ เป็นการสร้างประสบการณ์เรียนรู้ใหม่ให้แก่นักเรียนอย่างกว้างขวาง และยังเน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าเนื้อหา

จะเห็นได้ว่าชุดการเรียนรู้การสอนมีประโยชน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสอนของครู ช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครู และยังเป็นส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน

งานวิจัยในประเทศ

เพ็ญญา แสนดี (2542: 57) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนาม สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน หลังจากสอน โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการสูงกว่าก่อนสอน ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และความคิดเห็นของครูหลังจากใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ อยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

มยุรี บุญเยี่ยม (2545: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นสูง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตจักรพงษ์ภูวนารถ จำนวน 39 คน โดยใช้แผนแบบการทดลอง One group Pre-test Post-test Design ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษา หลังจากสอนด้วยชุดการเรียนรู้การสอน เรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้วิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สูงกว่าก่อนการทดลอง ที่ระดับนัยสำคัญ .01

คำโง่น เขียนทิลม (2547: บทคัดย่อ) ได้วิจัยโดยการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว จำนวน 52 คน ใช้เวลาในการทดลอง 20 ชั่วโมง โดยใช้เวลาเรียนปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของคณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และระดับความพึงพอใจของนักศึกษา ในการเรียนด้วยชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์ และสถาปัตยกรรมศาสตร์ อยู่ในระดับมาก

ขวัญ เพี้ยชัย (2548: 66) ได้วิจัยโดยการสร้างชุดการเรียนรู้การสอน ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด เรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเจตคติของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี ที่มีต่อชุดการเรียนรู้การสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่านิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 2 หลังจากเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด สามารถสอบผ่านเกณฑ์คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนิสิตทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 2 มีความคิดเห็นต่อชุดการเรียนรู้การสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุดเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

งานวิจัยต่างประเทศ

เอ็ดวาร์ด (Edwards. 1975: 43) ได้กล่าวถึงงานวิจัยของมหาวิทยาลัยอิลลินอยด์ซึ่งได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องประสบการณ์ในการสอนแบบจุลภาค โดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองและได้รับคำแนะนำจากครู กับการใช้ชุดการเรียนด้วยตนเอง โดยไม่มีผู้แนะนำกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัยจำนวน 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มละ 25 คน ผลการวิจัยพบว่าทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .01 จากงานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการเรียนด้วยตนเองไม่จำเป็นต้องอาศัยผู้แนะนำถ้าชุดการเรียนนั้นได้สร้างขึ้นอย่างถูกต้อง ตามกระบวนการแล้วผู้เรียนจะสามารถเรียนด้วยตนเองได้ผลดีเช่นกัน

วีวาส (Vivas. 1984: 603-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนา และประเมินชุดการเรียนการสอนเกี่ยวกับกระบวนการคิด ของนักเรียนเกรด 1 ในประเทศเวเนซุเอล่า กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 1 จำนวน 214 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 114 คน ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน และกลุ่มควบคุม 100 คน ได้รับการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนมีความสามารถด้านกระบวนการคิดเพิ่มขึ้น หลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

บูล (Bull. 1993: 2497-A) ได้วิจัยเพื่อสำรวจผลกระทบเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับเกรด 8 โดยใช้การสอนแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนได้แบ่ง กลุ่มทดลองเป็นครู 5 คนและนักเรียน 274 คน และกลุ่มควบคุมเป็นครู 4 คนและนักเรียน 237 คน โดยกลุ่มทดลองสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน Magic Math และสังเกตการเรียนการสอนในห้องเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน Magic Math มีความสามารถในการเรียนมากกว่านักเรียนที่สอนตามปกติ

ออร์ตัน (Orton. 1997: 486-A) ได้ออกแบบชุดการเรียนโดยใช้สื่อการเรียนมัลติมีเดีย เพื่อนำมาใช้ในการสอนเกี่ยวกับจำนวน สำหรับการเรียนเรื่องยาก ๆ โดยนำชุดการเรียนการสอน MIC (Multimedia Interaction Calculator) มาใช้ในการเรียนการสอนและครูผู้สอนคอยสังเกตการเรียนการสอน รวมทั้งพิจารณาผลงานของนักเรียนจากชุดการเรียนการสอน MIC ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนการสอน MIC มีประสิทธิภาพ โดยจะช่วยให้นักเรียนค้นพบรูปแบบของจำนวนได้

ฮัลเลย์ (Hulley. 1998: 2352-A) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนแบบบูรณาการทางวิทยาศาสตร์และการเรียนการสอนทางสังคมศึกษาของนักเรียนเกรด 5 โดยบูรณาการวิชาสังคมศึกษากับวิชาวิทยาศาสตร์ ชุดการเรียนการสอนได้สร้างให้สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาแห่งรัฐมิสซิสซิปปี และมาตรฐานการศึกษาวิทยาศาสตร์ 3 ข้อ คือ 1) วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2) วิทยาศาสตร์กับบุคคลและมุมมองทางสังคม และ 3) ประวัติและธรรมชาติของวิทยาศาสตร์ แบ่งเป็น 3 บทเรียน 45 แผนการสอน ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัยคือ ทำให้ครูผู้สอนสามารถสร้างชุดการเรียนการสอนแบบบูรณาการทางวิทยาศาสตร์และสังคมศึกษา และสามารถดำเนินการจัดทำหลักสูตรในโรงเรียนได้

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน

4.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน

ทฤษฎีจำนวน (Number Theory) เป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่จะเกี่ยวข้องกับการศึกษาสมบัติของจำนวนนับ (Counting Number) อาจเรียกจำนวนนี้ว่า จำนวนธรรมชาติ (Natural Number) หรือจำนวนเต็มบวก (Positive Integer) ก็ได้ (นพพร ณะชัยพันธ์. 2543: 7) ธรรมชาติของวิชาทฤษฎีจำนวนนั้น เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้ เพราะอาศัยความรู้เพียงน้อยนิดแต่สามารถพัฒนาความคิดได้อย่างหลากหลายและลึกซึ้ง และเป็นวิชาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ค้นพบความสำเร็จในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยเฉพาะผู้เรียนที่มีความคิดสร้างสรรค์ได้มีโอกาสแสดงความสามารถของตนเอง ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายในวิชาทฤษฎีจำนวน (Bezuazka; & Henney. 1983: 250-252) วิชาทฤษฎีจำนวนเป็นสาขาหนึ่งที่เก่าแก่ที่สุดทางคณิตศาสตร์ เพราะถูกพัฒนามาตั้งแต่สมัยกรีกโบราณ เมื่อประมาณ 2500 ปีมาแล้ว โดยพิจารณาจากหลักฐานที่ปรากฏในอดีต ซึ่งนักคณิตศาสตร์มีความเห็นว่าจะเริ่มจากยุคของพีทาโกรัส (Pythagoras 569-500 ปีก่อนคริสต์ศักราช) และปัจจุบันยังได้รับการศึกษาค้นคว้าอีกมากมาย จากทั้งนักคณิตศาสตร์มืออาชีพและมีสมัครเล่น ด้วยเหตุผลที่ว่าปัญหาทางทฤษฎีจำนวนนั้น ชวนคิดและท้าทายความสามารถ มีความง่ายที่จะทำความเข้าใจ ประกอบกับปัญหาดูเหมือนว่ามีโอกาสหาคำตอบได้ นอกจากนี้ยังมีข้อคาดการณ์ (Conjecture) และปัญหาที่ยังไม่สามารถหาคำตอบได้ (Unsolved Problems) อีกมากมาย (ณรงค์ บัณฑิต. 2548: 1)

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีจำนวน ดังนี้

สิริสินธ์ นุชนาด (2538: 52-58) ได้วิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการลงรอยกันเบื้องต้นในทฤษฎีจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนคราราม อำเภอเมือง จังหวัดเพชรบุรี จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถทางการเรียนเรื่องการลงรอยกันเบื้องต้นในทฤษฎีจำนวนที่ระดับนัยสำคัญ .01

นิตติยา ปภากจน์ (2540: 71) ได้วิจัยเพื่อพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 17 คน โดยพัฒนาหลักสูตรให้มีความเหมาะสมกับความสามารถที่แท้จริงของเด็ก และเลือกสรรเนื้อหา วิธีการจัดกิจกรรม และประสบการณ์การเรียนรู้ เวลาและการวัดผลประเมินผล บนพื้นฐานความต้องการและความสนใจ ลักษณะนิสัยและศักยภาพของนักเรียน ซึ่งมีขั้นตอนในการวิจัยและพัฒนา ดังนี้

ขั้นที่ 1 สืบค้นและศึกษาข้อมูลพื้นฐาน

ขั้นที่ 2 สร้างเครื่องมือนัดเลือกเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 สร้างและพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวน

ขั้นที่ 4 สร้างแบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีจำนวน

ขั้นที่ 5 ประเมินหลักสูตร โดยผู้เชี่ยวชาญและการทดสอบใช้หลักสูตร

ผลการวิจัยพบว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนและหลังเรียนหลักสูตรมีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .0005 และได้คะแนนเฉลี่ยของการทดสอบหลังเรียนหลักสูตรเท่ากับ 62 ซึ่งมีค่ามากกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และเด็กมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาทฤษฎีจำนวน

รังสรรค์ ทองสุกนอก (2547: 82) ได้สร้างชุดการเรียนการสอน ที่ใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ (Problem-Based Learning) เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนเมืองคง อำเภอเมืองคง จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 15 คน ใช้เวลาทดลอง 29 คาบ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติ

5.1 ความหมายของเจตคติ

ราชบัณฑิตยสถาน พุทธศักราช 2542 (ราชบัณฑิตยสถาน. ออนไลน์) ได้กล่าวว่า เจตคติ เป็นคำที่บัญญัติให้ตรงกับคำว่า Attitude ในภาษาอังกฤษ หมายถึงท่าทีหรือความรู้สึกนึกคิด ความชอบ ความชังของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง นอกจากนี้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของเจตคติไว้ ดังนี้

พรณี ช. เจนจิต (2538: 543) ได้กล่าวว่า เจตคติเป็นเรื่องราวของความรู้สึกทั้งที่พอใจ และไม่พอใจที่บุคคลมีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง มีอิทธิพลทำให้แต่ละบุคคลสนองตอบต่อสิ่งเร้าแตกต่างกันไป โดยเจตคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด อาจเกิดขึ้นได้จากสาเหตุหลายประการ เช่น เกิดจากประสบการณ์ของบุคคลนั้นโดยตรง หรืออาจเกิดจากการรับถ่ายทอดจากเจตคติเดิมที่มีอยู่แล้ว

สุรางค์ ไคว้ตระกูล (2541: 366) ได้ให้ความหมายของเจตคติไว้ว่า เจตคติ เป็นอักษมาสัย (Disposition) หรือแนวโน้มที่มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมตอบสนองต่อสิ่งแวดล้อมหรือสิ่งเร้า ซึ่งอาจเป็นไปได้ทั้งคน วัตถุ สิ่งของหรือความคิด (Idea) เจตคติอาจเป็นบวกหรือลบ ถ้าบุคคลมีเจตคติบวกต่อสิ่งใด ก็จะมีพฤติกรรมที่จะเผชิญกับสิ่งนั้น ถ้ามีเจตคติลบก็ละหลีกเลี่ยง

ก๊อต และคนอื่น ๆ (Good; & et al. 1973: 1) ได้กล่าวว่า เจตคติ หมายถึงท่าที ความคิดเห็น ความรู้สึกของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หลังจากที่บุคคลได้รับประสบการณ์ในสิ่งนั้น ซึ่งแสดงออกในลักษณะที่เอนเอียงไปในทางใดทางหนึ่ง เช่น รักเกลียดพอใจหรือไม่พอใจ และพร้อมที่จะเอนเอียงไปในลักษณะเดิมเมื่อประสบกับสิ่งนั้นอีก

จากความหมายของเจตคติ สรุปได้ว่า เจตคติ เป็นความรู้สึก ความคิดเห็นและท่าทีของบุคคลที่มีต่อสิ่งแวดล้อมหรือสิ่งเร้า หลังจากที่ได้รับประสบการณ์การเรียนรู้ สำหรับในงานวิจัยครั้งนี้เจตคติ หมายถึง ความคิดเห็น ความรู้สึกของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

และกิจกรรมการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

5.2 ลักษณะและองค์ประกอบของเจตคติ

นันทนัลลี (Nunnally. 1959: 312) ได้แบ่งลักษณะสำคัญของเจตคติออกเป็น 3 ลักษณะคือ

1. เจตคติเป็นสิ่งที่เกิดจากการเรียนรู้ หรือเกิดจากประสบการณ์ของแต่ละบุคคล ไม่ใช่สิ่งที่ติดตัวมาแต่กำเนิด
2. เจตคติเป็นสภาพการณ์ทางจิต ที่มีอิทธิพลต่อการคิด และการกระทำของบุคคลเป็นอันมาก เพราะเป็นส่วนประกอบที่กำหนดแนวทางไว้ว่า ถ้าบุคคลประสบสิ่งใดแล้ว บุคคลจะมีท่าทีต่อสิ่งนั้นในลักษณะจำกัด
3. เจตคติเป็นสภาพการณ์ทางจิต ที่มีแนวโน้มค่อนข้างจะถาวร ทั้งนี้เป็นเพราะแต่ละบุคคล ได้สั่งสมประสบการณ์ การรับรู้และผ่านการเรียนรู้มามาก แต่อย่างไรก็ตามเจตคติอาจมีการเปลี่ยนแปลง เนื่องจากอิทธิพลของสิ่งแวดล้อมและการเรียนรู้ นั้น ๆ

นอกจากนี้ ชอร์และไรท์ (Shaw; & Wright. 1967: 13-14) กล่าวถึงลักษณะของเจตคติดังนี้

1. เจตคติเป็นผลที่เกิดจากบุคคลประเมินผลต่อสิ่งเร้าแล้วแปรเปลี่ยนมาเป็นความรู้สึกภายใน ก่อให้เกิดแรงจูงใจในการที่จะแสดงพฤติกรรม
2. เจตคติของบุคคลจะแปรค่าได้ทั้งในด้านคุณภาพและความเข้ม ซึ่งเจตคติจะมีทั้งทางบวกและทางลบ
3. เจตคติเป็นสิ่งที่เกิดจากการเรียนรู้ มากกว่าที่จะมาตั้งแต่กำเนิด หรือเป็นผลมาจากโครงสร้างภายในตัวบุคคลหรือบุคลิกภาพ
4. เจตคติขึ้นอยู่กับสิ่งเร้าเฉพาะอย่างทางสังคม
5. เจตคติที่บุคคลมีต่อสิ่งเร้าเป็นกลุ่มเดียวกัน จะมีความสัมพันธ์ระหว่างกัน
6. เจตคติเป็นสิ่งที่เมื่อเกิดขึ้นแล้ว จะเปลี่ยนแปลงได้ยาก

5.3 ประเภทของเจตคติ

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2546: 246-247) ได้แบ่งเจตคติออกเป็น 5 ประเภท คือ

1. เจตคติในด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ (Affective Attitude) ประสบการณ์ที่บุคคลหรือสิ่งของได้สร้างความพึงพอใจและความสุขใจ จะทำให้มีเจตคติที่ดีต่อสิ่งนั้น แต่ถ้าประสบการณ์ในสิ่งนั้น ทำให้เกิดความทุกข์ เจ็บปวด ไม่พอใจ ก็จะทำให้มีเจตคติที่ไม่ดีต่อสิ่งนั้น เช่น นักเรียนไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ เรียกว่า มีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากเคยสอบตก เรียนแล้วไม่เข้าใจ ถูกครูดุ และเข้มงวด เป็นต้น
2. เจตคติทางปัญญา (Intellectual Attitude) เป็นเจตคติที่ประกอบด้วยความคิดและความรู้เป็นแกน บุคคลอาจมีเจตคติต่อบางสิ่งบางอย่าง โดยอาศัยการศึกษาหาความรู้จนเกิดความ

เข้าใจ และมีความสัมพันธ์กับจิตใจ คืออารมณ์และความรู้สึกกร่วม ซึ่งหมายถึง มีความรู้จนเกิดความรู้สึกเห็นดีเห็นงามด้วย เช่น เจตคติที่ดีต่อศาสนา เจตคติที่ไม่ดีต่อยาเสพติด เป็นต้น

3. เจตคติทางการกระทำ (Action-Oriented Attitude) เป็นเจตคติที่พร้อมจะนำไปปฏิบัติ เพื่อสนองความต้องการของบุคคล เจตคติที่ดีต่อการพูดจาไพเราะอ่อนหวาน เพื่อให้คนอื่นเกิดความนิยมชมชอบ เจตคติที่ดีต่องานในสำนักงาน เป็นต้น

4. เจตคติทางด้านความสมดุล (Balanced Attitude) ประกอบด้วยความสัมพันธ์ทางด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ เจตคติทางปัญญา และเจตคติทางการกระทำ เป็นเจตคติที่ตอบสนองความต้องการพื้นฐานที่เป็นที่ยอมรับของสังคม ทำให้บุคคลมีพฤติกรรมนำไปสู่จุดมุ่งหมายของตนเอง และเสริมแรงกระทำเพื่อสนองความต้องการของตนเองต่อไป

5. เจตคติในการป้องกันตัว (Ego-Defensive Attitude) เป็นเจตคติเกี่ยวกับการป้องกันตนเองให้พ้นจากความขัดแย้งภายในใจ ประกอบด้วย ความสัมพันธ์ 3 ด้าน คือ ความสัมพันธ์ด้านความรู้สึกหรืออารมณ์ ด้านปัญญา และด้านการกระทำ เช่น ความก้าวร้าวของนักเรียน เกิดจากถูกเพื่อนรังแก จึงแสดงออกเป็นการระบายความขัดแย้งหรือความตึงเครียดภายใน เพื่อให้จิตใจดีขึ้น

5.4 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์ของการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์นั้น นอกจากจะมีจุดประสงค์เพื่อการพัฒนาทางด้านสติปัญญาแล้ว ยังต้องการส่งเสริมผู้เรียนได้พัฒนาทางด้านอารมณ์ จิตใจ และความรู้สึกที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย การประเมินผลทางด้านสติปัญญานั้น มีวิธีการที่ง่ายกว่าการประเมินผลทางด้านอารมณ์และจิตใจ ดังนั้นการสร้างคำถามเพื่อใช้ถามความรู้สึกจึงเป็นเรื่องยากแต่อย่างไรก็ตาม บลูม และคนอื่น ๆ (Bloom; et al. 1971: 683-688) ได้กล่าวว่า อารมณ์ จิตใจ ความรู้สึกของบุคคลสามารถแยกได้ดังนี้

1. ความสนใจและเจตคติ (Interests and Attitudes) แบ่งออกเป็น 5 ด้านดังนี้
 - 1.1 เจตคติ (Attitude)
 - 1.2 ความสนใจ (Interest)
 - 1.3 แรงจูงใจ (Motivation)
 - 1.4 ความวิตกกังวล (Anxiety)
 - 1.5 มโนคติแห่งตน (Self-concept)
2. ความซาบซึ้ง (Appreciation) แบ่งออกเป็น 3 ด้านดังนี้
 - 2.1 โดยอาศัยเกณฑ์ภายนอก (Extrinsic)
 - 2.2 โดยอาศัยเกณฑ์ภายใน (Intrinsic)
 - 2.3 โดยอาศัยเกณฑ์การปฏิบัติ (Operational)

5.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติ

สมพร แผลงภู (2541: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องการพัฒนารูปแบบเพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติโดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองสองกลุ่มและกลุ่มควบคุมสองกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่าเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองแต่ละกลุ่ม สูงกว่ากลุ่มควบคุม ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาแบบปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีจุดมุ่งหมายว่าเมื่อใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่พัฒนาขึ้นกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แล้วจะเกิดผลอย่างไรต่อนักเรียนในด้านต่อไปนี้ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

สุรสาร ผาสุข (2546: บทคัดย่อ) ได้วิจัยเรื่องการศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนทวิธาภิเศก กรุงเทพมหานคร จำนวน 32 คน ผลการวิจัยพบว่า เจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองใช้กิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

รัชณี เครือจันทร์ (2547: บทคัดย่อ) ได้วิจัยเรื่องการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนจากบทเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

กมล เอกไทยเจริญ (2547: 83) ได้วิจัยเรื่องการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของผู้เรียนระดับปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ ที่มีต่อการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตชั้นปีที่ 3 หลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒจำนวน 28 คน ผลการวิจัยพบว่าเจตคติของผู้เรียนที่มีต่อการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ อยู่ในเกณฑ์ดี

กิมวัจน์ ธรรมใจ (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องผลการใช้เว็บประกอบการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้เว็บประกอบการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 70 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปทุมคงคา เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปทุมคงคา เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียนจำนวน 306 คน โดยที่โรงเรียนจัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียน ที่มีผลการเรียนระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย

1.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย

1. แนะนำชุดการเรียนการสอน
2. เนื้อหาของชุดการเรียนการสอน
3. แนวทางการใช้ชุดการเรียนการสอน
4. เกณฑ์การตรวจให้คะแนน
5. การเก็บคะแนนและการประเมินผลการเรียนรู้
6. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนการสอน

1.2 บทเรียน ประกอบด้วย เอกสารหน่วยการเรียนรู้จำนวน 5 หน่วย และในเอกสาร หน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย ประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง และใบกิจกรรม

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 5 แผน แผนละ 2 คาบ แต่ละแผน จะสอดคล้องตามเอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล

1. การเตรียมงานด้านวิชาการ

ผู้วิจัยได้ศึกษาหนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น จากหนังสือและเอกสาร ประกอบด้วย

1. ทฤษฎีจำนวน (สมใจ จิตพิทักษ์. 2545)
2. ทฤษฎีจำนวน (ณรงค์ บัณฑิตและนิตติยา ปภาพจน์. 2548)
3. เอกสารคำสอนวิชาทฤษฎีจำนวน (ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2530)
4. ทฤษฎีจำนวน (นพพร ณะชัยพันธ์. 2543)
5. ระบบจำนวน (เจริญ แก้วประดิษฐ์. 2548)
6. เอกสารเสริมความรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวน

(อัจฉรา หาญชูวงศ์. 2544)

7. คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (สสวท. 2547)

8. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (สสวท. 2547)

9. คณิตศาสตร์ พื้นฐาน+เพิ่มเติม 1 ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) (สมัย เหล่าวานิชย์และพัชพรรณ เหล่าวานิชย์. ม.ป.ป)

10. คู่มือคณิตศาสตร์ 1-2-3 (ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ และคณะ. ม.ป.ป)

11. Elements of number theory (Stillwell, John. 2003)

12. Numbers, Sequences and Series (Hirst, Keith E. 1995)

13. Elementary number theory (Burton, David M. 2002)

1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัย ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการเรียนรู้การสอน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.3 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

2. การสร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

2.1 กำหนดกรอบเนื้อหาเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เป็นบทเรียนสำหรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยครูและนักเรียนใช้ร่วมกันในบทเรียนแบ่งเนื้อหาออกเป็นเอกสารหน่วยการเรียนรู้ 5 หน่วย ประกอบด้วย

- | | |
|--|-------------|
| 1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว | จำนวน 2 คาบ |
| 2. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ | จำนวน 2 คาบ |
| 3. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ขั้นตอนวิธีการหาร | จำนวน 2 คาบ |
| 4. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก | จำนวน 2 คาบ |
| 5. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคูณร่วมน้อย | จำนวน 2 คาบ |

2.2 จัดทำบทเรียนตามกรอบเนื้อหาในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ข้อ 1-5 ของข้อ 2.1

2.3 จัดทำใบกิจกรรม โดยออกแบบใบกิจกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ในเอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย ใบกิจกรรมมีทั้งให้นักเรียนปฏิบัติแบบรายบุคคลและแบบกลุ่ม (เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน) ใบกิจกรรมใช้สำหรับทดสอบนักเรียนทุกคาบ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ และกำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรมโดยใช้แนวทางการตรวจให้คะแนน จากคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2546: 123) ดังนี้

ตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรม

| คะแนน/ความหมาย | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน |
|----------------|--|
| 4 ดีมาก | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้อง แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้ครบถ้วนสมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 3 ดี | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้อง แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 2 พอใช้ | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 1 ต้องปรับปรุง | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการไม่ครบถ้วน แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจไม่สมเหตุสมผล |
| 0 ไม่พยายาม | ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ ไม่มีร่องรอยการเขียนตอบ |

2.4 จัดทำคู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย

1. แนะนำชุดการเรียนรู้การสอน
2. เนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอน
3. แนวทางการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน
4. เกณฑ์การตรวจให้คะแนน
5. การเก็บคะแนนและการประเมินผลการเรียนรู้
6. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน

2.5 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 5 แผน แต่ละแผนมี 2 คาบ แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ มีกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการให้เหตุผลและสอดคล้องกับ เอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. สาระการเรียนรู้
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้
5. สื่อการเรียนรู้การสอน
6. การวัดและประเมินผล
7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

3. นำชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเนื้อหา ตรวจสอบความถูกต้อง และชี้แนะ ข้อบกพร่อง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

4. นำชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ จากข้อ 3 ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการ ควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

5. นำชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ จากข้อ 4 ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเสนอต่อ คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านให้พิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุง แก้ไขให้เรียบร้อย

6. นำชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์จากข้อ 5 ไปทดลองใช้กับกลุ่มทดลองนำร่อง ซึ่งเป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง จำนวน 20 คน เพื่อดูความชัดเจนของภาษา และความเหมาะสมของเนื้อหา ตลอดจนระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

7. นำชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ จากข้อ 6 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำชุด การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปทุมคงคา จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบย่อย

แบบทดสอบย่อยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) สำหรับทดสอบหลังจากเรียนจบเนื้อหาในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 และแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) สำหรับทดสอบหลังจากเรียนจบเนื้อหาในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบย่อยจะเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบย่อย

1. ลักษณะของแบบทดสอบ มีดังนี้

1.1 แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) สำหรับทดสอบหลังจากเรียนจบเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 เป็นแบบอัตนัย ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ แบบทดสอบมีจำนวน 5 ข้อ แบ่งเป็น เนื้อหาการหารลงตัว 1 ข้อ จำนวนเฉพาะ 3 ข้อ และขั้นตอนวิธีการหาร 1 ข้อ คะแนนรวมทั้ง 5 ข้อ เท่ากับ 20 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ

1.2 แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) สำหรับทดสอบหลังจากเรียนจบเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 เป็นแบบอัตนัย ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ แบบทดสอบมีจำนวน 5 ข้อ แบ่งเป็น เนื้อหาตัวหารร่วมมาก 3 ข้อ และตัวคูณร่วมน้อย 2 ข้อ คะแนนรวมทั้ง 5 ข้อ เท่ากับ 20 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ

2. การสร้างแบบทดสอบย่อย ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

2.1 สร้างแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) ตามเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 จำนวน 10 ข้อ และสร้างแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) ตามเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 จำนวน 10 ข้อ ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำแบบทดสอบย่อยทั้ง 2 ชุด เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และพิจารณาว่าแบบทดสอบย่อยที่สร้างขึ้น สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ IOC (IOC: Index of Objective Congruence) ซึ่งมีเกณฑ์ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้สอดคล้องตามจุดประสงค์

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้สอดคล้องตามจุดประสงค์

คะแนน -1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้ไม่สอดคล้องตามจุดประสงค์

2.2 กำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อยทั้ง 2 ชุด โดยใช้แนวทางในการสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน จากคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2546: 123) คือ ให้คะแนน 4, 3, 2, 1 และ 0 ตามความสามารถในการเขียนตอบ นั่นคือพิจารณาจากรายละเอียด การแสดงวิธีทำและความถูกต้อง ดังนี้

ตาราง 3 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย

| คะแนน/ความหมาย | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน |
|----------------|--|
| 4 ดีมาก | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้อง แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้ครบถ้วนสมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 3 ดี | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้อง แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 2 พอใช้ | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 1 ต้องปรับปรุง | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการไม่ครบถ้วน แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจไม่สมเหตุสมผล |
| 0 ไม่พยายาม | ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ ไม่มีร่องรอยการเขียนตอบ |

2.3 นำแบบทดสอบย่อยทั้ง 2 ชุด ที่ได้รับการตรวจสอบ จากคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน มาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกแบบทดสอบย่อยที่มีค่า IOC ตั้งแต่ .5 ขึ้นไป สำหรับใช้เป็นแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) จำนวน 6 ข้อ และแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) จำนวน 6 ข้อ

2.4 นำแบบทดสอบย่อยทั้ง 2 ชุด ที่ได้จากข้อ 2.3 ไปหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยนำไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วคัดเลือกแบบทดสอบย่อยที่มีค่าความยากง่าย (p) ในช่วง .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) สำหรับทดสอบหลังจากเรียนจบเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 จำนวน 5 ข้อ และใช้เป็นแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) สำหรับทดสอบหลังจากเรียนจบเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 จำนวน 5 ข้อ

2.5 คำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยทั้ง 2 ชุดโดยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) และแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) เท่ากับ .56 และ .59 ตามลำดับ

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบ่งเป็น ตอนที่ 1 แบบปรนัย 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน และตอนที่ 2 แบบอัตนัย 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นจะเป็นส่วนหนึ่งของการประเมิน ผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

1. ศึกษาเอกสารและหนังสือเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งการวิเคราะห์ข้อสอบของชวาล แพร์ตกุล (2520: 1-40) ไพศาล หวังพานิช (2526: 57-62) และล้วน สายยศและอังคณา สายยศ (2539: 196-198)

2. วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 1 เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เป็นแบบทดสอบ แบ่งเป็น ตอนที่ 1 แบบปรนัย 40 ข้อ และตอนที่ 2 แบบอัตนัย 10 ข้อ โดยสร้างให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4

4. กำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น สำหรับแบบปรนัย ถ้าตอบถูกให้ 1 คะแนน ถ้าตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบ มากกว่า 1 คำตอบให้ 0 คะแนน ส่วนแบบอัตนัย ผู้วิจัยใช้แนวทางในการสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน จากคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา (กระทรวงศึกษาธิการ. 2546: 123) คือให้คะแนน 4, 3, 2, 1 หรือ 0 ตามความสามารถในการเขียนตอบ นั่นคือพิจารณาจากรายละเอียดการแสดงวิธีทำและความถูกต้อง ดังนี้

ตาราง 4 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ตอนที่ 2 แบบอัตนัย

| คะแนน/ความหมาย | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน |
|----------------|--|
| 4 ดีมาก | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้อง แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้ครบถ้วนสมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 3 ดี | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้อง แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 2 พอใช้ | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 1 ต้องปรับปรุง | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการไม่ครบถ้วน แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจไม่สมเหตุสมผล |
| 0 ไม่พยายาม | ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ ไม่มีร่องรอยการเขียนตอบ |

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น จากข้อ 3 และเกณฑ์การตรวจให้คะแนน จากข้อ 4 เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์ การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ IOC (Index of Objective Congruence) ซึ่งมีเกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้สอดคล้องตามจุดประสงค์

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้สอดคล้องตามจุดประสงค์

คะแนน -1 หมายถึง แน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้ไม่สอดคล้องตามจุดประสงค์

6. คัดเลือกแบบทดสอบในข้อ 5 เฉพาะข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ .5 ขึ้นไป จากนั้นคัดเลือก

แบบทดสอบ แบบปรนัย จำนวน 25 และแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

7. นำแบบทดสอบในข้อ 6 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับ ที่ทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ โดย คัดเลือกแบบทดสอบแบบปรนัยและแบบอัตนัย เฉพาะข้อที่มีความยากง่าย (p) ในช่วง .20-.80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป จำนวน 20 ข้อและ 5 ข้อ ตามลำดับ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น สำหรับทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

8. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่คัดเลือกในข้อ 7 มาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .63

9. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่คัดเลือกในข้อ 7 เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและวิชาชีพ 3 ท่าน เพื่อตรวจพิจารณาอีกครั้ง

ก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4. แบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้

แบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นแบบสอบถามความคิดเห็น ความรู้สึกของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขั้นตอนการสร้างแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบถามวัดเจตคติจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้

2. สร้างแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 30 ข้อ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแนวคิดมาจากแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของสมพร แมลงภู (2541: 203) และยุพิน พิพิธกุล (2527: 242) ลักษณะของแบบสอบถามวัดเจตคติเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) มี 5 ระดับ ข้อความในแบบสอบถามเป็นข้อความที่มีความหมายทางบวก ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

| | |
|--------------------|------------------|
| เห็นด้วยน้อยที่สุด | ให้คะแนน 1 คะแนน |
| เห็นด้วยน้อย | ให้คะแนน 2 คะแนน |
| เห็นด้วยปานกลาง | ให้คะแนน 3 คะแนน |
| เห็นด้วยมาก | ให้คะแนน 4 คะแนน |
| เห็นด้วยมากที่สุด | ให้คะแนน 5 คะแนน |

3. นำแบบสอบถามวัดเจตคติ จากข้อ 2 จำนวน 30 ข้อ เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและวิชาชีพ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข และคัดเลือกแบบสอบถามวัดเจตคติมา 20 ข้อ

4. นำแบบสอบถามวัดเจตคติ จากข้อ 3 ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .91

5. นำแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ในข้อ 4 เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจพิจารณาอีกครั้ง ก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 รวมระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย 14 คาบ ดังนี้

1. ระยะเวลาที่ใช้สอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รวม 10 คาบ ดังนี้

| | |
|-----------------------|-------------|
| 1.1 การหารลงตัว | จำนวน 2 คาบ |
| 1.2 จำนวนเฉพาะ | จำนวน 2 คาบ |
| 1.3 ขั้นตอนวิธีการหาร | จำนวน 2 คาบ |
| 1.4 ตัวหารร่วมมาก | จำนวน 2 คาบ |
| 1.5 ตัวคูณร่วมน้อย | จำนวน 2 คาบ |

2. การทดสอบย่อย ทดสอบหลังจากเรียนจบเนื้อหาที่ 1.1-1.3 และ 1.4-1.5 จำนวน 2 คาบ

3. การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นหลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 คาบ

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งแบ่งเนื้อหาตามเอกสารหน่วยการเรียนรู้ดังนี้

1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว
2. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ
3. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ขั้นตอนวิธีการหาร
4. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก
5. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคูณร่วมน้อย

ในส่วนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จะมีไปกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติเป็นแบบรายบุคคลหรือแบบกลุ่ม ขึ้นอยู่กับไปกิจกรรมของแต่ละเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ผู้วิจัยจะนำไปกิจกรรมไปตรวจให้คะแนนทุกครั้ง เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ สำหรับไปกิจกรรมแบบรายบุคคลคิดเป็นร้อยละ 15 ของคะแนนเต็ม และไปกิจกรรมแบบกลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 5 ของคะแนนเต็ม รวมคะแนนไปกิจกรรมทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนเต็ม

2. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เสร็จแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบย่อย ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 เสร็จแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ

2.2 ทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 เสร็จแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ

3. เมื่อนักเรียนกลุ่มตัวอย่างปฏิบัติกิจกรรมครบทุกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ในชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เสร็จแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

3.1 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ตอนที่ 1 แบบปรนัย 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน และตอนที่ 2 แบบอัตนัย 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ

