หลักสูตรลดระยะเวลาเรียน
สำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ ด้านคณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

แผนการจัดการเรียนรู้
สถิติและความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล

โครงการความร่วมมือระหว่างสำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษาและมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
ในการขยายเครือข่ายการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เขตพื้นที่การศึกษาภาคใต้

371.95 สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา
ส 691 ผ แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง สถิติและความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล หลักสูตรลดระยะเวลาเรียนสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กรุงเทพฯ : 2552
120 หน้า
ISBN 978-974-559-850-8
1. การศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ - หลักสูตร
2. การศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ-คณิตศาสตร์ 3. ชื่อเรื่อง

แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง สถิติและความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล หลักสูตรลดระยะเวลาเรียน สำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

สิ่งพิมพ์ สกศ. อันดับที่ 65 /2552
พิมพ์ครั้งที่ 1 กันยายน 2552
จำนวน 1,000 เล่ม
จัดพิมพ์เผยแพร่ สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้
สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา
99/20 ถนนสุโขทัย เขตดุสิต กรุงเทพฯ 10300
โทรศัพท์ 0-2668-7974 หรือ 0-2668-7123 ต่อ 2530
โทรสาร 0-2243-1129, 0-2668-7329
Web site: http:// www.onec.go.th และ http:// www.thaigifted.org
ผู้พิมพ์ บริษัท ออฟเซ็ท จำกัด
580 หมู่ 8 ซ.รามอินทรา 34 แยก 1
ถ.รามอินทรา แขวงท่าแร้ง เขตบางเขน กรุงเทพฯ 10230
โทรศัพท์ 0-2943-8373-4 โทรสาร 0-2510-7753

คำนำ

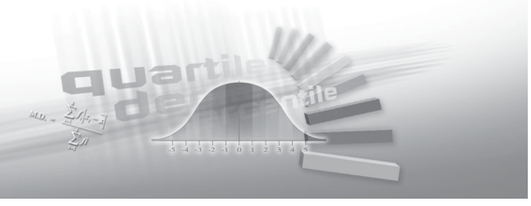
ตามที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 และแก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545 มาตรา 10 วรรคสี่ กำหนดให้การจัดการศึกษาสำหรับบุคคลซึ่งมีความสามารถพิเศษต้องจัดด้วยรูปแบบที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสามารถของบุคคลนั้น และในมาตรา 28 ยังได้กำหนดให้หลักสูตรการศึกษาสำหรับบุคคลซึ่งมีความสามารถพิเศษต้องมีลักษณะหลากหลาย ทั้งนี้ ให้จัดตามความเหมาะสมของแต่ละระดับ โดยมุ่งพัฒนาคุณภาพชีวิตของบุคคลให้เหมาะสมแก่วัยและศักยภาพ

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา โดยความร่วมมือของมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตหาดใหญ่ ได้ดำเนินการวิจัยนำร่องขยายเครือข่ายการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (เขตพื้นที่การศึกษาภาคใต้ ปีการศึกษา 2547) ซึ่งมีกระบวนการหนึ่งที่สำคัญคือ การจัดทำหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน (Acceleration Program) เป็นการจัดหลักสูตรสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ โดยปรับหลักสูตรปกติให้กระชับ ใช้เวลาเรียนให้สั้นลง เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียน และนำเวลาที่เหลือมาเพิ่มพูนประสบการณ์ในระดับที่กว้าง ยากและลึกซึ้งกว่าหลักสูตรปกติ ทั้งนี้จะเป็นการช่วยไม่ให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่ายการเรียนในวิชาปกติที่เขาสามารถเรียนรู้ได้เร็วกว่าเพื่อน รวมทั้งเป็นการป้องกันไม่ให้เกิดความถดถอยทางศักยภาพหรือทำลายศักยภาพของตัวเอง สำหรับการวัดและประเมินผลในหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน โรงเรียนควรใช้มาตรฐานเดียวกันเหมือนเด็กกลุ่มปกติ

เอกสารเล่มนี้เป็น **แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง สถิติและความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล ในหลักสูตรลดระยะเวลาเรียนสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย** ซึ่งเป็นหนึ่งในสิบแปดเล่มที่ได้จากการวิจัยนำร่องฯ ดังกล่าวข้างต้น โดยกำหนดให้มีการเรียนการสอนเพียง 5 ภาคเรียนจากปกติใช้เวลาทั้งหมด 6 ภาคเรียน ซึ่งเนื้อหาที่ปรากฏอยู่ในเอกสารเล่มนี้เป็นเพียงตัวอย่างเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนสามารถนำไปใช้สำหรับการเรียนการสอน ทั้งนี้ ครูผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ ปรับเปลี่ยน ขยายเนื้อหา หรือเลือกเนื้อหาอื่นๆ ที่น่าสนใจ หรือเหมาะสมกับสภาพการณ์ของครูและนักเรียนในแต่ละโรงเรียนได้

ในโอกาสนี้ สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษาขอขอบคุณรองศาสตราจารย์อาริสา รัตนเพ็ชร์ และคณะ จากภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ผู้บริหารโรงเรียน คณะครู-อาจารย์ และนักเรียนที่อยู่ในโครงการฯ ตลอดจนคณะครูคณิตศาสตร์โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา กรุงเทพฯ ที่เห็นคุณค่าของเอกสารนี้ จึงให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้องจนเสร็จสมบูรณ์ สำนักงานฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าองค์ความรู้ที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ จะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ของประเทศไทยต่อไป

(รศ.ธงทอง จันทรางศุ)
เลขาธิการสภาการศึกษา



คำชี้แจง

ตามที่พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ.2545 ในมาตรา 10 (วรรค 4) ได้กำหนดให้การจัดการศึกษาสำหรับบุคคลที่มีความสามารถพิเศษ ต้องจัดด้วยรูปแบบที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงความสามารถของบุคคลนั้น และมาตรา 28 ระบุว่า หลักสูตรการศึกษาระดับต่างๆ รวมทั้งหลักสูตรการศึกษาสำหรับบุคคลซึ่งมีความสามารถพิเศษต้องมีลักษณะหลากหลาย ทั้งนี้ให้จัดตามความเหมาะของแต่ละระดับ โดยมุ่งพัฒนาคุณภาพชีวิตของบุคคลให้เหมาะสมกับวัยและศักยภาพ นั้น

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา จึงได้จัดทำโครงการวิจัยนำร่องและพัฒนาเด็กและเยาวชนที่มีความสามารถพิเศษมาตั้งแต่ปี 2543 เพื่อค้นหารูปแบบและพัฒนาหลักสูตรการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษในสาขาวิชาต่างๆ ทั้งระดับประถมและมัธยมศึกษา ในลักษณะเรียนร่วมในโรงเรียนทั่วไป หรือที่เรียกว่า School in school Program โดยในปีการศึกษา 2547 ได้ขยายโรงเรียนเครือข่ายสู่ภูมิภาคในภาคเหนือและภาคใต้ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งกระบวนการจัดการศึกษานี้เน้นการจัด Gifted Education ขั้นตอนเริ่มตั้งแต่การเสาะหาและคัดเลือก มีการพัฒนาหลักสูตรที่ใช้วิธีการลดระยะเวลาเรียน (Acceleration Program) เป็นการย่นระยะเวลาเรียนให้น้อยลง แต่ยังคงเนื้อหาเท่าเดิมครบถ้วนตามหลักสูตรแกนที่กระทรวงศึกษาธิการกำหนด และจัดทำหลักสูตรเพิ่มพูนประสบการณ์ (Enrichment Program) เพิ่มเติมให้กับเด็กกลุ่มนี้ เป็นการขยายกิจกรรมในหลักสูตรให้กว้างและลึกซึ้งกว่าที่มีในหลักสูตรปกติ เพื่อช่วยกระตุ้นความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะในการคิด วิเคราะห์ การแก้ปัญหา การใช้สติปัญญาในการให้เหตุผล ฯลฯ เมื่อผู้เรียนสามารถจบหลักสูตรในแต่ละช่วงชั้นก่อนกำหนด (เช่น ด้านภาษาใช้เวลา 3 ภาคเรียน จาก 6 ภาคเรียนหรือด้านคณิตศาสตร์ ใช้เวลา 5 ภาคเรียน จาก 6 ภาคเรียน เป็นต้น) เวลาที่เหลือโรงเรียนหรือครูผู้สอนก็สามารถจัดหลักสูตรขยายประสบการณ์ (Extension Program) หรือให้นักเรียนที่มีประสบการณ์ทำงานร่วมกับผู้เชี่ยวชาญ (mentor) ซึ่งเป็นวิธีการจัดโปรแกรมการศึกษานอกหลักสูตรที่สามารถตอบสนองความสนใจและความสามารถเป็นรายบุคคล เช่น การจัด AP Program (Advanced Placement Program) หรือโครงการเรียนล่วงหน้า ที่เป็นการนำเอาเนื้อหาในหลักสูตรระดับอุดมศึกษามาเรียนในขณะที่ยังเรียนอยู่ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และสามารถเก็บหน่วยกิตไว้ได้ เป็นต้น นอกจากนี้ ยังต้องปรับวิธีการวัดและประเมินผลตามสภาพจริง มีการจัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม และมีการบริหารจัดการที่เอื้อต่อการจัดการศึกษาให้กับเด็กกลุ่มนี้ด้วย

แผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้ เป็นหนึ่งใน 18 เล่ม ที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ ในหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน(Acceleration Program) โดยกำหนดให้มีการเรียนการสอนเพียง 5 ภาคเรียน (ปกติใช้เวลาทั้งหมด 6 ภาคเรียน) ของโรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการฯ เขตพื้นที่การศึกษาภาคใต้ โดยแต่ละโรงเรียนจะใช้แผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน แต่อาจจะมีลำดับในการสอนแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของแต่ละโรงเรียน (ดูรายละเอียดแผนการจัดการเรียนรู้ของแต่ละหน่วยการเรียนในตารางหน้าถัดไป) สำหรับการวัดและประเมินผลตามหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน เป็นการวัดความรู้ความเข้าใจของผู้เรียน โดยใช้ข้อสอบ Pre-test และ Post-test ที่ออกโดยคณะวิจัย และอาจารย์รับผิดชอบโครงการจากแต่ละโรงเรียน

ตารางแผนการจัดการเรียนรู้ของหลักสูตรลดระยะเวลาเรียน
ด้านคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ระดับ		เนื้อหา	จำนวนคาบ	โรงเรียนที่รับผิดชอบเขียนแผนการจัดการเรียนรู้
มัธยมศึกษาปีที่ 4	ภาคเรียนที่ 1	1. เซต	10	โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย จ.สตูล
		2. การให้เหตุผล	6	โรงเรียนพุนพินพิทยาคม
		3. ตรรกศาสตร์	24	โรงเรียนพุนพินพิทยาคม
		4. จำนวนจริงและทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น	38	โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย
	ภาคเรียนที่ 2	5. เรขาคณิตวิเคราะห์	38	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาภาคใต้
		6. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	30	โรงเรียนสุราษฎร์ธานี
		7. ตรีโกณมิติ	48	โรงเรียนบูรณะรำลึก และมหาวชิราวุธ
		8. กำหนดการเชิงเส้น	6	โรงเรียนมหาวชิราวุธ
รวม			200	
มัธยมศึกษาปีที่ 5	ภาคเรียนที่ 1	9. ฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียลและลอการิทึม	27	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาภาคใต้
		10. เมทริกซ์และดีเทอร์มินันท์	20	โรงเรียนสุราษฎร์ธานี
		11. เวกเตอร์ 2 และ 3 มิติ	36	โรงเรียนพุนพินพิทยาคม
		12. จำนวนเชิงซ้อนและสมการพหุนาม	24	โรงเรียนมหาวชิราวุธ
	ภาคเรียนที่ 2	13. ทฤษฎีกราฟ	15	โรงเรียนบูรณะรำลึก
		14. ลำดับและอนุกรม	38	โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย
		15. ลิมิตของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และการอินติเกรต	40	โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย จ.สตูล
รวม			200	
มัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1		16. การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่	30	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาภาคใต้
		17. ความน่าจะเป็น	20	โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย
		18. สถิติและความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล	50	
		▪ การนำเสนอข้อมูลและค่ากลาง (12 คาบ)		โรงเรียนบูรณะรำลึก
		▪ การกระจายของข้อมูล (25 คาบ)		โรงเรียนสุราษฎร์ธานี
		▪ ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน (13 คาบ)		โรงเรียนพุนพินพิทยาคม
รวม			100	

สารบัญ

เรื่อง	*หน้า*
❖ **ส่วนที่ 1 การนำเสนอข้อมูลและค่ากลาง**	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง สถิติและข้อมูล	**2**
ใบความรู้ที่ 1	4
ใบงานที่ 1	6
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น	**8**
ใบความรู้ที่ 2	10
ใบงานที่ 2	13
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง การวัดค่ากลางของข้อมูล	**21**
ใบความรู้ที่ 3	23
ใบงานที่ 3	32
❖ **ส่วนที่ 2 การกระจายของข้อมูล**	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล	**40**
ใบกิจกรรมที่ 4.1	45
ใบกิจกรรมที่ 4.2	46
ใบกิจกรรมที่ 4.3	47
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง การวัดการกระจายสัมบูรณ์	**48**
ใบกิจกรรมที่ 5.1	56
ใบกิจกรรมที่ 5.2	57
ใบกิจกรรมที่ 5.3	58
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง การวัดการกระจายสัมพันธ์	**59**
ใบความรู้ที่ 6	63
ใบกิจกรรมที่ 6.1	64
ใบกิจกรรมที่ 6.2	65
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง ค่ามาตรฐาน	**66**
ใบกิจกรรมที่ 7.1	69
ใบกิจกรรมที่ 7.2	70
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ	**71**
ใบความรู้ที่ 8.1	76
ใบความรู้ที่ 8.2	77

เรื่อง	*หน้า*
ใบกิจกรรมที่ 8.1	78
ใบกิจกรรมที่ 8.2	80
❖ **ส่วนที่ 3 ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน**	
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	**82**
เอกสารแนะแนวทางที่ 9.1	84
แบบฝึกหัดที่ 9.1	86
เอกสารแนะแนวทางที่ 9.2	87
แบบฝึกหัดที่ 9.2	90
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	**91**
ใบความรู้ที่ 10	99
แบบฝึกหัดที่ 10	101
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล	**104**
เอกสารแนะแนวทางที่ 11	106
ใบงานกลุ่ม	108
แบบฝึกหัดทบทวน	109
แบบทดสอบ	112

ส่วนที่ 1
การนำเสนอข้อมูลและค่ากลาง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง **สถิติและข้อมูล** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 3 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง มุ่งให้ผู้เรียนมีความรู้เข้าใจ ในเรื่องข้อมูล ข่าวสาร การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ตลอดจนวิเคราะห์ข้อมูลอย่างง่ายโดยใช้วิชาสถิติ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

1.1 ใช้ข้อมูลช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ ในชีวิตประจำวัน

1.2 บอกความหมายของข้อมูลและข่าวสาร

1.3 บอกวิธีที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลแบบปฐมภูมิและทุติยภูมิ

1.4 บอกลักษณะของข้อมูลที่นำมาใช้ในการวางแผนและการตัดสินใจ

1.5 บอกวิธีเก็บรวบรวมข้อมูลที่กำหนดให้ได้อย่างเหมาะสม

2. แนวความคิดหลัก

สถิติเป็นวิชาที่มีบทบาทในทุกวงการทั้งการศึกษา เศรษฐกิจ ฯลฯ ผู้เรียนควรมีความรู้ในทางสถิติพอที่จะเข้าใจในรายงานที่เสนอโดยวิธีการทางสถิติ

3. เนื้อหาสาระ

สถิติกับการตัดสินใจและการวางแผน ข้อมูลและการเก็บรวบรวมข้อมูล

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

4.1 สนทนาซักถามเกี่ยวกับการใช้สถิติในชีวิตประจำวัน ที่นักเรียนได้พบได้เห็นมา โดยครูยกตัวอย่างในใบความรู้ที่ 1 และให้นักเรียนยกตัวอย่างข้อมูลที่นักเรียนได้รับรู้จากประสบการณ์ตรง หรือจากสื่อต่างๆ ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปให้เห็นว่าการตัดสินใจแต่ละเรื่องต้องอาศัยประสบการณ์และข่าวสาร

4.2 แบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 4 คน ศึกษาตัวอย่างข้อมูลทางสถิติ ข้อมูลและการเก็บรวบรวมข้อมูลในใบความรู้ที่ 1 และทำกิจกรรมในใบงานที่ 1

4.3 ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 1 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป และทำกิจกรรมในใบงานที่ 1

4.4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม เก็บรวบรวมข้อมูลที่นักเรียนสนใจ โดยเลือกวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมและให้แต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียน

5. แหล่งการเรียนรู้

- ใบความรู้ที่ 1
- หนังสือแบบเรียน
- ห้องสมุด เอกสาร ข่าวสาร

6. กระบวนการวัดและการประเมินผล

สิ่งที่วัด	วิธีวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. ด้านความรู้	1. ตรวจใบงาน 2. ทดสอบ	1. ใบงาน 2. แบบทดสอบ	1. ทำถูกต้องอย่างน้อย 95% 2. ทำถูกต้องอย่างน้อย 80%
2. ด้านทักษะ	1. ตรวจผลงาน 2. สังเกต	1. แบบฝึกหัด หนังสือแบบเรียน 2. แบบสังเกต	1. ผ่านระดับดี 90%
3. ด้านคุณลักษณะ	สังเกต	แบบสังเกต	ผ่านระดับดี 90%

7. บันทึกการสอน

.....

.....

.....

.....

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

ใบความรู้ที่ 1

1. ตัวอย่าง กรณี หรือปัญหาที่ต้องใช้สถิติ

1.1 ในจังหวัดตรังมีผู้มาใช้สิทธิเลือกตั้งสมาชิกสภาผู้แทนราษฎร 68%

1.2 แนวโน้มเศรษฐกิจของประเทศไทยปีนี้เมื่อเทียบกับปีที่แล้วเติบโตขึ้น 6%

1.3 วันนี้เราควรเตรียมร่มหรือเสื้อกันฝนไปโรงเรียนด้วย

1.4 สวนดุสิตโพลได้สำรวจความคิดเห็นเกี่ยวกับการดำเนินงานของรัฐบาล

2. ปัญหาหรือข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันหรือการทำงานมีหลายปัญหาที่จำเป็นต้องใช้ข้อเท็จจริง ประสบการณ์ และสิ่งที่สำคัญที่ช่วยในการตัดสินใจคือ ข้อมูลหรือข่าวสาร ซึ่งข้อมูลนั้นอาจเป็นข้อมูลทางตรงหรือนำข้อมูลนั้นมาวิเคราะห์ก่อน ซึ่งจำเป็นต้องใช้สถิติในการตัดสินใจ สิ่งแรกที่ควรทำคือ การวางแผนก่อนว่าต้องใช้ข้อมูลใดบ้าง ใช้สถิติวิธีใดบ้างในการวิเคราะห์ข้อมูล เช่น

- ตัดสินใจในการเลือกคณะในการสอบเข้ามหาวิทยาลัย
- ตัดสินใจเลือกมหาวิทยาลัยที่จะศึกษาต่อ
- ตัดสินใจว่าวันนี้จะเดินทางไปโรงเรียนโดยวิธีใด
- ตัดสินใจว่าจะเลือกซื้อหนังสือคู่มือคณิตศาสตร์เล่มใด

3. สรุปความหมายของสถิติ

โดยทั่วไปความหมายของสถิติให้ไว้ 2 ความหมาย คือ

3.1 สถิติ หมายถึง ตัวเลขหรือกลุ่มตัวเลขที่แทนข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือเป็นวิชาที่เป็นทั้งวิทยาศาสตร์และศิลปะว่าด้วยการศึกษาที่เกี่ยวกับข้อมูล ซึ่งประกอบด้วย

การเก็บรวบรวมข้อมูล (collection data)

การนำเสนอข้อมูล (presentation data)

การวิเคราะห์ข้อมูล (analysis data)

การตีความหมายข้อมูล (interpretation data)

การวิเคราะห์ข้อมูลขั้นต้นที่มุ่งวิเคราะห์เพื่ออธิบายลักษณะกว้างๆ ของมูลชุดนั้น เรียกสถิติเชิงพรรณนา (descriptive Statistics) การวิเคราะห์ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากตัวอย่างเพื่ออ้างอิงไปถึงข้อมูลทั้งหมด เรียก สถิติเชิงอนุมาน (inferential Statistics)

3.2 สถิติ หมายถึง วิธีการที่เริ่มต้นตั้งแต่การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ เพื่อหาข้อสรุปจากข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาอธิบาย หรือตอบคำถามประเด็นปัญหาที่สนใจ ข้อมูลที่ผ่านการวิเคราะห์แล้วนี้เรียกว่า สารสนเทศ หรือข่าวสาร (information)

4. ข้อมูลและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อมูล (data) หมายถึง ข้อความจริงหรือสิ่งที่บ่งบอกถึงสภาพ สถานการณ์ หรือปรากฏการณ์ใดปรากฏการณ์หนึ่ง โดยข้อมูลอาจเป็นตัวเลขหรือข้อความที่ไม่เป็นตัวเลข

ประเภทของข้อมูล ประเภทของข้อมูลสามารถจำแนกได้ตามวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล และลักษณะของข้อมูลได้ดังนี้

4.1 การจำแนกข้อมูลตามวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล แบ่งได้ 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ

ข้อมูลปฐมภูมิ (primary data) คือ ข้อมูลผู้ใช้จะต้องเก็บรวบรวมจากผู้ให้ข้อมูลหรือแหล่งที่มาของข้อมูลโดยตรง ซึ่งได้จากการสัมภาษณ์ การวัด การนับ หรือสังเกตจากแหล่งข้อมูลโดยตรง การเก็บรวบรวมข้อมูลประเภทนี้ทำได้ 2 วิธีคือ การทำสำมะโน (census) และการสำรวจจากกลุ่มตัวอย่าง (sample survey)

ข้อมูลทุติยภูมิ (secondary data) คือ ข้อมูลที่ผู้ใช้ไม่ต้องเก็บรวบรวมจากผู้ให้ข้อมูลโดยตรง แต่ได้จากข้อมูลที่มีผู้อื่นเก็บรวบรวมไว้แล้ว แหล่งข้อมูลทุติยภูมิที่สำคัญคือ รายงานต่างๆ ของหน่วยงาน รายงานและบทความจากหนังสือ

4.2 การจำแนกประเภทของข้อมูลตามลักษณะของข้อมูล จำแนกเป็น 2 ลักษณะ คือ ข้อมูลเชิงคุณภาพ และข้อมูลเชิงปริมาณ

ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative Data) คือข้อมูลที่ใช้แทนขนาดหรือปริมาณ ซึ่งวัดออกมาเป็นจำนวนที่สามารถนำมาเปรียบเทียบกันได้โดยตรง

ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data) คือข้อมูลที่ไม่สามารถวัดออกมาเป็นจำนวนได้โดยตรงแต่อธิบายลักษณะหรือคุณสมบัติในเชิงคุณภาพได้

5. วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลปฐมภูมิ *นิยมใช้กันทั่วๆ ไป 5 วิธี คือ*

5.1 การสัมภาษณ์

5.2 การสอบถามทางไปรษณีย์

5.3 การสอบถามทางโทรศัพท์

5.4 การสังเกต

5.5 การทดลอง

วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลทุติยภูมิ

ส่วนใหญ่มักจะอยู่ในหนังสือ รายงาน บทความ หรือเอกสารต่างๆ

ใบงานที่ 1

1. จงหาว่าข้อมูลต่อไปนี้เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพหรือข้อมูลเชิงปริมาณ

1) คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ ……..
2) จำนวนผู้โดยสารที่รอรถประจำทาง ……..
3) เลขทะเบียนรถยนต์ส่วนบุคคล ……..
4) ราคารถยนต์ ……..
5) อาชีพผู้ปกครองของนักเรียน ……..
6) โรคของผู้ป่วยในโรงพยาบาล ……..
7) วุฒิของครูในโรงเรียน ……..
8) ปริมาณผลผลิตข้าวตามภาคต่างๆ ……..
9) ขนาดรองเท้าของนักเรียน ……..
10) เลขประจำตัวประชาชน ……..

2. ข้อความต่อไปนี้ข้อความใดถูกต้อง

1) สถิติศาสตร์เป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อหาข้อสรุปจากข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาอธิบายปรากฏการณ์หนึ่ง หรือตอบคำถามหรือประเด็นปัญหาที่สนใจ

2) สถิติเชิงอนุมานคือ วิธีการในการสรุปและนำเสนอข้อมูลด้วยตัวเลขสถิติชุดหนึ่ง เช่น ค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง ค่าการกระจาย หรือแผนภูมิต่างๆ

3) สถิติเชิงพรรณนา คือ การนำข้อมูลเพียงส่วนหนึ่งซึ่งเรียกว่าตัวอย่างมาวิเคราะห์ โดยอาศัยความรู้ทางสถิติ คณิตศาสตร์ขั้นสูง

4) กระบวนการทางสถิติจะประกอบด้วย การกำหนดประเด็นปัญหาทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การสรุปสาระสำคัญและการนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการสรุปผลเพื่อตอบคำถามหรือปัญหาในประเด็นที่สนใจ

5) ข้อมูลเชิงปริมาณ คือ ข้อมูลที่แสดงลักษณะ ประเภท รูปแบบที่ไม่สามารถวัดค่าออกมาเป็นตัวเลขและสื่อความหมายค่าของตัวเลขได้โดยตรง

6) วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลของการสำรวจตัวอย่าง อาจใช้การสอบถาม การสัมภาษณ์ หรือการสังเกตแต่ต้องเก็บจากทุกหน่วยที่ให้ข้อมูลนั้น

7) การเลือกวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมกับแต่ละเรื่อง หรือแต่ละสถานการณ์นั้นจะขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์หรือความต้องการที่จะนำข้อมูลไปใช้เพื่อตอบคำถามหรือปัญหาของผู้ใช้

3. จงยกตัวอย่างข้อมูลที่เป็นข้อมูลปฐมภูมิมา 5 ตัวอย่าง

1) .....

2) .....

3) .....

4) .....

5) .....

4. จงยกตัวอย่างแหล่งที่มาของข้อมูลทุติยภูมิมา 5 แหล่ง

1) .....

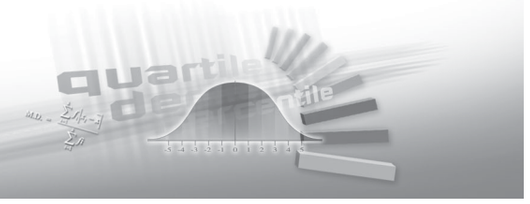
2) .....

3) .....

4) .....

5) .....

5. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเก็บรวบรวมข้อมูลในเรื่องที่สนใจ โดยเลือกวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมกับข้อมูลที่ต้องการ พร้อมนำเสนอในรูปรายงานหรือวิธีการอื่นที่เหมาะสม



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง **การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 4 ชั่วโมง

ผลการเรียนที่คาดหวัง

มุ่งให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในพื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

1.1 บอกลักษณะโดยส่วนรวมของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 สร้างตารางแจกแจงความถี่ของข้อมูล เมื่อกำหนดขนาดของอันตรภาคชั้นให้พร้อมทั้งบอกรายละเอียดต่างๆ ของตารางแจกแจงความถี่ ได้แก่ พิสัย ความกว้างของอันตรภาคชั้น ขอบล่าง ขอบบน จุดกึ่งกลางชั้น ความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น

1.3 สร้างตารางแจกแจงความถี่สะสม ความถี่สัมพัทธ์ ความถี่สะสมสัมพัทธ์ พร้อมทั้งบอกความหมายที่หาได้จากตารางแจกแจงความถี่

1.4 สร้างฮิสโทแกรม รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ เส้นโค้งของความถี่และเส้นโค้งของความถี่สะสมจากข้อมูลที่กำหนดให้

2. แนวความคิดหลัก

สถิติเป็นวิชาที่มีบทบาทในทุกวงการทั้งการศึกษา เศรษฐกิจ ฯลฯ ผู้เรียนควรมีความรู้ในทางสถิติเพื่อการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ให้ทราบถึงลักษณะโดยรวมของข้อมูลชุดนั้น

3. เนื้อหาสาระ

การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น เป็นการวิเคราะห์เพื่อทราบลักษณะโดยรวมของข้อมูลเกี่ยวกับเรื่องนั้น

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

4.1 สนทนา ซักถาม นักเรียนเกี่ยวกับข้อมูลของโรงเรียนในเรื่องต่างๆ เช่น จำนวนนักเรียนจำแนกตามชั้นเรียน จำนวนนักเรียนโดยเฉลี่ยต่อห้อง จำนวนครูจำแนกตามเพศ อายุ และระดับการศึกษา และให้นักเรียนบอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนทุกคนในชั้นเรียน เช่น น้ำหนัก ส่วนสูง

4.2 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน ให้ช่วยกันศึกษาจากใบความรู้ที่ 2 ในเรื่อง การสร้างตารางแจกแจงความถี่ และสร้างตารางแจกแจงความถี่จากใบงานที่ 2

4.3 จากตารางแจกแจงความถี่ ครูอธิบายเรื่อง การแจกแจงความถี่สะสม ความถี่สะสมสัมพัทธ์ ร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์ การสร้างฮิสโทแกรมของความถี่ รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ และความถี่สะสม โค้งของความถี่ และโค้งของความถี่สะสม แล้วให้นักเรียนบอกความหมายของข้อมูลจากตารางหรือกราฟที่สร้าง

4.4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัด แล้วส่ง 1 ชุดเป็นผลงานกลุ่ม

4.5 ให้นักเรียนศึกษาการจัดข้อมูลเป็นกลุ่ม ด้วยแผนภาพต้น–ใบ โดยให้นักเรียนได้ศึกษาจากใบความรู้ที่ 2 ท้ายเรื่องและให้ทำแบบฝึกในใบงานที่ 2 ข้อ 7-8 ส่ง 1 ชุดเป็นผลงานกลุ่ม

5. แหล่งข้อมูล

- ใบความรู้ที่ 2
- หนังสือแบบเรียน
- ห้องสมุด

6. กระบวนการวัดและประเมินผล

สิ่งที่วัด	วิธีวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. ด้านความรู้	1. ตรวจใบงาน 2. ทดสอบ	1. ใบงาน 2. แบบทดสอบ	1. ทำถูกต้องอย่างน้อย 95% 2. ทำถูกต้องอย่างน้อย 80%
2. ด้านทักษะ	1. ตรวจผลงาน 2. สังเกต	1.แบบฝึกหัด หนังสือแบบเรียน 2. แบบสังเกต	1. ผ่านระดับดี 90%
3. ด้านคุณลักษณะ	สังเกต	แบบสังเกต	ผ่านระดับดี 90%

7. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

ใบความรู้ที่ 2

1. ตัวแปร (Variable) หมายถึง ลักษณะบางประการของประชากรที่เราสนใจ วิเคราะห์โดยที่ลักษณะนั้นๆ สามารถเปลี่ยนค่าได้ ไม่ว่าจะเป็นเชิงปริมาณ หรือเชิงคุณภาพ ถ้าให้ x เป็นตัวแปรที่ใช้แสดงผลในการสอบ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน คะแนนที่นักเรียนแต่ละคนสอบได้ เรียกว่า “ค่าจากการสังเกต” เรียกคะแนนที่อาจเป็นไปได้สำหรับการสอบ ซึ่งมี 11 ค่า คือ 0,1,2,3,...,10

2. ในการสอบคณิตศาสตร์ซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน และมีนักเรียน 6 คน เข้าสอบ ได้คะแนนดังนี้ 0,2,5,7,9 สามารถเขียนในรูปตารางดังนี้

x (คะแนน)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f (ความถี่)	1	0	1	0	0	2	0	1	0	1	0

จากตาราง ตัวแปร (**x**) คือ คะแนนสอบคณิตศาสตร์
ค่าจากการสังเกต คือ 0,2,5,7,9
ค่าที่เป็นไปได้ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 10
คะแนนที่สอบได้ 0,2,5,7,9 มีจำนวน 1,1,2,1,1 เป็นความถี่ของคะแนน
ส่วนคะแนน 1,3,4,6,8,10 มีความถี่เป็น 0

การหาค่าความถี่ของค่าที่เป็นไปได้เช่นนี้เรียกว่า “การแจกแจงความถี่”

ความถี่ (frequency) คือจำนวนที่แสดงว่าค่าที่เป็นไปได้แต่ละค่าเกิดขึ้นกี่ครั้ง ซึ่งมักแทนด้วย f

3. ให้นักเรียน เรียนรู้คำศัพท์ต่อไปนี้ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล จากตารางแจกแจงความถี่

3.1 อันตรภาคชั้น คือ ช่วงค่าที่เป็นไปได้ของตัวแปร

3.2 ขอบล่าง (L;Lower boundary) คือค่ากึ่งกลางระหว่างค่าน้อยที่สุดในอันตรภาคชั้นนั้นกับค่ามากที่สุดของอันตรภาคชั้นที่ติดกันที่เป็นช่วงคะแนนต่ำกว่า

3.3 ขอบบน (U;Upper boundary) คือค่ากึ่งกลางระหว่างค่ามากที่สุดในอันตรภาคชั้นนั้นกับค่าน้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นที่ติดกันที่เป็นช่วงที่สูงกว่า

3.4 เขตชั้น (The class boundary) เป็นการบ่งบอกขอบเขตของอันตรภาคชั้น โดยใช้ขอบล่างและขอบบนของชั้น

3.5 จุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้น (Xi ; midpoint)

$$X_i = \frac{\text{ขอบบน+ขอบล่าง}}{2} = \frac{\text{ค่ามากสุด+ค่าน้อยสุด}}{2}$$

3.6 ความกว้างของอันตรภาคชั้น

I = ขอบบน-ขอบล่าง

4. ให้นักเรียนเรียนรู้คำศัพท์ต่อไปนี้

4.1 การแจกแจงความถี่สะสม (Cumulative frequency ; cf)

ความถี่สะสมของอันตรภาคชั้น คือ ผลรวมของความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นนั้นกับความถี่ของอันตรภาคชั้นของค่าที่อยู่ต่ำกว่าทั้งหมด หรือสูงกว่าทั้งหมดอย่างใดอย่างหนึ่ง

4.2 ความถี่สัมพัทธ์ (Relative frequency) ของอันตรภาคชั้นใด คืออัตราส่วนระหว่างความถี่ของอันตรภาคชั้นนั้นกับผลรวมของความถี่ทั้งหมด

$$\text{ความสัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่ของอันตรภาคชั้นนั้น}}{\text{ผลรวมของความถี่ทั้งหมด}}$$

$$\text{ร้อยละของความถี่ที่สัมพัทธ์} = \text{ความถี่สัมพัทธ์} \times 100$$

4.3 ความถี่สะสมสัมพัทธ์ (Relative Cumulative frequency) ของอันตรภาคชั้นใด หมายถึง อัตราส่วนระหว่างความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นนั้นกับผลรวมความถี่ทั้งหมด

$$\text{ความถี่สะสมสัมพัทธ์} = \frac{\text{ความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นนั้น}}{\text{ผลรวมของความถี่ทั้งหมด}}$$

$$\text{ร้อยละความถี่สะสมสัมพัทธ์} = \text{ความถี่สะสมสัมพัทธ์} \times 100$$

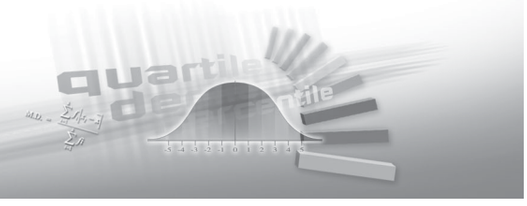
5. การแสดงการแจกแจงความถี่โดยกราฟ

เพื่อให้เห็นการเปรียบเทียบข้อมูลอย่างชัดเจน สามารถนำค่าจากตารางแจกแจงความถี่มานำเสนอด้วยกราฟ โดยกราฟที่ใช้แสดงการแจกแจงความถี่มีดังนี้

5.1 ฮิสโทแกรม (histogram) เป็นกราฟที่แสดงโดยใช้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเรียงติดต่อกันบนแกนนอน โดยแกนนอนแทนค่าของตัวแปร ความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมแทนความกว้างของอันตรภาคชั้น และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูปแทนความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น

5.2 รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ (frequency polycon) เป็นรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ที่เกิดจากการโยงจุดกึ่งกลางของยอดแท่งฮิสโทแกรมแต่ละแท่งด้วยส่วนของเส้นตรง โดยเริ่มจากชั้นก่อนอันตรภาคชั้นแรก

5.3 เส้นโค้งของความถี่ (frequency curve) คือเส้นโค้งที่ได้จากการปรับด้านของรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ให้เรียบ โดยมีหลักในการปรับว่าต้องปรับแล้วให้ได้พื้นที่ใต้เส้นโค้งความถี่เท่ากับพื้นที่ใต้รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ให้มากที่สุด



กราฟแสดงการแจกแจงความถี่สะสม

รูปหลายเหลี่ยมของความถี่สะสม คือ รูปเหลี่ยมที่เกิดจากการโยงจุดกึ่งกลางของยอดฮิสโทแกรมแต่ละแท่งด้วยส่วนของเส้นตรงโดยเริ่มจากชั้นก่อนอันตรภาคชั้นแรกและลบชั้นอันตรภาคสุดท้าย

เส้นโค้งของความถี่สะสม หรือโอจีฟ (Ogive) คือ เส้นโค้งที่ได้จากการปรับด้านของรูปหลายเหลี่ยมของความถี่สะสมให้เรียบ

แผนภาพต้น-ใบ (Stem-and-leaf plop)

เป็นการจัดข้อมูลเป็นกลุ่มๆ โดยสามารถบอกข้อมูลที่แท้จริงของข้อมูลเดิมได้ เช่น คะแนนสอบของนักเรียน 20 คน เป็นดังนี้

คะแนนสอบของ น.ร. คนที่ 1-10	39	43	45	42	28	30	39	42	25	34
คะแนนสอบของ น.ร. คนที่ 11-20	35	37	35	27	39	34	22	40	40	40

แบ่งกลุ่มข้อมูลเป็น 3 กลุ่มดังนี้

กลุ่มที่ 1. ได้คะแนนตั้งแต่ 20-29
2. ได้คะแนนตั้งแต่ 30-39
3. ได้คะแนนตั้งแต่ 40-49

จากกลุ่มข้อมูล 3 กลุ่ม นำมาสร้างเป็นลำต้น (stem) โดยใช้เลขโดดจากหลักสิบของแต่ละกลุ่มดังนี้

20-29	2
30-39	3
40-49	4
	ลำต้น

แจกแจงความถี่โดยพิจารณาจากข้อมูลที่มี ดังนี้

20-29 มีดังนี้ 28 25 22 27
30-39 มีดังนี้ 39 30 39 34 35 37 35 39 34
40-49 มีดังนี้ 43 45 42 42 40 44 40

จากข้อมูลข้างบนสามารถเขียนแผนภาพโดยใช้เลขโดดในหลักสิบเป็นลำต้น แล้วต่อเป็นใบ (leaf) ด้วยเลขโดดในหลักหน่วยของข้อมูลในแต่ละกลุ่มและจัดเรื่องใหม่ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

2	2 5 7 8
3	0 4 4 5 5 7 9 9 9
4	0 2 2 3 4 4 5

ใบงานที่ 2

1. จากการสอบถามลูกค้าจำนวน 50 คน ที่เข้ามาซื้อของในซุปเปอร์มาร์เก็ตของห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งพบว่ายอดเงิน (บาท) ที่ลูกค้าจ่ายดังนี้

217	352	592	156	421	261	508	323	236	430
301	291	439	524	287	460	341	137	369	262
402	316	89	372	201	423	417	468	248	672

1) จงสร้างตารางแจกแจกความถี่โดยใช้อันตรภาคชั้นดังนี้

ต่ำกว่า 100

100 - 199

200 - 299

300 - 399

400 - 499

500 - 599

600 - 699

2) จากตารางแจกแจงความถี่ข้อ1) จงหาว่าลูกค้าส่วนใหญ่ใช้เงินจับจ่ายสินค้าอยู่ในช่วงอันตรภาคชั้นใด

3) จำนวนลูกค้าที่ซื้อสินค้าต่ำกว่า 100 บาท มีมากหรือน้อยกว่า ลูกค้าที่ซื้อสินค้าในช่วง 600-699 บาทกี่คน

4) จงประมาณจำนวนเงินที่ลูกค้าทั้ง 50 คน ใช้ในการซื้อสินค้าจากตารางแจกแจงความถี่ในข้อ 1)

2. จากตารางแจกแจงความถี่สะสมของอายุคนในครอบครัวที่ทำการสำรวจมาดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม (คน)
10 - 19	2
20 - 29	17
30 - 39	27
40 - 49	32
50 - 59	32
60 - 69	35

1) จงหาจำนวนคนที่มีอายุอยู่ในช่วง 10 - 19, 20 - 29 , 30 - 39, 40 - 49, 50 - 59, และ 60 - 69 ปี

2) จงหาว่าส่วนใหญ่ของคนกลุ่มนี้อยู่ในช่วงอายุกี่ปี

3. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 60 คน

อันตรภาคชั้น	ความถี่สะสม
30 - 39	1
40 - 49	3
50 - 59	9
60 - 69	29
70 - 79	50
80 - 89	58
90 - 99	60

จากตารางแจกแจงความถี่สะสมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 60 คน ข้างต้นจงหา

1) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 80 ถึง 89 คะแนนและ 60 ถึง 89 คะแนน
2) จำนวนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่า 50 คะแนน
3) ช่วงของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนส่วนใหญ่สอบได้
4) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 70 คะแนนขึ้นไป

4. ถ้าจำนวนประชากรที่อาศัยอยู่ในหมู่บ้านต่างๆ จำนวน 66 หมู่บ้านของอำเภอหนึ่งเป็นดังนี้

345 494 604 730 468 607 395 494
530 563 515 505 468 461 560 490
556 444 523 549 624 439 384 402
354 629 545 472 582 596 585 523
593 439 505 475 574 417 629 420
574 486 527 611 578 490 490 585
516 505 431 541 523 523 468 549
479 604 464 691 575 585 603 417
446 406

1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ให้มี 10 อันตรภาคชั้นที่มีความกว้างของแต่ละอันตรภาคชั้นเท่ากัน และให้อันตรภาคชั้นแรก เป็น 341 - 380

2) จากตารางแจกแจงความถี่ที่ทำในข้อ 1) จงหา

(1) จำนวนหมู่บ้านที่มีประชากรอาศัยอยู่ต่ำกว่า 501 คน

(2) จำนวนหมู่บ้านทั้งหมดที่มีประชากรอาศัยอยู่ตั้งแต่ 381 ถึง 580 คน

(3) จำนวนหมู่บ้านที่มีประชากรอาศัยอยู่เกิน 660 คน คิดเป็นร้อยละเท่าใดของจำนวนหมู่บ้านทั้งหมด

5. จากการสอบถามเวลา (นาที) ที่นักเรียนกลุ่มหนึ่งใช้การเดินทางมาโรงเรียนเป็นดังนี้

6	13	15	19	22	12	16	24
10	14	14	20	23	9	21	8
15	11	20	19	6	20	18	15

1) จากข้อมูลข้างต้น จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ที่มีอัตรภาคชั้นเป็น

$0 < t \leq 5$ $5 < t \leq 10,...$ $25 < t \leq 30$

เมื่อ t แทนเวลาที่มีหน่วยเป็นนาที

2) จงหาว่า ช่วงเวลาใดที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ในการเดินทางมากที่สุด

6. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นข้อมูลแสดงความถี่ของจำนวนเด็กในครอบครัวทั้ง 50 ครอบครัว

1	6	2	5	5	3	4	1	2	7	3	4	5	3	1	3	2	1	4	4	3	9	4	3	3
5	3	5	7	3	3	5	2	6	4	3	3	3	3	3	4	3	5	7	3	3	1	2	3	2

1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ของจำนวนเด็กในครอบครัวทั้ง 50 ครอบครัว

2) จากตารางแจกแจงความถี่ในข้อที่ 1) จงหาจำนวนครอบครัวที่มีเด็กอยู่ในครอบครัวนั้น

(1) 3 คน

(2) น้อยกว่า 3 คน

(3) มากกว่า 5 คน

(4) 2 คนหรือ 3 คน

(5) 3 คนหรือน้อยกว่า 3 คน

(6) มากกว่า 3 คน

3) จงหาร้อยละของจำนวนครอบครัวที่มีเด็กอยู่ในครอบครัวนั้น

(1) อย่างน้อย 4 คน

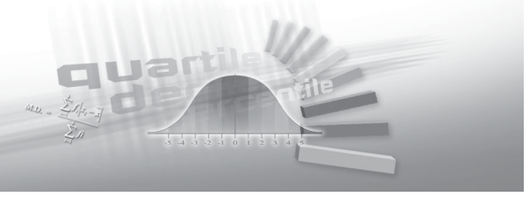
(2) น้อยกว่า 4 คน

(3) 4 คนหรือ มากกว่า

(4) มากกว่า 4 คน

7. จากข้อมูลที่เป็นคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียน 45 คน ดังนี้

72	83	82	92	70	72	91	71	87	53	33	95	51	59	80
77	62	92	78	89	67	82	59	87	80	60	90	73	79	56
83	74	51	75	86	66	85	96	88	64	93	96	37	67	81



1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ ความสัมพันธ์ และความถี่สะสม ที่มีอันตรภาคชั้นเป็น
0 – 39, 40 – 49, 50 – 59, 60 – 69, 70 – 79, 80 – 89, และ 90 – 99
2) จงหาว่าคะแนนในช่องใดที่มีความถี่สูงสุด
3) จงหาร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 50 – 59 คะแนน
4) จงหาจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน มากกว่า 59 คะแนน
5) จงหาร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 59 คะแนน