3.2 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ตอบแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 20 ข้อ ใช้เวลา 10 นาที

4. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ต่อไปนี้ มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติต่อไป

4.1 คะแนนใบกิจกรรม จากข้อ 1

4.2 คะแนนแบบทดสอบย่อย จากข้อ 2.1-2.2

4.3 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น จากข้อ 3.1

4.4 คะแนนแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ จากข้อ 3.2

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรม แบบทดสอบย่อย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และคะแนนที่ได้จากการตอบแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ มาวิเคราะห์โดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

3. วิเคราะห์แบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และประเมินระดับความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เกณฑ์การประเมินผลของประคอง กรรณสูต (2538 : 76-77) ดังนี้

ตาราง 5 เกณฑ์การประเมินผลเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้

| ค่าเฉลี่ย เลขคณิต | ความคิดเห็น |
|----------------------|---|
| 1.00 - 1.49 | นักเรียนเห็นด้วยน้อยที่สุด หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 |
| 1.50 - 2.49 | นักเรียนเห็นด้วยน้อย หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 |
| 2.50 - 3.49 | นักเรียนเห็นด้วยปานกลาง หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 |
| 3.50 - 4.49 | นักเรียนเห็นด้วยมาก หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 |
| 4.50 - 5.00 | นักเรียนเห็นด้วยมากที่สุด หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 |

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ ค่าความยากง่าย (p) ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัก (Cronbach)
3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ สถิติทดสอบ Z

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 รวมทั้งศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
5. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
6. การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
7. การประเมินผลเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน โดยคะแนนผลการเรียนรู้ มีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ได้มาจากคะแนนดังนี้

1. คะแนนจากการทำใบกิจกรรม คะแนนเต็ม 20 คะแนน แบ่งเป็น
 - 1.1 คะแนนจากการทำใบกิจกรรมแบบรายบุคคล คะแนนเต็ม 15 คะแนน
 - 1.2 คะแนนจากการทำใบกิจกรรมแบบกลุ่ม คะแนนเต็ม 5 คะแนน
2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น
 - 2.1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) คะแนนเต็ม 20 คะแนน
 - 2.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) คะแนนเต็ม 20 คะแนน
3. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น

- 3.1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบ ตอนที่ 1 แบบปรนัย คะแนนเต็ม 20 คะแนน
- 3.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย คะแนนเต็ม 20 คะแนน

ผลการวิเคราะห์คะแนนผลการเรียนรู้ปรากฏในตาราง 6 สำหรับคะแนนจากการทำใบกิจกรรม คะแนนเต็ม 20 คะแนน มีรายละเอียดผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในหัวข้อ 2 ตาราง 7 สำหรับคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย คะแนนเต็ม 40 คะแนน มีรายละเอียดผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏในหัวข้อ 3 ตาราง 8 และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น คะแนนเต็ม 40 คะแนน มีรายละเอียดผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏในหัวข้อ 4 ตาราง 9

ตาราง 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

| ผลการเรียนรู้ | คะแนนเต็ม | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) |
|----------------------------------|-----------|-----------------------------------|---|-----------------------------|
| ใบกิจกรรม | 20 | 16.30 | 81.50 | 1.07 |
| แบบทดสอบย่อย | 40 | 30.18 | 75.45 | 5.60 |
| แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | 40 | 29.13 | 72.83 | 5.41 |
| รวม | 100 | 75.61 | 75.61 | 9.99 |

จากตาราง 6 พบว่า คะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 75.61 และมีส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานเท่ากับ 9.99 คะแนนไปกิจกรรม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16.30 และมีส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานเท่ากับ 1.07 คะแนนแบบทดสอบย่อย มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 30.18 และมีส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานเท่ากับ 5.60 และคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 29.13 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.41

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำไปกิจกรรมของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน คะแนนไปกิจกรรม คะแนนเต็ม 20 คะแนน แบ่งเป็นคะแนนจากการทำ ไปกิจกรรมแบบรายบุคคล คะแนนเต็ม 15 คะแนน และคะแนนจากการทำไปกิจกรรมแบบกลุ่ม คะแนนเต็ม 5 คะแนน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตาราง 7

ตาราง 7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำไปกิจกรรม ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

| ไปกิจกรรม | คะแนนเต็ม | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.) |
|-------------|-----------|-----------------------------------|---|------------------------------------|
| แบบรายบุคคล | 15 | 11.81 | 78.73 | .99 |
| แบบกลุ่ม | 5 | 4.49 | 89.80 | .20 |
| รวม | 20 | 16.30 | 81.50 | 1.07 |

จากตาราง 7 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทำไปกิจกรรม ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16.30 คิดเป็นร้อยละ 81.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานเท่ากับ 1.07 คะแนนที่ได้จากการทำไปกิจกรรมแบบรายบุคคล มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 11.81 คิดเป็นร้อยละ 78.73 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .99 และคะแนน จากการทำไปกิจกรรมแบบกลุ่ม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.49 คิดเป็นร้อยละ 89.80 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ .20

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน คะแนนแบบทดสอบย่อย คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) คะแนนเต็ม 20 คะแนน และคะแนนจากการทำแบบ ทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) คะแนนเต็ม 20 คะแนน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏในตาราง 8

ตาราง 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

| แบบทดสอบย่อย | คะแนนเต็ม | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.) |
|--------------|-----------|-----------------------------------|---|------------------------------------|
| ครั้งที่ 1 | 20 | 15.15 | 75.75 | 3.13 |
| ครั้งที่ 2 | 20 | 15.03 | 75.15 | 3.10 |
| รวม | 40 | 30.18 | 75.45 | 5.60 |

จากตาราง 8 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อย ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 30.18 คิดเป็นร้อยละ 75.45 ของคะแนนเต็ม และมี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.60 คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) มีค่าเฉลี่ย เลขคณิตเท่ากับ 15.15 คิดเป็นร้อยละ 75.75 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.13 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15.03 คิดเป็น ร้อยละ 75.15 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.10

4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น คะแนนจากการทำแบบทดสอบแบบปรนัย คะแนนเต็ม 20 คะแนน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบแบบอัตนัย คะแนนเต็ม 20 คะแนน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏใน ตาราง 9

ตาราง 9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผล
สัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

| แบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน | คะแนนเต็ม | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.) |
|--|-----------|-----------------------------------|---|------------------------------------|
| ตอนที่ 1 แบบปรนัย | 20 | 16.23 | 81.15 | 2.80 |
| ตอนที่ 2 แบบอัตนัย | 20 | 12.90 | 64.50 | 3.36 |
| รวม | 40 | 29.13 | 72.83 | 5.41 |

จากตาราง 9 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 29.13 คิดเป็นร้อยละ 72.83 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.41 คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบแบบปรนัย มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16.23 คิดเป็นร้อยละ 81.15 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.80 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบแบบอัตนัย มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12.90 คิดเป็นร้อยละ 64.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.36

5. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏในตาราง 10

ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลการเรียนรู้ หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

| กลุ่มตัวอย่าง | จำนวนนักเรียน (คน) | จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม | ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม |
|-------------------------------|-----------------------|---|---|
| นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 | 40 | 32 | 80 |

จากตาราง 10 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวน 32 คน คิดเป็นร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

6. การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียน การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏในตาราง 11

ตาราง 11 การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z

| กลุ่มตัวอย่าง | จำนวนนักเรียน (คน) | จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม | สถิติทดสอบ Z | ค่าวิกฤต |
|-------------------------------|--------------------|---|--------------|----------|
| นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 | 40 | 32 | 3.79 | 2.326** |

** ที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากตาราง 11 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

7. การประเมินผลเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

สำหรับแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ศึกษาและปรับปรุงแนวคิดการสร้างแบบสอบถาม มาจากแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของสมพร แผลงภู (2541: 203) และยุพิน พิพิธกุล (2527: 242) ลักษณะของแบบสอบถามวัดเจตคติเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) มี 5 ระดับ ข้อความในแบบสอบถามเป็นข้อความที่มีความหมายทางบวก ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

| | |
|--------------------|------------------|
| เห็นด้วยน้อยที่สุด | ให้คะแนน 1 คะแนน |
| เห็นด้วยน้อย | ให้คะแนน 2 คะแนน |
| เห็นด้วยปานกลาง | ให้คะแนน 3 คะแนน |
| เห็นด้วยมาก | ให้คะแนน 4 คะแนน |
| เห็นด้วยมากที่สุด | ให้คะแนน 5 คะแนน |

การประเมินผลเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยใช้เกณฑ์การประเมินผลของประคอง กรรณสูต (2538: 76-77) ดังนี้

| | |
|------------------------------|----------------------------|
| ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1.00 - 1.49 | หมายถึง เห็นด้วยน้อยที่สุด |
| ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1.50 - 2.49 | หมายถึง เห็นด้วยน้อย |
| ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 2.50 - 3.49 | หมายถึง เห็นด้วยปานกลาง |
| ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 3.50 - 4.49 | หมายถึง เห็นด้วยมาก |
| ค่าเฉลี่ยเลขคณิต 4.50 - 5.00 | หมายถึง เห็นด้วยมากที่สุด |

การประเมินผลเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏในตาราง 12

ตาราง 12 การประเมินผลเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้
ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

| ข้อ | ข้อความ | \bar{x} | S.D. | แปลผล |
|-----|--|-----------|------|-----------------|
| | ด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น | | | |
| 1. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เรียนแล้ว มีความสนุกสนาน เพลิดเพลิน | 3.68 | .80 | เห็นด้วยมาก |
| 2. | นักเรียนสามารถทำใบกิจกรรม เกี่ยวกับ เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นได้ด้วยตนเอง | 3.53 | .93 | เห็นด้วยมาก |
| 3. | ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น อ่านแล้วเข้าใจง่าย ไม่สับสน | 3.55 | .90 | เห็นด้วยมาก |
| 4. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เรียนแล้ว ทำให้นักเรียนคิด และทำงานอย่างมีระบบ | 4.00 | .75 | เห็นด้วยมาก |
| 5. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เรียนแล้ว ทำให้นักเรียนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล | 3.72 | .82 | เห็นด้วยมาก |
| 6. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น มีปัญหา ทำให้คิด และนำเสนอใจมากมายน | 3.73 | .85 | เห็นด้วยมาก |
| 7. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เรียนแล้ว ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ | 3.65 | .80 | เห็นด้วยมาก |
| 8. | นักเรียนสามารถทำโจทย์การพิสูจน์ใน เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นได้ด้วยตนเอง | 3.38 | 1.08 | เห็นด้วยปานกลาง |
| 9. | การพิสูจน์ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหา ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นมากขึ้น | 3.78 | .77 | เห็นด้วยมาก |
| 10. | นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับ เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นไปใช้ได้ | 3.70 | .88 | เห็นด้วยมาก |
| | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น | 3.67 | .86 | เห็นด้วยมาก |

ตาราง 12 (ต่อ)

| ข้อ | ข้อความ | \bar{x} | S.D. | แปลผล |
|-----|---|-----------|------|-----------------|
| | ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ | | | |
| 11. | กิจกรรมการเรียนรู้ มีความหลากหลาย ชวนให้คิด และไม่น่าเบื่อ | 3.60 | .96 | เห็นด้วยมาก |
| 12. | กิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียนร่วมกัน ทำงานเป็นทีม และรับผิดชอบต่อตนเอง | 3.62 | .95 | เห็นด้วยมาก |
| 13. | กิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียน มีความกล้าแสดงออก | 3.43 | .93 | เห็นด้วยปานกลาง |
| 14. | กิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียน มีทักษะการให้เหตุผลมากขึ้น | 3.80 | .91 | เห็นด้วยมาก |
| 15. | เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีความเหมาะสมกับเนื้อหา | 3.60 | .90 | เห็นด้วยมาก |
| 16. | กิจกรรมการเรียนรู้ มีเอกสารและใบกิจกรรม ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาทฤษฎีจำนวน เบื้องต้นมากขึ้น | 4.00 | .91 | เห็นด้วยมาก |
| 17. | กิจกรรมการเรียนรู้ ช่วยกระตุ้นให้นักเรียน ค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง | 3.68 | .89 | เห็นด้วยมาก |
| 18. | กิจกรรมการเรียนรู้ ช่วยฝึกทักษะการคิด คำนวณ และมีความละเอียดรอบคอบ | 3.90 | .81 | เห็นด้วยมาก |
| 19. | กิจกรรมการเรียนรู้ ช่วยให้นักเรียนมีความ กระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น | 3.65 | .89 | เห็นด้วยมาก |
| 20. | กิจกรรมการเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียน แลกเปลี่ยนความคิด และยอมรับฟังคนอื่น | 3.90 | .87 | เห็นด้วยมาก |
| | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้านกิจกรรมการเรียนรู้ | 3.72 | .90 | เห็นด้วยมาก |
| | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมทั้งฉบับ | 3.70 | .88 | เห็นด้วยมาก |

จากตาราง 12 พบว่าแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งมีคำถามทั้งหมด 20 ข้อ แบ่งเป็น ด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น จำนวน 10 ข้อ และด้านกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ ผลการประเมินเจตคติด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น พบว่า มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.67 แสดงว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีความคิดเห็นต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก จากคำถามวัดเจตคติด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น มีเพียง 1 ข้อ ที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีความคิดเห็นต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น อยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลางคือ ข้อ 8 “นักเรียนสามารถทำโจทย์การพิสูจน์ในเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นได้ด้วยตนเอง” ส่วนอีก 9 ข้อ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความคิดเห็นต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก สำหรับผลการประเมินเจตคติด้านกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่ามีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 3.72 แสดงว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความคิดเห็นต่อกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก ซึ่งจากคำถามวัดเจตคติด้านกิจกรรมการเรียนรู้มีเพียง 1 ข้อ ที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความคิดเห็นต่อกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลางคือ ข้อ 13 “กิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียนมีความกล้าแสดงออก” ส่วนอีก 9 ข้อ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีความคิดเห็นต่อกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก โดยภาพรวมผลการประเมินพบว่า เจตคติด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และด้านกิจกรรมการเรียนรู้ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตใกล้เคียงกันและนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความคิดเห็นต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สังเขป ความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล
3. เพื่อศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สมมุติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปทุมคงคา เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน จากนักเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน จำนวน 306 คน โดยที่โรงเรียน จัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนระดับ เก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย
 - 1.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 - 1.2 บทเรียน ประกอบด้วย เอกสารหน่วยการเรียนรู้จำนวน 5 หน่วย และในเอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย ประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง และใบกิจกรรม

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 5 แผน แผนละ 2 คาบ
แต่ละแผนจะสอดคล้องตามเอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

2. แบบทดสอบย่อย แบ่งเป็น

2.1 แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) สำหรับทดสอบหลังจากเรียนจบเนื้อหา
ในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

2.2 แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) สำหรับทดสอบหลังจากเรียนจบเนื้อหา
ในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวน
เบื้องต้น สำหรับทดสอบหลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครบทุกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ในชุดการเรียน
การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 4 เสร็จแล้ว แบ่งเป็น

3.1 ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ

3.2 ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

4. แบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน โดยใช้ชุดการเรียน
การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 4 ซึ่งแบ่งเนื้อหาตามเอกสารหน่วยการเรียนรู้ดังนี้

1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว
2. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ
3. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ขั้นตอนวิธีการหาร
4. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก
5. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคูณร่วมน้อย

ในส่วนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จะมีใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติแบบรายบุคคล
หรือเป็นกลุ่ม ขึ้นอยู่กับใบกิจกรรมของแต่ละเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้นำใบกิจกรรมไปตรวจ
ให้คะแนนทุกครั้ง เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้

2. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวน
เบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เสร็จแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบ
นักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบย่อย ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.1. ทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม
ในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 เสร็จแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ

2.2 ทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม
ในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 เสร็จแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ

3. เมื่อนักเรียนกลุ่มตัวอย่างปฏิบัติกิจกรรม ครบทุกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เสร็จแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

3.1 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ซึ่งแบบทดสอบ แบ่งเป็น ตอนที่ 1 แบบปรนัย 20 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน และตอนที่ 2 แบบอัตนัย 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 40 คะแนน ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ

3.2 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ตอบแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหา ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 20 ข้อ ใช้เวลา 10 นาที

4. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ต่อไป นี้ มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติต่อไป

4.1 คะแนนไปกิจกรรม จากข้อ 1

4.2 คะแนนแบบทดสอบย่อย จากข้อ 2.1-2.2

4.3 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น จากข้อ 3.1

4.4 คะแนนแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้ จากข้อ 3.2

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลและศึกษาเจตคติ ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ปรากฏผลดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. เจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรม การเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความคิดเห็นต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวน เบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 จากผลการวิจัยการที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อาจเนื่องมาจาก

1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเรียงลำดับจากง่ายไปยาก ในแต่ละ เอกสารหน่วยการเรียนรู้ ประกอบด้วย เนื้อหาและใบกิจกรรม สำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่แจกให้ นักเรียนนั้น นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติไปพร้อม ๆ กับผู้วิจัย และตัวอย่างมีการนำเสนอละเอียดทุก ขั้นตอน ซึ่งนักเรียนสามารถลงมือปฏิบัติควบคู่ไปกับตัวอย่างได้ นอกจากนี้ผู้วิจัยคอยตั้งคำถามนำ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผล โดยเฉพาะการพิสูจน์ทฤษฎีบท นักเรียน สามารถบอกสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้

2. ใบกิจกรรมที่แจกในแต่ละคาบ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ใบกิจกรรมมีทั้งให้นักเรียนได้ปฏิบัติแบบรายบุคคลและแบบกลุ่ม ทำให้นักเรียน ได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน คนเก่งช่วยแนะนำคนอ่อน ผู้วิจัยคอยสังเกตและให้คำแนะนำตามความเหมาะสม นอกจากนี้ใบกิจกรรมยังสอดคล้องกับเนื้อหาในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ทำให้นักเรียน สามารถปฏิบัติงานในใบกิจกรรมได้ และเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละครั้ง ผู้วิจัยได้ เก็บรวบรวมใบกิจกรรมไปตรวจให้คะแนน เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ และนำมา คัดให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้อง และข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม ทำให้นักเรียนได้ซักถาม ข้อสงสัย พร้อมทั้งชี้แนะข้อผิดพลาดให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้นำไปแก้ไขปรับปรุง

3. ผู้วิจัยจัดให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมใน เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 เสร็จ และทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) หลังจากนักเรียนปฏิบัติ กิจกรรมในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4-5 เสร็จ การให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ทำให้นักเรียนมี ความกระตือรือร้นในเรียนรู้ตลอดเวลา นักเรียนมีความสนใจในการเรียนเพิ่มมากขึ้น เพื่อเป็นการ สร้างความพร้อมให้กับตัวนักเรียนเอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น น่าจะเป็นเหตุผลที่ทำให้นักเรียนมีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวน มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และน่าจะเป็นผลที่ทำให้ เจตคติของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ อยู่ใน ระดับเห็นด้วยมาก สำหรับคำถามด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ข้อ 8 “นักเรียนสามารถทำโจทย์ การพิสูจน์ในเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นได้ด้วยตนเอง”ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีความคิดเห็นต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ข้อ 8 อยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลาง อาจเนื่องมาจาก นักเรียนยังไม่คุ้นเคยต่อการเรียนการพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถบอก

ได้แต่เพียงว่าสิ่งที่กำหนดให้คืออะไร สิ่งที่ต้องการพิสูจน์คืออะไร แต่ขั้นตอนกระบวนการพิสูจน์นั้น นักเรียนยังไม่สามารถวิเคราะห์การพิสูจน์ได้ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้วิธีเขียนแผนภาพ ช่วยในการวิเคราะห์การพิสูจน์ พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนการพิสูจน์ ทีละขั้นตอนอย่างละเอียด ทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล วิเคราะห์การพิสูจน์และพิสูจน์ทฤษฎีบท พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ โดยอาศัยบทนิยามหรือทฤษฎีบทมาช่วยในการพิสูจน์ สำหรับคำถามด้านกิจกรรมการเรียนรู้ข้อ 13 “กิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียนมีความกล้าแสดงออก” ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความคิดเห็นต่อกิจกรรมการเรียนรู้ ข้อ 13 อยู่ในระดับเห็นด้วยปานกลาง อาจเนื่องมาจากนักเรียนขาดความมั่นใจในตนเอง หรือขาดความมั่นใจในคำตอบที่คิดได้ ผู้วิจัยได้จัดให้นักเรียนออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนแต่นักเรียนยังมีความเขินอาย ไม่กล้าที่จะออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้วิธีการสุ่มตัวแทนนักเรียน เพื่อออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน ทั้งนี้ผู้วิจัยคอยให้คำแนะนำตามความเหมาะสม ในขณะที่นักเรียนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนด้วย

ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ข้อสังเกตบางประการ ดังนี้

1. การใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในคาบเรียน 1-2 ซึ่งเป็นเนื้อหาการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว ผู้วิจัยพบว่านักเรียนยังทำใบกิจกรรมได้ไม่ดีนัก อาจเป็นเพราะว่านักเรียนยังไม่คุ้นเคยต่อกระบวนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้คืออะไร และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์คืออะไร สำหรับการวิเคราะห์การพิสูจน์นั้น นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถวิเคราะห์การพิสูจน์ได้ แต่เมื่อนักเรียนมีความคุ้นเคยต่อการพิสูจน์ทฤษฎีบท มีความเข้าใจ บทนิยาม มากขึ้น ในคาบเรียนต่อไปพบว่า นักเรียนสามารถทำใบกิจกรรมได้ดีขึ้น

2. สำหรับโจทย์บางข้อในใบกิจกรรม นักเรียนใช้เวลานานในการทำโจทย์ ซึ่งผู้วิจัยสังเกตว่านักเรียนมีความพยายามด้วยตนเองแล้ว แต่ยังติดขัดไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและเห็นแนวทางในการเรียนรู้ สำหรับคำถามนั้น ควรใช้เท่าที่จำเป็น และเป็นคำถามปลายเปิด ไม่ควรเฉลยคำตอบให้นักเรียนในทันทีทันใด เพราะจะทำให้เด็กไม่เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ในคาบเรียนต่อไปนักเรียนจะรอคำตอบจากครูผู้สอน เพียงฝ่ายเดียว

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย โดยภาพรวมแล้ว เวลาที่ใช้มีความเหมาะสม สอดคล้องตามแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละคาบ มีเพียงคาบบ่ายซึ่งเป็นคาบหลังพักเที่ยงที่นักเรียนมาสาย ทำให้การจัดกระบวนการเรียนรู้ ไม่เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่วางไว้ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามในชั้นเรียน แทนการออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน และช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้

4. ตัวอย่างและเนื้อหาในเอกสารหน่วยการเรียนรู้กับโจทย์ในใบกิจกรรมมีแนวคิดในการหาคำตอบที่คล้ายคลึงกัน และมีความยากง่ายใกล้เคียงกัน ผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำโจทย์ในใบกิจกรรมได้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าตัวอย่างในเอกสารหน่วยการเรียนรู้บางตัวอย่าง ผู้วิจัยและนักเรียนต้องกระทำไปพร้อม ๆ กัน โดยผู้วิจัยอธิบายตัวอย่างที่ละขั้นตอนและผู้วิจัยคอยซักถามให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบ จากนั้นผู้วิจัยและนักเรียนช่วยกันสรุป นอกจากนี้นักเรียนจะคอยฟังเพียงอย่างเดียวแล้ว นักเรียนยังได้จดบันทึกความรู้ที่ได้ลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนจดจำได้ดียิ่งขึ้น

5. การทำใบกิจกรรม ผู้วิจัยพบว่า เมื่อให้นักเรียนทำใบกิจกรรมแบบกลุ่ม นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้ทำใบกิจกรรมได้ในเวลาที่กำหนด แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ทำใบกิจกรรมไม่ทันตามเวลาที่กำหนด ผู้วิจัยดำเนินการโดยให้นักเรียนที่ทำใบกิจกรรมเสร็จแล้ว คอยแนะนำ อธิบายให้นักเรียนที่เรียนอ่อน โดยผู้วิจัยคอยสังเกตและดูแลอย่างใกล้ชิด สำหรับใบกิจกรรมที่นักเรียนทำเสร็จในแต่ละคาบ ผู้วิจัยได้นำไปตรวจให้คะแนนทุกครั้ง เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ และส่งคืนให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องและชี้แนะข้อผิดพลาดต่อไป

6. ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มอ่อน ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่าในช่วงคาบแรก ๆ การทำใบกิจกรรมแบบรายบุคคลนักเรียนกลุ่มอ่อนยังทำใบกิจกรรมได้ไม่ดีนัก แต่ก็มี ความพยายามในการค้นหาคำตอบ สำหรับการทำให้กิจกรรมแบบกลุ่ม ซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันภายในกลุ่ม ทำให้นักเรียนที่เรียนเก่ง สามารถช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อนได้ ส่งผลให้นักเรียนที่เรียนอ่อน สามารถทำใบกิจกรรมได้ดีขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่า คะแนนสอบย่อย (ครั้งที่ 1) และคะแนนสอบย่อย (ครั้งที่ 2) ของนักเรียนกลุ่มอ่อน มีคะแนนแตกต่างกันไม่มากนัก สำหรับคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น พบว่านักเรียนกลุ่มอ่อนสามารถทำแบบทดสอบแบบปรนัยได้ดีกว่าแบบทดสอบแบบอัตนัย

7. ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการทำใบกิจกรรม 9 เรื่อง “ตัวคูณร่วมน้อย” ใน “ปัญหาลูกชิ้นของป้อ” เป็นพิเศษ เนื่องจากปัญหานี้มีความท้าทายและเป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ผู้วิจัยให้นักเรียนช่วยกันทำเป็นกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายภายในกลุ่ม แล้วจึงให้นักเรียนออกมานำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน และได้ร่วมกันอภิปรายทั้งชั้นเรียน หลังจากนั้นผู้วิจัยและนักเรียนได้ช่วยกันสรุปคำตอบที่ได้ พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบด้วย

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้น ครูผู้สอนควรศึกษาคู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน เอกสารหน่วยการเรียนรู้และใบกิจกรรม รวมทั้งแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด เพื่อเป็นแนวทางในการนำชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้ต่อไป

1.2. ในขณะที่ทำใบกิจกรรม ครูผู้สอนควรเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนักเรียน คอยสังเกตและให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความเหมาะสม โดยใช้คำถามนำ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียน แสดงความสามารถในการให้เหตุผล การใช้คำถาม ควรใช้เท่าที่จำเป็น และเป็นคำถามปลายเปิด เช่น ทำไม เพราะเหตุใด อย่างไร เป็นต้น

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการให้เหตุผลสำหรับเนื้อหาอื่น ๆ หรือในระดับชั้นอื่น ๆ

2.2 ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการเรียนการสอนแบบอื่น ๆ ที่เหมาะสมกับการเรียนการสอนในเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

2.3 ควรนำชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปปรับปรุงแก้ไขและนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้นต่อไป

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). *วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2536). *เทคโนโลยีทางการศึกษาร่วมสมัย*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาโสตทัศนศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2545, พฤษภาคม-ธันวาคม). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. *วารสารคณิตศาสตร์*. 46(532): 54.
- กิตติศักดิ์ แก้งทอง. (2547). *การศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนมัธยมศึกษา ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน*. วิทยานิพนธ์ คศ.ม (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- กมล เอกไทยเจริญ. (2547). *การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของผู้เรียนระดับปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ที่มีต่อการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2544ก). *คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- _____. (2544ข). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- _____. (2546). *คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- ขวัญ เพ็ญชัย. (2548). *การศึกษาศาสนาความสามารถในการเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี*. วิทยานิพนธ์ คศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- คำโง่น เขียนทิลม. (2547). *การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งสำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว*. วิทยานิพนธ์ คศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เจริญ แก้วประดิษฐ์. (2548). *ระบบจำนวน*. ฉะเชิงเทรา. คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏราชนครินทร์.
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์; และคนอื่น ๆ. (ม.ป.ป). *คู่มือคณิตศาสตร์ 1-2-3*. กรุงเทพฯ: แม็ค.
- ชวาล แพรัตกุล. (2520). *เทคนิคการเขียนข้อสอบ*. กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.

- ชิวรา ลำดวนหอม. (2546). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2537). *หน่วยการเรียนรู้ 2 เอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อสาร การศึกษา*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ณรงค์ ปันน้อม. (2548). *ทฤษฎีจำนวน*. กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์.
- ณรงค์ ปันน้อมและนิตติยา ปภาพจน์. (2548). *ทฤษฎีจำนวน*. กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์.
- ชนกร ตุ่มบุญ. (2548). *การสร้างชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานที่เน้นทักษะ การให้เหตุผลและการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นพพร ธนะชัยพันธ์. (2543). *ทฤษฎีจำนวน*. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.
- นิตติยา ปภาพจน์. (2540). *การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2541). *การพัฒนาการสอน*. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- บุญชู ชลัษเฐียร. (2539). *การพัฒนาการวัดความสามารถด้านเหตุผลเชิงวิเคราะห์ของนักเรียน ระดับมัธยมศึกษา*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2540, กรกฎาคม-กันยายน). สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สสวท. *วารสาร สสวท.* 25(98).
- _____. (2543, มกราคม-มีนาคม). ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM: PRINCIPLES AND STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS ในปี ค.ศ.2000. *วารสาร สสวท.* 28(108): 14-22.
- ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (2530). *เอกสารคำสอนวิชาทฤษฎีจำนวน*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- _____. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ: เอสพีเอ็น.
- ประคอง กรรณสูต. (2538). *สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาแบบ ปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2546). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- พรรณี ช. เจนจิต. (2538). *จิตวิทยาการสอน*. กรุงเทพฯ: ดันอ้อ แกรมมี.

- พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เพ็ญญา แสนดี. (2542). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการเรื่องพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ภิรมวณิช ธรรมใจ. (2548). ผลการใช้เว็บประกอบการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มยุรี บุญเยี่ยม. (2545). การพัฒนาชุดการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2527). การศึกษาผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยการใช้เพลงคณิตศาสตร์ประกอบการสอนของครู. กรุงเทพฯ: ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล; และ อรพรรณ ต้นบรรจง. (2531). สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2542). เจตคติ. สืบค้นเมื่อ 27 กรกฎาคม 2550, จาก <http://www.royin.go.th/th/knowledge/detail.php?ID=351>.
- รังสรรค์ ทองสุกนอก. (2547). ชุดการเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นฐานในการเรียนรู้ (Problem-Based Learning) เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รัชณี เครือจันทร์. (2547). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2541). เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

- วารสารณ์ เสาวะพาน. (2546). การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเซตและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วาสนา ชาวหา. (2525). เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: อักษรสยามการพิมพ์.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). การพัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547ก). คู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2547ข). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2550). ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมัย เหล่าวานิชย์; และ พัวพรรณ เหล่าวานิชย์. (ม.ป.ป). คณิตศาสตร์ พื้นฐาน+เพิ่มเติม 1 ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6). กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- สมพร แผลงภู. (2541). การพัฒนารูปแบบเพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2544). การให้เหตุผล. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.
- _____. (2545). ทฤษฎีจำนวน. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.
- สมเจตน์ ไวยาการณ์. (2530). รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมใจ จิตพิทักษ์. (2545). ทฤษฎีจำนวน. สงขลา: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- สิรินธ์ นุชนาด. (2538). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการลงรอยกันเบื้องต้นในทฤษฎีจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2541). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: ด้านสุทธากการพิมพ์.

- สุรางคนา ยาหยี. (2549). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรสาร ผาสุข. (2546). *การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักงานรัฐมนตรี. (2542). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- อัจฉรา หาญชูวงศ์. (2544). *เอกสารเสริมความรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวน*. กรุงเทพฯ: สำนักพัฒนาธุรกิจ.
- อารีสา ฉัตรกิจวรรณ. (2529). *รากฐานคณิตศาสตร์*. สงขลา: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.
- อารีย์ ศรีเดือน. (2547). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเรื่องการประยุกต์ 1 เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์. (2548). *ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Alice, F Artzt.; & Shirel, Yaloo-Femia. (1999). *Mathematical Reasoning During Small Group Problem Solving. Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 Yearbook*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving Reasoning and Communicating K-8. Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan Publishing.
- Beuszka, Stanley J.; & Kenney, Margaret J. (1983, April). *Challenges for enriching the curriculum: Arithmetic and Number theory. The Mathematics Teacher*. 76(269): 250-252.
- Bloom, Benjamin S. (1971). *Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. New York: McGraw-Hill.
- Brown, A.L.; et al. (1973). *Learning Remembering and Understandings. Handbook of Child Psychology: Cognitive Development*. New York: Wiley.

- Bull, Michael Porter. (1993, January). Exploring the effects on mathematics achievement of eighth-grade students that are taught problem-solving through a four-step method that addresses the perceptual strengths of each student. *Dissertation Abstracts International*. 54(07): 2497-A.
- Burton, David M. (2002). *Elementary number theory*. New York: McGraw-Hill.
- Edwards, Clifford H. (1975, February). Changing Teacher Behavior through Self-Instruction and Supervised Micro Teaching in Competency Based Program. *The Journal of Educational Research*. 68(6): 219-222.
- Hirst, Keith E. (1995). *Numbers, Sequences and Series*. Great Britain: JW Arrowsmith
- Houston Robert W.; et al. (1972). *Developing Instruction Modules*. Houston Texas: College of Education, University of Texas.
- Hulley, Kathy Louise Sullivan. (1998, January). An instructional package integrating science and social studies instruction at the fifth-grade level. *Dissertation Abstracts International*. 59(07): 2352-A.
- Good, C.V. ;& et al. (1973). *Dictionary of Education*. New York: McGraw-Hill.
- Kapfer, P.G.; & Kapfer, B.M. (1972). *Learning Package in American Education*. Cliffs N.T: Education Technology Publication.
- Laudien, Renate Christine. (1999, March). Mathematical reasoning in middle school curriculum materials. *Dissertation Abstracts International*. 59(09): 3384-A.
- Leshner, Roland E. (1971, November). A study of Logical Thinking in Grade Four through seven. *Dissertation Abstracts International*. 32: 2487-A.
- National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- _____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- Nunnally. (1959). *Test and Measurement*. New York: McGraw-Hill.
- O' Daffer, Phares G. (1990, May). Inductive and Deductive Reasoning. *The Mathematics Teacher*. 93(6): 379-380.
- Orton-Flynn, Susan Jane. (1997?). The design of a multimedia calculator and its use in teaching numeracy of those with learning defficulties. *Dissertation Abstracts International*. 59(03): 486-A.
- Palland, G.J. (1979, November). The Transition to Formal Thought. *Journal Research in Science Teaching*. 5(6): 445-451.