8. จากการสำรวจจำนวนประชากรของเมืองหนึ่ง ในปี พ.ศ. 2547 มีดังนี้

อายุ (ปี)	จำนวนประชากร (คน)
0 - 9	2,348,081
10 - 19	2,606,028
20 - 29	2,579,629
30 - 39	2,467,839
40 - 49	1,805,783
50 - 59	1,448,698
60 - 69	1,257,157
70 - 79	780,916
80 - 89	269,951
90 - 99	38,074
รวม	15,602,156

1) จงหาจำนวนประชากรที่มีอายุในช่วงต่อไปนี้
(1) 30 - 39 ปี
(2) 90 ปี ขึ้นไป
(3) น้อยกว่า 20 ปี
(4) มากกว่า 49 ปี

2) จงหาร้อยละของจำนวนที่มีประชากรที่มีอายุในช่วงต่อไปนี้
(1) 20 - 29 ปี
(2) 80 - 89 ปี
(3) มากกว่า 49 ปี
(4) 10 ถึง 29 ปี
(5) ผู้ที่มีอายุยังไม่บรรลุนิติภาวะ

9. จากตารางแจกแจงความถี่สะสมของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำนวน 60 คนดังนี้

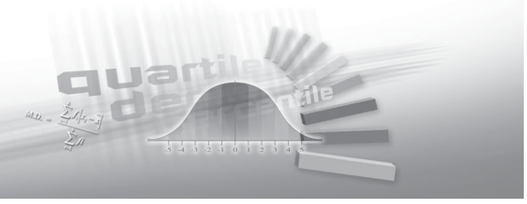
อันตรภาคชั้น	ความถี่สะสม
30 - 39	1
40 - 49	3
50 - 59	9
60 - 69	29
70 - 79	50
80 - 89	50
90 - 99	60

จงหา

1) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 80 ถึง 89 คะแนน และ 60 ถึง 89 คะแนน
2) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่า 50 คะแนน
3) ช่วงของคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนส่วนใหญ่ได้
4) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 70 คะแนน ขึ้นไป

10. จากตารางแจกแจงความถี่ซึ่งแสดงคะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่ง ดังนี้

คะแนน	ความถี่ (คน)
30 - 39	2
40 - 49	0
50 - 59	6
60 - 69	6
70 - 79	10
80 - 89	13
90 - 99	8
รวม	45



ถ้าตารางแจกแจงความถี่ซึ่งแสดงคะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งเป็นดังนี้

ระดับคะแนน	ช่วงคะแนน
4	90 - 100
3	80 - 89
2	70 - 79
1	50 - 69
ไม่ผ่าน	ต่ำกว่า 50 คะแนน

1) จงสร้างตารางแจกแจงความถี่เพื่อแสดงจำนวนนักเรียนที่ได้ระดับคะแนนข้างต้น
2) นักเรียนส่วนใหญ่ได้ระดับคะแนนใด

11. จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ ของคะแนนสอบวิชาภาษาไทยซึ่งมีคะแนนเต็ม 50 คะแนน จากข้อมูลดังนี้

44	24	43	24	31
47	35	44	42	24
36	38	34	38	19
23	49	33	36	48

จากแผนภาพต้น-ใบ จงหาว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนอยู่ในช่วงใด

12. ผู้จัดนิทรรศการแห่งหนึ่งสำรวจอายุของผู้เข้าชมนิทรรศการ พบว่าอายุของผู้เข้าชมนิทรรศการ 28 คนแรกที่มาร่วมงานเป็นดังนี้

12 , 11 , 22 , 32 , 35 , 45 , 46 , 14 , 16 , 33 , 30 , 41 , 7 , 9 , 25 , 8 , 51 , 43

18 , 17 , 19 , 32 , 18 , 22 , 24 , 56 , 61 และ 13

1) จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ ของผู้เข้าชมนิทรรศการ
2) จงหาอายุต่ำสุดและสูงสุดของผู้เข้าชมนิทรรศการ
3) จงหาว่าผู้เข้าชมนิทรรศการกลุ่มนี้ส่วนใหญ่มีอายุอยู่ในช่วงใด

13. จงสร้างแผนภาพต้น-ใบ จากข้อมูลที่เป็นความดันโลหิตของคนไข้จำนวน 30 คน ต่อไปนี้ และหาว่าคนไข้ส่วนใหญ่มีระดับโลหิตอยู่ในช่วงใด

154	151	148	131	160
154	150	161	144	183
160	206	176	166	129
198	189	180	158	135
123	185	153	132	170
151	137	159	175	129

14. บริษัทแห่งหนึ่งต้องจ่ายเงินเพื่อสมทบเข้ากองทุนสำรองเลี้ยงชีพให้แก่พนักงานทุกคนโดยจะจ่ายให้คนละ 7 % ของเงินเดือนที่พนักงานแต่ละคนได้รับ

จำนวนเงินที่จ่ายให้กับพนักงาน (บาท)

1000	2000	1300	1360	1910	1560	2090
1260	1350	980	1140	1170	1680	1330
1400	1240	1720	1270	1430	1570	1240
1520	1040	1260	1550	920	1940	1150
920	1360	1480	1120	990	960	1460

1) จงสร้างแผนภาพต้น - ใบ เพื่อแสดงเงินสมทบที่พนักงานของบริษัทได้รับ

2) พนักงานส่วนใหญ่ได้รับเงินอยู่ในช่วงเงินเท่าไร

3) จำนวนพนักงานที่ได้เงินสมทบในระดับต่ำสุด มีมากหรือมีน้อยกว่าจำนวนพนักงานที่ได้รับเงินสมทบในระดับสูงสุด

15. จากแผนภาพต้น – ใบ ของข้อมูลที่แสดงจำนวนเวลา (นาที) ที่นักเรียนใช้ทดสอบจำนวน 100 ข้อ ต่อไปนี้

เวลาที่ใช้ทำแบบสอบถาม (นาที)

4	1	5	8		
5	2	3	3	4	5
6	2	3	3	4	5
7	1	1	1	1	4
8	1	3	8	9	
9	0	0	0		

1) จงหาจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ทำแบบทดสอบ

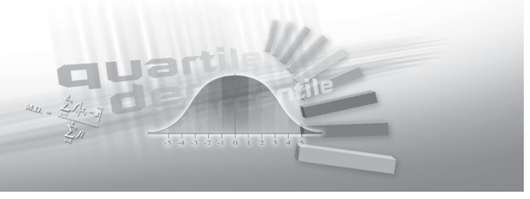
2) เวลามากที่สุด และน้อยที่สุดที่นักเรียนใช้ในการทำแบบทดสอบเป็นเท่าใด

16.

0	6		7					
1	9	3	4	6	6			
2	0	0	1	2	2	2	4	7
3	3	5	8	1	3	2	1	
4	1	1	2					

จากแผนภาพต้น–ใบ แสดงน้ำหนักสัมภาระของผู้โดยสารเครื่องบินลำหนึ่ง ถ้าเจ้าหน้าที่อนุญาตให้สัมภาระที่ผู้โดยสารจะนำไปด้วย มีน้ำหนักไม่เกิน 25 กิโลกรัม โดยไม่เสียค่าขนส่ง

จงหาว่า มีผู้โดยสารกลุ่มนี้กี่เปอร์เซ็นต์ต้องจ่ายค่าขนส่งสัมภาระเพิ่ม



17. จากข้อมูลที่สอบนักเรียนจำนวน 30 คน พบว่านักเรียนกลุ่มนี้ใช้เวลาในการเดินทางมาโรงเรียนดังนี้

เวลาที่ใช้ในการเดินทางมาโรงเรียน (นาที)

20	25	25	5	25	10	20	15	15	20
20	25	20	30	20	25	5	25	45	20
25	45	40	10	35	25	30	20	30	30

1) จงสร้างแผนภาพต้น – ใบ แสดงเวลาที่นักเรียนใช้ในการเดินทางมาโรงเรียน

2) เวลาที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ในการเดินทางมาโรงเรียนอยู่ในช่วงใด

18. จากการชั่งน้ำหนักผลส้มสำหรับคั้นซึ่งสุ่มมาจากตะกร้า จำนวน 25 ผล พบว่าส้มแต่ละผลมีน้ำหนัก ดังนี้

น้ำหนักผลส้ม (กรัม)

95	106	112	134	122	104	117	123	105	133
113	128	135	128	125	122	139	98	139	124
131	90	132	104	111					

1) จงสร้างแผนภาพต้น – ใบ แสดงน้ำหนักของผลส้ม

2) จงหาว่าส้มที่มีน้ำหนักอย่างน้อย 120 กรัม มีทั้งหมดกี่เปอร์เซ็นต์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

เรื่อง **การวัดค่ากลางของข้อมูล** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 4 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจ และแปลความหมายของการวัดค่ากลางของข้อมูล

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่กำหนดให้ได้

1.2 บอกความหมายของค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยมของข้อมูลที่หาค่านั้นได้

1.3 บอกสมบัติที่สำคัญของค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยมได้

1.4 บอกได้ว่าข้อมูลชนิดใดเหมาะสมกับข้อมูลที่กำหนดให้

2. แนวความคิดหลัก

การหาค่ากลางของข้อมูลมีวิธีหาได้หลายวิธี แต่ละวิธีต่างก็มีทั้งข้อดีและข้อเสียและมีความเหมาะสมในการนำไปใช้ไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูล และวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ข้อมูลนั้น ค่ากลางที่นิยมใช้มี 3 ชนิด คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐานและฐานนิยม

3. เนื้อหาสาระ

การวัดค่ากลางของข้อมูล ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่ามัธยฐาน ค่าฐานนิยม

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

4.1 สนทนาปัญหาในชีวิตประจำวันที่ต้องการคำตอบเป็นค่าเฉลี่ย เช่น การจ่ายเงินในการไปรับประทานอาหารร่วมกัน ระดับคะแนนเฉลี่ย ผู้ปกครองของนักเรียนส่วนใหญ่มีอาชีพอะไร

4.2 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน ศึกษาใบความรู้ที่ 3 หน้า 23 และให้ทำแบบฝึกจากใบงานที่ 3 หน้า 32 ในเรื่อง การใช้สัญลักษณ์แทนการบวก และคุณสมบัติของสัญลักษณ์แทนการบวก

4.3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากใบความรู้ที่ 3 หน้า 25 ถึงหน้า 28 และช่วยกันสรุปเป็นสูตรการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต พร้อมให้นักเรียนบอกความหมายของค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่หาได้ ให้นักเรียนฝึกทักษะการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากใบงานที่ 3 หน้า 33 และ หน้า 34

4.4 ให้นักเรียนคาดคะเนว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตอยู่ในช่วงคะแนนใดของข้อมูลที่กำหนดให้ โดยให้เหตุผลประกอบเพื่อนำไปสู่การหาค่ากลางของข้อมูลโดยใช้ มัธยฐานและฐานนิยม

4.5 ครูยกตัวอย่างข้อมูลที่แตกต่างกันมากๆ ให้นักเรียนหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และแปลค่าให้นักเรียนดูว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นตัวแทนที่ดีกับข้อมูลนี้หรือไม่ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาการหาค่ามัธยฐานจากใบความรู้ที่ 3 หน้า 29 ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปเป็นการหาค่ามัธยฐาน และให้นักเรียนฝึกทักษะการหาค่ามัธยฐานจากใบงานที่ 3 หน้า 35 ถึงหน้า 36

4.6 สนทนาเกี่ยวกับข้อมูลที่เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ และให้นักเรียนหาตัวแทนของข้อมูล เช่น อาชีพของผู้ปกครองของนักเรียน เบอร์รองเท้าที่นักเรียนใช้ ตัวแทนของข้อมูลที่เหมาะสมกับข้อมูลเหล่านี้คือ ค่าฐานนิยม ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาการหาค่าฐานนิยมจากใบความรู้ที่ 3 หน้า 30 ถึงหน้า 31 และช่วยกันสรุปเป็นสูตรให้ทำแบบฝึกการหาค่าฐานนิยมจากใบงานที่ 3 หน้า 37 ถึงหน้า 38 และแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียน

4.7 ทบทวนการเขียนกราฟฮิสโทแกรม กราฟของโค้งความถี่สะสม และหาค่าฐานนิยม ค่ามัธยฐานอย่างประมาณจากกราฟ

5. แหล่งการเรียนรู้

ใบความรู้ที่ 3 หนังสือเรียนของ สสวท. ห้องสมุด

6. กระบวนการวัดและประเมินผล

สิ่งที่วัด	วิธีวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. ด้านความรู้	1. ตรวจใบงาน 2. ทดสอบ	1. ใบงาน 2. แบบทดสอบ	1. ทำถูกต้องอย่างน้อย 95% 2. ทำถูกต้องอย่างน้อย 80%
2. ด้านทักษะ	1. ตรวจผลงาน 2. สังเกต	1. แบบฝึกหัด หนังสือเรียนสสวท. 2. แบบสังเกต	1. ผ่านระดับดี 90%
3. ด้านคุณลักษณะ	สังเกต	แบบสังเกต	ผ่านระดับดี 90%

7. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

ใบความรู้ที่ 3

ให้นักเรียนศึกษาสัญลักษณ์แทนการบวกคือ $\sum$ อ่านว่า ซิกมา

$$\sum_{i=1}^{5} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n$$ อ่านว่า ซิกมา X_i เมื่อ i =1 ถึง i = n

สมบัติของ $\sum$

1. ถ้า $X_1 = X_2 = X_3 ... = X_n$ = c เมื่อ c แทนค่าคงตัวจะได้

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n$$

$$= c + c + c + \ldots + c$$

$$= nc$$

2. $$\sum_{i=1}^{n} cX_i = cX_1 + cX_2 + cX_3 + ... + cX_n$$

$$= c(X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n)$$

$$= c\sum_{i=1}^{n} X_i$$

3. $$\sum_{i=1}^{n} (Xi \pm Yi) = (X_1 \pm Y_1) + (X_2 \pm Y_2) + (X_3 \pm Y_3) + ... (X_n \pm Y_n)$$

$$= (X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n) \pm (Y_1 + Y_2 + Y_3 + ... Y_n)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} X_i \pm \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

หมายเหตุ i เรียกว่า ดัชนี

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic mean)

เหมาะกับข้อมูลไม่แตกต่างกันมาก

ถ้าให้ $X_1, X_2, X_3, ..., X_N$ เป็นข้อมูล N จำนวน จากประชากร (population) หรือใช้ $X_1, X_2, X_3, ..., X_n$ เป็นข้อมูลเพียง n จำนวนจากกลุ่มตัวอย่าง (sample) ซึ่งเป็นตัวแทนของประชากร ดังนั้น

ค่าเฉลี่ยของประชากร (population mean)

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

หรือ $\mu = \frac{\sum x}{N}$ (ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่)

และ $\mu = \dfrac{f_1x_1 + f_2x_2 + ... + f_kx_k}{f_1 + f_2 + ... + f_k}$ (ข้อมูลแจกแจงความถี่)

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{N} = \frac{\sum fx}{N}$$

เมื่อ N เป็นจำนวนค่าจากการสังเกตทั้งหมด

X_i เป็นจุดกึ่งกลางชั้นที่ i

k เป็นจำนวนอันตรภาคชั้น

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่าง (Sample mean)

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= \frac{\sum x}{N}$$ (ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่)

และ $\overline{X} = \dfrac{f_1x_1 + f_2x_2 + ... + f_kx_k}{f_1 + f_2 + ... + f_k}$ (ข้อมูลแจกแจงความถี่)

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n} = \frac{\sum fx}{n}$$

หมายเหตุ 1. μ เรียกว่า พารามิเตอร์ (parameter)

$\overline{X}$ เรียกว่า ตัวประมาณค่า (estimator) ของพารามิเตอร์ μ

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างและกลุ่มประชากร ค่าใช้สูตรเดียวกันเพียงแต่เปลี่ยน μ เป็น $\overline{X}$ และหารด้วย N แทนด้วย n เมื่อ N แทนจำนวนหน่วยของประชากร (population units) n แทนจำนวนหน่วยของตัวอย่าง (Sample units)

ให้นักเรียนศึกษาการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกลุ่มตัวอย่าง

1. ข้อมูล X_i แทนคะแนนสอบของนักเรียน 10 คนดังนี้

   14 , 12, 16, 17, 13, 15, 15, 14, 16, 18

   ค่าเฉลี่ยคือ $\frac{14+12+16+17+13+15+15+14+16+18}{10}$

   แทนด้วย

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$
$$= \frac{150}{10}$$
$$= 15$$

2. ข้อมูล X_i แทนจำนวนที่นักเรียนได้รับเงินเป็นค่าอาหารต่อวัน

จำนวนเงินที่ได้รับ (บาท)	25	30	35	40	50	60	100
จำนวนนักเรียน	1	4	8	12	13	8	4

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\overline{X}$ ได้ดังนี้

X_i	f_i	$f_i x_i$
25	1	25
30	4	120
35	8	280
40	12	480
50	13	650
60	8	480
100	4	400
	N = 50	$\sum f_i x_i = 2435$

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$
$$= \frac{2435}{50}$$
$$= 48.7 \text{ บาท}$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก (weight arithmetic mean)

ถ้าให้ $w_1, w_2, w_3, ..., w_N$ เป็นความสำคัญหรือน้ำหนักของค่าจากการสังเกต $x_1, x_2, x_3, ..., x_N$ ตามลำดับแล้ว

ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก $\mu = \dfrac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3\ x_3 + ... + w_Nx_N}{w_1 + w_2 + w_3 + ... + w_N}$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม (Combined arithmetic mean)

ถ้า ให้ $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, ..., \bar{x}_k$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลระดับกลุ่มตัวอย่าง ชุดที่ 1,2,3,...,k ตามลำดับ

$n_1, n_2, n_3, ..., n_k$ เป็นจำนวนค่าจากการสังเกตในข้อมูล ชุดที่ 1,2,3,...k ตามลำดับ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม $\bar{x} = \dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + ... + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2 + ...n_k}$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

แต่เป็นข้อมูลระดับประชากร การคำนวณก็เช่นเดียวกัน

ถ้าให้ $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_k$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล k ชุด ชุดที่ 1, 2, ... , k ตามลำดับ

$N_1, N_2, ..., N_k$ เป็นจำนวนค่าจากการสังเกตในข้อมูล ชุดที่ 1, 2, ... , k ตามลำดับ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม $\mu = \dfrac{N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + ... + N_k\mu_k}{N_1 + N_2 + ... + N_k}$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} N_i \mu_i}{\sum_{i=1}^{k} N_i}$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

ให้ $f_1, f_2, f_3, ... f_k$ เป็นความถี่ค่าจากการสังเกต $x_1, x_2, x_3, ... x_k$ ตามลำดับ ในกรณีกลุ่ม**ตัวอย่าง**

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\overline{X} = \dfrac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + ... f_kx_k}{f_1 + f_2 + f_3 + ... f_k}$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

$$= \frac{\sum fx}{N} \qquad \text{เมื่อ N} = f_1 + f_2 + ... + f_k$$

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตโดยวิธีลดทอนค่าของข้อมูลสำหรับข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

$$= a + \frac{\sum x}{N} - a$$

จาก $= a + \dfrac{\sum x}{N} - \dfrac{Na}{N}$ โดย a เป็นค่าคงตัว เรียกค่าเฉลี่ยสมมุติ (assumed mean)

$$= a + \frac{\sum x - \sum a}{N}$$

$$= a + \frac{\sum (x - a)}{N}$$

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่

$$\bar{X} = a + \frac{\sum f(X_i - a)}{N}$$

$$= a + \frac{\sum fd}{N} \quad , d = \frac{X - a}{I}$$

สรุปสมบัติของค่าเฉลี่ย

1. $N\overline{X} = \sum X$ เพราะว่า $\overline{X} = \dfrac{\sum X}{N}$

2. $\sum (X - \overline{X}) = 0$ เพราะว่า

$$\sum (X - \overline{X}) = \sum X - \sum \overline{X}$$

$$= N\overline{X} - N\overline{X}$$

$$= 0$$

3. $\sum (X - a)^2$ จะให้ค่าน้อยที่สุด เมื่อ $a = \overline{X}$ เรียกว่าวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

4. ถ้าข้อมูล $y_i = X_i + a$ เมื่อ a แทนค่าคงตัว

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{\sum y}{N} \\ &= \frac{\sum (X + a)}{N} \\ &= \frac{1}{N}\left(\sum x + \sum a\right) \\ &= \frac{1}{N}\left(N\bar{X} + Na\right) \\ &= \frac{N}{N}\left(\bar{X} + a\right) \\ \bar{y} &= \bar{X} + a\end{aligned}$$

5. ถ้า $y_i = cx_i$ เมื่อ c แทนค่าคงตัว

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{\sum y}{N} \\ &= \frac{\sum cx}{N} \\ &= c\frac{\sum x}{N} \\ \bar{y} &= c\bar{x}\end{aligned}$$

6. ถ้า $y_i = cx_i + a$ เมื่อ a ,c แทนค่าคงตัว

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{\sum y}{N} \\ &= \frac{\sum (cx + a)}{N} \\ &= \frac{1}{N}\left(\sum cx + \sum a\right) \\ &= \frac{1}{N}\left(c\sum x + \sum a\right) \\ &= \frac{1}{N}\left(cN\bar{x} + Na\right) \\ \bar{y} &= c\bar{x} + a\end{aligned}$$

มัธยฐาน (Median หรือ Me)

มัธยฐาน คือ ค่าที่มีตำแหน่งอยู่กึ่งกลางของข้อมูลทั้งหมดที่เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก (หรือจากมากไปน้อย)

การหาค่ามัธยฐาน

กรณีที่ 1 ข้อมูลที่เป็นค่าสังเกตแต่ละค่า หามัธยฐานทำได้โดย

1) เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก(หรือจากมากไปน้อย)

2) หาตำแหน่งของมัธยฐาน เมื่อข้อมูลมี N ค่า

ตำแหน่งของ Me คือ $\frac{N+1}{2}$

เช่น ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 5, 1, 3, 2, 5, 4, 2, 7, 8, 3, 2, 1, 9, 8, 3, 5, 6, 9, 4, 3 จงหามัธยฐานของข้อมูลนี้

ข้อมูลชุดนี้มีจำนวน (N) 20 ตัว ตำแหน่งมัธยฐาน $\frac{N+1}{2} = \frac{20+1}{2} = 10.5$

เรียงข้อมูลจนถึงตำแหน่งที่ 11 แล้วนำค่าตำแหน่งที่ 10 และ 11 มาเฉลี่ยได้ค่ามัธยฐาน

ตำแหน่งที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ข้อมูล	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4

$$\text{Me} = \frac{4+4}{2}$$

$$= 4$$

กรณีที่ 2 ข้อมูลที่เป็นตารางแจกแจงความถี่

กรณีที่ตารางแจกแจงความถี่เป็นแต่ละค่าสังเกต หาค่าได้โดย

1) ทำตารางความถี่สะสม เพื่อทราบตำแหน่งของมัธยฐาน

2) หาตำแหน่งของมัธยฐานคือ $\frac{N+1}{2}$

เช่น จงหาค่ามัธยฐานของคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งดังตาราง

คะแนน Xi	76	78	80	82	84
จำนวน fi	5	14	21	3	2
Cf	5	19	40	43	45

ตำแหน่งของ $\text{Me} = \frac{45+1}{2}$

$= 23$

Me = 80

กรณีที่ตารางแจกแจงความถี่ที่จัดเป็นอันตรภาคชั้น หาค่าได้โดย

1) หาตำแหน่งของมัธยฐาน (โดยหาความถี่สะสม) คือ $\frac{N}{2}$

2) หาค่ามัธยฐานโดยการเทียบสัดส่วน หรือใช้สูตร

จงหามัธยฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ ดังตารางต่อไปนี้

คะแนน	จำนวน f	cf
30 - 39	1	1
40 - 49	2	3
50 - 59	6	9
60 - 69 ← Me	20	29 ← 30
70 - 79	21	50
80 - 89	8	58
90 - 99	2	60
	N = 60	

1. หาตำแหน่ง Me = $\frac{60}{2}$ = 30

2. เทียบสัดส่วน

$$\frac{50-29}{79-69}=\frac{30-29}{\text{Me}-69.5}$$

$$\text{Me} - 69.5 = \frac{10}{21}(30-29)$$

$$\text{Me} = 69.5 + 0.48$$

$$= 69.98$$

หรือใช้สูตร $Me = L + I\left(\frac{\frac{N}{2}-\sum f_l}{f_{me}}\right)$

$$= 69.5 + 10\left(\frac{\frac{60}{2}-29}{21}\right)$$

$$= 69.98$$

ฐานนิยม (Mode หรือ Mo)

ฐานนิยม เป็นค่ากลางของข้อมูลที่ซ้ำกันมากที่สุด หรือมีความถี่สูงสุด

ฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ เป็นข้อมูลที่ซ้ำกันมากที่สุด จะมีค่าเดียว หรือไม่มีเลย หรือมากกว่า 1 ค่าก็ได้

เช่น ข้อมูลแต่ละข้อต่อไปนี้มีฐานนิยมเป็นเท่าใด

1. 1, 4, 4, 5, 7, 9
2. 2, 2, 3, 4, 5, 5, 8
3. 9, 9, 9, 9
4. 3, 3, 4, 4, 5, 5
5. 1, 2, 3, 4, 5

ฐานนิยม ข้อ 1 คือ 4 เพราะ 4 ซ้ำกันมากที่สุด

ข้อ 2 คือ 2, 5 เพราะ 2 5 ซ้ำกันมากที่สุด

ข้อ 3 ไม่มีฐานนิยม เพราะไม่มีข้อมูลอื่นมาเปรียบเทียบด้วย

ข้อ 4 ไม่มีฐานนิยม เพราะ 3, 4, 5 มีความถี่เท่ากันหมด

ข้อ 5 ไม่มีฐานนิยม เพราะข้อมูลไม่ซ้ำกันเลย

ฐานนิยมของข้อมูลจากตารางแจกแจงความถี่

กรณีที่ 1 ฐานนิยมของข้อมูลจากตารางแจกแจงความถี่ที่ไม่จัดเป็นอันตรภาคชั้น คือ ชั้นที่คะแนนซ้ำกันมากที่สุด

ตารางแสดงคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง

คะแนน (Xi)	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
จำนวน (f)	1	2	3	5	9	6	4	3	2	1	2

จะได้ฐานนิยม Mo = 16

กรณีที่ 2 ฐานนิยมของข้อมูลจากตารางแจกแจงความถี่ และจัดเป็นอันตรภาคชั้น

ชั้นฐานนิยม หมายถึง อันตรภาคชั้นที่มีค่าฐานนิยม อยู่ในอันตรภาคชั้นนั้น

ถ้าทุกอันตรภาคชั้นในข้อมูลที่มีความกว้างเท่ากัน ฐานนิยมอยู่ในอันตรภาคชั้นที่มีความถี่สูงสุด

ถ้าความกว้างของอันตรภาคชั้นไม่เท่ากันหมดทุกชั้น ชั้นฐานนิยม คือ ชั้นที่มีอัตราส่วนของความถี่ต่อความกว้างมากที่สุด

ตารางแสดงคะแนนสอบของนักเรียน ม.5 2 จำนวน 100 คน เป็นดังนี้

คะแนน (Xi)	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
ความถี่ (f)	5	9	7	14	24	19	7	10	5

Mo

$$Mo = L + I\left(\frac{d_1}{d_2 + d_2}\right)$$

$$= 39.5 + 10\left(\frac{10}{10+5}\right)$$

$$= 39.5 + 6.7$$

$$= 46.5$$

เมื่อ L ขอบล่างของชั้นที่มีฐานนิยมอยู่

d_1 แทน ผลต่างความถี่ของชั้นที่มีฐานนิยมอยู่กับชั้นที่มีคะแนนต่ำกว่า

d_2 แทน ผลต่างความถี่ของชั้นที่มีฐานนิยมอยู่กับชั้นที่มีคะแนนสูงกว่า

I แทน ความกว้างของอันตรภาคชั้น

ใบงานที่ 3

จงใช้สมบัติ $\sum$ หาค่าต่อไปนี้

1. $\sum_{i=1}^{15}(-5) =$ .....

2. $\sum_{i=1}^{9}34 =$ .....

3. กำหนดให้ $x_1 = 2 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 10 \quad x_5 = 4$
$y_1 = 1 \quad y_2 = 6 \quad y_3 = 9 \quad y_4 = 6 \quad y_5 = 7$ จงหาค่าต่อไปนี้

3.1 $\sum_{i=1}^{5}4x_i$ = ...

3.2 $\sum_{i=1}^{5}(3+2x_i).$ = ...

3.3 $\sum_{i=1}^{5}(19-5x_i)$ = ...

3.4 $\sum_{i=1}^{5}(x_i - y_i)$ = ...

3.5 $\sum_{i=1}^{5}(x_i - 2)^2$ = ...

3.6 $\sum_{i=1}^{5}(x_i y_i - 2)$ = ...

3.7 $\sum_{i=1}^{5}(3x_i - 5y_i)$ = ...

4. กำหนด $\sum_{i=1}^{100}x_i = 2250 \quad \sum_{i=1}^{25}x_i = 500 \quad \sum_{i=26}^{85}x_i = 1500$ จงหา

4.1 $\sum_{i=1}^{85}x_i$ = ...

4.2 $\sum_{i=86}^{100}x_i$ = ...

4.3. $\sum_{i=26}^{100}x_i$ = ...

5. ให้ $\sum_{i=1}^{6}x_i^2 = 78 \quad \sum_{i=1}^{6}(x-2_i)^2 = 66$ จงหา

5.1 $\sum_{i=1}^{6} x_i$ = ...

5.2 $\sum_{i=1}^{6} (x_i + 4)^2$ = ...

6. ให้ $\sum_{i=1}^{5} x_i = 26$ $\sum_{i=1}^{5} y_i = 10$ $\sum_{i=1}^{5} x_i y_i = 60$ จงหา $\sum_{i=1}^{5} (x_i - 2)(y_i + 5)$

7. ข้อมูล x_i : แทนคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งซึ่งได้คะแนนดังนี้ 13, 12, 15, 16, 19, 14, 17, 19, 13, 9 จากคะแนนเต็ม 20

จงหา 7.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

7.2 ถ้าปรับคะแนนเต็มเป็นร้อยละ จงหาคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเท่าใด

8. จากการสำรวจอายุของเด็กกลุ่มหนึ่งจำนวน 90 คน เป็นดังนี้

อายุ 10 ปี จำนวน 20 คน

อายุ 11 ปี จำนวน 30 คน

อายุ 12 ปี จำนวน 40 คน

จงหา 8.1 อายุเฉลี่ยของเด็กกลุ่มนี้

8.2 อีก 12 ปี ข้างหน้าเด็กกลุ่มนี้มีอายุเฉลี่ยเท่าใด

9. ข้อมูล x_i : 24, 29, 24, 42, 36, 39, 28, 30, 32, 36

เปลี่ยนข้อมูล x_i เป็น y_i ซึ่งสัมพันธ์กับ x_i ดังนี้ จงหา $\bar{y}$

9.1 $y_i = x_i - 4$

9.2 $y_i = 2(x_i + 3)$

9.3 $y_i = 87 - 3x_i$

9.4 $y_i = \frac{3x_i - 9}{4}$

9.5 $y_i = \frac{85 - 2x_i}{5}$

10. ตารางแสดงน้ำหนักของนักเรียน ซึ่งเป็นขบวนพาเหรดสีฟ้า

น้ำหนัก (ก.ก.)	35	36	37	39	41	42	44	45
จำนวน	3	5	8	9	11	8	3	3

จงหา 10.1 น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้

10.2 ถ้าจากการชั่ง เครื่องชั่งคลาดเคลื่อน คือ น้ำหนักเกินความเป็นจริง 2 ก.ก. จงหาค่าน้ำหนักเฉลี่ยที่แท้จริง

11. ตารางแสดงผลสอบของนักเรียน ชั้น ม. 5 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

อันตรภาคชั้น	จำนวน
31-40	10
41-50	20
51-60	28
61-70	13
71-80	5
81-90	3
91-100	1

12. ตารางแสดงคะแนนสอบ ซึ่งคิดเป็นร้อยละของนักเรียนห้องหนึ่ง จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

คะแนน	จำนวน
35.5 - 45.4	36
45.5 - 55.4	143
55.5 - 65.4	196
65.5 - 75.4	205
75.5 - 85.4	114
85.5 - 95.4	26

จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

1. ข้อมูลน้ำหนักของนักเรียน 5 คน เป็นดังนี้ 65, 60, 63, 58, 59

ขั้นที่ 1 เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก .....

ขั้นที่ 2 ตำแหน่งของมัธยฐานคือ ตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2}$ = ...

ค่ามัธยฐาน คือ .....

2. จงหามัธยฐานของข้อมูล 5, 6, 6, 8, 7, 7, 9, 5, 4, 8, 11, 6, 7, 8, 7

ขั้นที่ 1 เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก.....

ขั้นที่ 2 ตำแหน่งของมัธยฐาน คือ.....

ค่ามัธยฐาน คือ .....

3. จงหามัธยฐานของคะแนนสอบของนักเรียน 45 คน ซึ่งได้คะแนนดังนี้

คะแนน	20	23	25	27	29
จำนวน	3	14	21	3	2
ความถี่สะสม					

.....

.....

.....

4 .จงหามัธยฐานของอายุของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง

อายุ (ปี)	10	12	15	16	18	20
จำนวน (f)	8	12	10	9	7	4
cf						

.....

.....

.....

5. จงหาค่ามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

ช่วงคะแนน	ความถี่ (f)	ความถี่สะสม (cf)
10 - 19	3	
20 - 29	8	
30 - 39	17	
40 - 49	22	
50 - 59	25	
60 - 69	10	
70 - 79	6	
	N =	

ตำแหน่งของมัธยฐาน คือ .....

ค่ามัธยฐาน Me = ...

6. จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่ (f)	ความถี่สะสม (cf)
น้อยกว่า 50	5	
50 – 60	15	
61 - 70	15	
71 – 80	40	
81 – 90	20	
91 - 100	5	
	N = 100	

.....

.....

.....

1. จงหาค่าฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

1.1 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6 .....

1.2 4, 2, 3.6, 2.9, 2.5, 4.2, 2.9, 3.6, 2.9.....

1.3 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 10.....

2. ตารางแสดงค่าใช้จ่ายของนักเรียนจำนวน 100 คน เป็นดังนี้ จงหาฐานนิยม

รายจ่าย (บาท)	25	30	35	40	45	50	60
จำนวน	4	7	9	15	25	32	8

.....

.....

3. ตารางแสดงเงินเดือนของพนักงานของโรงงานแห่งหนึ่ง จงหาฐานนิยม

เงินเดือน	**จำนวน**
3000 - 3499	10
3500 - 3999	15
4000 - 4499	19
4500 - 4999	25
5000 - 5499	18
5500 - 5999	13

.....

.....

.....

.....

.....

4. ตารางแสดงคะแนนสอบของนักเรียน 76 คน ซึ่งแต่ละคนได้คะแนนเป็นจำนวนเต็มดังนี้

คะแนนน้อยกว่า	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
จำนวน	0	2	13	39	56	64	70	73	75	76

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาฐานนิยมโดยประมาณ และฐานนิยมของคะแนนสอบของนักเรียน 60 คน

คะแนน	0 - 9	10 - 19	20 - 29	30 - 34	35 - 39	40 - 44	45 - 49	50 - 60
จำนวน	10	12	14	5	10	4	1	1

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ส่วนที่ 2

การกระจายของข้อมูล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

เรื่อง **การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 6 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 หาตำแหน่งของควอไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซนไทล์ที่กำหนดให้ได้

1.2 หาค่าของควอไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซนไทล์ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ได้

1.3 หาค่าของควอไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซนไทล์ของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ได้

2. แนวความคิดหลัก

ในการบอกลำดับที่ของผลการสอบหรือคะแนนสอบที่ได้ เป็นข้อมูลที่ไม่สามารถบอกได้ว่าเขาเรียนได้ตำแหน่งที่ดีหรือได้คะแนนที่ดีหรือไม่ แต่ถ้าหาตำแหน่งโดยใช้ ควอไทล์, เดไซล์ เปอร์เซนไทล์ ก็พอจะบอกได้ว่าตำแหน่งหรือคะแนนที่ได้ดีหรือไม่ดี

3. เนื้อหาสาระ

การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล มี 3 วิธี คือ

1) ควอไทล์ (quartile)

2) เดไซล์ (decile)

3) เปอร์เซนไทล์ (percentile)

ถ้าเรียงค่าของข้อมูลชุดหนึ่ง จากน้อยไปหามาก

ค่าที่ตรงกับจุด 3 จุด ซึ่งแบ่งข้อมูลดังกล่าวออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆกันเรียกว่า ควอไทล์ที่หนึ่ง(Q_1) ควอไทล์ที่สอง (Q_2) ควอไทล์ที่สาม (Q_3) จากน้อยไปมากตามลำดับ

ค่าที่ตรงกับจุด 9 จุด ซึ่งแบ่งข้อมูลดังกล่าวออกเป็น 10 ส่วนเท่าๆกัน เรียกว่า เดไซล์ที่หนึ่ง (D_1) เดไซล์ที่สอง (D_2) ... เดไซล์ที่เก้า (D_9) จากน้อยไปมากตามลำดับ

ค่าที่ตรงกับจุด 99 จุด ซึ่งแบ่งข้อมูลดังกล่าวออกเป็น 100 ส่วนเท่าๆ กัน เรียกว่า เปอร์เซนไทล์ที่หนึ่ง (P_1) เปอร์เซนไทล์ที่สอง (P_2) เปอร์เซนไทล์ที่สาม (P_3) ... เปอร์เซนไทล์ที่เก้าสิบเก้า (P_{99})

การหาควอไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซนไทล์

(1) การหาควอไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซนไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ กำหนดข้อมูลมี n ค่า ให้เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก แล้วหาตำแหน่งโดยใช้สูตร

ตำแหน่งของ $Q_r = \frac{r(n+1)}{4}$

ตำแหน่งของ $D_r = \frac{r(n+1)}{10}$

ตำแหน่งของ $P_r = \frac{r(n+1)}{100}$

เมื่อได้ตำแหน่งนำไปเทียบกับข้อมูลที่เรียงแล้ว ค่าที่ได้ก็จะเป็นคำตอบ

(2) การหา ควอไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซนไทล์ ของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ หาตำแหน่งโดยใช้สูตร

ตำแหน่งของ $Q_r = \frac{rn}{4}$

ตำแหน่งของ $D_r = \frac{rn}{10}$

ตำแหน่งของ $P_r = \frac{rn}{100}$

และใช้สูตร

$$Qr = L + \left(\frac{\frac{rn}{4} - F}{fm} \right) I = U - \left(\frac{F - \frac{rn}{4}}{fm} \right) I$$

$$D_r = L + \left(\frac{\frac{rn}{10} - F}{fm} \right) I = U - \left(\frac{F - \frac{rn}{10}}{fm} \right) I$$

$$P_r = L + \left(\frac{\frac{rn}{100} - F}{fm} \right) I = U - \left(\frac{F - \frac{rn}{100}}{fm} \right) I$$

เมื่อ L คือ ขอบล่างของอันตรภาคชั้นของ Q_r , D_r และ P_r

U คือ ขอบบนของอันตรภาคชั้นของ Q_r , D_r และ P_r

F คือ ความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นที่มีค่าน้อยกว่าและติดกับอันตรภาคชั้นของ Q_r , D_r และ P_r

fm คือ ความถี่ของอันตรภาคชั้น Q_r , D_r และ P_r

I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้นของ Q_r , D_r และ P_r

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 – 2

1) กำหนดข้อมูล 3 , 7 , 10 , 11 , 14 , 16 , 20 , 25 , 26 , 28 , 30 ถ้าจะแบ่งข้อมูลออกเป็นสี่ส่วน ซึ่งตัวแบ่งข้อมูลจะมี 3 ตัว ให้นักเรียนช่วยกันหาตัวแบ่งข้อมูล ทั้ง 11 ตัว ตรงกับตำแหน่งเท่าไรบ้าง นักเรียนจะพบว่า

ตัวแบ่งที่ 1 ตรงกับตำแหน่งที่ 3 มีค่าเท่ากับ 10

" 2 " 6 " 16

" 3 " 9 " 26

2) ครูอธิบายว่า การหาในข้อที่ 1) เป็นการวัดตำแหน่งที่ของข้อมูลที่เรียกว่า ควอไทล์ (quartile) ซึ่งจะแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆ กัน

ตัวแบ่งตัวที่ 1 จะใช้สัญลักษณ์ Q_1 และ $Q_1 = 10$

" 2 " Q_2 และ $Q_2 = 16$

" 3 " Q_3 และ $Q_3 = 26$

ถ้าข้อมูลมี n ตัว

ตำแหน่งของ $Q_1 = \frac{n+1}{4}$ ตำแหน่งของ $Q_2 = \frac{2(n+1)}{4}$ ตำแหน่งของ $Q_3 = \frac{3(n+1)}{4}$

ดังนั้น ตำแหน่งของ $Q_r = \frac{r(n+1)}{4}$

3) กำหนดข้อมูล 1 , 3 , 7 , 10 , 11 , 14 , 15 , 18 , 20 , 23 , 25 , 29 , 30 , 31 , 34 , 36 , 39 , 40 , 41 ให้นักเรียนหาตำแหน่งที่จะแบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน เช่นเดียวกับข้อที่ 1)

4) ครูอธิบายว่าการหาในข้อที่ 3) เป็นการวัดตำแหน่งที่ของข้อมูลที่เรียกว่าเดไซล์ (Decile) ซึ่งแบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วนเท่าๆ กัน

ตัวแบ่งตัวที่ 1 จะใช้สัญลักษณ์ D_1 และ $D_1 = 3$

" 2 " D_2 และ $D_2 = 10$

" 3 " D_3 และ $D_3 = 14$

.

.

.

" 9 " D_9 และ $D_9 = 40$

ถ้าข้อมูลมี n ตัว

ตำแหน่งของ $D_r = \frac{r(n+1)}{10}$

5) ในทำนองเดียวกันการหา Q_r และ D_r เราสามารถจะหาการวัดตำแหน่งที่ของข้อมูลที่เรียกว่า เปอร์เซนไทล์ (Percentile) ซึ่งจะแบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วนเท่าๆ กัน แต่ละตัวแบ่งจะใช้สัญลักษณ์ P_1 , P_2 , P_3 ,...., P_{99} และถ้าข้อมูลมี n ตัว ตำแหน่งของ $P_r = \frac{r(n+1)}{100}$

6) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

ชั่วโมงที่ 3 – 4

7) ครูอธิบายการหา Q_r , D_r และ P_r ถ้าข้อมูลมี n ค่า

ตำแหน่ง $Q_r = \frac{rn}{4}$

ตำแหน่ง $D_r = \frac{rn}{10}$

ตำแหน่ง $P_r = \frac{rn}{100}$

และ $Q_r = L + \left(\frac{\frac{rn}{4} - F}{fm} \right) I$

$D_r = L + \left(\frac{\frac{rn}{10} - F}{fm} \right) I$

$P_r = L + \left(\frac{\frac{rn}{100} - F}{fm} \right) I$

เมื่อ L คือ ขอบล่างของอันตรภาคชั้นของ Q_r , D_r และ P_r

F คือ ความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นที่มีค่าน้อยกว่าและติดกับอันตรภาคชั้นของ Q_r , D_r และ P_r

fm คือ ความถี่ของอันตรภาคชั้น Q_r , D_r และ P_r

I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้นของ Q_r , D_r และ P_r

8) กำหนดข้อมูล จงหา Q_3, D_4 และ P_{80}

คะแนน	f	cf
10 – 19	8	8
20 – 29	12	20
30 – 39	14	34
40 – 49	9	43
50 - 59	7	50

ข้อมูลมีทั้งหมด 50 ค่า

จากตำแหน่ง $Q_r = \frac{rn}{4}$

$\therefore$ ตำแหน่ง $Q_3 = \frac{3\times 50}{4} = 37.5$

Q_3 จะอยู่ในอันตรภาคชั้นที่ 4 จะได้

L = 39.5 F = 34 fm = 9 I = 10

ดังนั้น $Q_3 = 39.5 + \left(\frac{37.5-34}{9}\right)10$

$= 43.39$

9) ให้นักเรียนหา D_4 และ P_{80}

10) นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

ชั่วโมงที่ 5 – 6

11) แบ่งกลุ่มนักเรียน 4-5 คน

12) นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำใบกิจกรรมที่ 4.3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

5. แหล่งการเรียนรู้

- ใบกิจกรรมที่ 4.1
- ใบกิจกรรมที่ 4.2
- ใบกิจกรรมที่ 4.3

6. กระบวนการวัดและประเมินผล

การวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. การสังเกตการตอบคำถาม		- ตอบคำถามได้ถูกต้อง 90%
2. การร่วมกิจกรรมกลุ่ม	1. ใบกิจกรรม 2. แบบประเมินกิจกรรมกลุ่ม	- ร่วมกิจกรรมทุกครั้ง
3. การร่วมทำใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรม	- ทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง 90%

7. บันทึกหลังการสอน

……

……

……

8. กิจกรรมเสนอแนะ

……

……

……

ใบกิจกรรมที่ 4.1

1. จากข้อมูลต่อไปนี้จงหา Q_1 , D_3 , D_8 , P_{40} , P_{85}

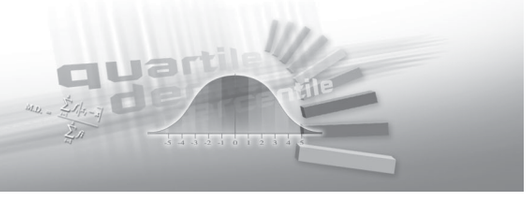
   8 , 10 , 14 , 17 , 20 , 28 , 30 , 35 , 36 , 37 , 40 , 45

2. จากข้อมูลต่อไปนี้จงหา Q_3 , D_7 , P_{30} , P_{90}

   20 , 25 , 26 , 26 , 29 , 30 , 30 , 35 , 39 , 40 , 40 , 45 , 46 , 48 , 50

3. จากข้อมูลต่อไปนี้จงหา Q_2 , D_6 , P_{45}

   105 , 118 , 120 , 135 , 140 , 141 , 148 , 152 , 159 , 160



ใบกิจกรรมที่ 4.2

1. จากตารางแจกแจงความถี่แสดงผลการสอบ วิชาสถิติของนักเรียนจำนวน 40 คน จงหา Q_3 , D_6 , P_{70}

คะแนน	จำนวนนักเรียน
20 – 24	6
25 – 29	10
30 – 34	12
35 – 39	8
40 - 44	4

2. จากตารางแจกแจงความถี่แสดงผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของห้อง ก และห้อง ข จงหา

   2.1 D_8 , P_{60} ของห้อง ก

   2.2 D_2 , P_{95} ของห้อง ข

   2.3 Q_3 , P_{70} ของคะแนนเมื่อนำนักเรียนห้อง ก และห้อง ข รวมกัน

คะแนน	จำนวนนักเรียน	
	ห้อง ก	ห้อง ข
30 – 39	5	2
40 – 49	10	14
50 – 59	16	18
60 - 69	9	6

ใบกิจกรรมที่ 4.3

1. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำนวน 60 คน เป็นดังนี้

คะแนน	จำนวนนักเรียน
10 – 19	2
20 – 29	8
30 – 39	10
40 – 49	16
50 – 59	14
60 - 69	10

จงหา

1.1 นักเรียนที่สอบได้ 35 คะแนน ตรงกับเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไร

1.2 นักเรียนที่สอบได้ 61 คะแนน ตรงกับเดไซล์ที่เท่าไร

1.3 นักเรียนที่สอบได้ 48 คะแนน ตรงกับควอไทล์ที่เท่าไร

1.4 มีนักเรียนกี่คนที่สอบได้คะแนนน้อยกว่า 55 คะแนน

2. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนห้อง A และห้อง B

คะแนน	จำนวนนักเรียน	
	ห้อง A	ห้อง B
41 – 50	5	2
51 – 60	8	12
61 – 70	10	14
71 – 80	12	10
81 – 90	9	8
91 - 100	6	4

จงหา

2.1 สุนีย์อยู่ห้อง A สอบได้ 75 คะแนน ตรงกับเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไรของห้อง A

2.2 เปอร์เซนไทล์ที่ 30 ของห้อง A ตรงกับเดไซล์ที่เท่าไรของห้อง B

2.3 เปอร์เซนไทล์ที่ 80 ของห้อง A ตรงกับเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไรของการรวมสองห้องเป็นห้องเดียวกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

เรื่อง **การวัดการกระจายสัมบูรณ์** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 6 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมบูรณ์

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 หาพิสัยของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
1.2 หาส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
1.3 หาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
1.4 หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
1.5 แก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้การวัดการกระจายสัมบูรณ์ได้

2. แนวความคิดหลัก

ค่ากลางของข้อมูลอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะบอกได้ว่าค่าจากการสังเกตในข้อมูลชุดหนึ่งมีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงไร จึงจำเป็นต้องอาศัยการวัดการกระจายสัมบูรณ์ของข้อมูล (ข้อมูลชุดเดียวกัน)

3. เนื้อหาสาระ

การวัดการกระจายสัมบูรณ์ (Absolute Variation) เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลเพียงชุดเดียวเพื่อดูว่าจากการสังเกตแต่ละค่าในข้อมูลมีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด ซึ่งมีอยู่ 4 ชนิดคือ

1) **พิสัย** (range) พิสัย $= X_{max} - X_{min}$

2) **ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์** (quartile deviation) ใช้สัญลักษณ์ Q.D.