- Ray, Charles Lear. (1979, December). A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Questions on Student's Abstract Reasoning and Critical Thinking in two Non-Direction High School Chemistry Classrooms. *Dissertation Abstract International*. 40: 3220-A.
- Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards Readings Arithmetic Teacher*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- Shaw, M. E.; & Wright, J. M. (1967). *Scales for the Measurement of Attitudes*. New York: McGraw-Hill.
- Stillwell, John. (2002). *Elements of number theory*. New York. Springer-verlag.
- Vivas, David A. (1984, September). The design and evaluation of a course in "thinking operations" for first graders in Venezuela (cognitive, elementary ,learning). *Dissertation Abstracts International*. 46(03): 603-A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC)
- ค่าความยากง่าย (p)
- ค่าอำนาจจำแนก (r)
- ค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient)
ของครอนบัท (Cronbach)

ตาราง 13 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1)

| แบบทดสอบข้อที่ | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | IOC | แปลผล |
|----------------|-----------------------------|---------|---------|------|--------|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 3 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |

ตาราง 14 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2)

| แบบทดสอบข้อที่ | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | IOC | แปลผล |
|----------------|-----------------------------|---------|---------|------|--------|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 3 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |

ตาราง 15 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

| ตอนที่ 1 แบบปรนัยข้อที่ | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | IOC | แปลผล |
|----------------------------|-----------------------------|---------|---------|------|--------|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 3 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 6 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 7 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 8 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 9 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 10 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |

ตาราง 15 (ต่อ)

| ตอนที่ 1 แบบปรนัยข้อที่ | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | IOC | แปลผล |
|-----------------------------|-----------------------------|---------|---------|------|--------|
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | | |
| 11 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 12 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 13 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 14 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 15 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 16 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 17 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 18 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 19 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 20 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| ตอนที่ 2 แบบอัตนัยข้อที่ | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | IOC | แปลผล |
| | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 3 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | 1.00 | ใช้ได้ |

ตาราง 16 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย

| ข้อที่ | แบบทดสอบย่อย | | | |
|--------|--------------|-----|------------|-----|
| | ครั้งที่ 1 | | ครั้งที่ 2 | |
| | p | r | p | r |
| 1 | .75 | .50 | .75 | .50 |
| 2 | .75 | .50 | .75 | .50 |
| 3 | .60 | .50 | .60 | .67 |
| 4 | .65 | .70 | .60 | .80 |
| 5 | .75 | .50 | .73 | .53 |

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย คำนวณโดยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ .56

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย คำนวณโดยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ .59

ตาราง 17 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

| <u>ตอนที่ 1</u> แบบปรนัยข้อที่ | p | r |
|---------------------------------|-----|------|
| 1 | .45 | .40 |
| 2 | .85 | .40 |
| 3 | .50 | .40 |
| 4 | .85 | .40 |
| 5 | .40 | .40 |
| 6 | .70 | .60 |
| 7 | .70 | .40 |
| 8 | .60 | .40 |
| 9 | .70 | .60 |
| 10 | .55 | .80 |
| 11 | .65 | .60 |
| 12 | .55 | .40 |
| 13 | .65 | .80 |
| 14 | .45 | .80 |
| 15 | .55 | .40 |
| 16 | .70 | .60 |
| 17 | .40 | .80 |
| 18 | .50 | 1.00 |
| 19 | .70 | .40 |
| 20 | .75 | .40 |
| <u>ตอนที่ 2</u> แบบอัตนัยข้อที่ | p | r |
| 1 | .62 | .55 |
| 2 | .53 | .65 |
| 3 | .48 | .95 |
| 4 | .58 | .85 |
| 5 | .53 | .95 |

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎี-
จำนวนเบื้องต้น คำนวณโดยวิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัก
(Cronbach) มีค่าเท่ากับ .63

ภาคผนวก ข
ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย

ตาราง 18 คะแนนจากการทำไปกิจกรรม คะแนนเต็ม 20 คะแนน แบ่งเป็น คะแนนจากการทำ
ไปกิจกรรมแบบรายบุคคล คะแนนเต็ม 15 คะแนน และคะแนนจากการทำกิจกรรมแบบกลุ่ม
คะแนนเต็ม 5 คะแนน

| คนที่ | คะแนนไปกิจกรรม | | คะแนนรวม |
|-------|-------------------------------------|---------------------------------|------------|
| | แบบรายบุคคล (คะแนนเต็ม 15 คะแนน) | แบบกลุ่ม (คะแนนเต็ม 5 คะแนน) | (20 คะแนน) |
| 1 | 11.04 | 4.60 | 15.64 |
| 2 | 11.46 | 4.44 | 15.90 |
| 3 | 11.25 | 4.65 | 15.90 |
| 4 | 10.93 | 4.05 | 14.98 |
| 5 | 12.96 | 4.70 | 17.66 |
| 6 | 12.64 | 4.46 | 17.10 |
| 7 | 12.21 | 4.65 | 16.86 |
| 8 | 12.00 | 4.38 | 16.38 |
| 9 | 10.07 | 4.35 | 14.42 |
| 10 | 10.39 | 4.19 | 14.58 |
| 11 | 11.57 | 4.44 | 16.01 |
| 12 | 12.54 | 4.38 | 16.92 |
| 13 | 13.29 | 4.48 | 17.77 |
| 14 | 10.82 | 4.09 | 14.91 |
| 15 | 12.64 | 4.73 | 17.37 |
| 16 | 11.46 | 4.01 | 15.47 |
| 17 | 12.11 | 4.25 | 16.36 |
| 18 | 11.89 | 4.50 | 16.39 |
| 19 | 12.54 | 4.77 | 17.31 |
| 20 | 12.32 | 4.54 | 16.86 |

ตาราง 18 (ต่อ)

| คนที่ | คะแนนไปกิจกรรม | | คะแนนรวม |
|-------|-------------------------------------|---------------------------------|------------|
| | แบบรายบุคคล (คะแนนเต็ม 15 คะแนน) | แบบกลุ่ม (คะแนนเต็ม 5 คะแนน) | (20 คะแนน) |
| 21 | 12.11 | 4.69 | 16.80 |
| 22 | 12.32 | 4.35 | 16.67 |
| 23 | 11.89 | 4.65 | 16.54 |
| 24 | 13.18 | 4.41 | 17.59 |
| 25 | 13.29 | 4.69 | 17.98 |
| 26 | 11.89 | 4.62 | 16.51 |
| 27 | 9.54 | 4.77 | 14.31 |
| 28 | 12.11 | 4.60 | 16.71 |
| 29 | 13.18 | 4.73 | 17.91 |
| 30 | 11.14 | 4.44 | 15.58 |
| 31 | 12.64 | 4.44 | 17.08 |
| 32 | 12.96 | 4.73 | 17.69 |
| 33 | 12.54 | 4.37 | 16.91 |
| 34 | 12.21 | 4.63 | 16.84 |
| 35 | 10.82 | 4.39 | 15.21 |
| 36 | 12.54 | 4.63 | 17.17 |
| 37 | 10.39 | 4.49 | 14.88 |
| 38 | 10.71 | 4.65 | 15.36 |
| 39 | 10.82 | 4.19 | 15.01 |
| 40 | 10.07 | 4.49 | 14.56 |

ตาราง 19 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) คะแนนเต็ม 20 คะแนน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) คะแนนเต็ม 20 คะแนน

| คนที่ | แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) | แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) | คะแนนรวม |
|-------|------------------------------|------------------------------|------------|
| | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (40 คะแนน) |
| 1 | 7 | 8 | 15 |
| 2 | 18 | 14 | 32 |
| 3 | 12 | 11 | 23 |
| 4 | 9 | 7 | 16 |
| 5 | 19 | 16 | 35 |
| 6 | 18 | 18 | 36 |
| 7 | 16 | 8 | 24 |
| 8 | 17 | 18 | 35 |
| 9 | 6 | 13 | 19 |
| 10 | 16 | 16 | 32 |
| 11 | 16 | 17 | 33 |
| 12 | 17 | 18 | 35 |
| 13 | 15 | 16 | 31 |
| 14 | 11 | 12 | 23 |
| 15 | 19 | 17 | 36 |
| 16 | 16 | 14 | 30 |
| 17 | 10 | 12 | 22 |
| 18 | 13 | 16 | 29 |
| 19 | 15 | 14 | 29 |
| 20 | 19 | 17 | 36 |

ตาราง 19 (ต่อ)

| คนที่ | แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) | แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) | คะแนนรวม |
|-------|------------------------------|------------------------------|------------|
| | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (40 คะแนน) |
| 21 | 18 | 17 | 35 |
| 22 | 17 | 17 | 34 |
| 23 | 15 | 16 | 31 |
| 24 | 14 | 17 | 31 |
| 25 | 16 | 17 | 33 |
| 26 | 12 | 7 | 19 |
| 27 | 16 | 15 | 31 |
| 28 | 14 | 18 | 32 |
| 29 | 16 | 17 | 33 |
| 30 | 17 | 15 | 32 |
| 21 | 17 | 17 | 34 |
| 32 | 17 | 15 | 32 |
| 33 | 15 | 17 | 32 |
| 34 | 18 | 15 | 33 |
| 35 | 17 | 17 | 34 |
| 36 | 16 | 14 | 30 |
| 37 | 13 | 16 | 29 |
| 38 | 14 | 19 | 33 |
| 39 | 17 | 17 | 34 |
| 40 | 18 | 16 | 34 |

ตาราง 20 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น
 คะแนนจากการทำแบบทดสอบ ตอนที่ 1 แบบปรนัย คะแนนเต็ม 20 คะแนน
 และคะแนนจากการทำแบบทดสอบ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย คะแนนเต็ม 20 คะแนน

| คนที่ | แบบปรนัย | แบบอัตนัย | คะแนนรวม |
|-------|----------------------|----------------------|------------|
| | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (40 คะแนน) |
| 1 | 14 | 13 | 27 |
| 2 | 19 | 16 | 35 |
| 3 | 12 | 8 | 20 |
| 4 | 15 | 12 | 27 |
| 5 | 20 | 17 | 37 |
| 6 | 19 | 16 | 35 |
| 7 | 19 | 15 | 34 |
| 8 | 17 | 16 | 33 |
| 9 | 16 | 10 | 26 |
| 10 | 14 | 13 | 27 |
| 11 | 15 | 14 | 29 |
| 12 | 18 | 17 | 35 |
| 13 | 19 | 12 | 31 |
| 14 | 11 | 10 | 21 |
| 15 | 20 | 18 | 38 |
| 16 | 17 | 14 | 31 |
| 17 | 10 | 11 | 21 |
| 18 | 17 | 14 | 31 |
| 19 | 18 | 8 | 26 |
| 20 | 18 | 17 | 35 |

ตาราง 20 (ต่อ)

| คนที่ | แบบปรนัย | แบบอัตนัย | คะแนนรวม |
|-------|----------------------|----------------------|------------|
| | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (40 คะแนน) |
| 21 | 15 | 11 | 26 |
| 22 | 20 | 17 | 37 |
| 23 | 18 | 13 | 31 |
| 24 | 18 | 14 | 32 |
| 25 | 13 | 13 | 26 |
| 26 | 12 | 10 | 22 |
| 27 | 15 | 16 | 31 |
| 28 | 20 | 16 | 36 |
| 29 | 17 | 13 | 30 |
| 30 | 16 | 9 | 25 |
| 21 | 18 | 13 | 31 |
| 32 | 12 | 13 | 25 |
| 33 | 17 | 13 | 30 |
| 34 | 18 | 8 | 26 |
| 35 | 17 | 12 | 29 |
| 36 | 13 | 7 | 20 |
| 37 | 13 | 2 | 15 |
| 38 | 20 | 15 | 35 |
| 39 | 16 | 15 | 31 |
| 40 | 13 | 15 | 28 |

ตาราง 21 คะแนนผลการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง คะแนนเต็ม 100 คะแนน แบ่งเป็น
 คะแนนจากการทำใบกิจกรรม คะแนนเต็ม 20 คะแนน คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย
 คะแนนเต็ม 40 คะแนน คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น คะแนนเต็ม 40 คะแนน

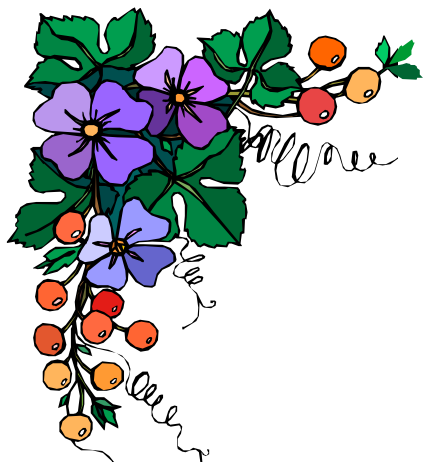
| คนที่ | ใบกิจกรรม | แบบทดสอบย่อย | แบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | คะแนน ผลการเรียนรู้ |
|-------|-------------------------|-------------------------|--------------------------------------|------------------------|
| | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (คะแนนเต็ม 40 คะแนน) | (คะแนนเต็ม 40 คะแนน) | (รวม 100 คะแนน) |
| 1 | 15.64 | 15 | 27 | 57.64 |
| 2 | 15.90 | 32 | 35 | 82.90 |
| 3 | 15.90 | 23 | 20 | 58.90 |
| 4 | 14.98 | 16 | 27 | 57.98 |
| 5 | 17.66 | 35 | 37 | 89.66 |
| 6 | 17.10 | 36 | 35 | 88.10 |
| 7 | 16.86 | 24 | 34 | 74.86 |
| 8 | 16.38 | 35 | 33 | 84.38 |
| 9 | 14.42 | 19 | 26 | 59.42 |
| 10 | 14.58 | 32 | 27 | 73.58 |
| 11 | 16.01 | 33 | 29 | 78.01 |
| 12 | 16.92 | 35 | 35 | 86.92 |
| 13 | 17.77 | 31 | 31 | 79.77 |
| 14 | 14.91 | 23 | 21 | 58.91 |
| 15 | 17.37 | 36 | 38 | 91.37 |
| 16 | 15.47 | 30 | 31 | 76.47 |
| 17 | 16.36 | 22 | 21 | 59.36 |
| 18 | 16.39 | 29 | 31 | 76.39 |
| 19 | 17.31 | 29 | 26 | 72.31 |
| 20 | 16.86 | 36 | 35 | 87.86 |

ตาราง 21 (ต่อ)

| คนที่ | ไปกิจกรรม | แบบทดสอบย่อย | แบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | คะแนน ผลการเรียนรู้ |
|-------|-------------------------|-------------------------|--------------------------------------|------------------------|
| | (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) | (คะแนนเต็ม 40 คะแนน) | (คะแนนเต็ม 40 คะแนน) | (รวม 100 คะแนน) |
| 21 | 16.80 | 35 | 26 | 77.80 |
| 22 | 16.67 | 34 | 37 | 87.67 |
| 23 | 16.54 | 31 | 31 | 78.54 |
| 24 | 17.59 | 31 | 32 | 80.59 |
| 25 | 17.98 | 33 | 26 | 76.98 |
| 26 | 16.51 | 19 | 22 | 57.51 |
| 27 | 14.31 | 31 | 31 | 76.31 |
| 28 | 16.71 | 32 | 36 | 84.71 |
| 29 | 17.91 | 33 | 30 | 80.91 |
| 30 | 15.58 | 32 | 25 | 72.58 |
| 31 | 17.08 | 34 | 31 | 82.08 |
| 32 | 17.69 | 32 | 25 | 74.69 |
| 33 | 16.91 | 32 | 30 | 78.91 |
| 34 | 16.84 | 33 | 26 | 75.84 |
| 35 | 15.21 | 34 | 29 | 78.21 |
| 36 | 17.17 | 30 | 20 | 67.17 |
| 37 | 14.88 | 29 | 15 | 58.88 |
| 38 | 15.36 | 33 | 35 | 83.36 |
| 39 | 15.01 | 34 | 31 | 80.01 |
| 40 | 14.56 | 34 | 28 | 76.56 |

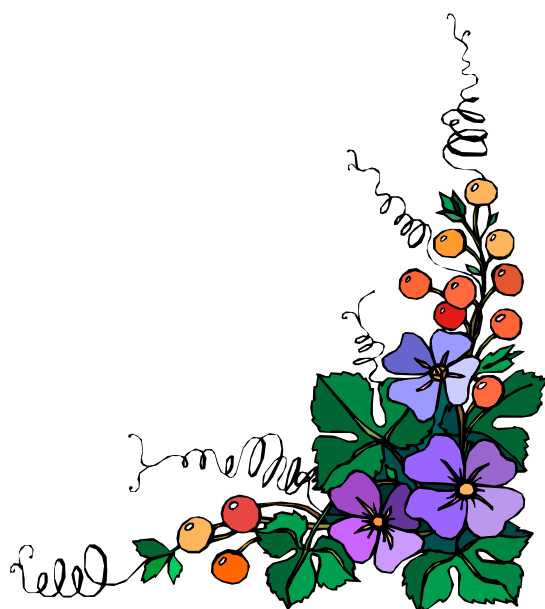
ภาคผนวก ค

ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น
ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



**ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

**นางสาวเป็ยทิพย์ เขาไข่มุกแก้ว
นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ**



คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์
เรื่อง ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



แนะนำชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่สร้างขึ้น สำหรับใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัยเพื่อศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย

- | | |
|--|--------------|
| 1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ | จำนวน 5 ชุด |
| 2. เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ | จำนวน 5 ชุด |
| 3. ไปกิจกรรม | จำนวน 10 ชุด |
| 4. เฉลยไปกิจกรรม | จำนวน 10 ชุด |
| 5. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ | จำนวน 5 แผน |
| 6. แบบทดสอบย่อย | จำนวน 2 ชุด |
| 7. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (แบบปรนัย) จำนวน 1 ชุด | |
| 8. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (แบบอัตนัย) จำนวน 1 ชุด | |
| 9. แบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ | |

จำนวน 1 ชุด

โดยชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน



เนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

เนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 เอกสารหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย

- | | |
|--|-------------|
| 1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว | จำนวน 2 คาบ |
| 2. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ | จำนวน 2 คาบ |
| 3. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ขั้นตอนวิธีการหาร | จำนวน 2 คาบ |
| 4. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก | จำนวน 2 คาบ |
| 5. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคูณร่วมน้อย | จำนวน 2 คาบ |



แนวทางการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้กำหนดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และมีลำดับขั้นตอนการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

1. นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แผน 1-3 ซึ่งสอดคล้องกับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ 1-3 เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แผน 1-3 เสร็จ ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) ใช้เวลาทดสอบ 1 คาบ
2. นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แผน 4-5 ซึ่งสอดคล้องกับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ 4-5 เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ตามแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แผน 4-5 เสร็จ ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) ใช้เวลาทดสอบ 1 คาบ
3. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมครบทุกเอกสารหน่วยการเรียนรู้แล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น (แบบปรนัย) จำนวน 20 ข้อ และ (แบบอัตนัย) จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 คาบ จากนั้นให้นักเรียนตอบแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 20 ข้อ ใช้เวลา 10 นาที



เกณฑ์การตรวจให้คะแนนทดสอบแบบอัตนัย

| คะแนน/ ความหมาย | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน |
|--------------------|--|
| 4 ดีมาก | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้อง แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้ครบถ้วนสมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 3 ดี | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้อง แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 2 พอใช้ | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการได้ถูกต้องแต่ยังไม่ครบถ้วน แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบได้แต่ยังไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล |
| 1 ต้องปรับปรุง | บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดและต้องการไม่ครบถ้วน แสดงวิธีการหรือหาเหตุผลสนับสนุนคำตอบไม่สมบูรณ์ มีการอ้างอิงและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจไม่สมเหตุสมผล |
| 0 ไม่พยายาม | ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ ไม่มีร่องรอยการเขียนตอบ |



การเก็บคะแนนและการประเมินผลการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้ หมายถึง ความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประเมินผลจากตารางข้างล่าง ต่อไปนี้

| การประเมินผลการเรียนรู้ | คะแนน |
|---|------------|
| 1. คะแนนจากการทำใบกิจกรรม | - |
| 1.1 คะแนนจากการทำใบกิจกรรมแบบรายบุคคล | 15 |
| 1.2 คะแนนจากการทำใบกิจกรรมแบบกลุ่ม | 5 |
| 2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย | - |
| 2.1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1) | 20 |
| 2.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2) | 20 |
| 3. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | - |
| 3.1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (แบบปรนัย) | 20 |
| 3.1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (แบบอัตนัย) | 20 |
| รวมคะแนนผลการเรียนรู้ | 100 |

เกณฑ์ หมายถึง คะแนนผลการเรียนรู้ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

นักเรียนที่มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์ หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนผลการเรียนรู้

ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม



ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูผู้สอน

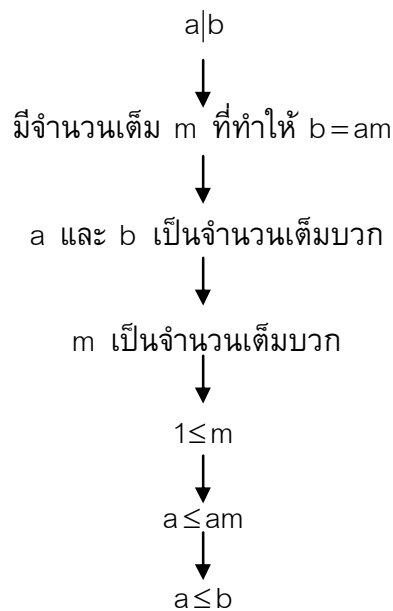
1. ก่อนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ครูผู้สอนควรศึกษาเนื้อหาในแต่ละเอกสารหน่วยการเรียนรู้ รวมทั้งใบกิจกรรมในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์อย่างละเอียด ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการนำชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้

2. ครูผู้สอนควรเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนักเรียน คอยสังเกตและให้คำแนะนำ แก่นักเรียนในขณะที่ทำใบกิจกรรม พร้อมกับกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความสามารถในการให้เหตุผล โดยการใช้คำถาม เช่น ทำไม เพราะเหตุใด ถ้า...แล้ว... เป็นต้น

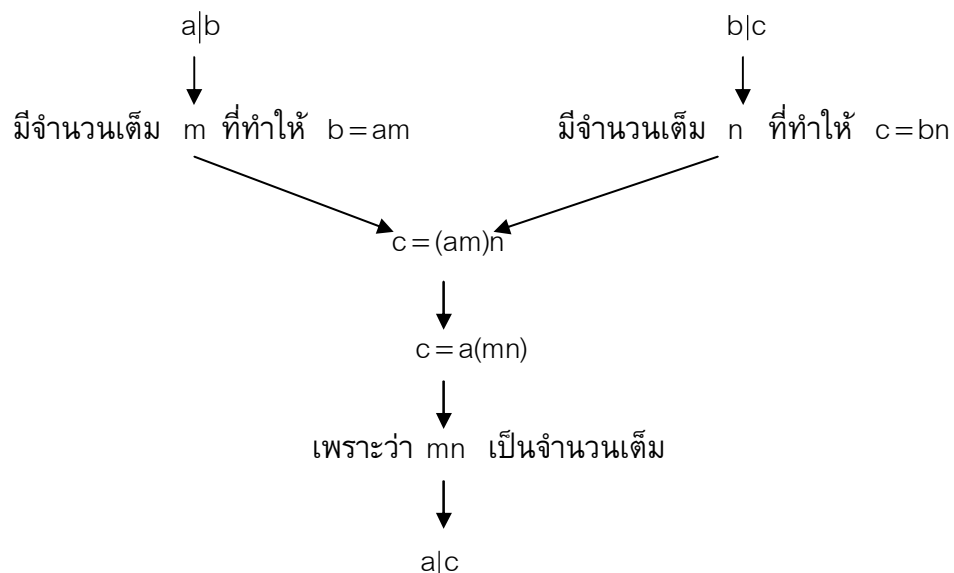
3. ครูผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่ และมีอิสระในการแสดงความสามารถในการให้เหตุผล เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และมีการเสริมแรง เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้

ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1: การหารลงตัว (คาบ 1)

1. ครูควรทบทวนเนื้อหาตรรกศาสตร์ให้นักเรียน โดยเฉพาะตัวบ่งปริมาณ และประพจน์ เพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว
2. สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว ครูควรชี้แนะแนวทางในการพิสูจน์ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่า สิ่งที่กำหนดให้คืออะไร สิ่งที่ต้องพิสูจน์คืออะไร และต้องพิสูจน์อย่างไร
3. สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบท “ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a|b$ แล้ว $a \leq b$ ” ครูอาจใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้

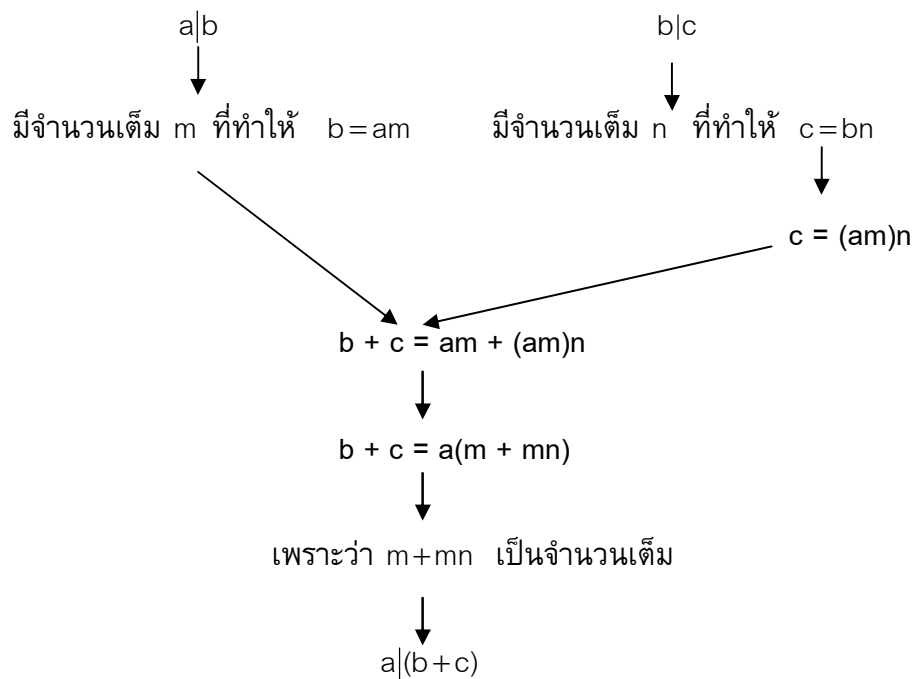


4. สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบท “ให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|c$ ” ครูอาจใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้

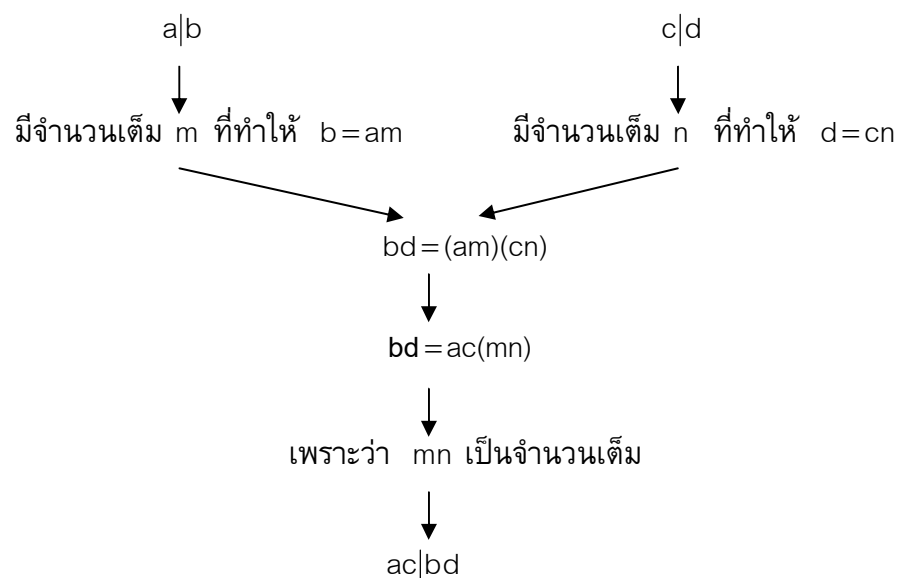


ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1: การหารลงตัว (คาบ 2)

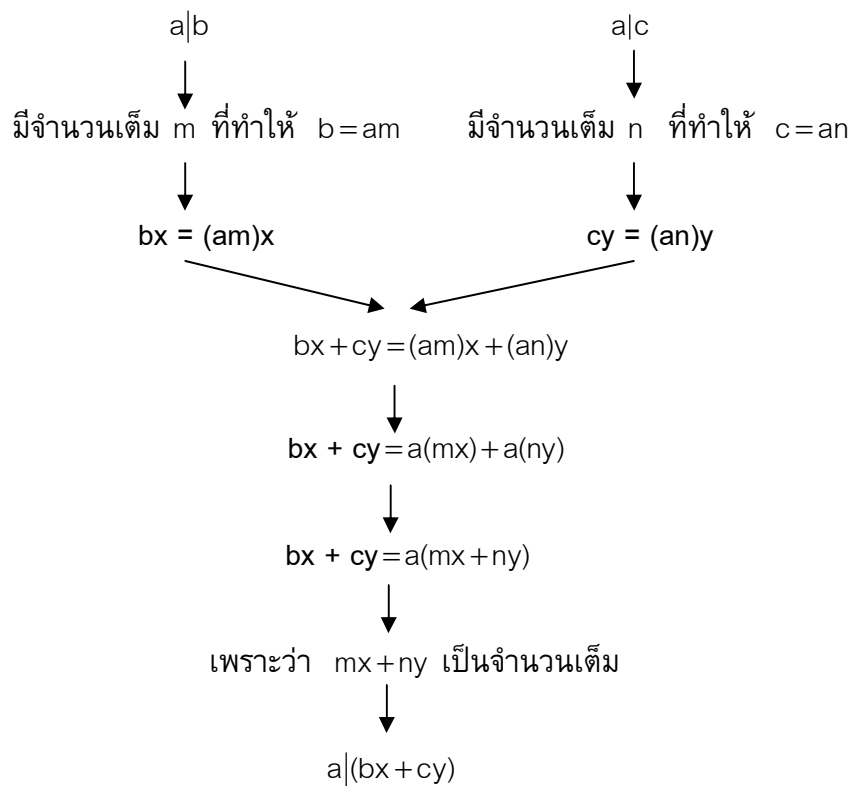
1. ครูควรทบทวนบทนิยามการหารลงตัว และแนวทางการพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว
2. สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบท “ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|(b+c)$ ” ครูอาจใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้



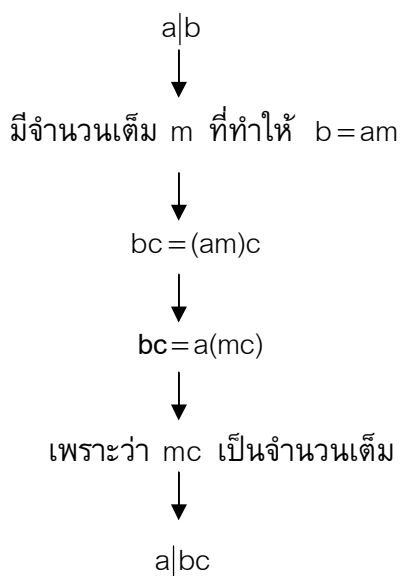
3. สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบท “ให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $c|d$ แล้ว $ac|bd$ ” ครูอาจใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้



4. สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบท “ให้ a, b, c, x และ y เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $a|c$ แล้ว $a|(bx+cy)$ ” ครูอาจใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้



5. สำหรับใบกิจกรรม 2 “ฝึกฝนการพิสูจน์” ในการพิสูจน์ทฤษฎีบท “ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ แล้ว $a|bc$ ” ครูอาจใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้



ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: จำนวนเฉพาะ (คาบ 3)

1. ครูควรเน้นว่า จำนวนเต็ม 1 ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ และไม่ใช่จำนวนประกอบ
2. สำหรับการเขียนจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะนั้น นักเรียนสามารถคำนวณได้หลายวิธี แต่สุดท้ายแล้วจะสามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้เพียงแบบเดียว ซึ่งครูควรให้นักเรียนเปรียบเทียบแต่ละวิธีที่นักเรียนคำนวณได้
3. สำหรับการหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว ครูต้องชี้แนะให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเลขชี้กำลังของจำนวนเฉพาะแต่ละตัวที่คูณกัน เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า “กำหนด n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 และ $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$ เป็นจำนวนเฉพาะ ถ้า $n = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times p_3^{a_3} \times \dots \times p_k^{a_k}$ แล้ว จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร n ลงตัวมีทั้งหมด $(a_1 + 1)(a_2 + 1)(a_3 + 1) \dots (a_k + 1)$ จำนวน”
4. สำหรับใบกิจกรรม 3 “จำนวนเฉพาะ” ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เวลาอย่างเต็มที่ ในการคิดคำนวณ เพราะนักเรียนแต่ละคนมีความสามารถในการคิดคำนวณแตกต่างกัน

ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: จำนวนเฉพาะ (คาบ 4)

1. การใช้ตะแกรงเอราโตสเทเนส หาจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 50 เมื่อให้นักเรียนหาจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า $\sqrt{50}$ ซึ่งได้แก่ 2, 3, 5, 7 แล้วให้นักเรียนวงกลม 2 แล้วตัดจำนวนคู่ทุกจำนวนออก เพราะว่าจำนวนคู่ หารด้วย 2 ลงตัว จากนั้นให้นักเรียนวงกลม 3, 5 และ 7 แล้วตัดจำนวนที่เป็นพหุคูณของ 3, 5 และ 7 ออก จำนวนที่เหลือจากการตัด จะเป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า 50 ยกเว้น 1
2. สำหรับการตรวจสอบจำนวนเฉพาะ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้เวลาอย่างเต็มที่ ในการคิดคำนวณ เพราะนักเรียนแต่ละคนมีความสามารถในการคิดคำนวณแตกต่างกัน
3. สำหรับตัวอย่าง 4 การหาจำนวนเต็มบวก ซึ่งมีค่าน้อยที่สุดในบรรดาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า $\sqrt{101}$ นักเรียนสามารถคำนวณได้จากจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดซึ่งยกกำลังสองแล้วมีค่ามากกว่า 101

ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: ขั้นตอนวิธีการหาร (คาบ 5)

สำหรับขั้นตอนวิธีการหาร “ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $b \neq 0$ แล้ว จะมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงชุดเดียว ซึ่ง $a = bq + r$ โดยที่ $0 \leq r < |b|$ เรียก q ว่า ผลหาร (quotient) และเรียก r ว่า เศษเหลือ (remainder)” ครูควรชี้แนะให้นักเรียนเห็นว่า เศษที่ได้จากการหารนั้น ต้องเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์เท่านั้น และเศษที่ได้จากการหาร ต้องมีค่าน้อยกว่าค่าสัมบูรณ์ของตัวหารเสมอ เหตุผลที่ต้องใช้ค่าสัมบูรณ์ เพราะว่าตัวหารอาจเป็นจำนวนเต็มลบก็ได้

ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ 3: ขั้นตอนวิธีการหาร (คาบ 6)

1. สำหรับการพิสูจน์ ตัวอย่าง 9 “ถ้า จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคู่ แล้ว $a \times a$ เป็นจำนวนคู่”
ครูอาจใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้

$$\begin{array}{c}
 a \text{ เป็นจำนวนคู่} \\
 \downarrow \\
 a = 2k, k \text{ เป็นจำนวนเต็ม} \\
 \downarrow \\
 a \times a = (2k)(2k) \\
 \downarrow \\
 a \times a = 2(2k^2), 2k^2 \text{ เป็นจำนวนเต็ม} \\
 \downarrow \\
 a \times a = 2(2k^2) \text{ เป็นจำนวนคู่}
 \end{array}$$

2. สำหรับการพิสูจน์ ตัวอย่าง 10 “ถ้า จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ แล้ว $a \times a$ เป็นจำนวนคี่”
ครูอาจใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้

$$\begin{array}{c}
 a \text{ เป็นจำนวนคี่} \\
 \downarrow \\
 a = 2k + 1, k \text{ เป็นจำนวนเต็ม} \\
 \downarrow \\
 a \times a = (2k + 1)(2k + 1) \\
 \downarrow \\
 a \times a = 4k^2 + 4k + 1 \\
 \downarrow \\
 a \times a = 2(2k^2 + 2k) + 1, 2k^2 + 2k \text{ เป็นจำนวนเต็ม} \\
 \downarrow \\
 a \times a = 2(2k^2 + 2k) + 1 \text{ เป็นจำนวนคี่}
 \end{array}$$

3. การเขียนจำนวนเต็มบวก n ให้อยู่ในรูปตัวเลขฐาน b โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร
ให้นักเรียนนำ b ไปหารจำนวนเต็มบวก n จนกว่าจะได้ผลหารเป็นศูนย์ เมื่อผลหารเป็นศูนย์แล้ว
ให้นักเรียนเรียงเศษเหลือที่ได้จากการหาร จากข้างล่างขึ้นข้างบน เศษเหลือที่เรียงนี้จะเป็นจำนวน
ในรูปตัวเลขฐาน b

ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4: ตัวหารร่วมมาก (คาบ 7)

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยไม่ได้พิสูจน์ทฤษฎีบทขั้นตอนวิธีของยุคลิด แต่จะนำทฤษฎีบทขั้นตอนวิธีของยุคลิดไปใช้ในการหา ห.ร.ม. ของ a และ b นักเรียนอาจสงสัยว่า ทำไมเศษตัวสุดท้ายที่ไม่ใช่ศูนย์ จึงเป็น ห.ร.ม. ของ a และ b ครูอธิบายโดยการอ้างทฤษฎีบทที่ว่า “ให้ a, b, q และ r เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a = bq + r$ แล้ว $(a,b) = (b,r)$ ” พิจารณาได้ดังนี้

จากทฤษฎีบทขั้นตอนวิธีของยุคลิด กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $b < a$ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร ไปเรื่อย ๆ จะได้ว่า

$$\begin{array}{lll} a = bq_1 + r_1 & ; 0 < r_1 < b & ; (a,b) = (b,r_1) \\ b = r_1q_2 + r_2 & ; 0 < r_2 < r_1 & ; (b,r_1) = (r_1,r_2) \\ r_1 = r_2q_3 + r_3 & ; 0 < r_3 < r_2 & ; (r_1,r_2) = (r_2,r_3) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{k-2} = r_{k-1}q_k + r_k & ; 0 < r_k < r_{k-1} & ; (r_{k-2},r_{k-1}) = (r_{k-1},r_k) \\ r_{k-1} = r_kq_{k+1} + 0 & & ; (r_{k-1},r_k) = (r_k,0) \end{array}$$

เนื่องจาก $(r_k, 0) = r_k = (a,b)$ ดังนั้น r_k เป็นเศษตัวสุดท้ายที่ไม่ใช่ศูนย์ เป็น ห.ร.ม. ของ a และ b

ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4: ตัวหารร่วมมาก (คาบ 8)

1. สำหรับตัวอย่าง 17 หา ห.ร.ม. ของ 8, 20 และ 36 โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด ดังนี้

การหา $(8,20,36)$

วิธีทำ โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด จะได้ว่า

$$36 = 20(1) + 16$$

$$30 = 16(1) + 4$$

$$16 = 4(4) + 0$$

ดังนั้น $(20,36) = 4$

และ $8 = 4(2) + 0$

นั่นคือ $(8,20,36) = (8,4) = 4$

2. สำหรับตัวอย่าง 18 หา ห.ร.ม. ของ 46, 69 และ 115 โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิดดังนี้

การหา (69, 46, 115)

วิธีทำ โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด จะได้ว่า $69 = 46(1) + 23$

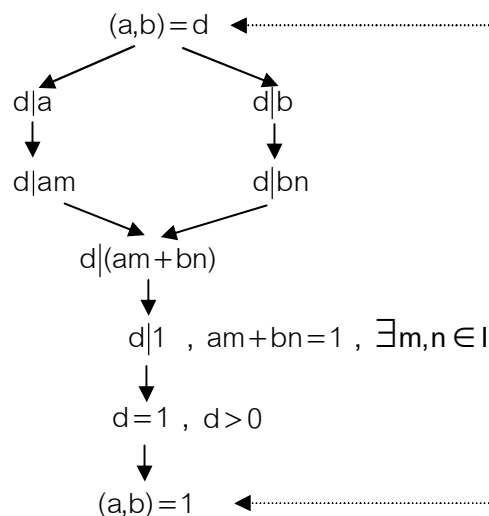
$$46 = 23(2) + 0$$

$$\text{ดังนั้น } (69, 46) = 23$$

$$\text{และ } 115 = 23(5) + 0$$

$$\text{นั่นคือ } (46, 69, 115) = 23$$

3. สำหรับการพิสูจน์ทฤษฎีบท “a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ก็ต่อเมื่อมีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$ ” เนื่องจากเป็นทฤษฎีบทที่เชื่อมประพจน์ด้วย “ก็ต่อเมื่อ” จึงต้องพิสูจน์ 2 ตอน สำหรับการพิสูจน์ตอนที่ 1 สามารถอ้างทฤษฎีบท “ถ้า $d=(a,b)$ แล้วจะมีจำนวนเต็ม x และ y ที่ทำให้ $d=ax+by$ ” มาพิสูจน์ได้โดยตรง ส่วนการพิสูจน์ตอนที่ 2 ควรจะใช้การเขียนแผนภาพเพื่อวิเคราะห์การพิสูจน์ ดังนี้



4. สำหรับใบกิจกรรม 8 “ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์” ในข้อ 2) สามารถหา ห.ร.ม. ของ 360, 1008 และ 648 โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด ดังนี้

การหา (360, 1008, 648)

วิธีทำ โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด จะได้ว่า $1008 = 360(2) + 288$

$$360 = 288(1) + 72$$

$$288 = 72(4) + 0$$

$$\text{ดังนั้น } (1008, 360) = 72$$

$$\text{และ } 648 = 72(9) + 0$$

$$\text{นั่นคือ } (360, 1008, 648) = 72$$

ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5: ตัวคูณร่วมน้อย (คาบ 9)

1. สำหรับตัวอย่าง 22 สามารถหา ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 12 ได้ดังนี้

การหา [4,6,12] โดยวิธีแยกตัวประกอบเฉพาะ

วิธีทำ เนื่องจาก 4 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 2×2
 และ 6 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 2×3
 และ 12 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ $2 \times 2 \times 3$
 ดังนั้น ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 12 คือ $2 \times 2 \times 3 = 12$

2. สำหรับตัวอย่าง 23 สามารถหา ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10 ได้ดังนี้

การหา [6,8,10] โดยวิธีแยกตัวประกอบเฉพาะ

วิธีทำ เนื่องจาก 6 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 2×3
 และ 8 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ $2 \times 2 \times 2$
 และ 10 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 2×5
 ดังนั้น ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

3. สำหรับใบกิจกรรม 9 “ตัวคูณร่วมน้อย” ในการหาจำนวนลูกชิ้นของป้อ หาได้จาก พหุคูณของ 60 แล้วบวกด้วย 1 และจำนวนที่หาได้นี้ ต้องเป็นจำนวนที่น้อยที่สุดซึ่งหารด้วย 7 ลงตัว

| | | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| พหุคูณของ 60 | 60 | 120 | 180 | 240 | 300 | 360 | 420 | 480 | 540 | 600 | 660 |
| พหุคูณของ 60 แล้วบวก 1 | 61 | 121 | 181 | 241 | 301 | 361 | 421 | 481 | 541 | 601 | 661 |

จากการตรวจสอบพบว่า 301 หารด้วย 7 ลงตัว [$301 = 7(43) + 0$]

ดังนั้น ในกล่องของป้อมีลูกชิ้นอย่างน้อยที่สุด 301 ลูก

ข้อเสนอแนะสำหรับเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5: ตัวคูณร่วมน้อย (คาบ 10)

1. จากทฤษฎีบท “ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $ab = (a,b)[a,b]$ ”
นักเรียนสามารถหา a , b , (a,b) และ $[a,b]$ ได้ดังนี้

$$1.1) a = \frac{(a,b)[a,b]}{b}$$

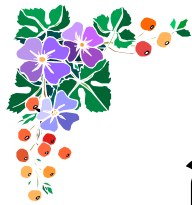
$$1.2) b = \frac{(a,b)[a,b]}{a}$$

$$1.3) (a,b) = \frac{ab}{[a,b]}$$

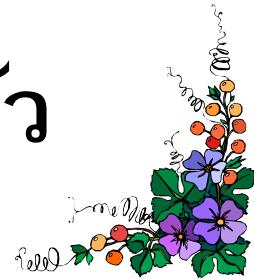
$$1.4) [a,b] = \frac{ab}{(a,b)}$$

2. สำหรับตัวอย่าง 27 สามารถหา ค.ร.น. ของ 5, 7 และ 12 ได้ดังนี้
เนื่องจาก 5 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 5
และ 7 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 7
และ 12 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ $2 \times 2 \times 3$
ดังนั้น ค.ร.น. ของ 5, 7 และ 12 คือ $5 \times 7 \times 2 \times 2 \times 3 = 420$

3. สำหรับใบกิจกรรม 10 “ห.ร.ม. และ ค.ร.น.” ในข้อ 2) สามารถหา ค.ร.น. ของ 3, 6 และ 9 ได้ดังนี้
เนื่องจาก 3 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 3
และ 6 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 2×3
และ 9 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ 3×3
ดังนั้น ค.ร.น. ของ 3, 6 และ 9 คือ $2 \times 3 \times 3 = 18$



การหารลงตัว



แผนการจัดการเรียนรู้ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4)
 เรื่อง การหารลงตัว

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 เวลา 2 ชั่วโมง

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหารจำนวนเต็ม a ด้วยจำนวนเต็ม b เรียกว่าการหารลงตัว ก็ต่อเมื่อ สามารถเขียนจำนวนเต็ม a ในรูปผลคูณของจำนวนเต็ม bc สำหรับบาง c ที่เป็นจำนวนเต็มได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- มีความเข้าใจความหมายของการหารลงตัว

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- สามารถวิเคราะห์และพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัวได้
- สามารถให้เหตุผลประกอบสำหรับในแต่ละขั้นตอนของการพิสูจน์ได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

- มีส่วนร่วมและมีความรับผิดชอบ ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- สามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม และยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
- มีความกระตือรือร้นในการเรียน และกล้าแสดงออกในการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

3. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $b \neq 0$

b หาร a ลงตัว ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม c ที่ทำให้ $a = bc$

เรียก b ว่าเป็น ตัวหาร (divisor) ของ a และเรียก a ว่าเป็น พหุคูณ (multiple) ของ b

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว

- 1) ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า $a|b$ แล้ว $a \leq b$
- 2) ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|c$
- 3) ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|(b+c)$
- 4) ให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $c|d$ แล้ว $ac|bd$
- 5) ให้ a, b, c, x และ y เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $a|c$ แล้ว $a|(bx+cy)$
- 6) ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ แล้ว $a|bc$

โจทย์พิเศษ ให้ a, x และ y เป็นจำนวนเต็ม $a|(2x-3y)$ และ $a|(4x-5y)$ แล้ว $a|y$

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คาบ 1

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว (คาบ 1) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ครูยกตัวอย่างการหารจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็ม แล้วให้นักเรียนสังเกตผลหารและเศษเหลือ จากนั้นครูนำเข้าสู่บทนิยามการหารลงตัว

3. ให้นักเรียนเขียนบทนิยามการหารลงตัว ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และหานิเสธของการหารลงตัว จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถามในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว (คาบ 1) พร้อมให้เหตุผลประกอบ

4. จากบทนิยามการหารลงตัว ครูและนักเรียนช่วยกันพิสูจน์ทฤษฎีบท “ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า $a|b$ แล้ว $a \leq b$ ” โดยการตอบคำถามในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว (คาบ 1) และวิเคราะห์พร้อมทั้งสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน เช่น

- 1) 4 หาร 12 ลงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด [$4|12$ เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $12 = 4(3)$]
- 2) นักเรียนคิดว่า 4 กับ 12 มีความสัมพันธ์กันอย่างไรบ้าง [$4 < 12$, $4 \leq 12$]
- 3) 3 หาร 21 ลงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด [$3|21$ เพราะมีจำนวนเต็ม 7 ที่ทำให้ $21 = 3(7)$]
- 4) นักเรียนคิดว่า 3 กับ 21 มีความสัมพันธ์กันอย่างไรบ้าง [$3 < 21$, $3 \leq 21$]

5. ให้นักเรียนเขียนข้อสรุปที่ได้ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์การพิสูจน์ แล้วให้นักเรียนเขียนการพิสูจน์ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบอย่างละเอียด

6. ครูแจกใบกิจกรรม 1 “ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว” ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ในขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน เช่น

- 1) 4 หาร 12 ลงตัวหรือไม่เพราะเหตุใด [$4|12$ เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $12 = 4(3)$]
- 2) 12 หาร 36 ลงตัวหรือไม่เพราะเหตุใด [$12|36$ เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $36 = 12(3)$]
- 3) 4 หาร 36 ลงตัวหรือไม่เพราะเหตุใด [$4|36$ เพราะมีจำนวนเต็ม 9 ที่ทำให้ $36 = 4(9)$]
- 4) จากคำตอบข้างต้น นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่า $36 = 4(9) = 4(3)(3)$

7. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 1 “ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

8. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามการหารลงตัว ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว รวมทั้ง แนวทางการพิสูจน์ทฤษฎีบท และข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 1 “ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว” โดยการถามตอบ

คาบ 2

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว (คาบ 2) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์การพิสูจน์ทฤษฎีบทต่อไปนี้โดยการถามตอบ

1) ให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|(b+c)$

2) ให้ a , b , c และ d เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $c|d$ แล้ว $ac|bd$

3) ให้ a , b , c , x และ y เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ และ $a|c$ แล้ว $a|(bx+cy)$

และให้นักเรียนเขียนพิสูจน์ พร้อมให้เหตุผลประกอบอย่างละเอียด ลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว (คาบ 2)

3. ครูแจกใบกิจกรรม 2 “ฝึกฝนการพิสูจน์” ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

4. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 2 “ฝึกฝนการพิสูจน์” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลจากนั้นสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

5. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปทฤษฎีบทการหารลงตัว ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว รวมทั้งข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 2 “ฝึกฝนการพิสูจน์” โดยการถามตอบ และให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ “ให้ a , x และ y เป็นจำนวนเต็ม $a|(2x-3y)$ และ $a|(4x-5y)$ แล้ว $a|y$ ” เป็นการบ้าน

5. สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว (คาบ 1)
2. ใบกิจกรรม 1 “ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว”
3. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหารลงตัว (คาบ 2)
4. ใบกิจกรรม 2 “ฝึกฝนการพิสูจน์”
5. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

6. การวัดและประเมินผล

1. สังเกตความร่วมมือ ความสนใจในการทำใบกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม 1 “ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว”
3. ตรวจใบกิจกรรม 2 “ฝึกฝนการพิสูจน์”

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1: การหารลงตัว

คาบ 1

บทนิยาม 1 ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $b \neq 0$

b หาร a ลงตัว ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม c ที่ทำให้ $a = bc$

เรียก b ว่าเป็น ตัวหาร (divisor) ของ a และเรียก a ว่าเป็น พหุคูณ (multiple) ของ b

สัญลักษณ์เกี่ยวกับการหารลงตัว

$a|b$ แทน a หาร b ลงตัว

$a \nmid b$ แทน a หาร b ไม่ลงตัว

จากบทนิยามการหารลงตัว สามารถเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

.....

.....

.....

จากบทนิยามการหารลงตัว สามารถเขียนนิเสธของการหารลงตัว ได้ดังนี้

.....

.....

.....

ตัวอย่าง 1

(1) $4|16$ เพราะ สามารถเขียน 16 เป็นผลคูณของจำนวนเต็มได้ คือ $16 = 4(4)$

(2) $8 \nmid 27$ เพราะ ไม่สามารถเขียน 27 เป็นผลคูณของจำนวนเต็มใด ๆ ได้



จากบทนิยามการหารลงตัว จงให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำกล่าวต่อไปนี้

(1) $3|18$

(2) $9|108$

(3) $(-4)|12$

(4) $5|32$

(5) $(-2) \nmid 13$

ใบกิจกรรม 1 “ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว”



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของการหารลงตัวได้
2. นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัวได้



จากบทนิยามการหารลงตัว จงให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำกล่าวต่อไปนี้

(1) $4|12$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....

$12|36$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....

ดังนั้น $4|12$ และ $12|36$ จะได้ว่า $4|36$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....

(2) $2|(-8)$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....

$(-8)|24$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....

ดังนั้น $2|(-8)$ และ $(-8)|24$ จะได้ว่า $2|24$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....

(3) $5|10$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....

$10|60$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....

ดังนั้น $5|10$ และ $10|60$ จะได้ว่า $5|60$ เพราะมีจำนวนเต็ม..... ที่ทำให้.....



นักเรียนสามารถวิเคราะห์และสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลข้างต้นได้อย่างไร

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

| | |
|-------|-------|
| | |
| | |
| | |
| | |

ใบกิจกรรม 2 “ฝึกฝนการพิสูจน์”



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถวิเคราะห์การพิสูจน์และพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัวได้



ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม จงแสดงว่า ถ้า $a|b$ แล้ว $a|bc$

การวิเคราะห์การพิสูจน์

ขั้นที่ 1 : จากข้อความข้างต้นเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

.....

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ

.....

ขั้นที่ 3 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ

.....

ซึ่งต้องแสดงให้ได้ว่า

.....

ขั้นที่ 4 : โดยบทนิยามการหารลงตัว และขั้นที่ 2 จะได้ว่า

.....

ขั้นที่ 5 : จากขั้นที่ 4 นำ c คูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้ว่า

.....

.....

ขั้นที่ 6 : เพราะว่า.....เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล:))

ขั้นที่ 7 : จากขั้นที่ 5, 6 และบทนิยามการหารลงตัว จะได้ว่า

.....

จากการวิเคราะห์การพิสูจน์ข้างต้นนำมาเขียนการพิสูจน์ พร้อมให้เหตุผลประกอบดังนี้

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|------------|--------------|
| | |
| | |
| | |
| | |

| | |
|-------|-------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1: การหารลงตัว

คาบ 1

บทนิยาม 1 ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $b \neq 0$

b หาร a ลงตัว ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม c ที่ทำให้ $a = bc$

เรียก b ว่าเป็น ตัวหาร (divisor) ของ a และเรียก a ว่าเป็น พหุคูณ (multiple) ของ b

สัญลักษณ์เกี่ยวกับการหารลงตัว

$a|b$ แทน a หาร b ลงตัว

$a \nmid b$ แทน a หาร b ไม่ลงตัว

จากบทนิยามการหารลงตัว สามารถเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\forall a, b \in \mathbb{I}, b \neq 0, [b|a \leftrightarrow \exists c \in \mathbb{I}, a = bc]$$

จากบทนิยามการหารลงตัว สามารถเขียนนิเสธของการหารลงตัวได้ดังนี้

$$\forall a, b \in \mathbb{I}, b \neq 0, [b \nmid a \leftrightarrow \forall c \in \mathbb{I}, a \neq bc]$$

ตัวอย่าง 1

(1) $4|16$ เพราะ สามารถเขียน 16 เป็นผลคูณของจำนวนเต็มได้ คือ $16 = 4(4)$

(2) $8 \nmid 27$ เพราะ ไม่สามารถเขียน 27 เป็นผลคูณของจำนวนเต็มใด ๆ ได้



จากบทนิยามการหารลงตัว จงให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำกล่าวต่อไปนี้

- (1) $3|18$ เพราะ มีจำนวนเต็ม 6 ที่ทำให้ $18 = 3(6)$
 (2) $9|108$ เพราะ มีจำนวนเต็ม 12 ที่ทำให้ $108 = 9(12)$
 (3) $(-4)|12$ เพราะ มีจำนวนเต็ม -3 ที่ทำให้ $12 = (-4)(-3)$
 (4) $5 \nmid 32$ เพราะ ไม่มีจำนวนเต็ม d ที่ทำให้ $32 = 5(d)$
 (5) $(-2) \nmid 13$ เพราะ ไม่มีจำนวนเต็ม e ที่ทำให้ $13 = (-2)(e)$

- (1) จากการบทยามการหารลงตัว จงให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำกล่าวต่อไปนี้
- 1) $4|12$ เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $12 = 4(3)$ จะเห็นว่า $4 \leq 12$
 - 2) $3|21$ เพราะมีจำนวนเต็ม 7 ที่ทำให้ $21 = 3(7)$ จะเห็นว่า $3 \leq 21$
 - 3) $18|18$ เพราะมีจำนวนเต็ม 1 ที่ทำให้ $18 = 18(1)$ จะเห็นว่า $18 \leq 18$

(2) นักเรียนสามารถวิเคราะห์และสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลข้างต้นได้อย่างไร

ตอบ ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a|b$ แล้ว $a \leq b$

คำถามกระตุ้นนักเรียนสำหรับกิจกรรมนี้ เช่น

- 1) 4 หาร 12 ลงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด [4 หาร 12 ลงตัว เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $12 = 4(3)$]
- 2) นักเรียนคิดว่า 4 กับ 12 มีความสัมพันธ์กันอย่างไรบ้าง [$4 < 12$, $4 \leq 12$]

(3) จากข้อความข้างต้นเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร

ตอบ $\forall a, b \in I^+ [a|b \rightarrow a \leq b]$

การวิเคราะห์การพิสูจน์

ขั้นที่ 1 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก a และ b ซึ่ง $a|b$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $a \leq b$

ขั้นที่ 3 : โดยบทยามการหารลงตัว และขั้นที่ 1 จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } b = am$$

ขั้นที่ 4 : เนื่องจาก a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก (เหตุผล: สิ่งที่กำหนดให้)

จะได้ว่า m เป็นจำนวนเต็มบวก (เหตุผล: สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม)

ดังนั้น $1 \leq m$ จะได้ว่า $a \leq am$ (เหตุผล: $a \geq 1$ ดังนั้นนำ a คูณทั้งสองข้างของอสมการ)


ขั้นที่ 5 : จากขั้นที่ 3, 4 จะได้ว่า $a \leq b$

(4) จากการวิเคราะห์การพิสูจน์ข้างต้น นำมาเขียนการพิสูจน์และให้เหตุผลประกอบดังนี้

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|--|-------------------------------------|
| ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a b$ ดังนั้น มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $b = am$ | สิ่งที่กำหนดให้ บทยามการหารลงตัว |

| | |
|--|---|
| เนื่องจาก a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า m เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้น $1 \leq m$ $a \leq am$ ดังนั้น $a \leq b$ | สิ่งที่กำหนดให้ สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม m เป็นจำนวนเต็มบวก $a \geq 1$, นำ a คูณทั้งสองข้างของอสมการ $b = am$ |
|--|---|

เฉลยใบกิจกรรม 1 “ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัว”

 จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของการหารลงตัวได้
2. นักเรียนสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัวได้



จากทฤษฎีบทการหารลงตัว จงให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำกล่าวต่อไปนี้

(1) $4|12$ เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $12 = 4(3)$

$12|36$ เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $36 = 12(3)$

ดังนั้น $4|12$ และ $12|36$ จะได้ว่า $4|36$ เพราะมีจำนวนเต็ม 9 ที่ทำให้ $36 = 4(9) = 4(3)(3)$

(2) $2|(-8)$ เพราะมีจำนวนเต็ม -4 ที่ทำให้ $-8 = 2(-4)$

$(-8)|24$ เพราะมีจำนวนเต็ม -3 ที่ทำให้ $24 = (-8)(-3)$

ดังนั้น $2|(-8)$ และ $(-8)|24$ จะได้ว่า $2|24$ เพราะมีจำนวนเต็ม 12 ที่ทำให้ $24 = 2(12) = 2(-4)(-3)$

(3) $5|10$ เพราะมีจำนวนเต็ม 2 ที่ทำให้ $10 = 5(2)$

$10|60$ เพราะมีจำนวนเต็ม 6 ที่ทำให้ $60 = 10(6)$

ดังนั้น $5|10$ และ $10|60$ จะได้ว่า $5|60$ เพราะมีจำนวนเต็ม 12 ที่ทำให้ $60 = 5(12) = 5(2)(6)$



นักเรียนสามารถวิเคราะห์และสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลข้างต้นได้อย่างไร

ตอบ ให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

ถ้า a หาร b ลงตัว และ b หาร c ลงตัว แล้ว a หาร c ลงตัว

คำถามกระตุ้นนักเรียนสำหรับกิจกรรมนี้ เช่น

- 1) 4 ทหาร 12 ลงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด $[4|12]$ เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $12 = 4(3)$
- 2) 12 ทหาร 36 ลงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด $[12|36]$ เพราะมีจำนวนเต็ม 3 ที่ทำให้ $36 = 12(3)$
- 3) 4 ทหาร 36 ลงตัวหรือไม่ เพราะเหตุใด $[4|36]$ เพราะมีจำนวนเต็ม 9 ที่ทำให้ $36 = 4(9)$
- 4) จากคำตอบข้างต้น นักเรียนสามารถสรุปได้หรือไม่ว่า $36 = 4(9) = 4(3)(3)$



จากข้อความข้างต้น สามารถเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร

$$\forall a, b, c \in I, [(a|b \wedge b|c) \rightarrow a|c]$$

การวิเคราะห์การพิสูจน์

ขั้นที่ 1 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ สำหรับทุกจำนวนเต็ม a, b และ c ซึ่ง $a|b$ และ $b|c$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $a|c$ ต้องแสดงให้เห็นว่า c เท่ากับ a คูณจำนวนเต็มค่าหนึ่ง

ขั้นที่ 3 : โดยบทนิยามการหารลงตัว และขั้นที่ 1 จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } b = am \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ มีจำนวนเต็ม } n \text{ ที่ทำให้ } c = bn \quad \dots\dots\dots(2)$$

ขั้นที่ 4 : จากขั้นที่ 3 แทนสมการ (1) ลงในสมการ (2) จะได้ว่า

$$c = (am)n = a(mn)$$

ขั้นที่ 5 : เพราะว่า mn เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม)

ขั้นที่ 6 : จากขั้นที่ 4, 5 และบทนิยามการหารลงตัว จะได้ว่า $a|c$



จากการวิเคราะห์การพิสูจน์ข้างต้น นำมาเขียนการพิสูจน์และให้เหตุผลประกอบดังนี้

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|---|--------------------------------------|
| ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ให้ $a b$ และ $b c$ | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ดังนั้น มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $b = am \quad \dots\dots(1)$ | บทนิยามการหารลงตัว |
| และ มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้ $c = bn \quad \dots\dots(2)$ | บทนิยามการหารลงตัว |
| ดังนั้น $c = (am)n$ | แทนสมการ (1) ลงในสมการ (2) |
| $c = a(mn)$ | สมบัติเปลี่ยนกลุ่มการคูณของจำนวนเต็ม |
| เพราะว่า mn เป็นจำนวนเต็ม | สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม |
| ดังนั้น $a c$ | บทนิยามการหารลงตัว |

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 1: การหารลงตัว

คาบ 2



ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม จงแสดงว่า ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|(b+c)$

การวิเคราะห์การพิสูจน์

ขั้นที่ 1 : จากข้อความข้างต้นเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\forall a, b, c \in I, [(a|b \wedge b|c) \rightarrow a|(b+c)]$$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ สำหรับทุกจำนวนเต็ม a, b และ c ซึ่ง $a|b$ และ $b|c$

ขั้นที่ 3 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $a|(b+c)$

ซึ่งต้องแสดงให้เห็นว่า $b+c$ เท่ากับ a คูณจำนวนเต็มค่าหนึ่ง

ขั้นที่ 4 : โดยบทนิยามการหารลงตัว และขั้นที่ 2 จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } b=am \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ มีจำนวนเต็ม } n \text{ ที่ทำให้ } c=bn \quad \dots\dots\dots(2)$$

ขั้นที่ 5 : จากขั้นที่ 4 แทนสมการ (1) ลงในสมการ (2) จะได้ว่า

$$c=(am)n \quad \dots\dots\dots(3)$$

ขั้นที่ 6 : จากขั้นที่ 4, 5 นำสมการ (1) บวกสมการ (3) จะได้ว่า

$$b+c=am+(am)n=a(m+mn)$$

ขั้นที่ 7 : เพราะว่า $m+mn$ เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม)

ขั้นที่ 8 : จากขั้นที่ 6, 7 และบทนิยามการหารลงตัว จะได้ว่า $a|(b+c)$

จากการวิเคราะห์การพิสูจน์ข้างต้น นำมาเขียนการพิสูจน์พร้อมให้เหตุผลประกอบดังนี้

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|---|--------------------|
| ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ให้ $a b$ และ $b c$ | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ดังนั้น มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $b=am \quad \dots\dots(1)$ | บทนิยามการหารลงตัว |

| | |
|--|---|
| <p>และ มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้ $c=bn$</p> $=(am)n \dots\dots(2)$ <p>ดังนั้น $b+c=am+(am)n$</p> $=a(m+mn)$ <p>เพราะว่า $m+mn$ เป็นจำนวนเต็ม</p> <p>จะได้ว่า $a (b+c)$</p> | <p>บทนิยามการหารลงตัว</p> $b=am$ <p>นำสมการ (1) บวกสมการ (2)</p> <p>นำตัวคูณร่วม a ออก</p> <p>สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม</p> <p>บทนิยามการหารลงตัว</p> |
|--|---|



ให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็ม จงแสดงว่า ถ้า $a|b$ และ $c|d$ แล้ว $ac|bd$

การวิเคราะห์การพิสูจน์

ขั้นที่ 1 : จากข้อความข้างต้นเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\forall a,b,c,d \in I, [(a|b \wedge c|d) \rightarrow ac|bd]$$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ สำหรับทุกจำนวนเต็ม a, b, c และ d ซึ่ง $a|b$ และ $c|d$

ขั้นที่ 3 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $ac|bd$

ซึ่งต้องแสดงให้เห็นว่า bd เท่ากับ ac คูณจำนวนเต็มค่าหนึ่ง

ขั้นที่ 4 : โดยบทนิยามการหารลงตัว และขั้นที่ 2 จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } b=am \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ มีจำนวนเต็ม } n \text{ ที่ทำให้ } d=cn \dots\dots\dots(2)$$

ขั้นที่ 5 : จากขั้นที่ 4 นำสมการ (1) คูณสมการ (2) จะได้ว่า

$$bd=(am)(cn)=(ac)(mn)$$

ขั้นที่ 6 : เพราะ mn เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม)

ขั้นที่ 7 : จากขั้นที่ 5, 6 และบทนิยามการหารลงตัว จะได้ว่า $ac|bd$

จากการวิเคราะห์การพิสูจน์ข้างต้น นำมาเขียนการพิสูจน์ พร้อมให้เหตุผลประกอบดังนี้

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|---|--------------------------------------|
| ให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนเต็ม | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ให้ $a b$ และ $c d$ | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ดังนั้น มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $b=am \dots\dots(1)$ | บทนิยามการหารลงตัว |
| และ มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้ $d=cn \dots\dots(2)$ | บทนิยามการหารลงตัว |
| ดังนั้น $bd=(am)(cn)$ | นำสมการ (1) คูณสมการ (2) |
| $=ac(mn)$ | สมบัติเปลี่ยนกลุ่มการคูณของจำนวนเต็ม |
| เพราะว่า mn เป็นจำนวนเต็ม | สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม |

| | |
|----------------|--------------------|
| จะได้ว่า $a b$ | บทนิยามการหารลงตัว |
|----------------|--------------------|



ให้ a, b, c, x และ y เป็นจำนวนเต็ม จงแสดงว่าถ้า $a|b$ และ $a|c$ แล้ว $a|(bx+cy)$

การวิเคราะห์การพิสูจน์

ขั้นที่ 1 : จากข้อความข้างต้นเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\forall a,b,c,x,y \in I, [(a|b \wedge a|c) \rightarrow a|(bx+cy)]$$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ สำหรับทุกจำนวนเต็ม a, b, c, x และ y ซึ่ง $a|b$ และ $a|c$

ขั้นที่ 3 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $a|(bx+cy)$

ซึ่งต้องแสดงให้เห็นว่า $bx+cy$ เท่ากับ a คูณจำนวนเต็มค่าหนึ่ง

ขั้นที่ 4 : โดยบทนิยามการหารลงตัว และขั้นที่ 2 จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } b=am \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ มีจำนวนเต็ม } n \text{ ที่ทำให้ } c=an \quad \dots\dots\dots(2)$$

ขั้นที่ 5 : จากขั้นที่ 4 นำ x คูณสมการ (1) จะได้ว่า

$$bx = (am)x \quad \dots\dots\dots(3)$$

และนำ y คูณสมการ (2) จะได้ว่า

$$cy = (an)y \quad \dots\dots\dots(4)$$

ขั้นที่ 6 : จากขั้นที่ 5 นำสมการ (3) บวกสมการ (4) จะได้ว่า

$$bx + cy = (am)x + (an)y = a(mx) + a(ny) = a(mx + ny)$$

ขั้นที่ 7 : เพราะว่า $mx+ny$ เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม)

ขั้นที่ 8 : จากขั้นที่ 6, 7 และบทนิยามการหารลงตัว จะได้ว่า $a|(bx+cy)$

จากการวิเคราะห์การพิสูจน์ข้างต้นนำมาเขียนการพิสูจน์ พร้อมให้เหตุผลประกอบดังนี้

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|---|--------------------|
| ให้ a, b, c, x และ y เป็นจำนวนเต็ม | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ให้ $a b$ และ $a c$ | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ดังนั้น มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $b=am$(1) | บทนิยามการหารลงตัว |
| และ มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้ $c=an$(2) | บทนิยามการหารลงตัว |
| เพราะว่า x และ y เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า | บทนิยามการหารลงตัว |

| | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| $bx = (am)x$(3) | นำ x คูณสมการ (1) |
| และ $cy = (an)y$(4) | นำ y คูณสมการ (2) |
| ดังนั้น $bx + cy = (am)x + (an)y$ | นำสมการ (3) บวกสมการ (4) |
| $= a(mx) + a(ny)$ | สมบัติเปลี่ยนกลุ่มการคูณของจำนวนเต็ม |
| $= a(mx + ny)$ | นำตัวคูณร่วม a ออก |
| เพราะว่า $mx + ny$ เป็นจำนวนเต็ม | สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม |
| จะได้ว่า $a (bx + cy)$ | บทนิยามการหารลงตัว |

เฉลยใบกิจกรรม 2 “ฝึกฝนการพิสูจน์”



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถวิเคราะห์การพิสูจน์และพิสูจน์ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการหารลงตัวได้



ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม จงแสดงว่า ถ้า $a|b$ แล้ว $a|bc$