และ $Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

3) **ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย** (mean deviation) ใช้สัญลักษณ์ M.D.

และ $M.D. = \frac{\sum \left| x - \bar{x} \right|}{n}$ สำหรับข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่

หรือ $M.D. = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left| x_i - \bar{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} fi}$

$= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left| x_i - \bar{x} \right|}{n}$

เมื่อ k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

fi แทนความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

X_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

หมายเหตุ การหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย พบว่าในกรณีที่ข้อมูลมีจำนวนมากๆ จะมีปัญหาในการคำนวณโดยเฉพาะต้องใช้เครื่องคำนวณที่มีความสามารถสูง เพราะการหาค่าสมบูรณ์ของผลต่างค่อนข้างลำบาก จึงนิยมใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

4) **ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน** (standard deviation)

ถ้า $X_1, X_2, \ldots, X_N$ เป็นข้อมูลของประชากร N หน่วยและมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เป็น μ แล้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร แทนด้วย σ (sigma) ในกรณี**ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่** สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}X_i^{\,2}}{N}-\mu^2}$$

เมื่อ μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากร

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

ถ้า $X_1, X_2, \ldots, X_N$ เป็นข้อมูลของตัวอย่าง n หน่วยและมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น $\overline{X}$ แล้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง แทนด้วย S ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าของ σ คำนวณได้ดังนี้

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}{n-1}}$$

หรือ

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i^{\,2}-n\overline{X}^{\,2}}{n-1}}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของตัวอย่าง

n แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของตัวอย่าง

$n-1$ เรียกระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) (เป็นค่าที่ช่วยให้ s เป็นตัวประมาณค่าของ σ ได้ดีที่สุด)

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในกรณีข้อมูลแจกแจงความถี่แล้ว

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่คำนวณจากข้อมูลความถี่แล้ว เป็นการหาค่าโดยประมาณ เพราะข้อมูลไม่ใช่ค่าสังเกตจริง เราใช้จุดกึ่งกลางชั้นแทนค่าสังเกต ซึ่งการหาเป็นดังนี้

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i(x_i-\mu)^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^{\,2}}{N} - \mu^2}$$

เมื่อ X_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

f_i แทนความถี่อันตรภาคชั้นที่ i

k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

N แทนจำนวนข้อมูลทั้งหมดของประชากร

ซึ่ง $N = \sum_{i=1}^{k} f_i$

μ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลทั้งหมด

ในกรณีข้อมูลตัวอย่าง ทำได้ในทำนองเดียวกันกับกรณีประชากร แต่เป็นค่าประมาณ จึงแก้ไขการคำนวณเฉลี่ยด้วย $n-1$ ดังนี้

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x^2 - n\bar{x}^{\,2}}{n-1}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลตัวอย่าง

n แทนจำนวนตัวอย่างทั้งหมด ซึ่ง $n = \sum_{i=1}^{k} f_i$

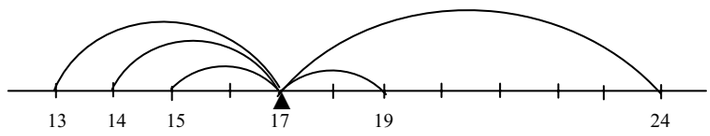
k แทนจำนวนอันตรภาคชั้นหรือจำนวนกลุ่ม

x_i แทนจุดกึ่งกลางของอันตรภาคชั้นที่ i

ความแปรปรวน (Variance)

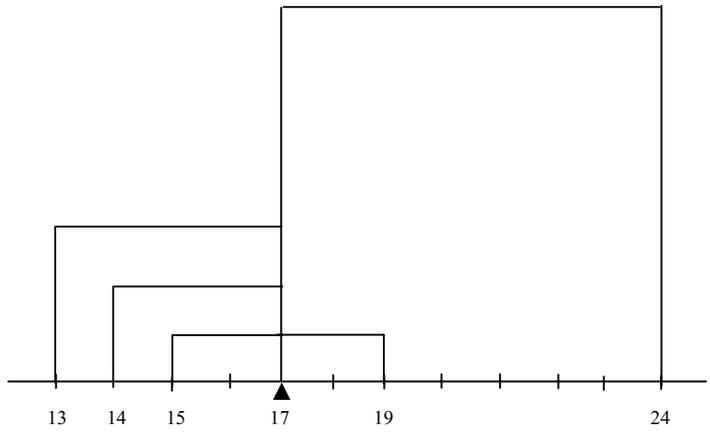
ความคิด ให้ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 13, 14, 15, 19, 24 เป็นข้อมูลประชากร $\mu = 17$

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.) เป็นการวัดการกระจายคิดเป็นระยะที่ X_i กระจายรอบๆ μ



$$\text{M.D.} = \frac{|13-17|+|14-17|+|15-17|+|19-17|+|24-17|}{5}$$

แต่ถ้า $|X_i-\mu|^2 = (X_i-\mu)^2$ จะได้พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูป



เป็นการวัดการกระจายคิดเป็นพื้นที่เรียกว่า ความแปรปรวน (Variance) แทนด้วย σ^2 ดังนั้น

$$\sigma^2 = \frac{(13-17)^2+(14-17)^2+(15-17)^2+(19-17)^2+(24-17)^2}{5}$$

หรือ $$\sigma = \sqrt{\frac{(13-17)^2+(14-17)^2+(15-17)^2+(19-17)^2+(24-17)^2}{5}}$$

เมื่อ σ เป็นการวัดการกระจายคิดเป็นระยะทางเช่นเดียวกับ M.D.

ความแปรปรวน (Variance) คือ กำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

สมบัติของการวัดการกระจายสัมบูรณ์

(1) ค่าของการวัดการกระจายสัมบูรณ์ของข้อมูลทุกชนิด มีค่าเป็นจำนวนบวกหรือศูนย์เสมอ

(2) ค่าของการวัดการกระจายสัมบูรณ์ของข้อมูลทุกชนิดมีค่าเป็นศูนย์ ก็ต่อเมื่อทุกค่าในข้อมูลเท่ากันหมด

(3) ถ้าคำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยใช้ค่ากลางของข้อมูลชุดอื่นๆ ที่ไม่ใช่ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ได้ จะมีค่ามากกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตนั้นคือ

$$\sqrt{\frac{\sum(x-a)^2}{N}} > \sqrt{\frac{\sum(x-\mu)^2}{N}}$$

เมื่อ a เป็นค่ากลางของข้อมูลที่ไม่ใช่ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

(4) ถ้านำค่าคงตัว b ไปบวกเข้าหรือลบออกจากค่าแต่ละค่าในข้อมูล การวัดการกระจายสัมบูรณ์ทุกชนิดของข้อมูลใหม่ และข้อมูลเดิม จะเท่ากันเสมอ

(5) ถ้านำค่าคงตัว a ไปคูณทุกค่าในข้อมูล การวัดการกระจายสัมบูรณ์ของข้อมูลชุดใหม่ทุกชนิด จะเท่ากับ $|a|$ คูณกับค่าการวัดการกระจายสัมบูรณ์ชนิดนั้น

(6) ความแปรปรวน $= \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2}$ เมื่อ $\overline{x_1} = \overline{x_2}$

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 – 2

1) ครูยกตัวอย่างให้นักเรียนพิจารณาคือ ในการสอบวิชาเคมีของนักเรียนห้อง ก มีคะแนนเฉลี่ย 60 คะแนน นักเรียนบอกได้หรือไม่ว่า นักเรียนได้คะแนนดีหรือไม่ ให้นักเรียนอภิปราย ผลสรุป ข้อมูลยังมีไม่เพียงพอที่จะบอกได้ว่านักเรียนห้อง ก มีนักเรียนที่สอบได้คะแนนดีหรือไม่ดี

2) ครูอธิบายถึง การวัดการกระจายสัมบูรณ์ มี 4 ชนิด

(1) พิสัย $= X_{max} - X_{min}$

(2) ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ (Q.D.) $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

(3) ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (M.D.) $= \frac{\sum|x-\bar{x}|}{N}$ สำหรับข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่

$= \frac{\sum f|x-\bar{x}|}{N}$ สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว

(4) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

กรณีข้อมูลประชากร

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\mu)^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \mu^2}$$ สำหรับข้อมูลไม่แจกแจงความถี่

หรือ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(x-\mu^2)}{N}}$

$= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \mu^2}$ สำหรับข้อมูลที่แจกแจงความถี่

กรณีข้อมูลตัวอย่าง

$S = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1}}$

$= \sqrt{\frac{\sum x^2 - n\bar{x}}{n-1}}$ สำหรับข้อมูลไม่แจกแจงความถี่

หรือ $S = \sqrt{\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{n-1}}$

$= \sqrt{\frac{\sum fx^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$

3) แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 – 5 คน และ กำหนดข้อมูล 10 , 15 , 18 , 20 , 25 ให้นักเรียนร่วมกันหา พิสัย , Q.D. , M.D. , S และตัวแทนนักเรียนแสดงบนกระดานหน้าห้อง

4) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำใบกิจกรรมที่ 5.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

ชั่วโมงที่ 3 – 4

5) กำหนดข้อมูลผลการสอบวิชาภาษาอังกฤษจำนวน 30 คน

คะแนน	**จำนวนนักเรียน**
35 – 39	2
40 – 44	6
45 – 49	10
50 – 54	8
55 - 59	4

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหา พิสัย , Q.D. , M.D. , S นำเสนอแนวความคิดหน้าห้องเรียน นักเรียนทุกคนร่วมกันพิจารณาวิธีการหาผลลัพธ์และตรวจความถูกต้อง

6) ครูบอกความหมายของความแปรปรวนซึ่งใช้สัญลักษณ์ S^2 โดยที่ความแปรปรวนรวมของข้อมูลจะต้องมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

7) ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำใบกิจกรรมที่ 5.2 ท้ายชั่วโมงร่วมกันตรวจความถูกต้องของการทำใบกิจกรรมที่ 5.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

ชั่วโมงที่ 5 – 6

8) กำหนดข้อมูล 2 , 5 , 8 , 10 , 15 ให้นักเรียนหาพิสัย และ Q.D. และข้อมูลที่กำหนดแต่ละตัวเพิ่มอีก 3 เป็น 5 , 8 , 11 , 13 , 18 ให้นักเรียนหาพิสัย และ Q.D. พิจารณาค่าที่ได้

9) ข้อมูลข้อที่ 8) นำ 2 ไปคูณได้ข้อมูล 4 , 10 , 16 , 20 , 30 ให้นักเรียนหาค่าพิสัย และ Q.D. พิจารณาผลที่ได้ว่าข้อมูลในข้อที่ 8) และข้อมูลในข้อที่ 9) ที่นำ 2 ไปคูณแล้ว ผลที่ได้มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

10) ครูบอกสมบัติของการวัดการกระจายสัมบูรณ์

11) กำหนดข้อมูล X_1 , X_2 , X_3 ซึ่งเรียงจากมากไปน้อย กำหนดค่าเฉลี่ยของข้อมูลเท่ากับ 120 พิสัยเท่ากับ 20 และมัธยฐานเป็น 130 ครูอธิบายการหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยครูต้องหาค่าของ X_1 , X_2 , X_3 เสียก่อน

12) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 5.3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

5. แหล่งการเรียนรู้

- ใบกิจกรรมที่ 5.1
- ใบกิจกรรมที่ 5.2
- ใบกิจกรรมที่ 5.3

6. กระบวนการการวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. การสังเกตการตอบคำถาม		- ตอบคำถามได้ถูกต้อง 90%
2. การร่วมกิจกรรมกลุ่ม	1. ใบกิจกรรม 2. แบบประเมินกิจกรรมกลุ่ม	- ร่วมกิจกรรมทุกครั้ง
3. การร่วมทำใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรม	- ทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง 90%

7. บันทึกหลังการสอน

……

……

……

……

8. กิจกรรมเสนอแนะ

……

……

……

……

ใบกิจกรรมที่ 5.1

1. จากข้อมูลต่อไปนี้ให้นักเรียนหาพิสัย , ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ , ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย , ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และความแปรปรวน

1) 2 , 5 , 8 , 15 , 20

2) 3 , 4 ,6 , 9 , 12 , 14 , 15 , 15

2. ให้นักเรียนสอบถามน้ำหนักตัวของเพื่อนในห้องเรียนเดียวกันจำนวน 10 คน ให้หา พิสัย , ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ , ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย , ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3. กำหนดข้อมูล 2 ชุด ดังนี้ (ข้อมูลตัวอย่าง)

ชุด A 2 , 4 , 14 , 15 , 20 , 53 , 71 , 101

ชุด B 2 , 20 , 20 , 22 , 35 , 40 , 40 , 101

จงหา

1) ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลชุด A , ชุด B

2) สวนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุด A , ชุด B

3) ความแปรปรวนรวมของข้อมูลทั้งสองชุด

ใบกิจกรรมที่ 5.2

1. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียนจำนวน 40 คน

คะแนน	จำนวนนักเรียน
11 – 20	5
21 – 30	10
31 – 40	16
41 - 50	9

จงหา พิสัย , ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ , ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย , ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นความสูง (เซนติเมตร) ของคนจำนวน 40 คน เมื่อข้อมูลประชากร

ความสูง (ซม.)	จำนวนคน
118 – 126	3
127 – 135	5
136 – 144	9
145 – 153	12
154 – 162	5
163 – 171	4
172 - 180	2

จงหา

1) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความสูง
2) จำนวนเปอร์เซนต์ของจำนวนคนที่มีความสูงในช่วง $\mu \pm \sigma$ เซนติเมตร

ใบกิจกรรมที่ 5.3

1. นักเรียน 11 คน สอบวิชาคณิตศาสตร์ ได้คะแนนดังนี้

   63 , 65 , 66 , 68 , 68 , 70 , 70 , 70 , 70 , 73 , 87

   ถ้าต้องการเปลี่ยนคะแนนของแต่ละคนโดยมีเงื่อนไขการเปลี่ยนแปลงเหมือนกันทุกคน เพื่อให้ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนใหม่เท่ากับ 200 และ 18 คะแนน ตามลำดับ จงหา

   1) มัธยฐานของคะแนนใหม่
   2) พิสัยของคะแนนใหม่
   3) ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของคะแนนใหม่

2. นักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 40 คน มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุเท่ากับ 2.5 ปี นักเรียนห้องที่สองมีจำนวน 45 คน มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุเท่ากับ 2.2 ปี ถ้าทั้งสองห้องมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุเท่ากับ 16 ปี จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมของอายุของนักเรียนทั้งสองห้อง

3. ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียน 50 คน เป็นนักเรียนชาย 20 คน จากการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนพบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิงมีค่าเท่ากัน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของนักเรียนชายเท่ากับ 3 กิโลกรัม และมีความแปรปรวนของนักเรียนหญิงเท่ากับ 6 กิโลกรัม จงหา

   1) ความแปรปรวนของน้ำหนักของนักเรียนทั้งห้อง
   2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักของนักเรียนทั้งห้อง

4. กำหนดข้อมูล 64, 66, 66, 69, 70, 70, 71, 71, 75, 78

   โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\overline{x}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ S_X จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{y}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s_y) ของข้อมูลของ y โดยที่ y และ x สัมพันธ์กันดังนี้

   (1) $y = x + 10$

   (2) $y = 2x - 5$

   (3) $y = \frac{-3x+8}{2}$

   (4) $y = \frac{x}{3}+2$

   (5) $y = \frac{7-2x}{4}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

เรื่อง **การวัดการกระจายสัมพัทธ์** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 4 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการวัดการกระจายสัมพัทธ์

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 หาสัมประสิทธิ์ของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
1.2 หาสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
1.3 หาสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
1.4 หาสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
1.5 สามารถเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลที่กำหนดให้ได้

2. แนวความคิดหลัก

การวัดการกระจายสัมบูรณ์บอกได้แต่เพียงข้อมูลมีการกระจายมากน้อยเพียงไรเพียงข้อมูลชุดเดียว ในการเปรียบข้อมูลตั้งแต่สองชุดขึ้นไปเพื่อพิจารณาว่า ข้อมูลชุดใดมีการกระจายมากหรือน้อยกว่ากัน ต้องอาศัยการวัดการกระจายสัมพัทธ์

3. เนื้อหาสาระ

การวัดการกระจายสัมพัทธ์ (Relative Variation) เป็นการวัดการกระจายของข้อมูล โดยใช้อัตราส่วนของค่าที่ได้จากการวัดการกระจายสัมบูรณ์กับค่ากลางของข้อมูลชุดนั้นๆ ซึ่งมีด้วยกัน 4 ชนิดคือ

1) สัมประสิทธิ์ของพิสัย (coefficient of range)

สัมประสิทธิ์ของพิสัย $= \dfrac{x_{max} - x_{min}}{x_{max} + x_{min}}$

2) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ (coefficient of quartile deviation)

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ $= \dfrac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

3) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (coefficient of mean deviation)

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของตัวอย่าง $= \dfrac{M.D.}{\bar{x}}$

สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของประชากร $= \dfrac{M.D.}{\mu}$

4) สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (coefficient of variation)

สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของตัวอย่าง $= \dfrac{s}{\bar{x}}$

สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของประชากร $= \dfrac{\sigma}{\mu}$

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 – 2

1) ครูบอกนักเรียนถึงความหมายของการวัดการกระจายสัมพัทธ์ซึ่งหมายถึง การวัดการกระจายของข้อมูลโดยใช้อัตราส่วนของค่าที่ได้จากการวัดการกระจายสัมบูรณ์ กับค่ากลางของข้อมูลชุดนั้นๆ ในการเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลใดมีการกระจายมากกว่าหรือน้อยกว่า เราทำได้โดยการวัดการกระจายสัมพัทธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ถ้าค่าการวัดการกระจายสัมพัทธ์มีค่ามาก แสดงว่าข้อมูลนั้นมีการกระจายมาก และถ้าค่าการวัดการกระจายสัมพัทธ์มีค่าน้อย แสดงว่าข้อมูลนั้นมีการกระจายน้อย

2) ครูบอกนักเรียนถึงชนิดของการวัดการกระจายสัมพัทธ์ จากใบความรู้ที่ 6

3) ครูยกตัวอย่าง กำหนดข้อมูล 2 ชุดดังนี้

ชุดที่ 1 72 75 73 74 76 71

ชุดที่ 2 115 118 116 112 117 110

แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 – 5 คน ให้นักเรียนหาการวัดการกระจายสัมพัทธ์ของข้อมูล ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 กลุ่มละ 1 ชนิด แล้วเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูล ผลสรุปว่าข้อมูลชุดใดกระจายมากกว่ากันตรงกันทุกกลุ่มหรือไม่

4) ครูยกตัวอย่างข้อมูลโดยให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลตัวอย่างและข้อมูลประชากร

ข้อมูลต่อไปนี้เป็นความสูงของนักเรียน 80 คนโดยแยกตามเพศ จงเปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลความสูงของนักเรียนชายและของนักเรียนหญิง โดยใช้สัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ และสัมประสิทธิ์การแปรผัน

ความสูง (ซม.)	จำนวนนักเรียน	
	ชาย	หญิง
130 – 134	2	1
135 – 139	6	4
140 – 144	10	6
145 – 149	12	9
150 – 154	8	5
155 – 159	6	3
160 - 164	6	2

นักเรียนเปรียบเทียบค่าการวัดการกระจายสัมพัทธ์เพื่อบอกได้ว่าความสูงของนักเรียนกลุ่มใดกระจายมากกว่ากัน

5) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 6.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

ชั่วโมงที่ 3 – 4

6) ครูยกตัวอย่าง

คะแนนสอบของนักเรียน 3 คน พบว่าคะแนนทั้งสามคนเป็นจำนวนบวกและมัธยฐานเท่ากับสองเท่าของคะแนนต่ำสุด สัมประสิทธิ์ของพิสัยเท่ากับ 60% และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 10 จงหา