การวิเคราะห์การพิสูจน์

ขั้นที่ 1 : จากข้อความข้างต้นเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\forall a, b, c \in \mathbb{I}, [a|b \rightarrow a|bc]$$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ สำหรับทุกจำนวนเต็ม a, b และ c ซึ่ง $a|b$

ขั้นที่ 3 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $a|bc$

ซึ่งต้องแสดงให้ได้ว่า bc เท่ากับ a คูณจำนวนเต็มค่าหนึ่ง

ขั้นที่ 4 : โดยบทนิยามการหารลงตัว และขั้นที่ 2 จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } b = am$$

ขั้นที่ 5 : จากขั้นที่ 4 นำ c คูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้ว่า

$$bc = (am)c = a(mc)$$

ขั้นที่ 6 : เพราะ mc เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม)

ขั้นที่ 7 : จากขั้นที่ 5, 6 และบทนิยามการหารลงตัว จะได้ว่า $a|bc$

จากการวิเคราะห์การพิสูจน์ข้างต้นนำมาเขียนการพิสูจน์ พร้อมให้เหตุผลประกอบดังนี้

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|----------------------------------|-----------------|
| ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ให้ $a b$ | สิ่งที่กำหนดให้ |

| | |
|---|--|
| <p>ดังนั้น มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $b=am$ จะได้ว่า $bc=(am)c$ $=a(mc)$ เพราะว่า mc เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า $a bc$</p> | <p>บทนิยามการหารลงตัว นำ c คูณทั้งสองข้างของสมการ สมบัติเปลี่ยนกลุ่มการคูณของจำนวนเต็ม สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม บทนิยามการหารลงตัว</p> |
|---|--|

เฉลยโจทย์พิเศษ



ให้ a, x และ y เป็นจำนวนเต็ม จงแสดงว่าถ้า $a|(2x-3y)$ และ $a|(4x-5y)$ แล้ว $a|y$

การวิเคราะห์การพิสูจน์

ขั้นที่ 1 : จากข้อความข้างต้นเขียนในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\forall a, x, y \in \mathbb{I}, [(a|(2x-3y) \wedge a|(4x-5y)) \rightarrow a|y]$$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ a, x และ y เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $a|(2x-3y)$ และ $a|(4x-5y)$

ขั้นที่ 3 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $a|y$

ซึ่งต้องแสดงให้ได้ว่า a เท่ากับ y คูณจำนวนเต็มค่าหนึ่ง

ขั้นที่ 4 : โดยบทนิยามการหารลงตัว และขั้นที่ 2 จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } 2x-3y=am \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ มีจำนวนเต็ม } n \text{ ที่ทำให้ } 4x-5y=an \quad \dots\dots\dots(2)$$

ขั้นที่ 5 : จากขั้นที่ 4 นำ 2 คูณสมการ (1) จะได้ว่า $4x - 6y = 2am$ \dots\dots\dots (3)

นำสมการ (2) ลบด้วยสมการ (3) จะได้ว่า

$$4x - 5y - 4x + 6y = an - 2am$$

$$y = an - 2am$$

$$y = a(n - 2m)$$

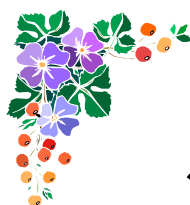
ขั้นที่ 6 : เพราะว่า $n-2m$ เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม)

ขั้นที่ 7 : จากขั้นที่ 5, 6 และบทนิยามการหารลงตัว จะได้ว่า $a|y$

จากการวิเคราะห์การพิสูจน์ข้างต้น นำมาเขียนการพิสูจน์ พร้อมให้เหตุผลประกอบดังนี้

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|--|--------------------|
| ให้ a, x และ y เป็นจำนวนเต็ม | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ให้ $a (2x-3y)$ และ $a (4x-5y)$ | สิ่งที่กำหนดให้ |
| ดังนั้น มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $2x-3y=am$(1) | บทนิยามการหารลงตัว |

| | |
|--|---|
| <p>ดังนั้น มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้ $4x - 5y = an \dots\dots(2)$</p> <p>ดังนั้น $4x - 6y = 2am \dots\dots(3)$</p> $4x - 5y - 4x + 6y = an - 2am$ $y = an - 2am$ $y = a(n - 2m)$ <p>เพราะว่า $n - 2m$ เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า $a y$</p> | <p>บทนิยามการหารลงตัว</p> <p>นำ 2 คูณสมการ (1)</p> <p>นำสมการ (2) ลบด้วยสมการ (3)</p> <p>การรวมพจน์คล้าย</p> <p>นำตัวคูณร่วม a ออก</p> <p>สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม</p> <p>บทนิยามการหารลงตัว</p> |
|--|---|



จำนวนเฉพาะ



แผนการจัดการเรียนรู้ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4)
 เรื่อง จำนวนเฉพาะ

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 เวลา 2 ชั่วโมง

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

อริสโตเติล (Aristotle 384-322 ปีก่อนคริสต์ศักราช) และยูคลิด ได้แยกจำนวนเต็มบวก ออก จากกันเป็นสองกลุ่ม โดยกลุ่มแรก ได้แก่ 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... เรียกว่า จำนวนเฉพาะ และอีกกลุ่มหนึ่ง ได้แก่ 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, ... เรียกว่า จำนวนประกอบ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- มีความเข้าใจความหมายของจำนวนเฉพาะ
- มีความเข้าใจความหมายของจำนวนประกอบ

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- สามารถเขียนจำนวนเต็มบวกในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้
- สามารถหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว
- สามารถใช้ตะแกรงเอราโตสเทเนส หาจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่าจำนวนเต็มบวก n ได้
- สามารถบอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

- มีส่วนร่วมและมีความรับผิดชอบในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- สามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม และยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
- มีความกระตือรือร้นในการเรียน และกล้าแสดงออกในการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

3. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม จำนวนเต็มบวก p เป็นจำนวนเฉพาะ ก็ต่อเมื่อ $p \neq 1$

และถ้าจำนวนเต็ม m หาร p ลงตัว แล้ว $m \in \{1, -1, p, -p\}$

หมายเหตุ จำนวนเต็มบวกอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ 1 และไม่ใช่จำนวนเฉพาะ เรียกว่า จำนวนประกอบ

ทฤษฎีบทหลักมูลทางเลขคณิต (The Fundamental Theorem of Arithmetic)

จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนที่มากกว่า 1 สามารถเขียนได้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้เพียงแบบเดียวเท่านั้น ทั้งนี้ไม่รวมการสลับที่ตัวคูณหรือการคูณด้วย 1

การหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว

กำหนด n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 และ $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$ เป็นจำนวนเฉพาะ ถ้า $n = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times p_3^{a_3} \times \dots \times p_k^{a_k}$ แล้ว จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว มีทั้งหมด $(a_1 + 1)(a_2 + 1)(a_3 + 1) \dots (a_k + 1)$ จำนวน

ตะแกรงเอราโตสเทเนส (The Sieve of Eratosthenes)

ตะแกรงเอราโตสเทเนส ใช้สำหรับหาจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่าจำนวนเต็มบวก n

การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ

ถ้า a เป็นจำนวนประกอบ แล้ว จะมีจำนวนเฉพาะ p ซึ่ง $p \leq \sqrt{a}$ และ $p|a$

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คาบ 3

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ (คาบ 3) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ครูยกตัวอย่างจำนวนเต็ม 6 กับ 7 ให้นักเรียนหาตัวประกอบของ 6 กับ 7 จากนั้นครูนำเข้าสู่บทนิยามจำนวนเฉพาะ และจำนวนประกอบ

3. ครูและนักเรียนช่วยกันหาจำนวนเฉพาะ และจำนวนประกอบที่อยู่ระหว่าง 1 และ 30 โดยการถามตอบ จากนั้นให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ (คาบ 3)

4. ครูอธิบายทฤษฎีบทหลักมูลทางเลขคณิต แล้วให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตาราง ของเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ (คาบ 3) จากนั้นสุ่มนักเรียน 2 คน ออกมาเฉลยข้อ (2) และข้อ (3) หน้าชั้นเรียน

5. ให้นักเรียนหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว โดยการเติมคำตอบในข้อ 1) - 4) แล้วสังเกตความสัมพันธ์ที่ได้ จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปการหาจำนวน

ของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว แล้วเขียนข้อสรุปที่ได้ลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ (คาบ 3)

6. ให้นักเรียนหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 120 ลงตัว จากนั้นสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมาเฉลยหน้าชั้นเรียน

7. ครูแจกใบกิจกรรม 3 “จำนวนเฉพาะ” ให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน) ครูคอยสังเกตความร่วมมือกันภายในกลุ่ม และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

8. ให้นักเรียนทุกกลุ่มส่งใบกิจกรรม 3 “จำนวนเฉพาะ” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน 3 กลุ่ม ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน กลุ่มละ 1 ข้อ

ขั้นสรุป

9. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามจำนวนเฉพาะ จำนวนประกอบ ทฤษฎีบทหลักมูลทางเลขคณิต และการหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว รวมทั้งข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 3 “จำนวนเฉพาะ” โดยการถามตอบ

คาบ 4

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ (คาบ 4) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ให้นักเรียนหาจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 50 โดยใช้ตะแกรงเอราโตสเทเนส และสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมาเฉลยหน้าชั้นเรียน

3. ให้นักเรียนตรวจสอบว่า จำนวนเต็ม 101 และ 847 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ โดยใช้ทฤษฎีบท “ถ้า a เป็นจำนวนประกอบ แล้ว จะมีจำนวนเฉพาะ p ซึ่ง $p \leq \sqrt{a}$ และ $p|a$ ” โดยการถามตอบ และเติมคำตอบลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ (คาบ 4)

4. ครูแจกใบกิจกรรม 4 “การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ” ให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน อ่อน 1 คน) และในขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน เช่น จำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า $\sqrt{150}$ มีอะไรบ้าง [2, 3, 5, 7, 11]

5. ให้นักเรียนทุกกลุ่มส่งใบกิจกรรม 4 “การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน 4 กลุ่ม ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน กลุ่มละ 1 ข้อ

ขั้นสรุป

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป การหาจำนวนเฉพาะโดยใช้ตะแกรงเอราโตสเทเนส การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ รวมทั้งข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 3 “การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ” โดยการถามตอบ

5. สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 จำนวนเฉพาะ (คาบ 3)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ..... ผู้สอน

วันเดือนปี...../...../.....

เวลา.....

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: จำนวนเฉพาะ

คาบ 3

บทนิยาม 2 จำนวนเต็มบวก p เป็นจำนวนเฉพาะ ก็ต่อเมื่อ $p \neq 1$
 และถ้าจำนวนเต็ม m หาร p ลงตัว แล้ว $m \in \{1, -1, p, -p\}$

ให้นักเรียนหาจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 1 และ 30



ตอบ.....

จำนวนเต็มบวกอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ 1 และไม่ใช่จำนวนเฉพาะ เรียกว่า จำนวนประกอบ

ให้นักเรียนหาจำนวนประกอบที่อยู่ระหว่าง 1 และ 30



ตอบ.....

ทฤษฎีบทหลักมูลทางเลขคณิต (The Fundamental Theorem of Arithmetic)

จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนที่มากกว่า 1 สามารถเขียนได้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ
ได้เพียงแบบเดียวเท่านั้น ทั้งนี้ไม่รวมการสลับที่ตัวคูณหรือการคูณด้วย 1

ตัวอย่าง 2 จงเขียนจำนวน 252, 375 และ 2541 ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

| | | |
|---|--|--|
| (1) $252 = 2 \times 126$ $= 2 \times (2 \times 63)$ $= 2 \times 2 \times (3 \times 21)$ $= 2 \times 2 \times 3 \times (3 \times 7)$ ดังนั้น $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ | (2) $375 = \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$ ดังนั้น $375 = \dots\dots\dots$ | (3) $2541 = \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$ $= \dots\dots\dots$ ดังนั้น $2541 = \dots\dots\dots$ |
|---|--|--|



การหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

| | |
|--|--|
| 1) $6 = \dots\dots\dots$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 6 ลงตัว ได้แก่ มีทั้งหมด.....จำนวน | 2) $8 = \dots\dots\dots$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 8 ลงตัว ได้แก่ มีทั้งหมด.....จำนวน |
| 3) $24 = \dots\dots\dots$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 24 ลงตัว ได้แก่ มีทั้งหมด.....จำนวน | 4) $32 = \dots\dots\dots$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 32 ลงตัว ได้แก่ มีทั้งหมด.....จำนวน |

สรุป การหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว

.....

.....

.....

.....



จงหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 120 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ เขียน 120 ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า

$$120 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้น 120 =

นั่นคือ จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 120 ลงตัว มีทั้งหมด.....จำนวน
ได้แก่.....

ใบกิจกรรม 3 “จำนวนเฉพาะ”



จุดประสงค์การเรียนรู้


1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้
2. นักเรียนสามารถหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้ลงตัว



- 1) จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ


| | |
|---|---|
| (1) 1001 | (2) 2475 |
| วิธีทำ..... | วิธีทำ..... |
| ดังนั้น 1001 = | ดังนั้น 2475 = |
| (3) $3(3^2 + 4^2)$ | (4) $2(\sqrt{36}) + 4$ |
| วิธีทำ..... | วิธีทำ..... |

| | |
|--|--|
| | |
| ดังนั้น $3(3^2+4^2) =$ | ดังนั้น $2(\sqrt{36})+4 =$ |

 2) จงหาจำนวนเฉพาะที่มีค่าน้อยที่สุดที่เป็นตัวประกอบของ 4199

วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....

ดังนั้น จำนวนเฉพาะที่มีค่าน้อยที่สุดที่เป็นตัวประกอบของ 4199 คือ

 3) จงหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 504 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกที่หาร 504 ลงตัว มีทั้งหมด.....จำนวน

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: จำนวนเฉพาะ

คาบ 4



ตะแกรงเอราโตสเทเนส (The Sieve of Eratosthenes)

ตัวอย่าง 3 จงหาจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 50

- วิธีทำ** (1) เขียนจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า $\sqrt{50}$
- (2) วงกลม 2 แล้วตัดจำนวนทุกจำนวนที่ 2 หารลงตัว
- (3) วงกลม 3 แล้วตัดจำนวนที่เหลือจากข้อ (2) ทุกจำนวนที่ 3 หารลงตัว
- (4) วงกลม 5 แล้วตัดจำนวนที่เหลือจากข้อ (3) ทุกจำนวนที่ 5 หารลงตัว
- (5) วงกลม 7 แล้วตัดจำนวนที่เหลือจากข้อ (4) ทุกจำนวนที่ 7 หารลงตัว
- จำนวนที่เหลือจากการตัดในข้อ (2)-(5) จะเป็นจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 50 ยกเว้น 1

จำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า $\sqrt{50}$ ได้แก่

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |

ดังนั้น จำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 50 ได้แก่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ

ถ้า a เป็นจำนวนประกอบ แล้ว จะมีจำนวนเฉพาะ p ซึ่ง $p \leq \sqrt{a}$ และ $p|a$

ขั้นตอนการตรวจสอบจำนวนเฉพาะ: ให้ a เป็นจำนวนที่จะตรวจสอบ

- (1) หาเป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งมีค่าน้อยที่สุด ในบรรดาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า \sqrt{a}
- (2) หาจำนวนเฉพาะ p ทั้งหมด ที่มีค่าน้อยกว่าจำนวนเต็มบวกในข้อ (1)
- (3) นำจำนวนเฉพาะ p ทุกตัวในข้อ (2) ไปหาร a

(3.1) ถ้า จำนวนเฉพาะ p ทุกตัว หาร a ไม่ลงตัว แล้วสรุปว่า a เป็นจำนวนเฉพาะ

(3.2) ถ้า มีจำนวนเฉพาะ p บางตัว หาร a ลงตัว แล้วสรุปว่า a เป็นจำนวนประกอบ

ตัวอย่าง 4 จงตรวจสอบว่า 101 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

ขั้นที่ 1 : จำนวนเต็มบวก ซึ่งมีค่าน้อยที่สุด ในบรรดาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า $\sqrt{101}$ คือ.....

ขั้นที่ 2 : ดังนั้น จำนวนเฉพาะ p ที่น้อยกว่า.....ได้แก่

ขั้นที่ 3 : นำ.....ไปหารที่ละตัว ปรากฏว่า.....

.....

 สรุปรูป : 101 เป็นจำนวน.....



จงตรวจสอบว่า 847 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

ขั้นที่ 1 :

ขั้นที่ 2 :

ขั้นที่ 3 :

สรุป :

ใบกิจกรรม 4 “การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ”



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้ เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่



1) ให้นักเรียนใช้ตะแกรงเอราโตสเทนีส หาจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 150

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 |
| 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |

จำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 150 มี.....จำนวน ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2) จงตรวจสอบว่า 407 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

ขั้นที่ 1 :

.....

ขั้นที่ 2 :

.....

ขั้นที่ 3 :

.....

สรุป :



3) จงตรวจสอบว่า 317 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

ขั้นที่ 1 :

.....

ขั้นที่ 2 :

.....

ขั้นที่ 3 :

.....

.....

สรุป :

4) จงแสดงว่า $n^2 - n + 41$ เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เมื่อ $n=3, 5$ และ 7 วิธีทำ เมื่อ $n=3$ จะได้ว่า $n^2 - n + 41$ เป็นจำนวน.....

เหตุผล.....

เมื่อ $n=5$ จะได้ว่า $n^2 - n + 41$ เป็นจำนวน.....

เหตุผล.....

เมื่อ $n=7$ จะได้ว่า $n^2 - n + 41$ เป็นจำนวน.....

เหตุผล.....

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: จำนวนเฉพาะ

คาบ 3

บทนิยาม 2 จำนวนเต็มบวก p เป็นจำนวนเฉพาะ ก็ต่อเมื่อ $p \neq 1$

และถ้าจำนวนเต็ม m หาร p ลงตัว แล้ว $m \in \{1, -1, p, -p\}$

ให้นักเรียนหาจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 1 และ 30



ตอบ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

จำนวนเต็มบวกอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ 1 และไม่ใช่จำนวนเฉพาะ เรียกว่า จำนวนประกอบ

ให้นักเรียนหาจำนวนประกอบที่อยู่ระหว่าง 1 และ 30



ตอบ 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28

ทฤษฎีบทหลักมูลทางเลขคณิต (The Fundamental Theorem of Arithmetic)

จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนที่มากกว่า 1 สามารถเขียนได้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้เพียงแบบเดียวเท่านั้น ทั้งนี้ไม่รวมการสลับที่ตัวคูณหรือการคูณด้วย 1

ตัวอย่าง 2 จงเขียนจำนวน 252, 375 และ 2541 ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

| | | |
|---|--|--|
| $(1) \ 252 = 2 \times 126$ $= 2 \times (2 \times 63)$ $= 2 \times 2 \times (3 \times 21)$ $= 2 \times 2 \times 3 \times (3 \times 7)$ ดังนั้น $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ | $(2) \ 375 = 5 \times 75$ $= 5 \times (5 \times 15)$ $= 5 \times 5 \times (5 \times 3)$ ดังนั้น $375 = 3 \times 5^3$ | $(3) \ 2541 = 3 \times 847$ $= 3 \times (7 \times 121)$ $= 3 \times 7 \times (11 \times 11)$ ดังนั้น $2541 = 3 \times 7 \times 11^2$ |
|---|--|--|



การหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

| | |
|---|---|
| $1) \ 6 = 2 \times 3 = 2^1 \times 3^1$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 6 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 6 มีทั้งหมด $(1 + 1)(1 + 1) = 2 \times 2 = 4$ จำนวน | $2) \ 8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 8 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 4, 8 มีทั้งหมด $(3 + 1) = 4$ จำนวน |
| $3) \ 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 24 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 มีทั้งหมด $(3 + 1)(1 + 1) = 4 \times 2 = 8$ จำนวน | $4) \ 32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ จำนวนเต็มบวกที่หาร 32 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 4, 8, 16, 32 มีทั้งหมด $(5 + 1) = 6$ จำนวน |

สรุป การหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว

กำหนด n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 1 และ $p_1, p_2, p_3, \dots, p_k$ เป็นจำนวนเฉพาะ
 ถ้า $n = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times p_3^{a_3} \times \dots \times p_k^{a_k}$ แล้ว จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวก n ลงตัว
 มีทั้งหมด $(a_1 + 1)(a_2 + 1)(a_3 + 1) \dots (a_k + 1)$ จำนวน



จงหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 120 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ เขียน 120 ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 120 &= 2 \times 60 \\ &= 2 \times (2 \times 30) \\ &= 2 \times 2 \times (2 \times 15) \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times (3 \times 5) \end{aligned}$$

ดังนั้น $120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$

นั่นคือ จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 120 ลงตัว

มีทั้งหมด $(3 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 4 \times 2 \times 2 = 16$ จำนวน

ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60 และ 120

เฉลยใบกิจกรรม 3 “จำนวนเฉพาะ”



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนที่กำหนดให้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้
2. นักเรียนสามารถหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หารจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้ลงตัว



1) จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

| | |
|--|--|
| (1) 1001 | (2) 2475 |
| วิธีทำ $1001 = 7 \times 143$ $= 7 \times (11 \times 13)$ | วิธีทำ $2475 = 5 \times 495$ $= 5 \times 5 \times (99)$ $= 5 \times 5 \times (3 \times 33)$ $= 5 \times 5 \times 3 \times (3 \times 11)$ |

| | |
|---|--|
| ดังนั้น $1001 = 7 \times 11 \times 13$ | ดังนั้น $2475 = 5^2 \times 3^2 \times 11$ |
| (3) $3(3^2 + 4^2)$ | (4) $2(\sqrt{36}) + 4$ |
| <p>วิธีทำ $3(3^2 + 4^2) = 3(9 + 16) = 3(25) = 75$</p> $75 = 5 \times 15$ $= 5 \times (3 \times 5)$ <p>ดังนั้น $3(3^2 + 4^2) = 3 \times 5^2$</p> | <p>วิธีทำ $2(\sqrt{36}) + 4 = 2(6) + 4 = 12 + 4 = 16$</p> $16 = 2 \times 8$ $= 2 \times (2 \times 4)$ $= 2 \times 2 \times (2 \times 2)$ <p>ดังนั้น $2(\sqrt{36}) + 4 = 2^4$</p> |



2) จงหาจำนวนเฉพาะที่มีค่าน้อยที่สุดที่เป็นตัวประกอบของ 4199

วิธีทำ เนื่องจาก $4199 = 13 \times 323 = 13 \times (17 \times 19)$

ดังนั้น จำนวนเฉพาะที่มีค่าน้อยที่สุดที่เป็นตัวประกอบของ 4199 คือ 13



3) จงหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 504 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ เขียน 504 ให้อยู่ในรูปการคูณของจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 504 &= 2 \times 252 \\
 &= 2 \times (2 \times 126) \\
 &= 2 \times 2 \times (2 \times 63) \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times (3 \times 21) \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times (3 \times 7)
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$

นั่นคือ จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 504 ลงตัว

มีทั้งหมด $(3 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 4 \times 3 \times 2 = 24$ จำนวน

ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 14, 18, 21, 24, 28, 36, 42, 56, 63, 72, 84, 126, 168, 252, 504

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: จำนวนเฉพาะ

คาบ 4



ตะแกรงเอราโตสเทเนส (The Sieve of Eratosthenes)

ตัวอย่าง 3 จงหาจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 50

วิธีทำ (1) เขียนจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า $\sqrt{50}$

(2) วงกลม 2 แล้วตัดจำนวนทุกจำนวนที่ 2 หารลงตัว

- (3) วงกลม 3 แล้วตัดจำนวนที่เหลือจากข้อ (2) ทุกจำนวนที่ 3 หารลงตัว
 (4) วงกลม 5 แล้วตัดจำนวนที่เหลือจากข้อ (3) ทุกจำนวนที่ 5 หารลงตัว
 (5) วงกลม 7 แล้วตัดจำนวนที่เหลือจากข้อ (4) ทุกจำนวนที่ 7 หารลงตัว
 จำนวนที่เหลือจากการตัดในข้อ (2) – (5) จะเป็นจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 50 ยกเว้น 1

จำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า $\sqrt{50}$ ได้แก่ 2, 3, 5, 7

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |

ดังนั้นจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 50 ได้แก่ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47



การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ

ถ้า a เป็นจำนวนประกอบ แล้ว จะมีจำนวนเฉพาะ p ซึ่ง $p \leq \sqrt{a}$ และ $p|a$

ขั้นตอนการตรวจสอบจำนวนเฉพาะ: ให้ a เป็นจำนวนที่จะตรวจสอบ

- (1) หาเป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งมีค่าน้อยที่สุด ในบรรดาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า \sqrt{a}
- (2) หาจำนวนเฉพาะ p ทั้งหมด ที่มีค่าน้อยกว่าจำนวนเต็มบวกในข้อ (1)
- (3) นำจำนวนเฉพาะ p ทุกตัวในข้อ (2) ไปหาร a
 - (3.1) ถ้า จำนวนเฉพาะ p ทุกตัว หาร a ไม่ลงตัว แล้วสรุปว่า a เป็นจำนวนเฉพาะ
 - (3.2) ถ้า มีจำนวนเฉพาะ p บางตัว หาร a ลงตัว แล้วสรุปว่า a เป็นจำนวนประกอบ

ตัวอย่าง 4 จงตรวจสอบว่า 101 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

ขั้นที่ 1 : จำนวนเต็มบวก ซึ่งมีค่าน้อยที่สุด ในบรรดาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า $\sqrt{101}$ คือ 11

ขั้นที่ 2 : จำนวนเฉพาะ p ที่น้อยกว่า 11 ได้แก่ 2, 3, 5, 7

ขั้นที่ 3 : นำ 2, 3, 5, 7 ไปหาร 101 ทีละตัว ปรากฏว่า จำนวนเฉพาะ p ทุกตัวหาร 101 ไม่ลงตัว

สรุป : 101 เป็นจำนวนเฉพาะ



จงตรวจสอบว่า 847 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

ขั้นที่ 1 : จำนวนเต็มบวก ซึ่งมีค่าน้อยที่สุดในบรรดาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า $\sqrt{847}$ คือ 30

ขั้นที่ 2 : จำนวนเฉพาะ p ที่น้อยกว่า 30 ได้แก่ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

ขั้นที่ 3 : นำ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ไปหาร 847 ทีละตัว ปรากฏว่ามี 7 หาร 847 ลงตัว

สรุป : 847 เป็นจำนวนประกอบ [847 = 7(121)]

เฉลยใบกิจกรรม 4 “การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ”



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกได้ว่าจำนวนที่กำหนดให้ เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่



1) ให้นักเรียนใช้ตะแกรงเอราโตสเทเนส หาจำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 150

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 |
| 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 |
| 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |

จำนวนเฉพาะทั้งหมดที่น้อยกว่า 150 มี 35 จำนวน ดังนี้

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 2 | 3 | 5 | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 | 29 |
| 31 | 37 | 41 | 43 | 47 | 53 | 59 | 61 | 67 | 71 |
| 73 | 79 | 83 | 89 | 97 | 101 | 103 | 107 | 109 | 113 |
| 127 | 131 | 137 | 139 | 149 | | | | | |



2) ตรวจสอบว่า 407 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

ขั้นที่ 1 : จำนวนเต็มบวก ซึ่งมีค่าน้อยที่สุดในบรรดาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า $\sqrt{407}$ คือ 21

ขั้นที่ 2 : จำนวนเฉพาะ p ที่น้อยกว่า 21 ได้แก่ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

ขั้นที่ 3 : นำ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ไปหาร 407 ที่ลงตัว ปรากฏว่ามี 11 หาร 407 ลงตัว

สรุป : 407 เป็นจำนวนประกอบ $[407=11(37)]$



3) ตรวจสอบว่า 317 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

ขั้นที่ 1 : จำนวนเต็มบวก ซึ่งมีค่าน้อยที่สุดในบรรดาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า $\sqrt{317}$ คือ 18

ขั้นที่ 2 : จำนวนเฉพาะ p ที่น้อยกว่า 18 ได้แก่ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17

ขั้นที่ 3 : นำ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 ไปหาร 317 ทีละตัว ปรากฏว่าทุกตัวหาร 317 ไม่ลงตัว

สรุป : 317 เป็นจำนวนเฉพาะ



4) จงแสดงว่า $n^2 - n + 41$ เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เมื่อ $n = 3, 5$ และ 7

วิธีทำ เมื่อ $n = 3$ จะได้ว่า $n^2 - n + 41$ เป็นจำนวนเฉพาะ

เหตุผล เนื่องจาก $n^2 - n + 41 = 3^2 - 3 + 41 = 47$ ซึ่ง 47 เป็นจำนวนเฉพาะ

เมื่อ $n = 5$ จะได้ว่า $n^2 - n + 41$ เป็นจำนวนเฉพาะ

เหตุผล เนื่องจาก $n^2 - n + 41 = 5^2 - 5 + 41 = 61$ ซึ่ง 61 เป็นจำนวนเฉพาะ

เมื่อ $n = 7$ จะได้ว่า $n^2 - n + 41$ เป็นจำนวนเฉพาะ

เหตุผล เนื่องจาก $n^2 - n + 41 = 7^2 - 7 + 41 = 83$ ซึ่ง 83 เป็นจำนวนเฉพาะ



๕ ขั้นตอนวิธีการหาร



แผนการจัดการเรียนรู้ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4)
 เรื่อง ขั้นตอนวิธีการหาร

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 เวลา 2 ชั่วโมง

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ขั้นตอนวิธีการหาร สามารถนำผลไปใช้นิยามจำนวนคู่ จำนวนคี่ และใช้ในการหาตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของจำนวนเต็มบวกสองจำนวน รวมทั้งยังสามารถนำไปใช้ในการเขียนจำนวนเต็มบวก n ในรูปตัวเลขฐาน b เมื่อ b เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ได้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- มีความเข้าใจทฤษฎีบทขั้นตอนวิธีการหาร
- มีความเข้าใจความหมายของจำนวนคู่และจำนวนคี่
- มีความเข้าใจจำนวนที่เขียนอยู่ในรูปตัวเลขฐาน

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- สามารถหาเศษเหลือและผลหารของจำนวนที่กำหนดให้ได้
- สามารถพิสูจน์สมบัติของจำนวนคู่และจำนวนคี่ได้
- สามารถเขียนจำนวนเต็มบวกในรูปตัวเลขฐานที่กำหนดให้ได้
- สามารถนำความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการหารไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

- มีส่วนร่วมและมีความรับผิดชอบในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- สามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม และยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
- มีความกระตือรือร้นในการเรียน และกล้าแสดงออกในการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

3. สาระการเรียนรู้

ขั้นตอนวิธีการหาร

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $b \neq 0$ แล้ว จะมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงชุดเดียว ซึ่ง $a = bq + r$ โดยที่ $0 \leq r < |b|$ เรียก q ว่า ผลหาร (quotient) และเรียก r ว่า เศษเหลือ (remainder)

บทนิยาม จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคู่ก็ต่อเมื่อสามารถเขียน $a = 2k$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม

จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ก็ต่อเมื่อสามารถเขียน $a = 2k + 1$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม

ขั้นตอนวิธีการหารกับระบบเลขฐาน

ให้ b เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 จำนวนเต็มบวก n ใด ๆ สามารถเขียนในรูปการกระจายฐาน b ได้เป็น $n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม และ $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบและน้อยกว่า b และ $a_k \neq 0$

ใช้สัญลัษณ์ $(a_k a_{k-1} \dots a_0)_b$ แทนการกระจายในรูปของ $a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คาบ 5

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ชั้นตอนวิธีการหาร (คาบ 5) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ครูยกตัวอย่างการหารจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็ม ให้นักเรียนสังเกตผลหารและเศษเหลือ จากนั้นครูนำเข้าสู่ทฤษฎีบทชั้นตอนวิธีการหาร และอธิบายตัวอย่าง 5

3. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่าง 6-8 โดยให้นักเรียนเติมคำตอบลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ชั้นตอนวิธีการหาร (คาบ 5) ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนแสดงเหตุผลในทุกขั้นตอน ครูสังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนอยากมีส่วนร่วมในการเรียน

4. ครูแจกใบกิจกรรม 5 “ชั้นตอนวิธีการหาร” ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ในขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความเหมาะสม

5. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 5 “ชั้นตอนวิธีการหาร” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน 3 คน ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน คนละ 1 ข้อ

ขั้นสรุป

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปทฤษฎีบทชั้นตอนวิธีการหาร และข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 5 “ชั้นตอนวิธีการหาร” โดยการถามตอบ

คาบ 6

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ชั้นตอนวิธีการหาร (คาบ 6) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนเต็ม 4 จำนวน เพื่อให้นักเรียนพิจารณาว่า จำนวนใดเป็นจำนวนคู่และจำนวนใดเป็นจำนวนคี่ จากนั้นครูนำเข้าสู่บทนิยามของจำนวนคู่และจำนวนคี่

3. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่าง 9 และ 10 ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ชั้นตอนวิธีการหาร (คาบ 6) ครูใช้การถามตอบให้นักเรียนแสดงเหตุผล ในทุกขั้นตอน พร้อมทั้งสังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วมในชั้นเรียน และกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน

4. ให้นักเรียนศึกษาชั้นตอนวิธีการหารกับระบบเลขฐานและตัวอย่าง 11 จากนั้นให้นักเรียนเขียน 204 ในรูปการกระจายฐาน 4 และในรูปตัวเลขฐาน 4 ลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ชั้นตอนวิธีการหาร (คาบ 6)

5. ครูแจกใบกิจกรรม 6 “จำนวนคู่ จำนวนคี่ และเลขฐาน” ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ในขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความเหมาะสม

6. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 6 “จำนวนคู่ จำนวนคี่ และเลขฐาน” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นใช้การถามตอบกับนักเรียนในการเฉลยใบกิจกรรมข้อ 1) ส่วนข้อ 2) และข้อ 3) ครูสุ่มนักเรียน 2 คน ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน คนละ 1 ข้อ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ..... ผู้สอน
วันเดือนปี...../...../.....
เวลา.....

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: ขั้นตอนวิธีการหาร

คาบ 5

ขั้นตอนวิธีการหาร



ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $b \neq 0$ แล้ว จะมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงชุดเดียว ซึ่ง $a = bq + r$ โดยที่ $0 \leq r < |b|$ เรียก q ว่า ผลหาร (quotient) และเรียก r ว่า เศษเหลือ (remainder)

ตัวอย่าง 5 จงหาผลหาร (q) และเศษเหลือ (r) เมื่อ กำหนด $a=4$ และ $b=9$

วิธีทำ เนื่องจาก $a=bq+r$ โดยที่ $0 \leq r < |b|$

ดังนั้น $4=9(0)+4$ โดยที่ $0 \leq 4 < |9|$

นั่นคือ $q=0$ และ $r=4$

ตัวอย่าง 6 ให้ b_1 และ b_2 เป็นจำนวนเต็ม ถ้า 5 หาร b_1 เหลือเศษ 4 และ 5 หาร b_2

เหลือเศษ 2 แล้ว 5 หาร $b_1 + b_2$ มีเหลือเศษเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก 5 หาร b_1 เหลือเศษ 4 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม q_1 ที่ทำให้..... (1)

และ 5 หาร b_2 เหลือเศษ 2 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม q_2 ที่ทำให้..... (2)

นำสมการ (1) บวกสมการ (2) จะได้ว่า

.....