(1) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

(2) สัมประสิทธิ์การแปรผัน

สมมุติให้นักเรียน 3 คนได้คะแนนเรียงจากน้อยไปมากคือ x_1, x_2, x_3

จะได้ว่า x_2 = มัธยฐาน = $2x_1$

สัมประสิทธิ์พิสัย = 60%

$$\frac{x_3 - x_1}{x_3 + x_1} = \frac{60}{100}$$

$$= \frac{3}{5}$$

$$5x_3 - 5x_1 = 3x_3 + 3x_1$$

$$x_3 = 4x_1$$

คะแนนทั้ง 3 คนคือ $x_1, 2x_1, 4x_1$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + 2x_1 + 4x_1}{3}$$

$$= \frac{7}{3}x_1$$

ส่วน M.D. = 10

$$\frac{\left|x_1 - \frac{7}{3}x_1\right| + \left|2x_1 - \frac{7}{3}x_1\right| + \left|4x_1 - \frac{7}{3}x_1\right|}{3} = 10$$

$$\frac{10}{3}x_1 = 30$$

$$x_1 = 9$$

ดังนั้น $x_2 = 2 \times 9 = 18$ $x_3 = 4 \times 9 = 36$

คะแนนทั้ง 3 คนคือ 9 , 18 , 36

ดังนั้น $\bar{x} = \frac{7}{3}x_1 = \frac{7}{3} \times 9 = 21$

(1) สัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย = $\frac{\text{M.D.}}{\bar{x}} = \frac{10}{21} = 0.48$

(2) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน S = $\sqrt{\frac{(9-21)^2 + (18-21)^2 + (36-21)^2}{3-1}}$

= 14.1

ดังนั้นสัมประสิทธิ์การแปรผัน $= \frac{s}{\bar{x}}$

$= \frac{14.1}{21}$

$= 0.67$

7) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 6.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

5. แหล่งการเรียนรู้

- ใบความรู้ที่ 6
- ใบกิจกรรมที่ 6.1
- ใบกิจกรรมที่ 6.2

6. กระบวนการวัดและการประเมินผล

การวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. การสังเกตการตอบคำถาม		- ตอบคำถามได้ถูกต้อง 90%
2. การร่วมกิจกรรมกลุ่ม	1. ใบกิจกรรม 2. แบบประเมินกิจกรรมกลุ่ม	- ร่วมกิจกรรมทุกครั้ง
3. การร่วมทำใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรม	- ทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง 90%

7. บันทึกหลังการสอน

……

……

……

……

8. กิจกรรมเสนอแนะ

……

……

……

……

ใบความรู้ที่ 6

การวัดการกระจายสัมพัทธ์ (Relative Variation) มี 4 ชนิด คือ

1. สัมประสิทธิ์ของพิสัย (coefficient of range ; C.R.) และ

$$C.R. = \frac{x_{max} - x_{min}}{x_{max} + x_{min}}$$

2. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ (coefficient of quartile deviation ; C.Q.D.) และ

$$C.Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

3. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (coefficient of mean deviation ; C.M.D.) และ

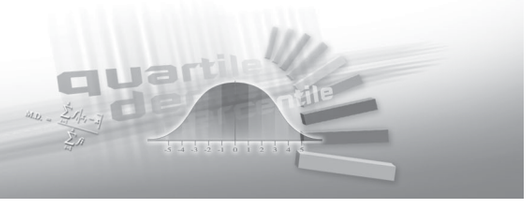
ข้อมูลตัวอย่าง $C.M.D. = \frac{M.D.}{\overline{X}}$

ข้อมูลประชากร $C.M.D. = \frac{M.D.}{\mu}$

4. สัมประสิทธิ์ของความแปรผัน (coefficient of variation ; C.V.) และ

ข้อมูลตัวอย่าง $C.V. = \frac{s}{\overline{x}}$

ข้อมูลประชากร $C.V. = \frac{\sigma}{\mu}$



ใบกิจกรรมที่ 6.1

1. จงเปรียบเทียบการกระจายผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2 กลุ่ม โดยใช้สัมประสิทธิ์ของพิสัย สัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ สัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และสัมประสิทธิ์การแปรผัน

กลุ่มที่ 1	2	8	4	4	6	9	10	5	7	4
กลุ่มที่ 2	34	36	32	34	36	35	34	36	39	34

2. ข้อมูลคะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียนชาย จำนวน 50 คน เป็นข้อมูลตัวอย่าง

คะแนน	จำนวนนักเรียน
10 – 14	7
15 – 19	10
20 – 24	14
25 – 29	9
30 – 34	6
35 - 39	4

จงหา

1) สัมประสิทธิ์ของพิสัย
2) สัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์
3) สัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
4) การแปรผัน

3. จงเปรียบเทียบการกระจายของคะแนนนักเรียนห้องที่ 1 ห้องที่ 2 และห้องที่ 3 เมื่อกำหนด

	ห้องที่ 1	ห้องที่ 2	ห้องที่ 3
$\bar{x}$	58	54	55
s^2	625	16.81	10.24

ใบกิจกรรมที่ 6.2

1. จากการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนในห้องหนึ่งพบว่า สัมประสิทธิ์ของพิสัยของน้ำหนักมีค่าเท่ากับ 0.18
   1) ถ้าน้ำหนักของนักเรียนที่หนักที่สุดเท่ากับ 59 กิโลกรัม จงหาน้ำหนักของนักเรียนที่เบาที่สุด
   2) ถ้าน้ำหนักของนักเรียนที่เบาที่สุดเท่ากับ 50 กิโลกรัม จงหาน้ำหนักของนักเรียนที่หนักที่สุด

2. คนสามคนมีความสูงไม่เท่ากัน มัธยฐานของความสูงเท่ากับค่ากึ่งกลางพิสัยของความสูง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสูงเท่ากับ 150 เซนติเมตร และสัมประสิทธิ์พิสัยเท่ากับ 0.2 จงหา
   1) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
   2) สัมประสิทธิ์การแปรผัน

3. จากการสอบวิชาสถิติตลอดภาคเรียน จำนวน 4 ครั้ง พบว่าในการสอบแต่ละครั้ง นาย ก ได้คะแนนเป็นสองเท่าของนาย ข และนาย ข ได้คะแนนมากกว่านาย ค 10 คะแนน ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตและความแปรปรวนของคะแนนของนาย ข เท่ากับ 65 คะแนนและ 16 คะแนน ตามลำดับ
   1) จงเปรียบเทียบการกระจายของคะแนนของนาย ก และนาย ข
   2) จงเปรียบเทียบการกระจายของคะแนนของนาย ก และนาย ค
   3) จงเปรียบเทียบการกระจายของคะแนนของนาย ข และนาย ค

4. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีอาจารย์รวม 60 คน อาจารย์หญิงมีจำนวนมากเป็นสองเท่าของอาจารย์ชาย ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินเดือนของอาจารย์หญิงและของอาจารย์ชายเท่ากับ 5,600 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเงินเดือนของอาจารย์หญิงและอาจารย์ชายเท่ากับ 200 และ 250 บาท ตามลำดับ
   1) จงเปรียบเทียบการกระจายของเงินเดือนของอาจารย์หญิงและของอาจารย์ชาย
   2) จงหาสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของเงินเดือนของอาจารย์ทั้งหมด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

เรื่อง **ค่ามาตรฐาน** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 3 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับค่ามาตรฐานและนำไปแก้ปัญหาได้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 หาค่ามาตรฐานของคะแนนที่กำหนดให้ได้

1.2 นำความรู้เกี่ยวกับค่ามาตรฐานไปใช้แก้ปัญหาได้

2. แนวความคิดหลัก

การเปรียบเทียบคะแนนที่เป็นผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนคนหนึ่ง จะพิจารณาเฉพาะคะแนนที่สอบได้เท่านั้นไม่เพียงพอ สิ่งที่ต้องนำมาพิจารณาด้วยคือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยการนำคะแนนในข้อมูลที่ต้องการมาเปรียบเทียบและเปลี่ยนเป็นคะแนนใหม่ ซึ่งเรียกว่า ค่ามาตรฐาน

3. เนื้อหาสาระ

สมมุติให้ข้อมูลเดิมเป็น $x_1, x_2, x_3, ..., x_N$

ค่ามาตรฐานของข้อมูล x_i เขียนแทนด้วย z_i และ $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$

สมบัติของค่ามาตรฐาน

1) ผลรวมของค่ามาตรฐานทุกค่าจะเท่ากับศูนย์

2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่ามาตรฐานเท่ากับศูนย์

3) ผลรวมของกำลังสองของค่ามาตรฐานของค่าทุกค่าในข้อมูลเท่ากับจำนวนค่าในข้อมูลนั้น

4) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่ามาตรฐานเท่ากับ 1

5) ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงแบบเส้นโค้งปกติ ค่ามาตรฐานจะมีประมาณ - 3 ถึง + 3

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

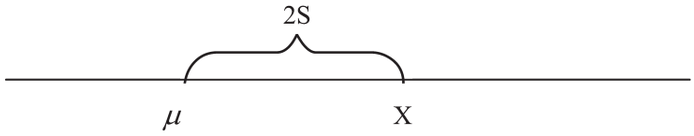
ชั่วโมงที่ 1 – 2

1) ครูกำหนดสถานการณ์ นายเออยู่ห้อง 1 สอบคณิตศาสตร์ได้ 60 คะแนน นายบีอยู่ห้อง 2 สอบคณิตศาสตร์ได้ 65 คะแนน ซึ่งมีคะแนนเต็มเท่ากัน นักเรียนจะบอกได้หรือไม่ว่านายบีสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนนดีกว่านายเอ ครูเพิ่มข้อกำหนด ห้อง 1 มี μ = 50 σ = 5 ห้อง 2 มี μ = 70 σ = 10 ให้นักเรียนพิจารณาคะแนนของนายเอและนายบีอีกครั้ง

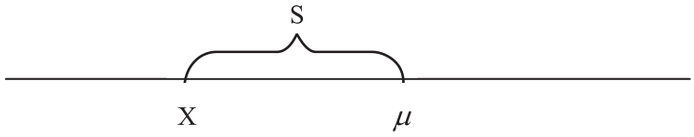
2) ครูอธิบาย ในการนำคะแนนจากการสังเกตของข้อมูลมาเปรียบเทียบกันต้องนำคะแนนมาแปลงเป็นคะแนนใหม่ ที่เรียกว่า ค่ามาตรฐาน (Standard Score)

ถ้า x แทนค่าในข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ σ ค่ามาตรฐานของ x เขียนแทนด้วย z และ $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ หรือ $x-\mu = z\sigma$ ความสัมพันธ์นี้ กล่าวได้ว่า ค่ามาตรฐานของ x คือค่าที่แสดงให้เห็นว่า ความแตกต่างระหว่าง x และค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($x-\mu$) เป็นกี่เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เช่น

z = 2 จะได้ $x-\mu = 2\sigma$ หมายถึง x มีค่ามากกว่า μ และห่างจาก μ เท่ากับ 2 เท่าของ σ



z = -1 จะได้ $x-\mu = -\sigma$ หมายถึง x มีค่าน้อยกว่า μ และห่างจาก μ เท่ากับ 1 เท่าของ σ



3) ครูยกตัวอย่าง สมชาย สุเทพ สุชาติ มานพ ดำรง และดิเรก เป็นนักเรียนชั้น ม.5 สอบวิชาสถิติได้คะแนนดังนี้

นักเรียน	สมชาย	สุเทพ	สุชาติ	มานพ	ดำรง	ดิเรก
คะแนน	20	30	35	50	75	90

ให้นักเรียนช่วยกันหาค่ามาตรฐานของแต่ละคน

4) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 7.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

ชั่วโมงที่ 3

5) ครูบอกคุณสมบัติของค่ามาตรฐาน

คุณสมบัติของค่ามาตรฐาน

(1) ผลรวมของค่ามาตรฐานทุกค่าเท่ากับ 0

จาก $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

$$\sum_z = \sum\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma}\sum(x-\mu)$$

$$= \frac{1}{\sigma}\left(\sum x - \sum\mu\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma}(n\mu - n\mu)$$

$$= 0$$

(2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่ามาตรฐานเท่ากับ 0

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่ามาตรฐาน $= \bar{z} = \frac{\sum z}{N}$

$= 0 \qquad (\sum Z = 0)$

(3) ผลรวมกำลังสองของค่ามาตรฐานของค่าทุกค่าในข้อมูล เท่ากับจำนวนค่าในข้อมูลนั้น

(4) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่ามาตรฐานเท่ากับ 1

คุณสมบัติข้อ (3), (4) ให้นักเรียนร่วมกันแสดงหน้าห้อง

(5) ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงปกติ ค่ามาตรฐานจะมีประมาณ -3 ถึง $+3$ แต่ในบางข้อมูล ค่ามาตรฐานของค่าบางค่า อาจมากกว่า $+3$ หรือ -3 บ้างเล็กน้อย

(6) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 7.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

5. แหล่งการเรียนรู้

- ใบกิจกรรมที่ 7.1
- ใบกิจกรรมที่ 7.2

6. กระบวนการวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. การสังเกตการตอบคำถาม		- ตอบคำถามได้ถูกต้อง 90%
2. การร่วมกิจกรรมกลุ่ม	1. ใบกิจกรรม 2. แบบประเมินกิจกรรมกลุ่ม	- ร่วมกิจกรรมทุกครั้ง
3. การร่วมทำใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรม	- ทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง 90%

7. บันทึกหลังการสอน

……..

……..

……..

8. กิจกรรมเสนอแนะ

……..

……..

……..

ใบกิจกรรมที่ 7.1

1. ในการสอบของนักเรียน 150 คน ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 78 คะแนน และ 8 คะแนนตามลำดับ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษเป็น 65 คะแนนและ 6 คะแนน ตามลำดับ ถ้าสุเมธสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 75 คะแนน และวิชาภาษาอังกฤษได้ 65 คะแนน สุเมธเรียนวิชาใดดีกว่ากัน

2. ในการสอบครั้งหนึ่งนาย ก สอบได้ 75 คะแนน หาค่ามาตรฐานได้ 1.5 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 63 คะแนน และนาย ข สอบได้ 50 คะแนน คิดเป็นค่ามาตรฐานของคะแนนสอบเท่าไร

3. จากการสำรวจอายุของคน 8 คน เมื่อนำมาวิเคราะห์แล้วได้ผลดังนี้ ผลบวกของอายุคนกลุ่มนี้เป็น 88 คะแนน ผลบวกของกำลังสองของอายุคนกลุ่มนี้เป็น 1,256 ปี จงหาว่าคนที่มีอายุเป็นค่ามาตรฐาน 0.5 จะมีอายุกี่ปี

4. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่ง ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งห้องเท่ากับ 62.5 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 คะแนน ถ้าฐิติมาและณัฐฐาสอบได้คะแนนเป็นค่ามาตรฐานต่างกัน 0.5 จงหาว่าคะแนนของเขาทั้งสองต่างกันเท่าไร

5. ผลการสอบวิชาเคมี และฟิสิกส์ของนักเรียน 10 คน ได้คะแนนดังต่อไปนี้

เคมี	82	85	86	87	88	89	90	91	92	100
ฟิสิกส์	20	25	36	58	62	75	90	91	93	100

สุมาลีสอบได้ 90 คะแนน ทั้งสองวิชา จงเปรียบเทียบดูว่าสุมาลีเรียนวิชาไหนดีกว่ากัน

6. ดำรงและดิเรกเป็นพนักงานขายบริษัทแห่งหนึ่ง แต่อยู่คนละแผนก ดำรงอยู่แผนกเครื่องใช้ไฟฟ้า ดิเรกอยู่แผนกเครื่องกีฬา ทั้งสองแผนกมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของราคาขายของพนักงานในวันที่ 10 มกราคม 2548 จะได้ข้อมูลดังนี้

	แผนกเครื่องใช้ไฟฟ้า	แผนกเครื่องกีฬา
μ	13,000	5,000
σ	2,000	500

ถ้าในวันนั้นดำรงขายสินค้าได้ 15,000 บาท ดิเรกขายสินค้าได้ 6,250 บาท จงเปรียบเทียบความสามารถในการขายสินค้าของทั้งสองคน

ใบกิจกรรมที่ 7.2

1. ข้อมูลชุดหนึ่งมีผลรวมของค่าทุกค่าในข้อมูลเท่ากับ 80 และผลรวมของกำลังสองของค่ามาตรฐานของทุกค่าในข้อมูลเท่ากับ 5 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้

2. ถ้าค่าเฉลี่ยของเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุนักเรียน 30 คน เท่ากับ 12.3 ปี และ 1.2 ปี ตามลำดับ เมื่อหาผลรวมของค่ามาตรฐานของอายุของนักเรียนเพียง 29 คน ปรากฏว่าเท่ากับ 0.25 จงหาอายุของคนที่ 30

3. นักเรียนห้องหนึ่งมี 50 คน จากการสอบวิชาสถิติ ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและความแปรปรวนของนักเรียนทั้งชั้น เท่ากับ 62 และ 81 คะแนนตามลำดับ เมื่อหาผลรวมของค่ามาตรฐานของคะแนนของนักเรียนทุกคนยกเว้นของนายสมชาย และนายสมพร ซึ่งได้คะแนนเท่ากัน ปรากฏว่าได้ผลรวมเท่ากับ –0.8 จงหาคะแนนสอบของนายสมชายและนายสมบัติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

เรื่อง **พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 6 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแจกแจงปกติของข้อมูล

1.2 หาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติของค่ามาตรฐานที่กำหนดให้ได้

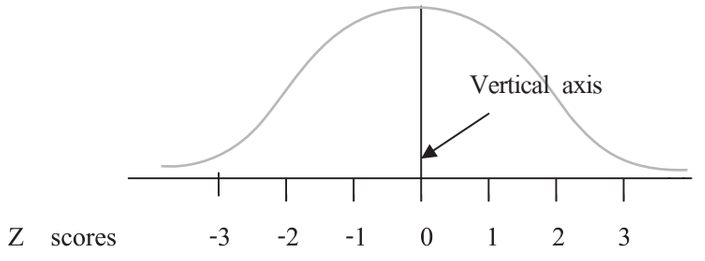
1.3 แก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยอาศัยพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติของค่ามาตรฐานได้

2. แนวความคิดหลัก

ในหัวข้อนี้เราให้ความสนใจข้อมูลที่มีการแจกแจงความถี่ที่มีลักษณะแจกแจงปกติ ซึ่งเส้นโค้งของความถี่ของข้อมูลนี้ เรียกว่า เส้นโค้งปกติ พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ สามารถไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้

3. เนื้อหาสาระ

เส้นโค้งปกติจะมีลักษณะของเส้นโค้งเป็นรูประฆังคว่ำ



สมบัติของเส้นโค้งปกติ

1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูล จะมีค่าเท่ากันและอยู่ ณ จุดที่แกนแนวตั้งตัดกับแนวนอน

2) เส้นโค้งปกติ จะสมมาตรกันโดยมีแกนแนวตั้งเป็นแกนสมมาตร

3) เส้นโค้งปกติจะลดลงเรื่อยๆ ทั้งสองด้านของแกนแนวตั้ง และจะเข้าใกล้แกนนอนเข้าไปทุกขณะ แต่จะไม่ตัดกับแกนนอน

4) พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติเท่ากับ 1 เสมอ

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

กำหนดข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติและต้องการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $x = x_1$ และ $x = x_2$ เรามีวิธีการหาพื้นที่ดังนี้

1) เปลี่ยนค่า x_1 และ x_2 ให้เป็นค่ามาตรฐาน z_1 และ z_2 ตามลำดับโดยใช้สูตร

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} \qquad z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma}$$

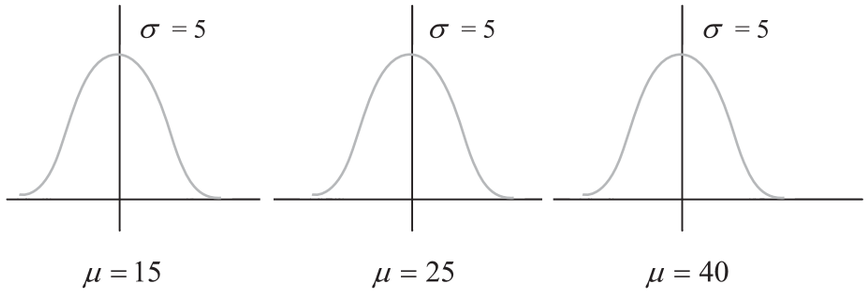
2) นำค่า z_1 และ z_2 ที่หาได้ไปหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ จากตาราง พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง x_1 และ x_2 จะเท่ากับพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง z_1 และ z_2

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1 – 2

1) ครูอธิบายถึงเส้นโค้งที่เป็นเส้นโค้งปกติและลักษณะของเส้นโค้งปกติของข้อมูล 2 ชุด ตามใบความรู้ที่ 8.1

2) ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติม ข้อมูล 3 ชุดมีการแจกแจงปกติ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 ทั้ง 3 ชุด และค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15 , 25 และ 40 จะมีลักษณะของเส้นโค้งปกติทั้ง 3 ชุดดังรูป



ข้อมูลทั้ง 3 ชุดมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 5 , 10 , 20 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 , 3 และ 10 ตามลำดับ จะมีลักษณะโค้งปกติของข้อมูลทั้งสามเป็นอย่างไร ให้นักเรียนช่วยกันเขียนและนำเสนอหน้าชั้นเรียน

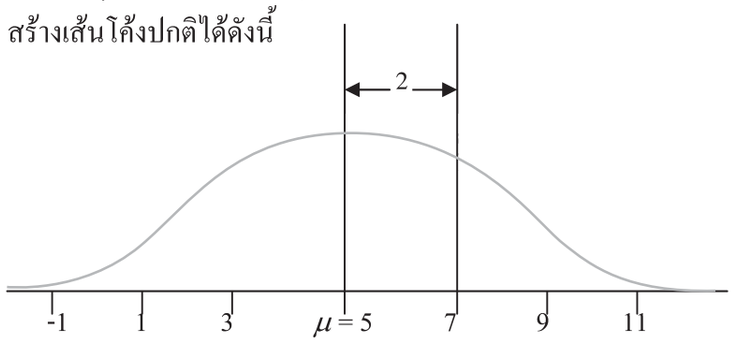
3) ครูอธิบายคุณสมบัติของเส้นโค้งปกติ ตามใบความรู้ที่ 8.2

4) ครูยกตัวอย่าง จงวาดเส้นโค้งปกติของข้อมูลมีการแจกแจงปกติซึ่งมี $\mu = 5$ และ $\sigma = 2$

จาก $\mu - 3\sigma = 5 - 3(2) = -1$

$\mu + 3\sigma = 5 + 3(2) = 11$

สร้างเส้นโค้งปกติได้ดังนี้



ชั่วโมงที่ 3 – 4

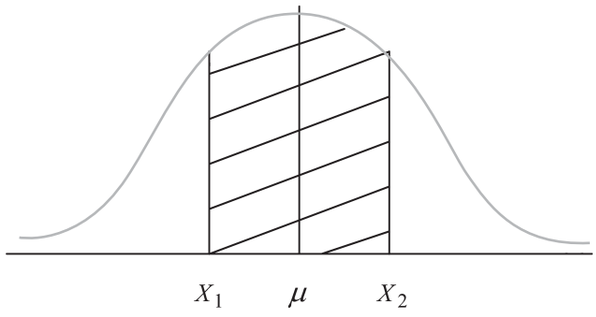
5) ครูอธิบายถึงการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

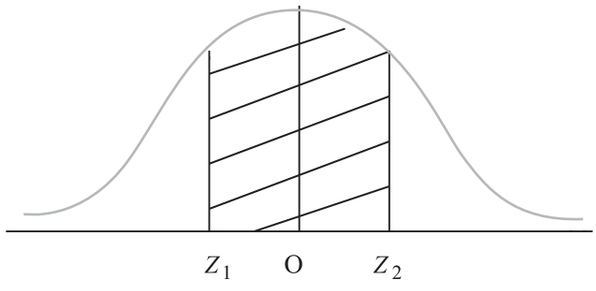
ถ้าเราต้องการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติที่อยู่ระหว่าง $x = x_1$ และ $x = x_2$ ให้ดำเนินการดังต่อไปนี้

(1) เปลี่ยนค่า x_1, x_2 เป็นค่ามาตรฐาน z_1, z_2 ตามลำดับโดยใช้สูตร

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} \qquad z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma}$$

(2) นำค่า z_1 และ z_2 ที่ได้ไปหาพื้นที่จากตารางการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน





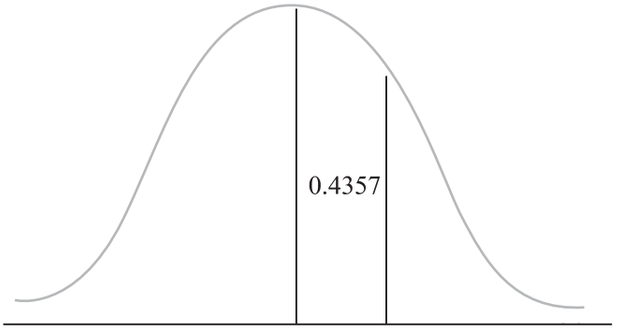
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง x_1 และ x_2 = พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง z_1 และ z_2

วิธีการใช้ตาราง

1. ตารางนี้ใช้สำหรับค่ามาตรฐานที่มีทศนิยมไม่เกิน 2 ตำแหน่ง
2. ในสดมภ์แรกของตารางค่าของ Z ซึ่งเป็นจำนวนทศนิยมที่เป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง เริ่มจาก 0.0 , 0.1 , 0.2 ,..... , 3.8
3. ในแถวแรกของตารางเป็นค่าของ Z ซึ่งเป็นทศนิยมตำแหน่งที่ 2
4. จำนวนที่เป็นทศนิยม 4 ตำแหน่งที่ปรากฏในตารางคือพื้นที่ภายในเส้นโค้งปกติ
5. พื้นที่ที่ปรากฏในตารางจะเป็นพื้นที่อยู่ระหว่าง O และ Z โดยที่ $Z > O$ เท่านั้น
6. ถ้าต้องการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติที่นอกเหนือจากนี้ จะต้องประยุกต์เอง โดยอาศัยคุณสมบัติของเส้นโค้งปกติที่ว่า พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติทั้งหมดเท่ากับ 1 เสมอ และเส้นโค้งปกติ สมมาตรกันตามแกนแนวตั้ง ($Z = O$)

6) จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง Z = O ถึง Z = 1.52

Z	0.00	0.01	0.02
.			
.			
1.5		0.4357	
.			
.			



7) ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 8.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

ชั่วโมงที่ 5 – 6

8) แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 4 – 5 คน ให้ร่วมกันทำใบกิจกรรมที่ 8.2

9) นักเรียนร่วมกันเสนอใบกิจกรรมที่ 8.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอหน้าชั้นเรียนกลุ่มละ 1-2 ข้อ นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณาความถูกต้องและจดลงสมุด

5. แหล่งการเรียนรู้

- ใบความรู้ที่ 8.1
- ใบความรู้ที่ 8.2
- ใบกิจกรรมที่ 8.1
- ใบกิจกรรมที่ 8.2

6. กระบวนการวัดและประเมินผล

การวัดผล	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1. การสังเกตการตอบคำถาม		- ตอบคำถามได้ถูกต้อง 90%
2. การร่วมกิจกรรมกลุ่ม	1. ใบกิจกรรม 2. แบบประเมินกิจกรรมกลุ่ม	- ร่วมกิจกรรมทุกครั้ง
3. การร่วมทำใบกิจกรรม	- ใบกิจกรรม	- ทำใบกิจกรรมได้ถูกต้อง 90%

7. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

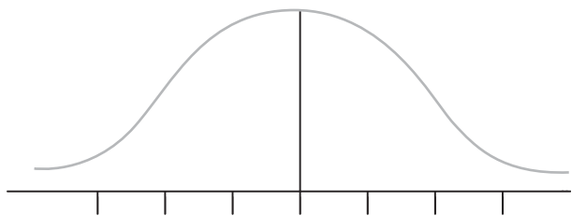
.....

.....

ใบความรู้ที่ 8.1

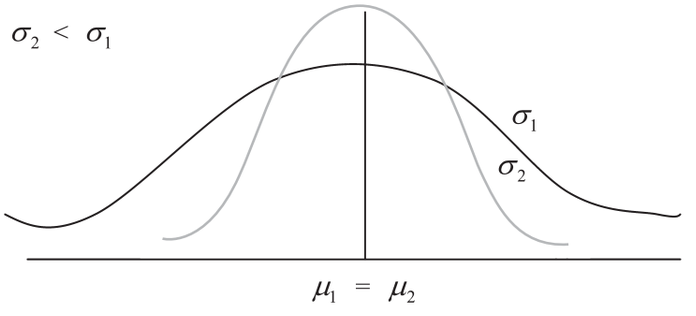
เรื่อง เส้นโค้งปกติ

เส้นโค้งปกติ มีลักษณะเป็นรูประฆังคว่ำ ค่ามาตรฐานของค่าในข้อมูลจะมีค่าประมาณ -3 ถึง 3

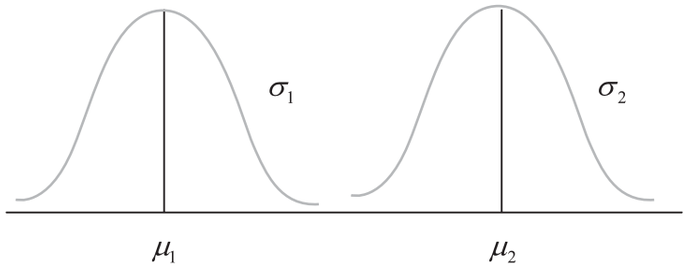


ลักษณะของเส้นโค้งปกติของข้อมูล 2 ชุด ขึ้นอยู่กับค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้

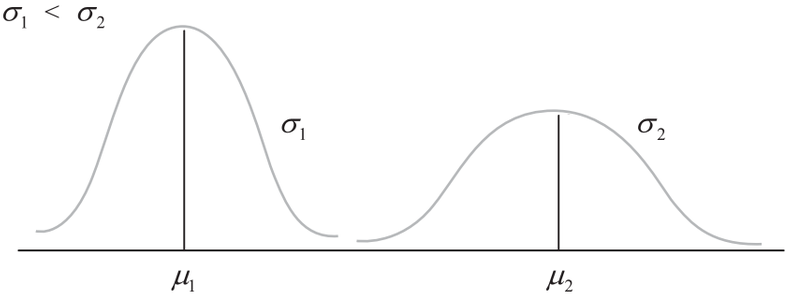
1. $\mu_1 = \mu_2$ แต่ $\sigma_2 < \sigma_1$



2. $\mu_1 < \mu_2$ แต่ $\sigma_1 = \sigma_2$



3. $\mu_1 < \mu_2$ แต่ $\sigma_1 < \sigma_2$

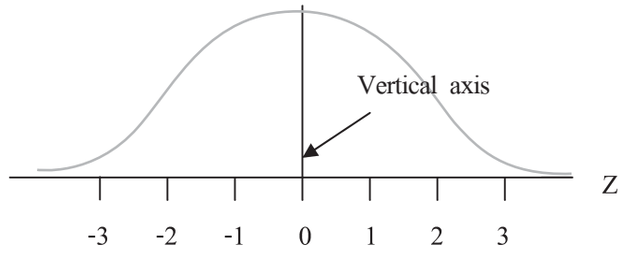


ใบความรู้ที่ 8.2

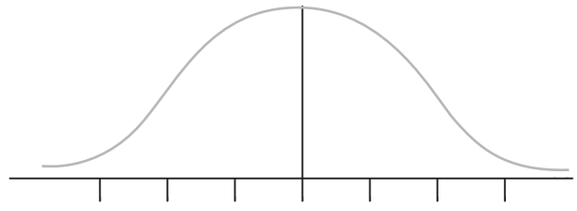
เรื่อง คุณสมบัติของเส้นโค้งปกติ

สมบัติของเส้นโค้งปกติ

แกนซึ่งตั้งฉากกับ แกน Z ที่ Z = 0 (หรือแกน X ที่ X = μ) และมีจุดปลายแกนอีกด้านหนึ่งอยู่ที่จุดสูงสุดของเส้นโค้งปกติ เราจะเรียกว่า แกนแนวตั้ง (Vertical axis)



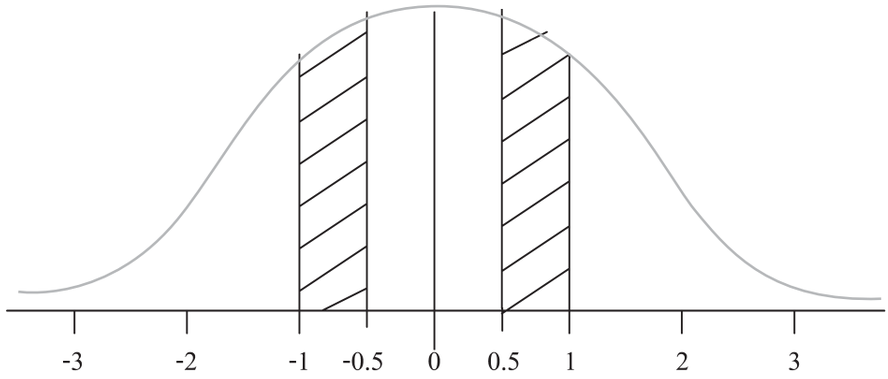
1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูล จะมีค่าเท่ากันและอยู่ ณ จุดที่แกนแนวตั้งตัดกับแกนนอน



μ = Mod = Mo

2. เส้นโค้งปกติ จะสมมาตรกันโดยมี แกนแนวตั้งเป็นแกนสมมาตร

ครึ่งหนึ่งของข้อมูลจะอยู่ทางซ้ายมือของแกนแนวตั้ง และอีกครึ่งหนึ่งจะอยู่ทางขวามือของแกนแนวตั้ง นอกจากนั้น ในแต่ละเซกเตอร์ (Secter) ที่อยู่ทางด้านซ้ายมือและทางขวามือของแกนแนวตั้ง จะมีความกว้างเท่ากัน และห่างจากแกนแนวตั้งเท่ากัน จะมีจำนวนข้อมูลเท่าๆ กัน



3. เส้นโค้งปกติจะลดลงเรื่อยๆ ทั้งสองด้านของแกนแนวตั้ง และจะเข้าใกล้แกนนอนเข้าไปทุกขณะ แต่จะไม่ตัดกับแกนนอน

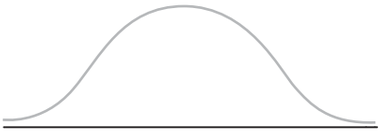
4. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติจะเท่ากับ 1 เสมอ

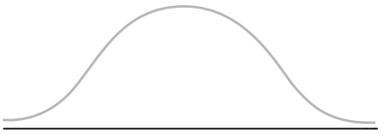
ใบกิจกรรมที่ 8.1

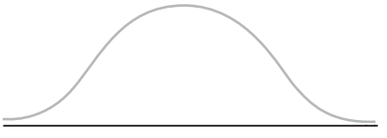
1. จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งเมื่อกำหนด Z ในข้อต่อไปนี้

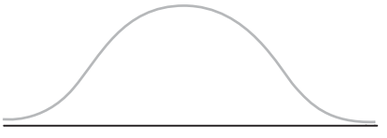
Z	1.35	1.5	1.52	2.1
A	0.415	0.4332	0.4357	0.4821

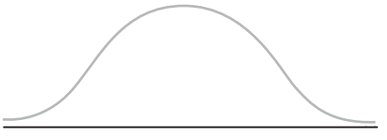
1.1 $Z > 1.35$

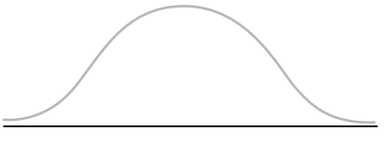
1.2 $Z < 1.35$ 

1.3 $Z < -1.35$ 

1.4 $Z > 1.52$ 

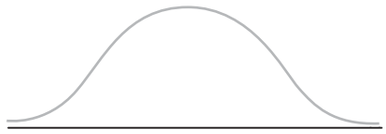
1.5 $Z < -1.52$ 

1.6 $Z < 1.52$ 

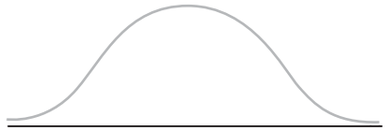
1.7 $1.35 < Z < 1.52$ 

1.8 $-1.35 < Z < 1.52$

1.9 $-1.52 < Z < 1.35$



1.10 $Z > 1.5$



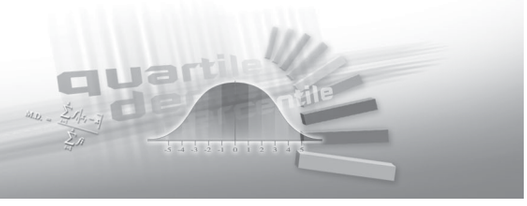
1.11 $1.5 < Z < 2.1$

1.12 $-2.1 < Z < 1.5$

1.13 $Z < -2.1$

1.14 $-1.5 < Z < 1.35$

2. จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติของข้อมูลที่มี $\mu = 5$ และ $\sigma = 2$ ซึ่งอยู่ระหว่าง $x_1 = 2$ และ $x_2 = 9$
3. จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติของข้อมูลที่มี $\mu = 10$ และ $\sigma = 4$ ที่ $X > 6$



ใบกิจกรรมที่ 8.2

1. กำหนดข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ โดยที่ μ = 25 และ σ = 5 จงหาว่า X = 30 อยู่ที่ตำแหน่งเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไร

2. จากการวัดระดับสติปัญญา (IQ) ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งพบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของระดับสติปัญญา เท่ากับ 110 และ 10 ตามลำดับ ถ้าข้อมูลที่ได้มีการแจกแจงปกติแล้วจงหาว่า
   1) นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาอยู่ที่เปอร์เซนไทล์ 60 จะมีระดับสติปัญญาเท่าไร
   2) มีจำนวนนักเรียนกี่เปอร์เซ็นต์ที่มีระดับสติปัญญาระหว่าง 100 และ 120

3. ในการสอบวิชาสถิติของนักเรียนชั้น ม.5 ปรากฏว่าคะแนนของนักเรียนทั้งหมดมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 72 และ 13 คะแนน ตามลำดับ ถ้าครูผู้สอนกำหนดไว้ว่า 15% ของผู้ได้คะแนนสูงสุด จะได้เกรด A จงหาคะแนนต่ำสุดของผู้ที่ได้เกรด A

4. จากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า กลุ่มนักเรียนหญิงมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเท่ากับ 60 และ 10 คะแนนตามลำดับ และกลุ่มนักเรียนชายมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเท่ากับ 64 และ 8 คะแนนตามลำดับ ถ้าคะแนนของแต่ละกลุ่มมีการแจกแจงปกติ จงหาว่า

   1) น.ส. ชูใจ สอบได้ 80 คะแนน คะแนนของเขาอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไรของกลุ่มหญิง และอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไรของกลุ่มชาย
   2) นายสมใจ สอบได้ 70 คะแนน คะแนนของเขาอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไรของกลุ่มชาย และอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไรของกลุ่มหญิง

5. ในการสอบวิชาสถิติของนักเรียน ครูผู้สอนกำหนดเกณฑ์ การให้ระดับคะแนนนักเรียนดังนี้

คะแนนตั้งแต่	$\mu+1.55$ ขึ้นไป	ได้ระดับคะแนน	A
คะแนนอยู่ในช่วง	$[\mu+0.5\sigma, \mu+1.5\sigma)$	”	B
”	$[\mu-\sigma, \mu+0.5\sigma)$	”	C
”	$[\mu-2\sigma, \mu-\sigma)$	”	D
คะแนนน้อยกว่า	$\mu-2\sigma$	”	F

ถ้าคะแนนสอบมีการแจกแจงปกติ จงหาจำนวนเปอร์เซนต์ของนักเรียนในแต่ละระดับคะแนน

ส่วนที่ 3
ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

เรื่อง **ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 2 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เข้าใจความหมายของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลที่ประกอบด้วยสองตัวแปร

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 มีความรู้ความเข้าใจความหมายของการสร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลที่ประกอบด้วย 2 ตัวแปร

1.2 เขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูลที่กำหนดให้ได้

2. แนวความคิดหลัก

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็นการนำสถิติไปใช้ในการทำนายค่าตัวแปร โดยใช้ข้อมูลที่นำมาพิจารณาประกอบด้วยข้อมูลที่มีสองตัวแปรที่มีความเกี่ยวข้องกัน เรียกว่าตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม เมื่อนำมาหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่ประกอบด้วยตัวแปรสองตัวแปร ความสัมพันธ์ที่หาได้จะใช้ช่วยทำนายค่าตัวแปรตาม เมื่อทราบค่าของตัวแปรอิสระได้

3. เนื้อหาสาระ

ความสัมพันธ์เชิงเหตุผลของตัวแปร จะแบ่งเป็น

1) ตัวแปรอิสระ หรือตัวแปรต้น (Independent Variable) หมายถึง คุณลักษณะที่ทำให้สิ่งที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอยู่นั้นเปลี่ยนแปลงคุณภาพ ปริมาณ หรือพฤติกรรมไปจากเดิม หรือเป็นตัวแปรสาเหตุ จึงเป็นตัวแปรที่เป็นอิสระไม่ขึ้นกับตัวแปรอื่น

2) ตัวแปรตาม (Dependent Variable) หมายถึง คุณลักษณะที่เปลี่ยนคุณภาพ ปริมาณและพฤติกรรมไปตามอิทธิพลของตัวแปรอิสระ หรือเป็นตัวแปรที่เป็นผลอันเนื่องมาจากตัวแปรอิสระ จึงเป็นตัวแปรที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอื่น

แผนภาพการกระจาย (Scatter diagram) คือ กราฟในระบบพิกัดฉากของตัวแปรสองตัวที่เขียนขึ้นจากข้อมูลที่รวบรวมมาได้

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

4.1 ครูสนทนาถึงตัวแปร 2 ตัวแปร ที่มีความสัมพันธ์กัน เช่น

- ยอดขายสินค้ากับการโฆษณา
- IQ ของนักเรียนกับความสามารถในการเรียนรู้
- ผลิตผลที่ได้จากพืชกับพันธุ์พืชที่ใช้
- ปริมาณของน้ำกับความอุดมสมบูรณ์ของดิน

ฯลฯ

4.2 ให้นักเรียนยกตัวอย่างตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันและวิเคราะห์ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรสาเหตุ และตัวแปรใดเป็นตัวแปรผล

4.3 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่าตัวแปรที่เป็นสาเหตุ เรียกว่า ตัวแปรอิสระหรือตัวแปรต้น (Independent Variable) และตัวแปรที่เป็นผล หรือเปลี่ยนตาม เรียกว่า ตัวแปรตาม (Dependent Variable) ให้นักเรียนศึกษาความหมายของตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม และทำแบบฝึกหัดในเอกสารแนะแนวทางที่ 9.1

4.4 ครูสนทนาถึง การหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว ว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ โดยวิธีใดเพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดว่า โดยวิธีเขียนกราฟ ครูสรุปว่าวิธีเขียนกราฟ เราจะเรียกว่า แผนภาพการกระจาย (Scatter diagram) ซึ่งจะทำให้เห็นแนวโน้มของความสัมพันธ์ ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่ามีลักษณะเช่นใดได้บ้าง โดยศึกษาร่วมกับเอกสารแนะแนวทางที่ 9.2

5. แหล่งการเรียนรู้

- เอกสารแนะแนวทางที่ 9.1 และ 9.2
- หนังสือแบบเรียน

6. กระบวนการวัดและประเมินผล

การวัดผลการเรียนรู้ตามจุดประสงค์

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน
1. สังเกตจากการตอบคำถาม		
2. ตรวจแบบฝึกหัด	แบบฝึกหัด	ทำถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80

7. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

เอกสารแนะแนวทางที่ 9.1

ตัวแปร (Variable)

คำว่า "ตัวแปร" เป็นคำที่คุ้นกันทั่วไปสำหรับผู้ที่เคยเรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษามาแล้ว เมื่อพบเห็นคำว่า "ตัวแปร" หรือคำว่า "**variable**" หลายคนจะนึกถึง "X" ทันที และเมื่อให้นึกถึงความหมายก็มักจะนึกว่าเป็นตัวที่เปลี่ยนค่าได้ หรือตัวที่มีค่าได้หลายค่า แต่พอให้หาตัวอย่างก็มักจะนึกไม่ค่อยจะได้ว่าตัวแปรที่แท้จริงคืออะไร สำหรับผู้ที่เคยเรียนวิชากราฟ ก็จะได้มโนทัศน์ (Concept) เพิ่มไปอีกอย่างหนึ่งว่าตัวแปรนั้นนอกจากจะเป็น X แล้ว ยังมี Y อีกตัวหนึ่งที่เป็นตัวแปรด้วย และอาจเปลี่ยนแปลงค่าได้ทั้ง X และ Y และยิ่งมีเงื่อนไขเป็นสมการระหว่าง X และ Y ด้วย จะได้มโนทัศน์เพิ่มขึ้นอีก เช่น $Y = 2X+5$ เมื่อกำหนดให้ X มีค่าต่างๆ กัน เช่น 0, 1, 2, 3, . . . แล้ว . . . จะหาค่าของ Y แล้วเขียนกราฟได้ ความรู้เบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวนี้เป็นพื้นฐานที่เสริมให้เข้าใจตัวแปรได้ส่วนหนึ่ง ซึ่งเมื่อนำมาประยุกต์กับศาสตร์สาขาต่าง ๆ แล้วจะเป็นมโนทัศน์ที่เปรียบเสมือนกุญแจไขไปสู่ความรู้ความเข้าใจในศาสตร์ต่างๆ เหล่านั้น ทั้งด้านเนื้อหา (Content) และระเบียบวิธีวิทยา (Methodology)