..... (เหตุผล:)

..... (เหตุผล:)

..... (เหตุผล:)

เพราะว่าเป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล:)

ดังนั้น 5 หาร $b_1 + b_2$ มีเหลือเศษเท่ากับ

ตัวอย่าง 7 จงหาจำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่หาร 390 และ 417 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่หาร 390 และ 417 แล้วมีเศษเหลือ r เท่ากัน

ดังนั้น x หาร 390 เหลือเศษ r โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้..... (1)

และ x หาร 417 เหลือเศษ r โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้..... (2)

นำสมการ (2) - (1) จะได้ว่า

.....

.....

.....



| ข้อ | a | b | $a=bq+r$ | q | r |
|-----|------|----|----------|---|---|
| (1) | 19 | 5 | | | |
| (2) | -24 | 7 | | | |
| (3) | -144 | 8 | | | |
| (4) | -156 | -9 | | | |
| (5) | 15 | 6 | | | |



2) ให้ b_1 และ b_2 เป็นจำนวนเต็ม ถ้า 5 หาร b_1 เหลือเศษ 2 และ 5 หาร b_2 เหลือเศษ 3 แล้ว 5 หาร $b_1 b_2$ มีเหลือเศษเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก 5 หาร b_1 เหลือเศษ 2 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า
มีจำนวนเต็ม q_1 ที่ทำให้.....(1)

และ 5 หาร b_2 เหลือเศษ 3 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า
มีจำนวนเต็ม q_2 ที่ทำให้.....(2)

นำสมการ (1) คูณสมการ (2) จะได้ว่า

.....

..... (เหตุผล:)

..... (เหตุผล:)

..... (เหตุผล:)

เพราะว่าเป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล:)

ดังนั้น 5 หาร $b_1 b_2$ มีเหลือเศษเท่ากับ



3) จงหาจำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่หาร 491 และ 519 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

...

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จากการตรวจสอบพบว่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่หาร 491 และ 519 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน ได้แก่

.....

.....

.....

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: ขั้นตอนวิธีการหาร

คาบ 6

บทนิยาม 3 จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคู่ก็ต่อเมื่อสามารถเขียน $a=2k$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม
จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ก็ต่อเมื่อสามารถเขียน $a=2k+1$ เมื่อ k เป็น



จำนวนเต็ม



ขั้นตอนวิธีการหารกับระบบเลขฐาน

ขั้นตอนวิธีการหาร สามารถนำไปใช้ในการเขียนจำนวนเต็มบวก n ในรูปเลขฐาน b เมื่อ b เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ได้ดังนี้

ให้ b เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 จำนวนเต็มบวก n ใด ๆ สามารถเขียนในรูปการกระจายฐาน b ได้เป็น $n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม และ $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบและน้อยกว่า b และ $a_k \neq 0$
ใช้สัญลัษณ์ $(a_k a_{k-1} \dots a_0)_b$ แทนการกระจายในรูปของ $a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$

พิสูจน์ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร

เมื่อหาร n ด้วย b จะได้ผลหาร q_0 และเศษเหลือ a_0 ซึ่งเขียนได้ในรูป

$$n = b q_0 + a_0 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq a_0 < b \quad \dots\dots\dots(1)$$

หาร q_0 ด้วย b จะได้

$$q_0 = b q_1 + a_1 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq a_1 < b \quad \dots\dots\dots(2)$$

ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้ผลหารเป็นศูนย์

$$q_1 = b q_2 + a_2 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq a_2 < b$$

$$q_2 = b q_3 + a_3 \quad \text{เมื่อ } 0 \leq a_3 < b$$

\vdots

$$q_{k-2} = b q_{k-1} + a_{k-1} \quad \text{เมื่อ } 0 \leq a_{k-1} < b$$

$$q_{k-1} = b(0) + a_k \quad \text{เมื่อ } 0 \leq a_k < b \quad \dots\dots\dots(3)$$



เพราะว่า $n > q_0 > q_1 > q_2 > \dots \geq 0$ เป็นลำดับของจำนวนเต็มไม่เป็นลบที่มีค่าลดลง ดังนั้น ขั้นตอนการหารข้างต้นต้องสิ้นสุด โดยที่ผลหารตัวสุดท้ายเป็นศูนย์

จากสมการ (1) $n = b q_0 + a_0$

แทนค่า q_0 ด้วยสมการ (2) จะได้ว่า $n = b(b q_1 + a_1) + a_0 = b^2 q_1 + a_1 b + a_0$

ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จะได้ว่า $n = b^3 q_2 + a_2 b^2 + a_1 b + a_0$

\vdots

$$n = b^{k-1} q_{k-2} + a_{k-2} b^{k-2} + \dots + a_1 b + a_0$$

$$n = b^k q_{k-1} + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$$

แต่จากสมการ (3) $q_{k-1} = a_k$

ดังนั้น $n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$

ตัวอย่าง 11 จงเขียน 101 ในรูปการกระจายฐาน 5 และในรูปตัวเลขฐาน 5

วิธีทำ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า $101 = (5 \times 20) + 1$

$$20 = (5 \times 4) + 0$$

$$4 = (5 \times 0) + 4$$

เมื่อแทนค่าย้อนกลับ จะได้ว่า $101 = (5 \times 20) + 1$

$$= 5 \times [(5 \times 4) + 0] + 1$$

$$= (5^2 \times 4) + (5 \times 0) + 1$$

$$= 5^2 \times [(5 \times 0) + 4] + (5 \times 0) + 1$$

$$= (5^2 \times 4) + (5 \times 0) + 1$$

$$= (4 \times 5^2) + (0 \times 5^1) + (1 \times 5^0)$$

ดังนั้น 101 ในรูปการกระจายฐาน 5 คือ $(4 \times 5^2) + (0 \times 5^1) + (1 \times 5^0)$

และ 101 ในรูปตัวเลขฐาน 5 คือ $(401)_5$



จงเขียน 204 ในรูปการกระจายฐาน 4 และในรูปตัวเลขฐาน 4

วิธีทำ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

.....

.....

.....

เมื่อแทนค่าย้อนกลับ จะได้ว่า

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น 204 ในรูปการกระจายเลขฐาน 4 คือ.....

และ 204 ในรูปตัวเลขฐาน 4 คือ.....

ใบกิจกรรม 6 “จำนวนคู่ จำนวนคี่ และเลขฐาน”



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถพิสูจน์สมบัติของจำนวนคู่และจำนวนคี่ได้
2. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนเต็มบวกในรูปตัวเลขฐานที่กำหนดให้ได้



1) จงแสดงว่า ถ้าจำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ แล้ว $a + a$ เป็นจำนวนคู่

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|------------|--------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |



2) จงเขียน 45 ในรูปตัวเลขฐาน 2 และตัวเลขฐาน 3

| เขียน 45 ในรูปตัวเลขฐาน 2 | เขียน 45 ในรูปตัวเลขฐาน 3 |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| วิธีทำ..... | วิธีทำ..... |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| ดังนั้น 45 ในรูปตัวเลขฐาน 2 คือ..... | ดังนั้น 45 ในรูปตัวเลขฐาน 3 คือ..... |



3) จงเขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6 และตัวเลขฐาน 8

| เขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6 | เขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 8 |
|---|--|
| วิธีทำ | วิธีทำ |
| ดังนั้น 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6 คือ | ดังนั้น 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 8 คือ |

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: ขั้นตอนวิธีการหาร

คาบ 5

ขั้นตอนวิธีการหาร



ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $b \neq 0$ แล้ว จะมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงชุดเดียว ซึ่ง $a = bq + r$ โดยที่ $0 \leq r < |b|$ เรียก q ว่า ผลหาร (quotient) และเรียก r ว่า เศษเหลือ (remainder)

ตัวอย่าง 5 จงหาผลหาร (q) และเศษเหลือ (r) เมื่อ กำหนด $a=4$ และ $b=9$

วิธีทำ เนื่องจาก $a = bq + r$ โดยที่ $0 \leq r < |b|$

ดังนั้น $4 = 9(0) + 4$ โดยที่ $0 \leq 4 < |9|$

นั่นคือ $q=0$ และ $r=4$

ตัวอย่าง 6 ให้ b_1 และ b_2 เป็นจำนวนเต็ม ถ้า 5 หาร b_1 เหลือเศษ 4 และ 5 หาร b_2

เหลือเศษ 2 แล้ว 5 หาร $b_1 + b_2$ มีเหลือเศษเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก 5 หาร b_1 เหลือเศษ 4 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม q_1 ที่ทำให้ $b_1 = 5q_1 + 4$ (1)

และ 5 หาร b_2 เหลือเศษ 2 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม q_2 ที่ทำให้ $b_2 = 5q_2 + 2$ (2)

นำสมการ (1) บวกสมการ (2) จะได้ว่า

$$b_1 + b_2 = (5q_1 + 4) + (5q_2 + 2)$$

$$= 5q_1 + 5q_2 + 6 \quad (\text{เหตุผล: } 6 = 4 + 2)$$

$$= (5q_1 + 5q_2 + 5) + 1 \quad (\text{เหตุผล: } 6 = 5 + 1)$$

$$= 5(q_1 + q_2 + 1) + 1 \quad (\text{เหตุผล: นำตัวคูณร่วม 5 ออก})$$

เพราะว่า $q_1 + q_2 + 1$ เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการบวกของจำนวนเต็ม)

ดังนั้น 5 หาร $b_1 + b_2$ มีเหลือเศษเท่ากับ 1

ตัวอย่าง 7 จงหาจำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่หาร 390 และ 417 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่หาร 390 และ 417 แล้วมีเศษเหลือ r เท่ากัน

ดังนั้น x หาร 390 เหลือเศษ r โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $390 = xm + r$ (1)

และ x หาร 417 เหลือเศษ r โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้ $417 = xn + r$ (2)

นำสมการ (2) - (1) จะได้ว่า $27 = x(n - m)$ (3)

เพราะว่า $n - m$ เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการบวกของจำนวนเต็ม)

โดยบทนิยามการหารลงตัว และสมการ (3) จะได้ว่า $x | 27$

ดังนั้น ค่า x ที่เป็นไปได้ คือ 1, 3, 9, 27

จากการตรวจสอบพบว่า

1 และ 3 หาร 390 และ 417 มีเศษเหลือเป็น 0 เท่ากัน

9 หาร 390 และ 417 มีเศษเหลือเป็น 3 เท่ากัน

27 หาร 390 และ 417 มีเศษเหลือเป็น 12 เท่ากัน

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่หาร 390 และ 417 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน คือ 1, 3, 9, 27



ตัวอย่าง 8 ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก จงแสดงว่า $3 | (n)(n + 1)(n + 2)$

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อหาร n ด้วย 3 จะมีเศษเหลือที่เป็นไปได้ คือ 0, 1, 2

กรณี 1 เมื่อหาร n ด้วย 3 มีเศษเหลือเป็น 0 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $n = 3k$

ดังนั้น $n(n + 1)(n + 2) = 3k(3k + 1)(3k + 2)$

เนื่องจาก $3 | 3k$ จะได้ว่า $3 | 3k(3k + 1)(3k + 2)$ ดังนั้น $3 | n(n + 1)(n + 2)$

นั่นคือ เมื่อหาร $n(n + 1)(n + 2)$ ด้วย 3 มีเศษเหลือเป็น 0

กรณี 2 เมื่อหาร n ด้วย 3 มีเศษเหลือเป็น 1 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $n = 3k + 1$

ดังนั้น $n(n + 1)(n + 2) = (3k + 1)(3k + 1 + 1)(3k + 1 + 2) = (3k + 1)(3k + 2)(3k + 3)$

เนื่องจาก $3 | (3k + 3)$ จะได้ว่า $3 | (3k + 1)(3k + 2)(3k + 3)$ ดังนั้น $3 | n(n + 1)(n + 2)$

นั่นคือ เมื่อหาร $n(n + 1)(n + 2)$ ด้วย 3 มีเศษเหลือเป็น 0

กรณี 3 เมื่อหาร n ด้วย 3 มีเศษเหลือเป็น 2 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $n = 3k + 2$

ดังนั้น $n(n + 1)(n + 2) = (3k + 2)(3k + 2 + 1)(3k + 2 + 2) = (3k + 2)(3k + 3)(3k + 4)$

เนื่องจาก $3 | (3k + 3)$ จะได้ว่า $3 | (3k + 2)(3k + 3)(3k + 4)$ ดังนั้น $3 | n(n + 1)(n + 2)$

นั่นคือ เมื่อหาร $n(n + 1)(n + 2)$ ด้วย 3 มีเศษเหลือเป็น 0

จากทั้ง 3 กรณี สรุปว่า $3 | n(n + 1)(n + 2)$

เฉลยใบกิจกรรม 5 “ขั้นตอนวิธีการหาร”



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของขั้นตอนวิธีการหารได้
2. นักเรียนสามารถหาเศษเหลือและผลหารของจำนวนที่กำหนดให้ได้



1) จงหาผลหาร (q) และเศษเหลือ (r) เมื่อกำหนด a และ b ดังนี้

| ข้อ | a | b | $a = bq + r$ | q | r |
|-----|------|-----|---------------------|-----|-----|
| (1) | 19 | 5 | $19 = 5(3) + 4$ | 3 | 4 |
| (2) | -24 | 7 | $-24 = 7(-4) + 4$ | -4 | 4 |
| (3) | -144 | 8 | $-144 = 8(-18) + 0$ | -18 | 0 |
| (4) | -156 | -9 | $-156 = (-9)18 + 6$ | 18 | 6 |
| (5) | 15 | 6 | $15 = 6(2) + 3$ | 2 | 3 |



2) ให้ b_1 และ b_2 เป็นจำนวนเต็ม ถ้า 5 หาร b_1 เหลือเศษ 2 และ 5 หาร b_2 เหลือเศษ 3 แล้ว 5 หาร $b_1 b_2$ มีเหลือเศษเท่าใด

วิธีทำ เนื่องจาก 5 หาร b_1 เหลือเศษ 2 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } q_1 \text{ ที่ทำให้ } b_1 = 5q_1 + 2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

และ 5 หาร b_2 เหลือเศษ 3 โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } q_2 \text{ ที่ทำให้ } b_2 = 5q_2 + 3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

นำสมการ (1) คูณสมการ (2) จะได้ว่า

$$b_1 b_2 = (5q_1 + 2)(5q_2 + 3)$$

$$= 25q_1 q_2 + 15q_1 + 10q_2 + 6 \quad \text{(เหตุผล: สมบัติการแจกแจง)}$$

$$= (25q_1 q_2 + 15q_1 + 10q_2 + 5) + 1 \quad \text{(เหตุผล: } 6 = 5 + 1)$$

$$= 5(5q_1 q_2 + 3q_1 + 2q_2 + 1) + 1 \quad \text{(เหตุผล: นำตัวคูณร่วม 5 ออก)}$$

เพราะว่า $5q_1 q_2 + 3q_1 + 2q_2 + 1$ เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม)

ดังนั้น 5 หาร $b_1 b_2$ มีเหลือเศษเท่ากับ 1



3) จงหาจำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่หาร 491 และ 519 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่หาร 491 และ 519 แล้วมีเศษเหลือ r เท่ากัน

ดังนั้น x หาร 491 เหลือเศษ r โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้ $491 = xm + r$ (1)

และ x หาร 519 เหลือเศษ r โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้ $519 = xn + r$ (2)

นำสมการ (2) - (1) จะได้ว่า $28 = x(n - m)$ (3)

เพราะว่า $n - m$ เป็นจำนวนเต็ม (เหตุผล: สมบัติปิดการบวกของจำนวนเต็ม)

โดยบทนิยามการหารลงตัว และสมการ (3) จะได้ว่า $x | 28$

ดังนั้น ค่า x ที่เป็นไปได้ คือ 1, 2, 4, 7, 14, 28

จากการตรวจสอบพบว่า

1 หาร 491 และ 519 มีเศษเหลือเป็น 0 เท่ากัน

2, 7 และ 14 หาร 491 และ 519 มีเศษเหลือเป็น 1 เท่ากัน

4 หาร 491 และ 519 มีเศษเหลือเป็น 3 เท่ากัน

28 หาร 491 และ 519 มีเศษเหลือเป็น 15 เท่ากัน

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่หาร 491 และ 519 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

ได้แก่ 1, 2, 4, 7, 14, 28

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 3: ขั้นตอนวิธีการหาร

คาบ 6

บทนิยาม 3 จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคู่ก็ต่อเมื่อสามารถเขียน $a=2k$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม
จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ก็ต่อเมื่อสามารถเขียน $a=2k+1$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม



ตัวอย่าง 9 จงแสดงว่า ถ้า จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคู่ แล้ว $a \times a$ เป็นจำนวนคู่

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|---|---|
| <p>ให้จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคู่ จะได้ว่า มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $a=2k$ ดังนั้น $a \times a = a(2k)$ $= (2k)(2k)$ $= 2(2k^2)$ เพราะว่า $2k^2$ เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น $a \times a = 2(2k^2)$ เป็นจำนวนคู่</p> | <p>สิ่งที่กำหนดให้ บทนิยามของจำนวนคู่ นำ a คูณทั้งสองข้างของสมการ แทน a ด้วย $2k$ สมบัติของเลขยกกำลัง สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม บทนิยามของจำนวนคู่</p> |



ตัวอย่าง 10 จงแสดงว่า ถ้า จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ แล้ว $a \times a$ เป็นจำนวนคี่

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|---|---|
| <p>ให้จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $a=2k+1$ ดังนั้น $a \times a = a(2k+1)$ $= (2k+1)(2k+1)$ $= 4k^2 + 4k + 1$ $= 2(2k^2 + 2k) + 1$ เพราะว่า $2k^2 + 2k$ เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น $a \times a = 2(2k^2 + 2k) + 1$ เป็นจำนวนคี่</p> | <p>สิ่งที่กำหนดให้ บทนิยามของจำนวนคี่ นำ a คูณทั้งสองข้างของสมการ แทน a ด้วย $2k + 1$ กำลังสองสมบูรณ์ นำตัวคูณร่วม 2 ออก สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม บทนิยามของจำนวนคี่</p> |



ขั้นตอนวิธีการหารกับระบบเลขฐาน

ขั้นตอนวิธีการหาร สามารถนำไปใช้ในการเขียนจำนวนเต็มบวก n ในรูปเลขฐาน b เมื่อ b เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ได้ดังนี้

ให้ b เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 จำนวนเต็มบวก n ใด ๆ สามารถเขียนในรูปการกระจายฐาน b ได้เป็น $n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็ม และ $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบและน้อยกว่า b และ $a_k \neq 0$
 ใช้สัญลัษณ์ $(a_k a_{k-1} \dots a_0)_b$ แทนการกระจายในรูปของ $a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$

พิสูจน์ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร

เมื่อหาร n ด้วย b จะได้ผลหาร q_0 และเศษเหลือ a_0 ซึ่งเขียนได้ในรูป
 $n = b q_0 + a_0$ เมื่อ $0 \leq a_0 < b$ (1)

หาร q_0 ด้วย b จะได้
 $q_0 = b q_1 + a_1$ เมื่อ $0 \leq a_1 < b$ (2)

ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้ผลหารเป็นศูนย์

$q_1 = b q_2 + a_2$ เมื่อ $0 \leq a_2 < b$
 $q_2 = b q_3 + a_3$ เมื่อ $0 \leq a_3 < b$
 \vdots
 $q_{k-2} = b q_{k-1} + a_{k-1}$ เมื่อ $0 \leq a_{k-1} < b$
 $q_{k-1} = b(0) + a_k$ เมื่อ $0 \leq a_k < b$ (3)



เพราะว่า $n > q_0 > q_1 > q_2 > \dots \geq 0$ เป็นลำดับของจำนวนเต็มไม่เป็นลบที่มีค่าลดลง ดังนั้น ขั้นตอนการหารข้างต้นต้องสิ้นสุด โดยที่ผลหารตัวสุดท้ายเป็นศูนย์

จากสมการ (1) $n = b q_0 + a_0$
 แทนค่า q_0 ด้วยสมการ (2) จะได้ $n = b(b q_1 + a_1) + a_0 = b^2 q_1 + a_1 b + a_0$

ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จะได้ $n = b^3 q_2 + a_2 b^2 + a_1 b + a_0$
 \vdots
 $n = b^{k-1} q_{k-2} + a_{k-2} b^{k-2} + \dots + a_1 b + a_0$
 $n = b^k q_{k-1} + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$

แต่จากสมการ (3) $q_{k-1} = a_k$
 ดังนั้น $n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + \dots + a_1 b + a_0$

ตัวอย่าง 11 จงเขียน 101 ในรูปการกระจายฐาน 5 และในรูปตัวเลขฐาน 5

วิธีทำ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า $101 = (5 \times 20) + 1$

$$20 = (5 \times 4) + 0$$

$$4 = (5 \times 0) + 4$$

เมื่อแทนค่าย้อนกลับ จะได้ว่า $101 = (5 \times 20) + 1$

$$\text{แทน } 20 = (5 \times 4) + 0 ; \quad = 5 \times [(5 \times 4) + 0] + 1$$

$$= (5^2 \times 4) + (5 \times 0) + 1$$

$$\text{แทน } 4 = (5 \times 0) + 4 ; \quad = 5^2 \times [(5 \times 0) + 4] + (5 \times 0) + 1$$

$$= (5^2 \times 4) + (5 \times 0) + 1$$

$$= (4 \times 5^2) + (0 \times 5^1) + (1 \times 5^0)$$

ดังนั้น 101 ในรูปการกระจายฐาน 5 คือ $(4 \times 5^2) + (0 \times 5^1) + (1 \times 5^0)$

และ 101 ในรูปตัวเลขฐาน 5 คือ $(401)_5$



จงเขียน 204 ในรูปการกระจายฐาน 4 และในรูปตัวเลขฐาน 4

วิธีทำ โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

$$204 = (4 \times 51) + 0$$

$$51 = (4 \times 12) + 3$$

$$12 = (4 \times 3) + 0$$

$$3 = (4 \times 0) + 3$$

เมื่อแทนค่าย้อนกลับ จะได้ว่า $204 = (4 \times 51) + 0$

$$\text{แทน } 51 = (4 \times 12) + 3 ; \quad = 4 \times [(4 \times 12) + 3] + 0$$

$$= (4^2 \times 12) + (4 \times 3) + 0$$

$$\text{แทน } 12 = (4 \times 3) + 0 ; \quad = 4^2 \times [(4 \times 3) + 0] + (4 \times 3) + 0$$

$$= (4^3 \times 3) + (4^2 \times 0) + (4 \times 3) + 0$$

$$\text{แทน } 3 = (4 \times 0) + 3 ; \quad = 4^3 \times [(4 \times 0) + 3] + (4^2 \times 0) + (4 \times 3) + 0$$

$$= (4^3 \times 3) + (4^2 \times 0) + (4 \times 3) + 0$$

$$= (3 \times 4^3) + (0 \times 4^2) + (3 \times 4^1) + (0 \times 4^0)$$

ดังนั้น 204 ในรูปการกระจายเลขฐาน 4 คือ $(3 \times 4^3) + (0 \times 4^2) + (3 \times 4^1) + (0 \times 4^0)$

และ 204 ในรูปตัวเลขฐาน 4 คือ $(3030)_4$

เฉลยใบกิจกรรม 6 “จำนวนคู่ จำนวนคี่ และเลขฐาน”



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถพิสูจน์สมบัติของจำนวนคู่และจำนวนคี่ได้
2. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนเต็มบวกในรูปตัวเลขฐานที่กำหนดให้ได้



1) จงแสดงว่า ถ้า จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ แล้ว $a + a$ เป็นจำนวนคู่

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|--|--|
| <p>ให้จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $a = 2k+1$ ดังนั้น $a + a = (2k + 1) + (2k + 1)$ $= 4k + 2$ $= 2(2k + 1)$ เพราะว่า $2k+1$ เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า $a + a = 2(2k + 1)$ เป็นจำนวนคู่</p> | <p>สิ่งที่กำหนดให้ บทนิยามของจำนวนคี่ บวกด้วย $a = 2k + 1$ รวมพจน์คล้ายเข้าด้วยกัน นำตัวคูณร่วม 2 ออก สมบัติปิดการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม บทนิยามของจำนวนคู่</p> |



2) จงเขียน 45 ในรูปตัวเลขฐาน 2 และตัวเลขฐาน 3

| เขียน 45 ในรูปตัวเลขฐาน 2 | เขียน 45 ในรูปตัวเลขฐาน 3 |
|---|---|
| <p>วิธีทำ เขียน 45 ในรูปตัวเลขฐาน 2 โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า</p> $45 = (2 \times 22) + 1$ $22 = (2 \times 11) + 0$ $11 = (2 \times 5) + 1$ $5 = (2 \times 2) + 1$ $2 = (2 \times 1) + 0$ $1 = (2 \times 0) + 1$ <p>ดังนั้น 45 ในรูปตัวเลขฐาน 2 คือ $(101101)_2$</p> | <p>วิธีทำ เขียน 45 ในรูปตัวเลขฐาน 3 โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า</p> $45 = (3 \times 15) + 0$ $15 = (3 \times 5) + 0$ $5 = (3 \times 1) + 2$ $1 = (3 \times 0) + 1$ <p>ดังนั้น 45 ในรูปตัวเลขฐาน 3 คือ $(1200)_3$</p> |



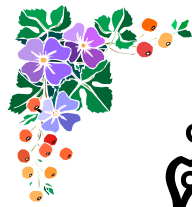
3) จงเขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6 และตัวเลขฐาน 8

| เขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6 | เขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 8 |
|---|---|
| <p>วิธีทำ เขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6 โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า</p> $18342 = (6 \times 3057) + 0$ $3057 = (6 \times 509) + 3$ $509 = (6 \times 84) + 5$ $84 = (6 \times 14) + 0$ $14 = (6 \times 2) + 2$ $2 = (6 \times 0) + 2$ <p>ดังนั้น 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6 คือ $(220530)_6$</p> | <p>วิธีทำ เขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 8 โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า</p> $18342 = (8 \times 2292) + 6$ $2292 = (8 \times 286) + 4$ $286 = (8 \times 35) + 6$ $35 = (8 \times 4) + 3$ $4 = (8 \times 0) + 4$ <p>ดังนั้น 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 8 คือ $(43646)_8$</p> |

เฉลยโจทย์พิเศษ

จงแสดงว่า ถ้า จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคู่ แล้ว $a + a$ เป็นจำนวนคู่

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|--|---|
| <p>ให้จำนวนเต็ม a เป็นจำนวนคู่ จะได้ว่า มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $a = 2k$ ดังนั้น $a + a = (2k) + (2k)$ $= 4k$ $= 2(2k)$ เพราะว่า $2k$ เป็นจำนวนเต็ม จะได้ว่า $a + a = 2(2k)$ เป็นจำนวนคู่</p> | <p>สิ่งที่กำหนดให้ บทนิยามของจำนวนคู่ บวกด้วย $a = 2k$ รวมพจน์คล้ายเข้าด้วยกัน นำตัวคูณร่วม 2 ออก สมบัติปิดการคูณของจำนวนเต็ม บทนิยามของจำนวนคู่</p> |



ตัวหารร่วมมาก



แผนการจัดการเรียนรู้ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4)
 เรื่อง ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 เวลา 2 ชั่วโมง

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

จำนวนเต็มที่มีค่ามากที่สุดที่หารจำนวนเต็มสองจำนวนลงตัว เรียกว่า ตัวหารร่วมมากของจำนวนทั้งสอง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- มีความเข้าใจความหมายของตัวหารร่วม
- มีความเข้าใจความหมายของตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)
- มีความเข้าใจความหมายของจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- สามารถหา ห.ร.ม. ของจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้
- สามารถใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด หา ห.ร.ม. ของจำนวนที่กำหนดให้ได้
- สามารถพิสูจน์สมบัติของ ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ได้
- สามารถนำความรู้เรื่อง ห.ร.ม. ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

- มีส่วนร่วมและมีความรับผิดชอบในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- สามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มและยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
- มีความกระตือรือร้นในการเรียนและกล้าแสดงออกในการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

3. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม กำหนด a และ b เป็นจำนวนเต็ม เรียกจำนวนเต็ม c ที่สามารถหารทั้ง a และ b ลงตัวว่าเป็น ตัวหารร่วม ของ a และ b

บทนิยาม ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน จำนวนเต็มบวก d ที่มีค่ามากที่สุด ซึ่ง $d|a$ และ $d|b$ เรียกว่า ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของ a และ b ใช้สัญลักษณ์ (a,b) แทน ห.ร.ม. ของ a และ b

ทฤษฎีบท: ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $b < a$
 โดยใช้ขั้นตอนวิธีหารหาร ไปเรื่อย ๆ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} a &= bq_1 + r_1 && ; 0 < r_1 < b \\ b &= r_1q_2 + r_2 && ; 0 < r_2 < r_1 \\ r_1 &= r_2q_3 + r_3 && ; 0 < r_3 < r_2 \\ &\vdots \\ r_{k-2} &= r_{k-1}q_k + r_k && ; 0 < r_k < r_{k-1} \\ r_{k-1} &= r_kq_{k+1} + 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น r_k เป็นเศษตัวสุดท้ายที่ไม่ใช่ศูนย์ จะเป็น ห.ร.ม. ของ a และ b

ทฤษฎีบท ถ้า $d=(a,b)$ แล้วจะมีจำนวนเต็ม x และ y ที่ทำให้ $d=ax+by$

บทนิยาม ให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

จำนวนเต็มบวก D ที่มีค่ามากที่สุด ซึ่ง $D|a_1, D|a_2, \dots, D|a_n$ เรียกว่าเป็น
 ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของ a_1, a_2, \dots, a_n

ใช้สัญลักษณ์ (a_1, a_2, \dots, a_n) แทน ห.ร.ม. ของ a_1, a_2, \dots, a_n

บทนิยาม จำนวนเต็ม a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ก็ต่อเมื่อ $(a,b)=1$

ทฤษฎีบท a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม m และ n
 ที่ทำให้ $am+bn=1$

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คาบ 7

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก (คาบ 7) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ให้นักเรียนหาตัวประกอบทั้งหมดของ 2 และ 4 โดยการถามตอบ [ตัวประกอบของ 2 ได้แก่ -1, 1, -2, 2 และตัวประกอบของ 4 ได้แก่ -1, 1, -2, 2, -4, 4] จากนั้นครูนำเข้าสู่บทนิยามตัวหารร่วม และตัวหารร่วมมากของจำนวนเต็มสองจำนวน

3. ให้นักเรียนเติมคำตอบในตัวอย่าง 12 และ 13 ของเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก (คาบ 7) จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยคำตอบของตัวอย่าง 12 และ 13

4. ให้นักเรียนศึกษาการหาตัวหารร่วมมากโดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติม และช่วยกันทำตัวอย่าง 14 โดยให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตาราง

5. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่าง 15 และ 16 โดยการถามตอบ และให้นักเรียนเติมคำตอบในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก (คาบ 7) ซึ่งก่อนที่นักเรียนจะเติมคำตอบนั้น นักเรียนต้องสามารถให้เหตุผลสำหรับแต่ละคำตอบได้

6. ครูแจกใบกิจกรรม 7 “ขั้นตอนวิธีของยุคลิด” ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ในขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรมครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความเหมาะสม

7. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 7 “ขั้นตอนวิธีของยุคลิด” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน 3 คน ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน คนละ 1 ข้อ

ขั้นสรุป

8. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามตัวหารร่วม บทนิยามตัวหารร่วมมาก การหาตัวหารร่วมมากโดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด และข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 7 “ขั้นตอนวิธีของยุคลิด” โดยการถามตอบ

คาบ 8

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก (คาบ 8) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ให้นักเรียนหาตัวประกอบทั้งหมดของ 2, 4 และ 6

ตัวประกอบของ 2 ได้แก่ -1, 1, -2, 2

ตัวประกอบของ 4 ได้แก่ -1, 1, -2, 2, -4, 4

ตัวประกอบของ 6 ได้แก่ -1, 1, -2, 2, -3, 3, -6, 6

จากนั้นครูนำเข้าสู่บทนิยามตัวหารร่วมมากของจำนวนเต็ม n จำนวน และอธิบายตัวอย่าง 17

3. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่าง 18 โดยการถามตอบ แล้วให้นักเรียนเติมคำตอบในตัวอย่าง 18 ของเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก (คาบ 8) ซึ่งก่อนที่นักเรียนจะเติมคำตอบนั้น นักเรียนต้องสามารถให้เหตุผลสำหรับแต่ละคำตอบได้

4. ให้นักเรียนหา ห.ร.ม. ของ 2 และ 3 จากนั้นครูนำเข้าสู่บทนิยามจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ และอธิบายตัวอย่าง 19

5. ครูและนักเรียนช่วยกันพิจารณาว่า “ถ้า $(a,b) = 1$ และ $(b,c) = 1$ แล้ว $(a,c) = 1$ ” เป็นข้อความที่ถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ จากนั้นให้นักเรียนเขียนแสดงเหตุผลในตาราง

6. ครูและนักเรียนช่วยกันพิสูจน์ว่า “a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$ ” โดยการวิเคราะห์การพิสูจน์ พร้อมให้เหตุผลประกอบ และให้นักเรียนเขียนการพิสูจน์ลงในเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก (คาบ 8)

7. ครูแจกใบกิจกรรม 8 “ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์” ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ในขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความเหมาะสม

8. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 8 “ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน 3 คน ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน คนละ 1 ข้อ
ขั้นสรุป

9. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามตัวหารร่วมมาก บทนิยามจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ และข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 8 “ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์” โดยการถามตอบ

5. สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก (คาบ 7)
2. ใบกิจกรรม 7 “ขั้นตอนวิธีของยุคลิด”
3. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ตัวหารร่วมมาก (คาบ 8)
4. ใบกิจกรรม 8 “ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์”
5. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

6. การวัดและประเมินผล

1. สังเกตความร่วมมือ ความสนใจในการทำใบกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม 7 “ขั้นตอนวิธีของยุคลิด”
3. ตรวจใบกิจกรรม 8 “ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์”

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4: ตัวหารร่วมมาก

คาบ 7

บทนิยาม 4 กำหนด a และ b เป็นจำนวนเต็ม เรียกจำนวนเต็ม c ที่สามารถหารทั้ง a และ b ลงตัวว่าเป็น **ตัวหารร่วม** ของ a และ b

ตัวอย่าง 12

- (1) ตัวหารร่วมของ 3 และ 5 ได้แก่.....
- (2) ตัวหารร่วมของ 8 และ 12 ได้แก่.....
- (3) ตัวหารร่วมของ 24 และ 46 คือ ได้แก่.....

บทนิยาม 5 ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน จำนวนเต็มบวก d ที่มีค่ามากที่สุดซึ่ง $d|a$ และ $d|b$ เรียกว่า **ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)** ของ a และ b ใช้สัญลักษณ์ (a,b) แทน ห.ร.ม. ของ a และ b



ตัวอย่าง 13 จงหา ห.ร.ม. ของ 36 และ 48

วิธีที่ 1 วิธีแยกตัวประกอบ

เนื่องจาก เขียน 36 ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า.....
และ เขียน 48 ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า.....

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 36 และ 48 คือ

วิธีที่ 2 วิธีหาตัวหารร่วม

จำนวนเต็มบวกที่หาร 36 ลงตัว ได้แก่

จำนวนเต็มบวกที่หาร 48 ลงตัว ได้แก่.....

จำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวหารร่วมของ 36 และ 48 ได้แก่.....

จำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวหารร่วมของ 36 และ 48 ที่มีค่ามากที่สุด คือ

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 36 และ 48 คือ



การหาตัวหารร่วมมากโดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

การหาตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ในกรณีที่ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน a และ b มีค่ามาก ๆ นิยมหาตัวหารร่วมมาก โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด (Euclidean Algorithm) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ทฤษฎีบท: ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $b < a$
โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร ไปเรื่อย ๆ จะได้ว่า

$$a = bq_1 + r_1 \quad ; \quad 0 < r_1 < b$$

$$b = r_1q_2 + r_2 \quad ; \quad 0 < r_2 < r_1$$

$$r_1 = r_2q_3 + r_3 \quad ; \quad 0 < r_3 < r_2$$

$$\vdots$$

$$r_{k-2} = r_{k-1}q_k + r_k \quad ; \quad 0 < r_k < r_{k-1}$$

$$r_{k-1} = r_kq_{k+1} + 0$$

ดังนั้น r_k เป็นเศษตัวสุดท้ายที่ไม่ใช่ศูนย์ จะเป็น ห.ร.ม. ของ a และ b

หมายเหตุ: ผลจากขั้นตอนวิธีของยุคลิด จะได้ว่า

ทฤษฎีบท: ถ้า $d = (a,b)$ แล้วจะมีจำนวนเต็ม x และ y ที่ทำให้ $d = ax + by$



ตัวอย่าง 14 จงหา ห.ร.ม. ของ a และ b โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

| (1) $a=86$ และ $b=38$ | (2) $a=425$ และ $b=65$ |
|---|--|
| <p>วิธีทำ $86 = 38(2) + 10$</p> <p>$38 = 10(3) + 8$</p> <p>$10 = 8(1) + 2$</p> <p>$8 = 2(4) + 0$</p> <p>ดังนั้น $(86,38) = 2$</p> | <p>วิธีทำ $425 = \dots\dots\dots$</p> <p>$= \dots\dots\dots$</p> <p>$= \dots\dots\dots$</p> <p>$= \dots\dots\dots$</p> <p>ดังนั้น $(425,65) = \dots\dots\dots$</p> |

ตัวอย่าง 15 นิสามีสายไฟสีแดงยาว 140 นิ้ว และสายไฟสีน้ำเงินยาว 98 นิ้ว ต้องการตัดสายไฟทั้งสองเส้นออกเป็นท่อน ๆ โดยให้แต่ละท่อนยาวเท่ากัน และมีความยาวมากที่สุด จะตัดสายไฟได้ยาวกี่นิ้ว และตัดสายไฟได้กี่ท่อน



วิธีทำ
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ดังนั้น สายไฟแต่ละท่อนมีความยาวมากที่สุด..... นิ้ว และตัดสายไฟได้..... ท่อน

ตัวอย่าง 16 จงหาจำนวนเต็มบวกมากที่สุด ที่หาร 11296 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 11 และหาร 13528 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 23

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกมากที่สุดที่หาร 11296 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 11 และหาร 13528 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 23

โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้.....(1)

และ มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้.....(2)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ตรวจสอบ.....
.....

ใบกิจกรรม 7 “ขั้นตอนวิธีของยุคลิด”



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด หา ห.ร.ม. ของจำนวนที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง ห.ร.ม. ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้



- 1) จงหา ห.ร.ม. ของ 3172 และ 782 โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 3172 และ 782 คือ.....



- 2) กล่องใบหนึ่งบรรจุส้ม 450 ผล และมังคุด 840 ผล ต้องการแบ่งผลไม้ออกเป็นกอง ๆ โดยแต่ละกองเป็นผลไม้ชนิดเดียวกันและมีจำนวนเท่ากัน อยากทราบว่า แต่ละกองมีผลไม้มากที่สุดกี่ผล และแบ่งผลไม้ได้กี่กอง

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ.....

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น แต่ละกองมีผลไม้มากที่สุด กองละ.....ผล

และแบ่งผลไม้ได้ กอง



3) จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 4566 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 12
และหาร 10482 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 17

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการคือ.....

วิธีทำ.....

ตรวจสอบคำตอบ

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 4566 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 12

และหาร 10482 แล้ว มีเศษเหลือเท่ากับ 17 คือ.....

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4: ตัวหารร่วมมาก

คาบ 8

บทนิยาม 6 ให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

จำนวนเต็มบวก D ที่มีค่ามากที่สุด ซึ่ง $D|a_1, D|a_2, \dots, D|a_n$ เรียกว่า

ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ของ a_1, a_2, \dots, a_n

ใช้สัญลักษณ์ (a_1, a_2, \dots, a_n) แทน ห.ร.ม. ของ a_1, a_2, \dots, a_n

จากบทนิยามสามารถตรวจสอบได้ว่า $(a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n) = (a_1, a_2, \dots, (a_{n-1}, a_n))$

ตัวอย่าง 17 จงหา ห.ร.ม. ของ 8, 20 และ 36

วิธีทำ จากบทนิยาม จะได้ว่า $(8, 20, 36) = (8, (20, 36)) = (8, 4) = 4$

หรือ $(8, 20, 36) = ((8, 20), 36) = (4, 36) = 4$



ตัวอย่าง 18 จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 97, 143 และ 212 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 97, 143 และ 212 แล้ว

มีเศษเหลือ r เท่ากัน โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้.....(1)

มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้.....(2)

มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้.....(3)

นำสมการ (2) - (1) จะได้ว่า.....(4)

นำสมการ (3) - (2) จะได้ว่า.....(5)

นำสมการ (3) - (1) จะได้ว่า.....(6)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

นั่นคือ $x = \dots$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 97, 143 และ 212 แล้ว

มีเศษเหลือ.....เท่ากัน

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

บทนิยาม 7 จำนวนเต็ม a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ก็ต่อเมื่อ $(a,b)=1$

ตัวอย่าง 19

(1) 3 และ 4 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ เพราะ $(3,4)=1$

(2) 12 และ 36 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ เพราะ $(12,36)=12$



ให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

ถ้า $(a,b) = 1$ และ $(b,c) = 1$ แล้ว $(a,c) = 1$

ตอบ.....

เหตุผล.....

.....

.....

.....



ทฤษฎีบท: a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$

การพิสูจน์ทฤษฎีบทนี้จะแบ่งเป็น 2 ตอน (เหตุผล:)

ตอนที่ 1

ตอนที่ 2

การวิเคราะห์การพิสูจน์ ตอนที่ 1

ขั้นที่ 1 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ.....

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ.....

ขั้นที่ 3 : จากขั้นที่ 2 และทฤษฎีบท: ถ้า $d=(a,b)$ แล้วมีจำนวนเต็ม x และ y ที่ทำให้ $d=ax+by$ จะได้ว่า.....

| การพิสูจน์ (ตอนที่ 1) | เหตุผลประกอบ |
|-----------------------|--------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

ใบกิจกรรม 8 “ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์”



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถวิเคราะห์และพิสูจน์สมบัติของ ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ได้
2. นักเรียนสามารถหา ห.ร.ม. ของจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้



- 1) กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

| (1) ถ้า $(a,b)=1$ และ $(a,c)=1$ แล้ว $(b,c)=1$ | (2) $(a,a+1)=1$ |
|--|-----------------|
| ตอบ..... | ตอบ..... |
| เหตุผล..... | เหตุผล..... |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |



3) จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 81, 441 และ 1089 แล้ว
มีเศษเหลือเท่ากัน

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ.....

.....

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 81, 441 และ 1089 แล้ว

มีเศษเหลือ.....เท่ากัน คือ.....

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4: ตัวหารร่วมมาก

คาบ 7

บทนิยาม 4 กำหนด a และ b เป็นจำนวนเต็ม เรียกจำนวนเต็ม c ที่สามารถหารทั้ง a และ b ลงตัวว่าเป็น **ตัวหารร่วม** ของ a และ b

ตัวอย่าง 12

- (1) ตัวหารร่วมของ 3 และ 5 ได้แก่ $-1, 1$
- (2) ตัวหารร่วมของ 8 และ 12 ได้แก่ $-1, 1, -2, 2, -4, 4$
- (3) ตัวหารร่วมของ 24 และ 46 คือ ได้แก่ $-1, 1, -2, 2$

บทนิยาม 5 ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ a และ b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน จำนวนเต็มบวก d ที่มีค่ามากที่สุดซึ่ง $d|a$ และ $d|b$ เรียกว่า **ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)** ของ a และ b ใช้สัญลักษณ์ (a,b) แทน ห.ร.ม. ของ a และ b



ตัวอย่าง 13 จงหา ห.ร.ม. ของ 36 และ 48

วิธีที่ 1 วิธีแยกตัวประกอบ

เนื่องจาก เขียน 36 ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

และ เขียน 48 ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 36 และ 48 คือ $2 \times 2 \times 3 = 12$

วิธีที่ 2 วิธีหาตัวหารร่วม

จำนวนเต็มบวกที่หาร 36 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

จำนวนเต็มบวกที่หาร 48 ลงตัว ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

จำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวหารร่วมของ 36 และ 48 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 12

จำนวนเต็มบวกที่เป็นตัวหารร่วมของ 36 และ 48 ที่มีค่ามากที่สุด คือ 12

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 36 และ 48 คือ 12



การหาตัวหารร่วมมากโดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

การหาตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) ในกรณีที่ค่าสัมบูรณ์ของจำนวน a และ b มีค่ามาก ๆ นิยมหาตัวหารร่วมมาก โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด (Euclidean Algorithm) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ทฤษฎีบท: ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $b < a$
โดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาร ไปเรื่อย ๆ จะได้ว่า

$$a = bq_1 + r_1 \quad ; \quad 0 < r_1 < b$$

$$b = r_1q_2 + r_2 \quad ; \quad 0 < r_2 < r_1$$

$$r_1 = r_2q_3 + r_3 \quad ; \quad 0 < r_3 < r_2$$

⋮

$$r_{k-2} = r_{k-1}q_k + r_k \quad ; \quad 0 < r_k < r_{k-1}$$

$$r_{k-1} = r_kq_{k+1} + 0$$

ดังนั้น r_k เป็นเศษตัวสุดท้ายที่ไม่ใช่ศูนย์ จะเป็น ห.ร.ม. ของ a และ b

หมายเหตุ: ผลจากขั้นตอนวิธีของยุคลิด จะได้ว่า

ทฤษฎีบท: ถ้า $d = (a,b)$ แล้วจะมีจำนวนเต็ม x และ y ที่ทำให้ $d = ax + by$



ตัวอย่าง 14 จงหา ห.ร.ม. ของ a และ b โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

| (1) $a=86$ และ $b=38$ | (2) $a=425$ และ $b=65$ |
|---|--|
| วิธีทำ $86 = 38(2) + 10$ $38 = 10(3) + 8$ $10 = 8(1) + 2$ $8 = 2(4) + 0$ ดังนั้น $(86,38) = 2$ | วิธีทำ $425 = 65(6) + 35$ $65 = 35(1) + 30$ $35 = 30(1) + 5$ $30 = 5(6) + 0$ ดังนั้น $(425,65) = 5$ |

ตัวอย่าง 15 นิสามีสายไฟสีแดงยาว 140 นิ้ว และสายไฟสีน้ำเงินยาว 98 นิ้ว
ต้องการตัดสายไฟทั้งสองเส้นออกเป็นท่อน ๆ โดยให้แต่ละท่อนยาวเท่ากัน
และมีความยาวมากที่สุด จะตัดสายไฟได้ยาวกี่นิ้ว และตัดสายไฟได้กี่ท่อน

วิธีทำ นิสิตต้องการตัดสายไฟสีแดงยาว 140 นิ้ว ให้แต่ละท่อนมีความยาวเท่ากัน
ดังนั้น ความยาวของสายไฟสีแดงแต่ละท่อนที่ตัดได้ ต้องหาร 140 ลงตัว
และต้องการตัดสายไฟสีน้ำเงินยาว 98 นิ้ว ให้แต่ละท่อนมีความยาวเท่ากัน
ดังนั้น ความยาวของสายไฟสีน้ำเงินแต่ละท่อนที่ตัดได้ ต้องหาร 98 ลงตัว
แต่นิสิตต้องการตัดสายไฟทั้งสองเส้นให้ยาวเท่ากัน และยาวมากที่สุด
ดังนั้น หาจำนวนมากที่สุด ซึ่งหาร 140 และ 98 ลงตัว นั่นคือ หา ห.ร.ม. ของ 140 และ 98
โดยขั้นตอนวิธีของยุคลิด หา ห.ร.ม. ของ 140 และ 98 จะได้ว่า

$$140 = 98(1) + 42 ; 98 = 42(2) + 14; 42 = 14(3) + 0$$

จะได้ว่า ห.ร.ม. ของ 140 และ 98 คือ 14

ดังนั้น สายไฟแต่ละท่อนมีความยาวมากที่สุด 14 นิ้ว

และตัดสายไฟได้ $(140 \div 14) + (98 \div 14) = 10 + 7 = 17$ ท่อน



ตัวอย่าง 16 จงหาจำนวนเต็มบวกมากที่สุด ที่หาร 11296 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 11
และหาร 13528 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 23

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกมากที่สุดที่หาร 11296 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 11
และหาร 13528 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 23

โดยขั้นตอนวิธีหารหาร จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } k \text{ ที่ทำให้ } 11296 = kx + 11 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } 13528 = mx + 23 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{จากสมการ (1) จะได้ว่า } kx = 11296 - 11 = 11285 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{และ จากสมการ (2) จะได้ว่า } mx = 13528 - 23 = 13505 \quad \dots\dots\dots(4)$$

โดยบทนิยามการหารลงตัว และสมการ (3) จะได้ว่า $x \mid 11285$

โดยบทนิยามการหารลงตัว และสมการ (4) จะได้ว่า $x \mid 13505$

นั่นคือ x เป็นตัวหารร่วม ของ 11285 และ 13505

โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด หา ห.ร.ม. ของ 11285 และ 13505

$$13505 = 11285(1) + 2220$$

$$11285 = 2220(5) + 185$$

$$2220 = 185(12) + 0$$

จะได้ว่า ห.ร.ม. ของ 11285 และ 13505 คือ 185

ดังนั้น $x = 185$ เป็นตัวหารร่วมมากที่สุดของ 11285 และ 13505

ตรวจสอบคำตอบ $11296 = 185(61) + 11$ และ $13528 = 185(73) + 23$



เฉลยใบกิจกรรม 7 “ขั้นตอนวิธีของยุคลิด”



จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด หา ห.ร.ม. ของจำนวนที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง ห.ร.ม. ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้



- 1) จงหา ห.ร.ม. ของ 3172 และ 782 โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

วิธีทำ เนื่องจาก $3172 = 782(4) + 44$
 $782 = 44(17) + 34$
 $44 = 34(1) + 10$
 $34 = 10(3) + 4$
 $10 = 4(2) + 2$
 $4 = 2(2) + 0$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 3172 และ 782 คือ 2



- 2) กล้องใบหนึ่งบรรจุส้ม 450 ผล และมังคุด 840 ผล ต้องการแบ่งผลไม้ออกเป็นกอง ๆ โดยแต่ละกองเป็นผลไม้ชนิดเดียวกันและมีจำนวนเท่ากัน อยากทราบว่า แต่ละกองมีผลไม้มากที่สุดกี่กอง และแบ่งผลไม้ได้กี่กอง

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ มีมะม่วง 450 ผล และมังคุด 840 ผล แบ่งออกเป็นกอง ๆ โดยแต่ละกองเป็นผลไม้ชนิดเดียวกัน และมีจำนวนเท่ากัน

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ แต่ละกองมีผลไม้มากที่สุดกี่กอง และแบ่งผลไม้ได้กี่กอง

วิธีทำ เนื่องจาก ต้องการแบ่งผลไม้ให้แต่ละกองมีจำนวนมากที่สุด

ดังนั้น หาจำนวนมากที่สุด ซึ่งหาร 450 และ 840 ลงตัว

โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด หา ห.ร.ม. ของ 450 และ 840 จะได้ว่า

$$840 = 450(1) + 390$$

$$450 = 390(1) + 60$$

$$390 = 60(6) + 30$$

$$60 = 30(2) + 0$$

จะได้ว่า ห.ร.ม. ของ 450 และ 840 คือ 30

ดังนั้น แต่ละกองมีผลไม้มากที่สุด กองละ 30 ผล

และแบ่งผลไม้ได้ $(450 \div 30) + (840 \div 30) = 15 + 28 = 43$ กอง



- 3) จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 4566 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 12 และหาร 10482 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 17

สิ่งที่โจทย์กำหนดคือ มีจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 4566 แล้วมีเศษเหลือเป็น 12 และหาร 10482 แล้วมีเศษเหลือเป็น 17

สิ่งที่โจทย์ต้องการคือ หาจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 4566 แล้วมีเศษเหลือ 12 และหาร 10482 แล้วมีเศษเหลือ 17

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 4566 แล้วมีเศษเหลือเป็น 12 และหาร 10482 แล้วมีเศษเหลือเป็น 17

โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } k \text{ ที่ทำให้ } 4566 = kx + 12 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } 10482 = mx + 17 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{จากสมการ (1) จะได้ว่า } kx = 4566 - 12 = 4554 \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{และ จากสมการ (2) จะได้ว่า } mx = 10482 - 17 = 10465 \quad \dots\dots\dots(4)$$

โดยบทนิยามการหารลงตัว และสมการ (3) จะได้ว่า $x | 4554$

โดยบทนิยามการหารลงตัว และสมการ (4) จะได้ว่า $x | 10465$

นั่นคือ x เป็นตัวหารร่วมของ 4554 และ 10465

โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด หา ห.ร.ม. ของ 4554 และ 10465

$$10465 = 4554(2) + 1357$$

$$4554 = 1357(3) + 483$$

$$1357 = 483(2) + 391$$

$$483 = 391(1) + 92$$

$$391 = 92(4) + 23$$

$$92 = 23(4) + 0$$

จะได้ว่า $x = 23$ เป็นตัวหารร่วมมากของ 4554 และ 10465

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 4566 แล้วมีเศษเหลือ 12

และหาร 10482 แล้วมีเศษเหลือ 17 คือ 23

ตรวจสอบคำตอบ $4566 = 23(198) + 12$ และ $10482 = 23(455) + 17$

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 4: ตัวหารร่วมมาก

คาบ 8

บทนิยาม 6 ให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
จำนวนเต็มบวก D ที่มีค่ามากที่สุด ซึ่ง $D|a_1, D|a_2, \dots, D|a_n$ เรียกว่าเป็น
ตัวหารร่วมมาก (ท.ร.ม.) ของ a_1, a_2, \dots, a_n
ใช้สัญลักษณ์ (a_1, a_2, \dots, a_n) แทน ท.ร.ม. ของ a_1, a_2, \dots, a_n

จากบทนิยามสามารถตรวจสอบได้ว่า $(a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n) = (a_1, a_2, \dots, (a_{n-1}, a_n))$

ตัวอย่าง 17 จงหา ท.ร.ม. ของ 8, 20 และ 36

วิธีทำ จากบทนิยาม จะได้ว่า $(8, 20, 36) = (8, (20, 36)) = (8, 4) = 4$

หรือ $(8, 20, 36) = ((8, 20), 36) = (4, 36) = 4$

ตัวอย่าง 18 จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 97, 143 และ 212 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 97, 143 และ 212 แล้ว
มีเศษเหลือ r เท่ากัน โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } k \text{ ที่ทำให้ } 97 = kx + r \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } 143 = mx + r \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{มีจำนวนเต็ม } n \text{ ที่ทำให้ } 212 = nx + r \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{นำสมการ (2) - (1) จะได้ว่า } 46 = (m - k)x \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{นำสมการ (3) - (2) จะได้ว่า } 69 = (n - m)x \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{นำสมการ (3) - (1) จะได้ว่า } 115 = (n - k)x \quad \dots\dots\dots(6)$$

โดยบทนิยามการหารลงตัว และสมการ (4), (5) และ (6) จะได้ว่า

$$x|46, x|69 \text{ และ } x|115$$

ดังนั้น x เป็นตัวหารร่วมของ 46, 69 และ 115

หา x โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด จะได้ว่า $x = ((46, 69), 115) = (23, 115) = 23$

ดังนั้น $x = 23$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 46, 69 และ 115 ลงตัว

นั่นคือ $x = 23$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 97, 143 และ 212 แล้ว

มีเศษเหลือ 5 เท่ากัน

ตรวจสอบคำตอบ $97 = 23(4) + 5$, $143 = 23(6) + 5$ และ $212 = 23(9) + 5$



บทนิยาม 7 จำนวนเต็ม a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ก็ต่อเมื่อ $(a,b)=1$

ตัวอย่าง 19

(1) 3 และ 4 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ เพราะ $(3,4)=1$

(2) 12 และ 36 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ เพราะ $(12,36)=12$



ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ ถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

ถ้า $(a,b) = 1$ และ $(b,c) = 1$ แล้ว $(a,c) = 1$

ตอบ ผิด

เหตุผล ให้ $a = 3, b = 2$ และ $c = 3$ จะได้ว่า $(3,2) = 1, (2,3) = 1$ แต่ $(3,3) = 3$



ทฤษฎีบท: a และ b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$

การพิสูจน์ทฤษฎีบทนี้จะแบ่งเป็น 2 ตอน (เหตุผล: $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$)

ตอนที่ 1 ถ้า $(a,b)=1$ แล้ว จะมีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$

ตอนที่ 2 ถ้ามีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$ แล้ว $(a,b)=1$

การวิเคราะห์การพิสูจน์ ตอนที่ 1

ขั้นที่ 1 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ $(a,b)=1$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ มีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$

ขั้นที่ 3 : จากขั้นที่ 2 และทฤษฎีบท: ถ้า $d=(a,b)$ แล้วจะมีจำนวนเต็ม x และ y ที่ทำให้ $d=ax+by$ ดังนั้น $am+bn=1$

| การพิสูจน์ (ตอนที่1) | เหตุผลประกอบ |
|--|---|
| ให้ $(a,b)=1$ ดังนั้น มีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$ | สิ่งที่กำหนดให้ ทฤษฎีบท: ถ้า $d=(a,b)$ แล้วมีจำนวนเต็ม x และ y ที่ทำให้ $d=ax+by$ |

การวิเคราะห์การพิสูจน์ ตอนที่ 2

ขั้นที่ 1 : สิ่งที่กำหนดให้ คือ มีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$

ขั้นที่ 2 : สิ่งที่ต้องพิสูจน์ คือ $(a,b)=1 = d$

ขั้นที่ 3 : จากขั้นที่ 2 และบทนิยามของ ห.ร.ม. จะได้ว่า $d|a$ และ $d|b$

ขั้นที่ 4 : จากขั้นที่ 3 และทฤษฎีบท: ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $a|b$ แล้ว $a|bc$
จะได้ว่า $d|am$ และ $d|bn$

ขั้นที่ 5 : จากขั้นที่ 4 และทฤษฎีบท: ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม
ถ้า $a|b$ แล้ว $a|c$ แล้ว $a|(b+c)$ จะได้ว่า $d|(am+bn)$

ขั้นที่ 6 : จากขั้นที่ 1 และขั้นที่ 5 จะได้ว่า $d|1$ (เหตุผล: $am+bn=1$)

ขั้นที่ 7 : จากขั้นที่ 6 และบทนิยามของ ห.ร.ม. จะได้ว่า $d|1$ และ $d>0$ ดังนั้น $d=1$

| การพิสูจน์ (ตอนที่ 2) | เหตุผลประกอบ |
|--|--|
| <p>ให้มีจำนวนเต็ม m และ n ที่ทำให้ $am+bn=1$ ให้ $(a,b)=d$ จะได้ว่า $d a$ และ $d b$ ดังนั้น $d am$ และ $d bn$ ดังนั้น $d (am+bn)$ นั่นคือ $d 1$ เนื่องจาก $d>0$ และ $d 1$ แสดงว่า $d=1$ สรุปว่า $(a,b)=1$</p> | <p>สิ่งที่กำหนดให้ จะแสดงว่า $(a,b)=d=1$ บทนิยามของ ห.ร.ม. ทบ: $a b \rightarrow a bc$ ทบ: $(a b \wedge a c) \rightarrow a (b+c)$ $am+bn=1$ บทนิยามของ ห.ร.ม. และบทนิยามการหารลงตัว $(a,b)=d$ และ $d=1$</p> |

เฉลยใบกิจกรรม 8 “ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์”



จุดประสงค์การเรียนรู้

- นักเรียนสามารถวิเคราะห์และพิสูจน์สมบัติของ ห.ร.ม. และจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ได้
- นักเรียนสามารถหา ห.ร.ม. ของจำนวนเต็มบวกที่กำหนดให้ได้



- กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

| | |
|---|---|
| 1) ถ้า $(a,b)=1$ และ $(a,c)=1$ แล้ว $(b,c)=1$ | 2) $(a,a+1)=1$ |
| ตอบ ผิด เหตุผล ให้ $a=1, b=3, c=3$ ดังนั้น $(a,b)=(1,3)=1$ และ $(a,c)=(1,3)=1$ แต่ $(b,c)=(3,3)=3 \neq 1$ | ตอบ ถูก เหตุผล ให้ $d=(a,a+1)$ จะได้ว่า $d a$ และ $d (a+1)$ เพราะฉะนั้น $d (a+1-a)$ จะได้ว่า $d 1$ และเพราะว่า $d > 0$ ดังนั้น $d=1$ นั่นคือ $(a,a+1)=1$ |

2) จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 81, 441 และ 1089 แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน
สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ มีจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 81, 441 และ 1089

แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ หาจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 81, 441 และ 1089

แล้วมีเศษเหลือเท่ากัน

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 81, 44 และ 1089 แล้ว
มีเศษเหลือ r เท่ากัน โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } k \text{ ที่ทำให้ } 81 = kx + r \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } 441 = mx + r \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{มีจำนวนเต็ม } n \text{ ที่ทำให้ } 1089 = nx + r \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{นำสมการ (2) - (1) จะได้ว่า } 360 = (m-k)x \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{นำสมการ (3) - (1) จะได้ว่า } 1008 = (n-k)x \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{นำสมการ (3) - (2) จะได้ว่า } 648 = (n-m)x \quad \dots\dots\dots(6)$$

โดยบทนิยามการหารลงตัว และสมการ (4), (5) และ (6) จะได้ว่า

$$x|360, x|1008 \text{ และ } x|648$$

ดังนั้น x เป็นตัวหารร่วมของ 360, 1008 และ 648

โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิดหา ห.ร.ม. ของ 360, 1008 และ 648 จะได้ว่า $(360,1008,648) = 72$

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดที่หาร 81, 441 และ 1089 แล้วมีเศษเหลือ 9 เท่ากัน คือ 72

ตรวจสอบคำตอบ $81 = 72(1) + 9, 441 = 72(6) + 9$ และ $1089 = 72(15) + 9$





ตัวคุณร่วมน้อย



แผนการจัดการเรียนรู้ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4)
 เรื่อง ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
 เวลา 2 ชั่วโมง

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วยจำนวนเต็มสองจำนวนใด ๆ ลงตัว เรียกว่า ตัวคูณร่วมน้อยของจำนวนทั้งสองนั้น

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- มีความเข้าใจความหมายของพหุคูณ
- มีความเข้าใจความหมายของพหุคูณร่วม
- มีความเข้าใจความหมายของตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

- สามารถหาพหุคูณ และพหุคูณร่วมของจำนวนที่กำหนดให้ได้
- สามารถหา ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนดให้ได้
- สามารถนำความรู้เกี่ยวกับ ค.ร.น. ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้
- สามารถนำความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. ไปใช้ได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

- มีส่วนร่วมและมีความรับผิดชอบในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- สามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม และยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
- มีความกระตือรือร้นในการเรียนและกล้าแสดงออกในการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

3. สาระการเรียนรู้

บทนิยาม กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก

- 1) ถ้า $a|c$ แล้ว จำนวนเต็มบวก c เรียกว่า พหุคูณ ของ a
- 2) ถ้า $a|c$ และ $b|c$ แล้ว จำนวนเต็มบวก c เรียกว่าว่า พหุคูณร่วม ของ a และ b

บทนิยาม ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จำนวนเต็มบวก c ที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่ง $a|c$ และ $b|c$ เรียกว่า ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ของ a และ b
 ใช้สัญลักษณ์ $[a,b]$ แทน ค.ร.น. ของ a และ b

บทนิยาม ให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จำนวนเต็มบวก C ที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่ง $a_1|C, a_2|C, \dots, a_n|C$ เรียกว่า ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) ของ a_1, a_2, \dots, a_n ใช้สัญลักษณ์ $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ แทน ค.ร.น. ของ a_1, a_2, \dots, a_n

ทฤษฎีบท ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $ab = (a,b)[a,b]$

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คาบ 9

ขั้นนำ

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคูณร่วมน้อย (คาบ 9) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ให้นักเรียนหาจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 3 ลงตัว และจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 6 ลงตัว จากนั้นครูนำเข้าสู่บทนิยามพหุคูณ และบทนิยามพหุคูณร่วม และบทนิยามตัวคูณร่วมน้อย

3. ให้นักเรียนทำตัวอย่าง 20 และ 21 โดยการเติมคำตอบในตัวอย่าง 20 และ 21 ของเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคูณร่วมน้อย (คาบ 9) จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลย ตัวอย่าง 20 และ 21 โดยการถามตอบ

4. ให้นักเรียนศึกษาบทนิยามตัวคูณร่วมน้อยของจำนวนเต็ม n จำนวน และตัวอย่าง 22 จากนั้นครูอธิบายเพิ่มเติม

5. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่าง 23 โดยการถามตอบ และให้นักเรียนเติมคำตอบในตัวอย่าง 23 ของเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคูณร่วมน้อย (คาบ 9) ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้แสดงความสามารถในการให้เหตุผล เพื่อสนับสนุนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่

6. ครูแจกใบกิจกรรม 9 “ตัวคูณร่วมน้อย” ให้นักเรียนทำเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน (เก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน) ในขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูคอยสังเกตความร่วมมือของนักเรียนภายในกลุ่ม และให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความเหมาะสม

7. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 9 “ตัวคูณร่วมน้อย” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน 1 กลุ่ม ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

8. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป บทนิยามพหุคูณ บทนิยามพหุคูณร่วม บทนิยามตัวคูณร่วมน้อย และข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 9 “ตัวคูณร่วมน้อย” โดยการถามตอบ

คาบ 10**ขั้นนำ**

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคุณร่วมน้อย (คาบ 10) และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นสอน

2. ให้นักเรียนหา ห.ร.ม. ของ 4 กับ 8 และ ค.ร.น. ของ 4 กับ 8 จากนั้นครูนำเข้าสู่ทฤษฎีบท “ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $ab = (a,b)[a,b]$ ” และอธิบายตัวอย่าง 24

3. ครูและนักเรียนช่วยกันทำตัวอย่าง 25-27 โดยการถามตอบ แล้วให้นักเรียนเติมคำตอบลงในตัวอย่าง 25-27 ของเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคุณร่วมน้อย (คาบ 10) ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้แสดงความสามารถในการให้เหตุผล เพื่อสนับสนุนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่างเต็มที่

4. ครูแจกใบกิจกรรม 10 “ห.ร.ม. กับ ค.ร.น.” ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล ในขณะที่นักเรียนทำใบกิจกรรม ครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความเหมาะสม

5. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 10 “ห.ร.ม. กับ ค.ร.น.” เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลจากนั้นสุ่มนักเรียน 2 คน ออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน คนละ 1 ข้อ

ขั้นสรุป

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ของ ห.ร.ม. กับ ค.ร.น. รวมทั้งข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม 10 “ห.ร.ม. กับ ค.ร.น.” โดยการถามตอบ

5. สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคุณร่วมน้อย (คาบ 9)
2. ใบกิจกรรม 9 “ตัวคุณร่วมน้อย”
3. เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ตัวคุณร่วมน้อย (คาบ 10)
4. ใบกิจกรรม 10 “ห.ร.ม. กับ ค.ร.น.”
5. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

6. การวัดและประเมินผล

1. สังเกตความร่วมมือ ความสนใจในการทำใบกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรม 9 “ตัวคุณร่วมน้อย”
3. ตรวจใบกิจกรรม 10 “ห.ร.ม. กับ ค.ร.น.”

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5: ตัวคูณร่วมน้อย

คาบ 9

บทนิยาม 8 กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก



- 1) ถ้า $a|c$ แล้ว จำนวนเต็มบวก c เรียกว่า **พหุคูณ** ของ a
- 2) ถ้า $a|c$ และ $b|c$ แล้ว จำนวนเต็มบวก c เรียกว่า **พหุคูณร่วม** ของ a และ b

ตัวอย่าง 20 จงหาพหุคูณร่วมที่เป็นบวกของ 4 และ 6

วิธีทำ พหุคูณที่เป็นบวกของ 4 ได้แก่.....

พหุคูณที่เป็นบวกของ 6 ได้แก่.....

ดังนั้น พหุคูณร่วมที่เป็นบวกของ 4 และ 6 ได้แก่.....

บทนิยาม 9 ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จำนวนเต็มบวก c ที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่ง $a|c$ และ $b|c$ เรียกว่า **ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)** ของ a และ b



ใช้สัญลักษณ์ $[a, b]$ แทน ค.ร.น. ของ a และ b

ตัวอย่าง 21 จงหา ค.ร.น. ของ 24 และ 32

วิธีที่ 1 วิธีหาพหุคูณร่วม

พหุคูณที่เป็นบวกของ 24 ได้แก่.....

พหุคูณที่เป็นบวกของ 32 ได้แก่.....

พหุคูณร่วมที่เป็นบวกของ 24 และ 32 ได้แก่.....

พหุคูณร่วมที่เป็นบวกของ 24 และ 32 ที่มีค่าน้อยที่สุด คือ.....

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 24 และ 32 คือ.....

วิธีที่ 2 วิธีแยกตัวประกอบเฉพาะ

เนื่องจาก 32 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ.....

และ 24 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ.....

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 24 และ 32 คือ.....

บทนิยาม 10 ให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จำนวนเต็มบวก C ที่มีค่าน้อยที่สุด
 ซึ่ง $a_1|C, a_2|C, \dots, a_n|C$ เรียกว่าเป็น **ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)** ของ a_1, a_2, \dots, a_n
 ใช้สัญลักษณ์ $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ แทน ค.ร.น. ของ a_1, a_2, \dots, a_n



จากบทนิยาม สามารถตรวจสอบได้ว่า $[a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n] = [a_1, a_2, \dots, [a_{n-1}, a_n]]$

ตัวอย่าง 22 จงหา ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 12

วิธีทำ จากนิยามจะได้ว่า $[4, 6, 12] = [4, [6, 12]] = [4, 12] = 12$

หรือ $[4, 6, 12] = [[4, 6], 12] = [12, 12] = 12$

ตัวอย่าง 23 จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้ว
 มีเศษเหลือ 3 เท่ากัน

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้ว

มีเศษเหลือ 3 เท่ากัน โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้.....(1)

มีจำนวนเต็ม m ที่ทำให้.....(2)

มีจำนวนเต็ม n ที่ทำให้.....(3)

จากสมการ (1) จะได้ว่า.....

จากสมการ (2) จะได้ว่า.....

จากสมการ (3) จะได้ว่า.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

นั่นคือ $x = \dots$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้ว
 มีเศษเหลือ 3 เท่ากัน

ตรวจสอบคำตอบ

.....

.....

ใบกิจกรรม 9 “ตัวคุณร่วมน้อย”



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับตัวคุณร่วมน้อยไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

“ปัญหาลูกชิ้นของป้อ”

ป้อ หยิบลูกชิ้นออกจากกล่องมาแบ่งใส่ชาม ชามละเท่ากัน โดย

ถ้าป้อใส่ลูกชิ้น ชามละ 2 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก

ถ้าป้อใส่ลูกชิ้น ชามละ 3 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก

ถ้าป้อใส่ลูกชิ้น ชามละ 4 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก

ถ้าป้อใส่ลูกชิ้น ชามละ 5 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก

ถ้าป้อใส่ลูกชิ้น ชามละ 6 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก

แต่ถ้าป้อนำลูกชิ้นแบ่งใส่ชาม ชามละ 7 ลูก ปรากฏว่าไม่เหลือลูกชิ้นเลย

อยากทราบว่า ในกล่องของป้อ มีลูกชิ้นอย่างน้อยที่สุดกี่ลูก



สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ.....

.....

.....

.....

.....



แนวคิดและวิธีทำอย่างละเอียด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ตรวจสอบคำตอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ตอบ ในกล่องของป้อ มีลูกชิ้นอย่างน้อยที่สุด.....ลูก

เอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5: ตัวคูณร่วมน้อย คาบ 10



ทฤษฎีบท: ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $ab = (a,b)[a,b]$

ตัวอย่าง 24 จำนวนเต็มบวก a และ 24 มี ห.ร.ม. เป็น 3 และมี ค.ร.น. เป็น 120 จงหาค่าของ a

วิธีทำ เนื่องจาก $ab = (a,b)[a,b]$ ดังนั้น $a = \frac{(a,b)[a,b]}{b}$

จะได้ว่า
$$a = \frac{3 \times 120}{24} = 15$$

ดังนั้น ค่าของ a เท่ากับ 15



ตัวอย่าง 25 ถ้าจำนวนเต็มบวกสองจำนวนมี ห.ร.ม. เท่ากับ 2 และมี ค.ร.น. เท่ากับ 36

โดยที่ผลต่างของสองจำนวนนี้เท่ากับ 14 แล้ว จงหาผลบวกของสองจำนวนนี้

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ.....

วิธีทำให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $x < y$

.....

ดังนั้น ผลบวกของสองจำนวนนี้ คือ.....

ตัวอย่าง 26 จงหา $[a,60]$ เมื่อ $(a,28)=4$ และ $[a,28]=140$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....



ดังนั้น $[a,60]$ เท่ากับ.....

ตัวอย่าง 27 จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 5, 7 และ 12 แล้ว มีเศษเหลือเป็น 4, 6 และ 11 ตามลำดับ



วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 5, 7 และ 12 แล้ว มีเศษเหลือเป็น 4, 6 และ 11 ตามลำดับ

เนื่องจาก 5 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 4 จะได้ว่า.....

และ 7 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 6 จะได้ว่า.....

และ 12 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 11 จะได้ว่า.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


นั่นคือ $x = \dots\dots\dots$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 5, 7 และ 12 แล้ว มีเศษเหลือเป็น 4, 6 และ 11 ตามลำดับ

ตรวจสอบคำตอบ.....

.....

.....

ใบกิจกรรม 10 “ห.ร.ม. และ ค.ร.น.”

 จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าข้อความที่กำหนดให้ ถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบได้



1) กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์
จงพิจารณาว่า ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

(1) ถ้า $ab > 0$ แล้ว $[a,b] \leq ab$

ตอบ.....

เหตุผล.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) ถ้า $c|a$ และ $c|b$ แล้ว $[a,b] \leq \frac{ab}{c}$

ตอบ.....

เหตุผล.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2) จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 6 และ 9 แล้ว
มีเศษเหลือเป็น 2, 5 และ 8 ตามลำดับ

สิ่งที่โจทย์กำหนดคือ.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการคือ.....

.....

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 6 และ 9 แล้ว

มีเศษเหลือเป็น 2, 5 และ 8 ตามลำดับ คือ.....

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5: ตัวคูณร่วมน้อย

คาบ 9

บทนิยาม 8 กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก



- 1) ถ้า $a|c$ แล้ว จำนวนเต็มบวก c เรียกว่า **พหุคูณ** ของ a
- 2) ถ้า $a|c$ และ $b|c$ แล้ว จำนวนเต็มบวก c เรียกว่า **พหุคูณร่วม** ของ a และ b

ตัวอย่าง 20 จงหาพหุคูณร่วมที่เป็นบวกของ 4 และ 6

วิธีทำ พหุคูณที่เป็นบวกของ 4 ได้แก่ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, ...

พหุคูณที่เป็นบวกของ 6 ได้แก่ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, ...

ดังนั้น พหุคูณร่วมที่เป็นบวกของ 4 และ 6 ได้แก่ 12, 24, 36, 48, ...

บทนิยาม 9 ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จำนวนเต็มบวก c ที่มีค่าน้อยที่สุด
ซึ่ง $a|c$ และ $b|c$ เรียกว่า **ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)** ของ a และ b



ใช้สัญลักษณ์ $[a,b]$ แทน ค.ร.น. ของ a และ b

ตัวอย่าง 21 จงหา ค.ร.น. ของ 24 และ 32

วิธีที่ 1 วิธีหาพหุคูณร่วม

พหุคูณที่เป็นบวกของ 24 ได้แก่ 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, 216, ...

พหุคูณที่เป็นบวกของ 32 ได้แก่ 32, 64, 96, 128, 160, 192, 224, 256, 288, ...

พหุคูณร่วมที่เป็นบวกของ 24 และ 32 ได้แก่ 96, 192, ...

พหุคูณร่วมที่เป็นบวกของ 24 และ 32 ที่มีค่าน้อยที่สุด คือ 96

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 24 และ 32 คือ 96

วิธีที่ 2 วิธีแยกตัวประกอบเฉพาะ

เนื่องจาก 32 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

และ 24 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 24 และ 32 คือ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96$

บทนิยาม 10 ให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ จำนวนเต็มบวก C ที่มีค่าน้อยที่สุด



ซึ่ง $a_1|C, a_2|C, \dots, a_n|C$ เรียกว่า **ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)** ของ a_1, a_2, \dots, a_n

ใช้สัญลักษณ์ $[a_1, a_2, \dots, a_n]$ แทน ค.ร.น. ของ a_1, a_2, \dots, a_n

จากบทนิยาม สามารถตรวจสอบได้ว่า $[a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n] = [a_1, a_2, \dots, [a_{n-1}, a_n]]$

ตัวอย่าง 22 จงหา ค.ร.น. ของ 4, 6 และ 12

วิธีทำ จากนิยามจะได้ว่า $[4, 6, 12] = [4, [6, 12]] = [4, 12] = 12$

หรือ $[4, 6, 12] = [[4, 6], 12] = [12, 12] = 12$

ตัวอย่าง 23 จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้ว
มีเศษเหลือ 3 เท่ากัน

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้ว

มีเศษเหลือ 3 เท่ากัน

โดยขั้นตอนวิธีการหาร จะได้ว่า

$$\text{มีจำนวนเต็ม } k \text{ ที่ทำให้ } x = 6k + 3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{มีจำนวนเต็ม } m \text{ ที่ทำให้ } x = 8m + 3 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{มีจำนวนเต็ม } n \text{ ที่ทำให้ } x = 10n + 3 \quad \dots\dots\dots(3)$$



$$\text{จากสมการ (1) จะได้ว่า } 6|(x-3) \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{จากสมการ (2) จะได้ว่า } 8|(x-3) \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{จากสมการ (3) จะได้ว่า } 10|(x-3) \quad \dots\dots\dots(6)$$

โดยบทนิยามการหารลงตัว สมการ (4) สมการ (5) และสมการ (6) จะได้ว่า

$x-3$ เป็นพหุคูณร่วมของ 6, 8 และ 10

แต่ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้วมีเศษเหลือ 3 เท่ากัน

แสดงว่า $x-3$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด ซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 ลงตัว

จะได้ว่า $x-3$ เป็น ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10

และ ค.ร.น. ของ 6, 8 และ 10 คือ 120

ดังนั้น $x-3 = 120$

นั่นคือ $x = 123$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดซึ่งหารด้วย 6, 8 และ 10 แล้ว

มีเศษเหลือ 3 เท่ากัน

ตรวจสอบคำตอบ $123 = 6(20) + 3$, $123 = 8(15) + 3$ และ $123 = 10(12) + 3$

เฉลยใบกิจกรรม 9 “ตัวคุณร่วมห้อย”



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับตัวคุณร่วมห้อยไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

“ปัญหาลูกขึ้นของป้อ”

ป้อ หยิบลูกขึ้นออกจากกล่องมาแบ่งใส่ชาม ชามละเท่ากัน โดย

ถ้าป้อใส่ลูกขึ้น ชามละ 2 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

ถ้าป้อใส่ลูกขึ้น ชามละ 3 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

ถ้าป้อใส่ลูกขึ้น ชามละ 4 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

ถ้าป้อใส่ลูกขึ้น ชามละ 5 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

ถ้าป้อใส่ลูกขึ้น ชามละ 6 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

แต่ถ้าป้อนำลูกขึ้นแบ่งใส่ชาม ชามละ 7 ลูก ปรากฏว่าไม่เหลือลูกขึ้นเลย

อยากทราบว่า ในกล่องของป้อ มีลูกขึ้นอย่างน้อยที่สุดกี่ลูก



สิ่งที่โจทย์กำหนด

มีลูกขึ้นจำนวนหนึ่งแบ่งใส่ชาม ชามละเท่ากัน

ถ้าใส่ลูกขึ้นชามละ 2 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

ถ้าใส่ลูกขึ้นชามละ 3 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

ถ้าใส่ลูกขึ้นชามละ 4 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

ถ้าใส่ลูกขึ้นชามละ 5 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

ถ้าใส่ลูกขึ้นชามละ 6 ลูก จะเหลือลูกขึ้น 1 ลูก

แต่ถ้าใส่ลูกขึ้นชามละ 7 ลูก จะไม่เหลือลูกขึ้นเลย

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ อยากทราบว่าในกล่องของป้อ มีลูกขึ้นอย่างน้อยที่สุดกี่ลูก



แนวคิดและวิธีทำอย่างละเอียด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

วิธีทำ สมมติในกล่องมีลูกชิ้น x ลูก และ a, b, c, d และ e เป็นจำนวนเต็ม
ดังนั้นจากสิ่งที่โจทย์กำหนดจะได้ว่า

$$2|(x-1) \text{ หรือ } x-1=2a$$

$$3|(x-1) \text{ หรือ } x-1=3b$$

$$4|(x-1) \text{ หรือ } x-1=4c$$

$$5|(x-1) \text{ หรือ } x-1=5d$$

$$6|(x-1) \text{ หรือ } x-1=6e$$

(เหตุผล: บทนิยามการหารลงตัว
และขั้นตอนวิธีการหาร)

เนื่องจาก $x-1$ หารด้วย 2, 3, 4, 5 และ 6 ลงตัว

ดังนั้น $x-1$ เป็น ค.ร.น. ของ 2, 3, 4, 5 และ 6 (เหตุผล: บทนิยามของ ค.ร.น.)

และ ค.ร.น. ของ 2, 3, 4, 5 และ 6 คือ 60

จากโจทย์ ถ้าป้อนำลูกชิ้นแบ่งใส่ซาม ซามละ 7 ลูก จะไม่เหลือลูกชิ้นเลย

ดังนั้น วิธีการหาจำนวนลูกชิ้นอย่างน้อยที่สุดในกล่องของป้อ คือ หาจากจำนวนเท่าของ 60 แล้ว

บวกด้วย 1 และจำนวนที่หาได้นี้ ต้องเป็นจำนวนที่หารด้วย 7 ลงตัว

(เหตุผล: ทุกครั้งที่แบ่งใส่ซามจะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก เท่ากัน

ยกเว้นแบ่งซามละ 7 ลูกที่ไม่เหลือลูกชิ้นเลย)

นั่นคือ ในกล่องของป้อ มีลูกชิ้นอย่างน้อยที่สุด 301 ลูก

ตรวจสอบ มีลูกชิ้น 301 ลูก แบ่งใส่ซาม ซามละเท่ากัน

ถ้าใส่ลูกชิ้นซามละ 2 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก จะได้ว่า $301=2(150)+1$

ถ้าใส่ลูกชิ้นซามละ 3 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก จะได้ว่า $301=3(100)+1$

ถ้าใส่ลูกชิ้นซามละ 4 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก จะได้ว่า $301=4(75)+1$

ถ้าใส่ลูกชิ้นซามละ 5 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก จะได้ว่า $301=5(60)+1$

ถ้าใส่ลูกชิ้นซามละ 6 ลูก จะเหลือลูกชิ้น 1 ลูก จะได้ว่า $301=6(50)+1$

แต่ถ้าใส่ลูกชิ้นซามละ 7 ลูก จะไม่เหลือลูกชิ้นเลย จะได้ว่า $301=7(43)+0$

เฉลยเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 5: ตัวคูณร่วมน้อย

คาบ 10



ทฤษฎีบท: ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $ab = (a,b)[a,b]$

ตัวอย่าง 24 จำนวนเต็มบวก a และ 24 มี ห.ร.ม. เป็น 3 และมี ค.ร.น. เป็น 120 จงหาค่าของ a

วิธีทำ เนื่องจาก $ab = (a,b)[a,b]$ ดังนั้น $a = \frac{(a,b)[a,b]}{b}$

$$\text{จะได้ว่า } a = \frac{3 \times 120}{24} = 15$$

ดังนั้น ค่าของ a เท่ากับ 15

ตัวอย่าง 25 ถ้าจำนวนเต็มบวกสองจำนวนมี ห.ร.ม. เท่ากับ 2 และมี ค.ร.น. เท่ากับ 36

โดยที่ผลต่างของสองจำนวนนี้เท่ากับ 14 แล้ว จงหาผลบวกของสองจำนวนนี้

สิ่งที่โจทย์กำหนด คือ จำนวนเต็มบวกสองจำนวนมี ห.ร.ม. เท่ากับ 2 และมี ค.ร.น. เท่ากับ 36

โดยที่ผลต่างของสองจำนวนนี้เท่ากับ 14

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ หาผลบวกของสองจำนวนนี้

วิธีทำ ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $x < y$

เนื่องจาก ห.ร.ม. ของ x และ y เท่ากับ 2

และ ค.ร.น. ของ x และ y เท่ากับ 36

$$\text{ดังนั้น } xy = 2(36) \text{ จะได้ว่า } xy = 72 \quad \dots\dots\dots(1)$$

เนื่องจากผลต่างของ x และ y เท่ากับ 14 จะได้ว่า

$$y - x = 14 \text{ หรือ } y = x + 14 \quad \dots\dots\dots(2)$$

แทนค่า $y = x + 14$ ลงในสมการ (1) จะได้ว่า

$$x(x + 14) = 72$$

$$x^2 + 14x - 72 = 0 \quad (\text{เหตุผล: สมบัติการแจกแจง และนำ 72 บวกทั้งสองข้าง})$$

$$(x + 18)(x - 4) = 0 \quad (\text{เหตุผล: การแยกตัวประกอบของพหุนาม})$$

$$\text{ดังนั้น } x = -18 \text{ หรือ } x = 4 \quad (\text{เหตุผล: } (ab = 0) \rightarrow [(a = 0) \vee (b = 0)])$$

เพราะว่า x เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้น $x = 4$

แทนค่า $x = 4$ ลงในสมการ (2) จะได้ว่า $y = 4 + 14 = 18$

ดังนั้น ผลบวกของสองจำนวนนี้ คือ $4 + 18 = 22$



ตัวอย่าง 26 จงหา $[a,60]$ เมื่อ $(a,28)=4$ และ $[a,28]=140$

วิธีทำ เนื่องจาก $ab=(a,b)[a,b]$ ดังนั้น $a=\frac{(a,b)[a,b]}{b}$

$$\text{จะได้ว่า } a=\frac{4 \times 140}{28}=20$$

$$\text{ดังนั้น } [a,60]=[20,60]=60$$



ตัวอย่าง 27 จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 5, 7 และ 12 แล้ว
มีเศษเหลือเป็น 4, 6 และ 11 ตามลำดับ

วิธีทำ ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 5, 7 และ 12 แล้ว
มีเศษเหลือเป็น 4, 6 และ 11 ตามลำดับ

เนื่องจาก 5 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 4 จะได้ว่า $5|(x+1)$

และ 7 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 6 จะได้ว่า $7|(x+1)$

และ 12 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 11 จะได้ว่า $12|(x+1)$

แต่ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด

ดังนั้น $x+1$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 5, 7 และ 12 ลงตัว

จะได้ว่า $x+1$ เป็น ค.ร.น. ของ 5, 7 และ 12

เพราะว่า ค.ร.น. ของ 5, 7 และ 12 คือ 420

$$\text{ดังนั้น } x+1=420$$

นั่นคือ $x=419$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 5, 7 และ 12 แล้ว

มีเศษเหลือเป็น 4, 6 และ 11 ตามลำดับ

ตรวจสอบคำตอบ $419=5(83)+4$, $419=7(59)+6$ และ $419=12(34)+11$



เฉลยใบกิจกรรม 10 “ห.ร.ม. และ ค.ร.น.”

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่าข้อความที่กำหนดให้ ถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบได้



- 1) กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์
จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด พร้อมให้เหตุผลประกอบ

(1) ถ้า $ab > 0$ แล้ว $[a,b] \leq ab$

ตอบ ถูก

เหตุผล เนื่องจาก ab เป็นตัวคูณร่วมของ a กับ b ซึ่ง ab เป็นจำนวนเต็มบวกค่าหนึ่ง แต่ $[a,b]$ เป็นตัวคูณร่วมของ a กับ b ซึ่ง $[a,b]$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ดังนั้น $[a,b] \leq ab$

(2) ถ้า $c|a$ และ $c|b$ แล้ว $[a,b] \leq \frac{ab}{c}$

ตอบ ผิด

เหตุผล ให้ $c = (-1)$, $a = 2$ และ $b = 3$ จะได้ว่า $(-1)|2$ และ $(-1)|3$

ซึ่ง $[a,b] = [2,3] = 6$ แต่ $\frac{ab}{c} = \frac{2 \times 3}{(-1)} = (-6)$ ทำให้ $[a,b] > \frac{ab}{c}$



2) จงหาจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 6 และ 9 แล้ว มีเศษเหลือเป็น 2, 5 และ 8 ตามลำดับ

สิ่งที่โจทย์กำหนดคือ มีจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 6 และ 9 แล้ว มีเศษเหลือเป็น 2, 5 และ 8 ตามลำดับ

สิ่งที่โจทย์ต้องการ หาจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 6 และ 9 แล้ว มีเศษเหลือเป็น 2, 5 และ 8 ตามลำดับ

วิธีทำให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 6 และ 9 แล้ว มีเศษเหลือเป็น 2, 5 และ 8 ตามลำดับ

เนื่องจาก 3 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 2 จะได้ว่า $3|(x+1)$

และ 6 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 5 จะได้ว่า $6|(x+1)$

และ 9 หาร x แล้วมีเศษเหลือเป็น 8 จะได้ว่า $9|(x+1)$

แต่ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด

ดังนั้น $x+1$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 6 และ 9 ลงตัว

จะได้ว่า $x+1$ เป็น ค.ร.น. ของ 3, 6 และ 9

เพราะว่า ค.ร.น. ของ 3, 6 และ 9 คือ 18

ดังนั้น $x+1=18$

นั่นคือ $x=17$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 3, 6 และ 9 แล้ว มีเศษเหลือเป็น 2, 5 และ 8 ตามลำดับ

ตรวจสอบคำตอบ $17=3(5)+2$, $17=6(2)+5$ และ $17=9(1)+8$

ภาคผนวก ง**แบบทดสอบ**

- แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1)
- แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2)
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น
 - ตอนที่ 1 แบบปรนัย
 - ตอนที่ 2 แบบอัตนัย

แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 1)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

(1) จงแสดงว่า ถ้า $a|b$ และ $b|c$ แล้ว $a|(b+c)$

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|------------|--------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

(2) จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

| | |
|----------------------|----------------------|
| 1) 1001 | 2) 4199 |
| วิธีทำ | วิธีทำ..... |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| ดังนั้น 1001 = | ดังนั้น 4199 = |

(3) จงตรวจสอบว่า 367 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ดังนั้น 367 เป็นจำนวน.....

(4) จงหาจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 124 ลงตัว มีกี่จำนวน

วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ดังนั้น จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่หาร 124 ลงตัว มี.....จำนวน

(5) จงเขียน 58191 ในรูปตัวเลขฐาน 3

วิธีทำ.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ดังนั้น 58191 ในรูปตัวเลขฐาน 3 คือ.....

แบบทดสอบย่อย (ครั้งที่ 2)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

(1) จงหา ห.ร.ม. ของ a และ b ต่อไปนี้ โดยใช้ขั้นตอนวิธีของยุคลิด

| | |
|---|---|
| 1) $a=153$ และ $b=207$ | 2) $a=3240$ และ $b=2484$ |
| วิธีทำ..... | วิธีทำ..... |
| ดังนั้น $(153,207)$ คือ..... | ดังนั้น $(3240,2484)$ คือ..... |

(2) จงหา ค.ร.น. ของ a และ b ต่อไปนี้

| | |
|---|---|
| 1) $a=24$ และ $b=36$ | 2) $a=12$ และ $b=54$ |
| วิธีทำ..... | วิธีทำ..... |
| ดังนั้น $[24,36]$ คือ..... | ดังนั้น $[12,54]$ คือ..... |

(3) มีมะม่วง 126 ผล ส้ม 180 ผล และแตงโม 198 ผล ต้องการแบ่งผลไม้ออกเป็นกอง ๆ โดยแต่ละกองมีจำนวนเท่ากัน และเป็นผลไม้ชนิดเดียวกัน อยากทราบว่า แต่ละกองมีผลไม้มากที่สุดกองละกี่ผล และแบ่งผลไม้ได้กี่กอง

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น แต่ละกองมีผลไม้มากที่สุดกองละ.....ผล
และแบ่งผลไม้ได้.....กอง

(4) ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ ถ้า $ab=3240$ และ $[a,b] = 360$ จงหา (a,b)

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น (a,b) คือ.....

(5) รถบัส กรุงเทพฯ-พัทลุง ออกจากสถานีทุก ๆ 20 นาที ในขณะที่รถบัส กรุงเทพฯ-สงขลา ออกจากสถานีทุก ๆ 25 นาที ถ้ารถบัสทั้งสองสายออกจากสถานีพร้อมกันเมื่อเวลา 8:00 น. อยากทราบว่า รถบัสทั้งสองสายจะออกพร้อมกันครั้งต่อไปเวลาเท่าใด

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ดังนั้น รถบัสทั้งสองสายจะออกพร้อมกันครั้งต่อไปเวลา..... น.

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

ตอนที่ 1 คำชี้แจง

1. แบบทดสอบชุดนี้สร้างขึ้น เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

1. ให้ $a = 3$, $b = 4$ และ $c = -2$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $a|(b + c)$

ข. $a|(b - c)$

ค. $b|ac$

ง. $a|bc$

2. ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $a|b$ และ $b|c$ แล้วข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $c^2|a$

ข. $a|c$

ค. $c^2|b$

ง. $b^2|a$

3. กำหนด a , b และ c เป็นจำนวนเต็ม พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $a|b$ และ $a|c$ แล้ว $a|(b+c)$

(2) ถ้า $a|b$ และ $a|c$ แล้ว $a|(b-c)$

ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. ข้อ (1) ถูก และข้อ (2) ถูก

ข. ข้อ (1) ถูก และข้อ (2) ผิด

ค. ข้อ (1) ผิด และข้อ (2) ถูก

ง. ข้อ (1) ผิด และข้อ (2) ผิด

4. จำนวนในข้อใดเป็นจำนวนประกอบทุกจำนวน

ก. 4, 6, 9, 11

ข. 3, 6, 9, 12

ค. 8, 12, 16, 20

ง. 2, 4, 6, 8

5. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) 289 เป็นจำนวนเฉพาะ

(2) 199 เป็นจำนวนประกอบ

ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. ข้อ (1) ถูก และข้อ (2) ถูก

ข. ข้อ (1) ถูก และข้อ (2) ผิด

ค. ข้อ (1) ผิด และข้อ (2) ถูก

ง. ข้อ (1) ผิด และข้อ (2) ผิด

6. จำนวนเต็มบวกที่หาร 120 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน
- | | |
|-------|-------|
| ก. 14 | ข. 16 |
| ค. 20 | ง. 22 |
7. จำนวนในข้อใดคือรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ ของ $2(3^2 + 5^2)$
- | | |
|--------------------------|--------------------|
| ก. 2×7^2 | ข. $2^2 \times 17$ |
| ค. $3 \times 2 \times 7$ | ง. $3^2 \times 7$ |
8. จำนวนในข้อใดเป็นจำนวนเฉพาะ
- | | |
|--------|--------|
| ก. 761 | ข. 771 |
| ค. 789 | ง. 791 |
9. จำนวนในข้อใดเป็นการเขียน 25 ในรูปตัวเลขฐาน 2
- | | |
|----------------|----------------|
| ก. $(11001)_2$ | ข. $(10101)_2$ |
| ค. $(10100)_2$ | ง. $(11010)_2$ |
10. เศษเหลือที่ได้จากการหาร 654321 ด้วย 246 คือจำนวนในข้อใด
- | | |
|--------|--------|
| ก. 108 | ข. 196 |
| ค. 207 | ง. 235 |
11. พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- (1) ผลบวกของจำนวนคี่กับจำนวนคู่ย่อมเป็นจำนวนคู่เสมอ
- (2) กำลังสองของจำนวนคี่ย่อมเป็นจำนวนคี่เสมอ
- ข้อใดสรุปถูกต้อง
- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| ก. ข้อ (1) ถูก และข้อ (2) ถูก | ข. ข้อ (1) ถูก และข้อ (2) ผิด |
| ค. ข้อ (1) ผิด และข้อ (2) ถูก | ง. ข้อ (1) ผิด และข้อ (2) ผิด |
12. ให้ m และ n เป็นจำนวนเต็ม ถ้า 5 หาร m เหลือเศษ 4 และ 5 หาร n เหลือเศษ 2 แล้ว 5 หาร $m+n$ เหลือเศษเท่ากับข้อใด
- | | |
|------|------|
| ก. 1 | ข. 2 |
| ค. 3 | ง. 4 |
13. จำนวนในข้อใดเป็น ห.ร.ม. ของ 360, 1008 และ 648
- | | |
|-------|-------|
| ก. 8 | ข. 12 |
| ค. 36 | ง. 72 |

14. ถ้า m คือ ห.ร.ม. ของ 412 และ 24
 n คือ ห.ร.ม. ของ 132 และ 36
 แล้ว ค่าของ $m+n$ คือจำนวนในข้อใด
- | | |
|-------|-------|
| ก. 14 | ข. 15 |
| ค. 16 | ง. 17 |
15. มีส้ม 30 ผล มะละกอ 42 ผล ต้องการแบ่งส้มและมะละกอ ออกเป็นกอง ๆ โดยแต่ละกองเป็นผลไม้ชนิดเดียวกัน มีจำนวนเท่ากัน และมีจำนวนมากที่สุด จะสามารถแบ่งผลไม้ทั้งหมดได้กี่กอง
- | | |
|-------|-------|
| ก. 6 | ข. 12 |
| ค. 16 | ง. 20 |
16. ให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า $ab=39690$ และ $[a,b]=630$
 แล้วค่าของ (a,b) เท่ากับข้อใด
- | | |
|-------|-------|
| ก. 54 | ข. 63 |
| ค. 85 | ง. 97 |
17. ถ้า $(a,28)=4$ และ $[a,28]=140$ แล้ว $[a,60]$ เท่ากับจำนวนในข้อใด
- | | |
|-------|-------|
| ก. 20 | ข. 40 |
| ค. 60 | ง. 80 |
18. ให้ $x = (24,36)$ และ $y = [24,36]$ แล้วค่าของ xy เท่ากับจำนวนในข้อใด
- | | |
|--------|--------|
| ก. 864 | ข. 872 |
| ค. 886 | ง. 894 |
19. จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 4, 6 และ 13 แล้วมีเศษเหลือ 3 คือจำนวนในข้อใด
- | | |
|--------|--------|
| ก. 248 | ข. 159 |
| ค. 341 | ง. 435 |
20. จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หารด้วย 5, 7 และ 12 แล้วมีเศษเหลือเป็น 4, 6 และ 11 ตามลำดับคือจำนวนในข้อใด
- | | |
|--------|--------|
| ก. 391 | ข. 412 |
| ค. 419 | ง. 536 |

GOOD LUCK

กระดาษคำตอบ

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบแต่ละข้อ
โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

| ข้อ | ก | ข | ค | ง |
|-----|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |
| 11 | | | | |
| 12 | | | | |
| 13 | | | | |
| 14 | | | | |
| 15 | | | | |
| 16 | | | | |
| 17 | | | | |
| 18 | | | | |
| 19 | | | | |
| 20 | | | | |

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

- ตอนที่ 2 คำชี้แจง**
- แบบทดสอบชุดนี้ สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 - แบบทดสอบชุดนี้เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดทุกข้อ
 - เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

(1) ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม จงแสดงว่า ถ้า $a|b$ และ $c|d$ แล้ว $ac|bd$

| การพิสูจน์ | เหตุผลประกอบ |
|------------|--------------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

(2) จงเขียน 12345 ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ 12345 ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ คือ.....

(3) จงเขียน 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ 18342 ในรูปตัวเลขฐาน 6 คือ.....

(4) จงหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ 9725 และ 255

| หา ห.ร.ม. ของ 9725 และ 255 | หา ค.ร.น. ของ 9725 และ 255 |
|---|---|
| <p>วิธีทำ.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p>วิธีทำ.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> |
| ตอบ (9725,255) คือ..... | ตอบ [9725,255] คือ..... |

(5) นาฬิกาสองเรือนตั้งเวลาปลุกไว้ทุก 25 นาที และ 40 นาที ตามลำดับ ถ้านาฬิกาทั้งสองเรือนปลุกพร้อมกันครั้งแรกเวลา 10:00 น. อยากทราบว่านาฬิกาทั้งสองเรือนจะปลุกพร้อมกันครั้งต่อไปเวลาใด

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตอบ นาฬิกาทั้งสองเรือนจะปลุกพร้อมกันครั้งต่อไปเวลา.....น.

ภาคผนวก จ
แบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น
และกิจกรรมการเรียนรู้

**แบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้
หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น
ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

คำชี้แจง

1. แบบสอบถามวัดเจตคติชุดนี้มีทั้งหมด 20 ข้อ เป็นแบบสอบถามความคิดเห็น ความรู้สึกของนักเรียนหลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มี 2 ด้าน ได้แก่

1.1 ด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น

1.2 ด้านกิจกรรมการเรียนรู้

2. ให้นักเรียนอ่านข้อความแต่ละข้ออย่างรอบคอบ แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง ที่ตรงกับความรู้สึกของนักเรียนเพียงช่องเดียว

| ข้อ | ข้อความ | ระดับความคิดเห็น | | | | |
|-----|---|-------------------|-------------|-----------------|--------------|--------------------|
| | | เห็นด้วยมากที่สุด | เห็นด้วยมาก | เห็นด้วยปานกลาง | เห็นด้วยน้อย | เห็นด้วยน้อยที่สุด |
| | ด้านเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น | | | | | |
| 1. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เรียนแล้ว มีความสนุกสนาน เพลิดเพลิน | | | | | |
| 2. | นักเรียนสามารถทำใบกิจกรรม เกี่ยวกับเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นได้ด้วยตนเอง | | | | | |
| 3. | ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น อ่านแล้ว เข้าใจง่าย ไม่สับสน | | | | | |
| 4. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เรียนแล้ว ทำให้นักเรียนคิด และทำงานอย่างมีระบบ | | | | | |
| 5. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เรียนแล้ว ทำให้นักเรียนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล | | | | | |
| 6. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น มีปัญหา ทำให้คิด และนำเสนอใจมากมาย | | | | | |
| 7. | เนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เรียนแล้ว ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ | | | | | |
| 8. | นักเรียนสามารถทำโจทย์การพิสูจน์ในเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นได้ด้วยตนเอง | | | | | |

| ข้อ | ข้อความ | ระดับความคิดเห็น | | | | |
|-----|--|-------------------|-------------|-----------------|--------------|--------------------|
| | | เห็นด้วยมากที่สุด | เห็นด้วยมาก | เห็นด้วยปานกลาง | เห็นด้วยน้อย | เห็นด้วยน้อยที่สุด |
| 9. | การพิสูจน์ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหา ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นมากขึ้น | | | | | |
| 10. | นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นไปใช้ได้ | | | | | |
| | ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ | | | | | |
| 11. | กิจกรรมการเรียนรู้ มีความหลากหลาย ชวนให้คิด และไม่น่าเบื่อ | | | | | |
| 12. | กิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียนร่วมกัน ทำงานเป็นทีม และรับผิดชอบต่อตนเอง | | | | | |
| 13. | กิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียน มีความกล้าแสดงออก | | | | | |
| 14. | กิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียน มีทักษะการให้เหตุผลมากขึ้น | | | | | |
| 15. | เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีความเหมาะสมกับเนื้อหา | | | | | |
| 16. | กิจกรรมการเรียนรู้ มีเอกสารและ ใบกิจกรรม ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหา ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นมากขึ้น | | | | | |
| 17. | กิจกรรมการเรียนรู้ ช่วยกระตุ้นให้นักเรียน ค้นพบความรู้ได้ด้วยตนเอง | | | | | |
| 18. | กิจกรรมการเรียนรู้ ช่วยฝึกทักษะการคิด คำนวณ และมีความละเอียดรอบคอบ | | | | | |
| 19. | กิจกรรมการเรียนรู้ ช่วยให้นักเรียน มีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น | | | | | |
| 20. | กิจกรรมการเรียนรู้ ส่งเสริมให้นักเรียน แลกเปลี่ยนความคิด และยอมรับฟังคนอื่น | | | | | |

ภาคผนวก จ
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหาในเอกสารหน่วยการเรียนรู้และใบกิจกรรม ตรวจสอบความถูกต้องของ แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหากับจุดประสงค์ การเรียนรู้ ของแบบทดสอบย่อยและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น รวมทั้งความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ ในแบบสอบถามวัดเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ มีดังนี้

1. รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ชาญฤทธิ

อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสระโร

อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. ครูพนมไพโร สวัสดิวงศ์

ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนปทุมคงคา กรุงเทพมหานคร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นางสาวเป็ยทิพย์ เขาไขแก้ว

วันเดือนปีเกิด 21 กุมภาพันธ์ 2525

สถานที่เกิด อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง

สถานที่อยู่ปัจจุบัน 108 หมู่ 1 ตำบลลานข่อย อำเภอป่าพะยอม จังหวัดพัทลุง 93110

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2537 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6
จากโรงเรียนบ้านลานข่อย

พ.ศ. 2543 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
จากโรงเรียนนิคมควนขนุนวิทยา

พ.ศ. 2547 การศึกษาระดับบัณฑิต (กศ.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์
จากมหาวิทยาลัยทักษิณ

พ.ศ. 2551 การศึกษาระดับมหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์
จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