พฤติกรรมศาสตร์จะเป็นเช่นเดียวกับศาสตร์สาขาอื่นๆ ที่ศึกษาตัวแปรเช่นกัน ตัวแปรด้านพฤติกรรมศาสตร์ เช่น สติปัญญา แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจ ความพร้อม แรงจูงใจ ความถนัด ฯลฯ หากเราศึกษาในศาสตร์สาขานี้ผ่านตัวแปรที่สำคัญ ๆ แล้ว จะทำให้เราเข้าใจได้ว่าศาสตร์นี้ศึกษาอะไร ซึ่งจะพบทั้งผลสรุปที่เป็นกฎบ้าง บางส่วนยังเป็นทฤษฎี บางส่วนยังเป็นสมมุติฐาน ซึ่งก็ไม่พ้นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

สถิติ วิจัย วัดผล ประเมินผล จะเกี่ยวข้องกับตัวแปรเสมอ ส่วนจะเป็นตัวแปรอะไรนั้นจะขึ้นอยู่กับสถานการณ์และสภาพการณ์ที่ศึกษา

ความหมายของตัวแปร

มีผู้ให้ความหมายของตัวแปรไว้จำนวนมาก แต่ส่วนใหญ่จะคล้ายคลึงกัน ขอเสนอพอให้ได้เข้าใจ ดังนี้

ตัวแปร หมายถึง สมบัติ (property) ของหน่วยที่ศึกษา (individual) ซึ่งมีลักษณะแตกต่างกันในแต่ละหน่วย

ตัวแปร หมายถึง ลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่งซึ่งมีค่าแตกต่างกันในหน่วย (ที่ได้รับการสังเกต) ที่แตกต่างกัน

จากคำจำกัดความดังกล่าวนี้เราจะพบว่ามีมโนทัศน์สำคัญอยู่ 2 ประการ คือ

1. ตัวแปรจะเป็น*สมบัติ* (property) , *คุณลักษณะ* (characteristic) ซึ่งในศาสตร์แต่ละสาขาอาจมีศัพท์เฉพาะอื่นๆ อีก เช่น Attribute , construct เป็นต้น ซึ่งจะมีลักษณะเป็นนามธรรม และเป็น concept เป็นส่วนสำคัญ ตัวอย่างเช่น ความฉลาด ความสูง น้ำหนัก ทัศนคติต่อการเมือง แรงเคลื่อนไฟฟ้า ความสูญเปล่าทางการศึกษา

2. สมบัติหรือคุณลักษณะดังที่ระบุไว้แล้วนั้น จะต้องแตกต่างกันในแต่ละหน่วย (individual) หรือหน่วยที่ได้รับการสังเกต (observed units)

เมื่อรวมมโนทัศน์ทั้งสองอย่างแล้ว จะพบว่าตัวแปรนั้นเป็นสมบัติที่ต้องมีในหน่วยที่เราจะนำมาศึกษา และสมบัติที่มีในแต่ละหน่วยนั้นจะต้องแตกต่างกันด้วย แต่ถ้าสมบัติหรือลักษณะที่มีในหน่วยที่ศึกษามีจริง แต่ไม่แตกต่างกันในแต่ละหน่วยจะไม่เรียกว่าตัวแปร แต่จะกลายเป็นค่าคงตัว (constant) ไป

การศึกษาตัวแปรนั้น ต้องพิจารณาทั้งลักษณะและหน่วยที่จะศึกษาควบคู่กันไป

หน่วยที่จะศึกษาอาจเป็นอะไรก็ได้ เช่น คน สัตว์ สิ่งของ จังหวัด โรงเรียน ชั้นเรียน หนังสือ ผงซักฟอก แมลง ปลา ฯลฯ ในทางการศึกษาจะเน้นหนักในด้านนักเรียน ครู โรงเรียน อุปกรณ์การสอน หนังสือ หลักสูตร ฯลฯ

ส่วนลักษณะนั้นต้องพิจารณาจากหน่วยที่จะศึกษาด้วย เช่น เมื่อหน่วยที่จะศึกษาเป็นนักเรียน เราสามารถจะศึกษาผลสัมฤทธิ์เป็นตัวแปรตัวหนึ่ง สติปัญญาเป็นอีกตัวหนึ่ง ความสนใจต่อการเรียนภาษาอังกฤษเป็นอีกตัวหนึ่ง ซึ่งแต่ละตัวจะต้องมีในตัวนักเรียนทุกคนและต้องมีความแตกต่างกันด้วย สมมุติว่าจะไปศึกษาจำนวนหัวใจของคน คนจะมีหัวใจทุกคน แต่ทุกคนมีเพียงคนละหนึ่งหัวใจ จำนวนหัวใจจึงเป็นตัวคงที่ ไม่ใช่ตัวแปรเพราะไม่แตกต่างกันหรือใครจะอุตริไปศึกษาเขา (Horn) ในตัวคนก็คงไม่เป็นตัวแปรเพราะไม่มีใครมีเขา (ไม่มีคุณลักษณะเช่นนี้อยู่ที่ตัวคน)

สมมุติว่าเราใช้ “โรงเรียน” เป็นหน่วยที่จะศึกษา โดยศึกษาโรงเรียนระดับประถมศึกษาทุกโรงเรียนในประเทศไทย ลักษณะต่อไปนี้จะเป็นตัวอย่างตัวแปรจำนวนนักเรียน จำนวนชั้นเรียน จำนวนอาคารเรียน จำนวนครู วุฒิครู อายุของครู ความเป็นนักวิชาการของครูใหญ่ จำนวนหนังสือในห้องสมุด ความสะอาดของห้องน้ำ เนื้อที่สำหรับเล่นกีฬากลางแจ้ง

ตัวแปร แบ่งตามความสัมพันธ์เชิงเหตุผล

1. ตัวแปรอิสระ หรือตัวแปรต้น (Independent Variable) หมายถึง คุณลักษณะที่ทำให้สิ่งที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กันอยู่นั้นเปลี่ยนแปลงคุณภาพ ปริมาณ หรือพฤติกรรมไปจากเดิม หรือเป็นตัวแปรสาเหตุ จึงเป็นตัวแปรอิสระ ไม่ขึ้นกับตัวแปรอื่น

2. ตัวแปรตาม (Dependent Variable) หมายถึง คุณลักษณะที่เปลี่ยนคุณภาพ ปริมาณ และพฤติกรรมไปตามอิทธิพลของตัวแปรอิสระ หรือเป็นตัวแปรที่เป็นผลอันเนื่องมาจากตัวแปรอิสระ จึงเป็นตัวแปรที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอื่น

การจำแนกประเภทตัวแปรตามชื่อที่ระบุไว้นี้ เกิดจากความคิดพื้นฐานที่เชื่อกันว่า สิ่งที่เกิดขึ้นทั้งหลายย่อมมีสาเหตุ และมีความเป็นระบบอยู่ในธรรมชาติ ดังนั้นการค้นหาข้อความจริงแบบหนึ่งที่นิยมกันมากก็คือการหาความสัมพันธ์เชิงเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน ระหว่างตัวแปรสองตัว ตัวอย่างเช่น

ตัวอย่างที่ 1 ความคับข้องใจทำให้เกิดความก้าวร้าว

ตัวอย่างที่ 2 แรงจูงใจ ทำให้เกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

จากตัวอย่างทั้งสองข้อข้างบนนี้ เราจะพบว่าเป็นการระบุข้อสันนิษฐานของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัวในเชิงเป็นเหตุเป็นผลซึ่งกันและกัน เมื่อต้องการหาผลสรุปนี้ก็จะพยายามจัดกระทำกับตัวแปรให้เกิดขึ้น เช่น การให้แรงจูงใจแตกต่างกัน ซึ่งแรงจูงใจก็จะเป็นตัวแปรที่สันนิษฐานว่าจะเป็นตัวแปรเหตุ หรือตัวแปรอิสระ ส่วนตัวแปรที่คาดว่าจะเป็นผลของตัวแปรอิสระ เช่น ผลสัมฤทธิ์ในตัวอย่างที่ 2 ก็จะเป็นตัวแปรผล หรือเรียกกันว่าเป็นตัวแปรตามของตัวแปรเหตุที่ระบุเข้าไว้ตามข้อสันนิษฐาน

แบบฝึกหัดที่ 9.1

ให้นักเรียนวิเคราะห์ตัวแปรที่สัมพันธ์กัน ว่าตัวแปรใดเป็นตัวแปรอิสระ หรือตัวแปรต้น ตัวแปรใดเป็นตัวแปรตาม

ข้อ	ตัวแปร	ตัวแปรอิสระหรือ ตัวแปรต้น (X)	ตัวแปรตาม (Y)
1	ยอดขายสินค้า กับ การโฆษณา		
2	IQ ของเด็ก กับ ความสามารถในการเรียนรู้		
3	ผลผลิตที่ได้จากพืช กับ พันธุ์พืชที่ใช้		
4	จำนวนชั่วโมงในการทำงาน กับ จำนวนผลิตภัณฑ์		
5	ขนาดของนครหลวง กับ อัตราการเกิดอาชญากรรม		
6	จำนวนอุบัติเหตุต่อปี กับ อายุของผู้ขับขี่		
7	อัตราการขาดเรียน กับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน		
8	ปริมาณของน้ำ กับ ความอุดมสมบูรณ์ของดิน		
9	จำนวนคำที่พิมพ์ผิดต่อหน้า กับ จำนวนเดือนที่มีประสบการณ์พิมพ์		
10	ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ กับ ความถนัดด้านตัวเลข		

เอกสารแนะแนวทางที่ 9.2

แผนภาพการกระจาย (Scatter diagram) คือ กราฟในระบบพิกัดฉากของตัวแปรสองตัวที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่รวบรวมมาได้

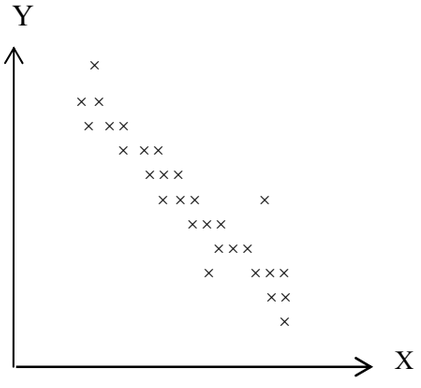
ถ้ามีข้อมูล 2 ชุด ซึ่งมีจำนวนมากพอ และมีความสัมพันธ์กัน เช่น ข้อมูลความสูงของคนกับน้ำหนักของคน ข้อมูลรายรับกับรายจ่าย ข้อมูลคะแนนวิชาฟิสิกส์กับคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ข้อมูลจำนวนสิ่งของกับราคาสิ่งของนั้น เส้นรอบวงของวงกลมกับรัศมีวงกลม ฯลฯ

เช่น ให้ข้อมูลชุดแรกคือ $x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , \ldots , x_n \Rightarrow x_i$

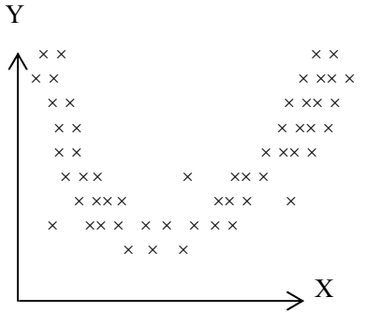
ข้อมูลชุดที่สอง คือ $y_1 , y_2 , y_3 , y_{4,\ldots,} y_n \Rightarrow y_i$

ถ้าข้อมูล 2 ชุดนี้ สัมพันธ์กันประการใดประการหนึ่งแล้ว เมื่อนำข้อมูล 2 ชุด มาจัดเป็นคู่ลำดับ ดังนี้ $(x_1,y_1) , (x_2,y_2) , (x_3,y_3) , \ldots , (x_n,y_n)$ แล้วเขียนจุดเหล่านี้ลงในระนาบพิกัดฉากแล้วจะพบว่าจุดต่างๆ จะมีลักษณะกระจัดกระจายดังแผนภาพต่อไปนี้

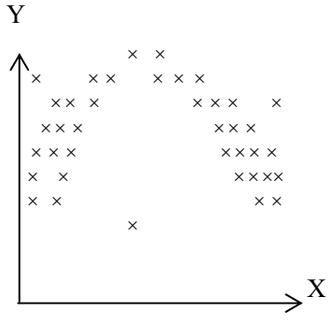
แบบที่ 1



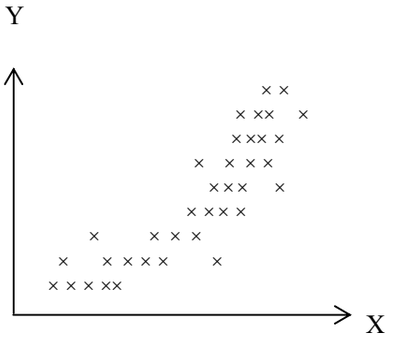
แบบที่ 2.1



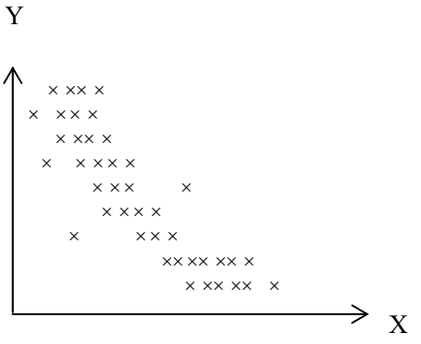
แบบที่ 2.2



แบบที่ 3.1



แบบที่ 3.2



แผนภาพทั้งหมดดังกล่าวแล้ว เรียกว่า **แผนภาพการกระจาย** (Scatter diagram) ซึ่งพอจะมองเห็นแนวโน้มตามข้อสังเกตข้างล่างนี้

ข้อสังเกต

1. กลุ่มของจุด Co-ordinate แบบที่ 1 มีลักษณะเป็น**แนวตรง** (ไม่ขนานกับแกน XX' หรือไม่ขนานกับแกน YY') เราถือว่าข้อมูลชุด x_i , กับ y_i มีความสัมพันธ์กัน **เชิงฟังก์ชันเส้นตรง**
2. กลุ่มของจุด Co-ordinate แบบที่ 2.1 , 2.2 มีลักษณะเป็นแนวโค้ง หงาย หรือ คว่ำ เราถือว่าข้อมูลชุด x_i , กับ y_i มีความสัมพันธ์กัน **เชิงฟังก์ชันพาราโบลา**
3. กลุ่มของจุด Co-ordinate แบบที่ 3.1 , 3.2 มีลักษณะเป็นแนวโค้ง ลาดขึ้น และ ลาดลง เราถือว่าข้อมูลชุด x_i , กับ y_i มีความสัมพันธ์กัน **เชิงฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล**

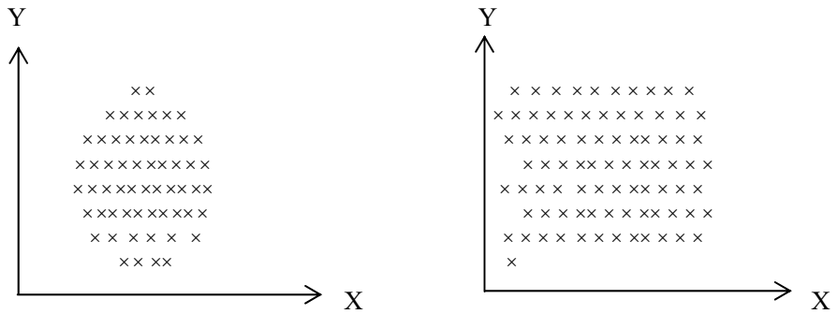
หมายเหตุ

1. ข้อมูล 2 ชุด ที่มีความสัมพันธ์กันเชิงฟังก์ชันนั้น หมายความว่า ถ้าข้อมูล x_i เปลี่ยนไป ข้อมูลชุด y_i ต้องเปลี่ยนไปด้วย ถ้าข้อมูล x_i เปลี่ยนค่าไป แต่ค่าข้อมูลชุด y_i มีค่าคงที่ หรือถ้าข้อมูลชุด y_i เปลี่ยนค่าไปแต่ค่าข้อมูลชุด x_i มีค่าคงที่แล้ว ไม่นับเป็นความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน เช่น

ข้อมูล	x_i	y_i
	5	8
	7	8
	12	8
	18	8
	10	8
	4	8

ข้อมูล	x_i	y_i
	10	4
	12	4
	8	4
	5	4
	1	4

2. ถ้าข้อมูล 2 ชุด เมื่อสร้างแผนภาพการกระจายแล้ว ไม่เป็นแบบหนึ่งแบบใด ดังกล่าวแล้ว ไม่นับเป็นความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน เช่น



เราจะวิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูล ตามแผนภาพการกระจายได้อย่างไร

มีหลักเกณฑ์การทำงานตามขั้นตอน ดังนี้

1. สร้างเส้นเพียงเส้นเดียว แทนกลุ่มของจุด Co-ordinate ตามแผนภาพการกระจายแต่ละแบบ คือ
   ถ้า แผนภาพการกระจายเป็นแนวตรง ให้สร้าง**เส้นตรง** ขึ้นแทน
   ถ้า แผนภาพการกระจายเป็นแนวโค้ง ให้สร้าง**เส้นโค้ง** แบบต่างๆ ขึ้นแทน
   แต่ละเส้นที่สร้างขึ้นแทน จะต้องเป็นเส้นที่ดีที่สุด คือลากผ่านจุดต่าง ๆ มากจุดที่สุด หรือใกล้เคียงจุดต่างๆ มากที่สุดกว่าเส้นอื่นๆ เส้นที่สร้างขึ้นตามวิธีการที่ถูกต้องแล้ว เรียกว่า เส้นแสดงทางโน้ม หรือเส้นถดถอย (Regression line)
2. สร้างสมการประจำเส้นแสดงทางโน้ม หรือเส้นถดถอยตามแบบต่างๆ ของฟังก์ชันนั้นๆ
   เช่น ถ้า เส้นถดถอยเป็นเส้นตรง สมการคือ $y = a + bx$
   ถ้า เส้นถดถอยเป็นพาราโบลา สมการคือ $y = ax^2 + bx + c$
   ถ้า เส้นถดถอยเป็นเอกซ์โปเนนเชียล สมการคือ $y = a.b^x$
   เมื่อ หาค่าของ a , b , c ได้ ก็จะเป็นสมการนั้นๆ

แบบฝึกหัดที่ 9.2

1. จงเขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูลต่อไปนี้ เมื่อ x คือคะแนนสอบวิชา ก. และ y คือคะแนนสอบวิชา ข.

x	1	2	3	5	7	8	10	11
y	1	2	4	5	4	3	1	1

อภิปรายว่าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร x กับตัวแปร y เป็นแบบใด

2. นักเรียนอายุแปดขวบ จำนวน 10 คน ทำการทดสอบทางจิตวิทยาเพื่อวัดคะแนนความริเริ่ม กับคะแนนเชาวน์ปัญญา (IQ.) ผลดังนี้

เด็กคนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ความคิดริเริ่ม (y)	15	9	6	12	13	8	2	10	15	5
คะแนนเชาวน์ปัญญา (x)	95	120	138	116	106	115	127	110	100	132

จงเขียนแผนภาพการกระจาย และอภิปรายว่า ความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปร เป็นแบบใด

3. ตารางแสดงจำนวนบุตรในครอบครัว กับ รายได้ของครอบครัว

ครอบครัวที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
รายได้	7500	12000	32000	50000	40000	18000	50000	67000	58000	35000

จงเขียนแผนภาพการกระจายและอภิปรายว่าความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรเป็นแบบใด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

เรื่อง **ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 9 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่ประกอบด้วยสองตัวแปรและใช้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันทำนายค่าตัวแปรตาม เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระให้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 หาค่าคงตัวในสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันโดยใช้สมการปกติ

1.2 หาสมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่อยู่ในรูปสมการเส้นตรง

1.3 หาสมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่อยู่ในรูปสมการพาราโบลา

1.4 หาสมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่อยู่ในรูปสมการเอกซ์โปเนนเชียล

1.5 ทำนายค่าตัวแปรตามจากความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่หาได้เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระให้

2. แนวความคิดหลัก

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็นการนำสถิติไปใช้ในการทำนายค่าตัวแปร โดยใช้ข้อมูลที่นำมาพิจารณาประกอบด้วยข้อมูลที่มีสองตัวแปรที่มีความเกี่ยวข้องกัน เรียกว่า ตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม เมื่อนำมาหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่ประกอบด้วยตัวแปรสองตัวแปร ความสัมพันธ์ที่หาได้จะใช้ช่วยทำนายค่าตัวแปรตาม เมื่อทราบค่าของตัวแปรอิสระได้

3. เนื้อหาสาระ

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

3.1 ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นเส้นตรง

สมการทั่วไป (สมการทำนาย) $Y = mx + c$

สมการปกติ $m\sum_{i=1}^{n} x_i + nc = \sum_{i=1}^{n} y_i$

$$m\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} + c\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

3.2 ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีกราฟไม่เป็นเส้นตรง

(1) ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นรูปพาราโบลา

สมการทั่วไป (สมการทำนาย) $y = ax^2 + bx + c$

สมการปกติ $a\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} + b\sum_{i=1}^{n} x_i + nc = \sum_{i=1}^{n} y_i$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,3} + b\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} + c\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,4} + b\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,3} + c\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} y_i$$

(2) ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นรูปเอกซ์โปเนนเชียล

สมการทั่วไป (สมการทำนาย) $y = ab^{x}$ หรือ $\log y = a + x \log b$

สมการปกติ $na + \log b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} \log y_i$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i + \log b\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} x_i \log y_i$$

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

(คาบที่ 1-4)

4.1 นักเรียนศึกษาใบความรู้ เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นเส้นตรงและไม่เป็นเส้นตรง สมการทั่วไป (สมการทำนาย) สมการปกติพร้อมทั้งหลักการจำ

4.2 แบ่งกลุ่มให้นักเรียนทำรายงานและรายงานผลหน้าชั้นเรียน (สั่งงานก่อนล่วงหน้า 1 เดือน)

กลุ่มที่ 1 การหาสมการปกติของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันโดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

กลุ่มที่ 2 พิสูจน์การหาค่าคงที่ m และ c จากสมการปกติ

(คาบที่ 5-9)

4.3 ครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ประโยชน์จากการหาสมการทั่วไปที่แสดงความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเพื่อใช้ในการทำงาน และร่วมกันวิเคราะห์ การหาค่าสมการทำนายของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน และหาค่าเชิงทำนายหรือค่าตัวแปรตาม (Y) เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระ (X) ให้ ตามลำดับขั้น ดังนี้

1) วิเคราะห์ว่าเป็นตัวแปรต้นหรือตัวแปรอิสระเป็น X และตัวแปรตามเป็น Y

2) เขียนแผนภาพการกระจาย

3) (1) หาค่า $\sum x$, $\sum y$, $\sum xy$, $\sum x^{\,2}$ เมื่อความสัมพันธ์มีกราฟเป็นเส้นตรง

(2) หาค่า $\sum x$, $\sum y$, $\sum x^{\,2}$, $\sum x^{\,3}$, $\sum x^{\,4}$, $\sum xy$, $\sum x^{\,2}y$
เมื่อความสัมพันธ์มีกราฟเป็นพาราโบลา

(3) หาค่า $\sum x, \sum y, \sum \log y, \sum x \log y, \sum x^2$
เมื่อความสัมพันธ์มีกราฟเป็นเอกซ์โปเนนเชียล

4) นำผลในข้อ 3 ไปแทนค่าในสมการปกติ หาค่าคงที่

5) เขียนสมการทั่วไป (สมการทำนาย)

ข้อตกลงเบื้องต้น

$\sum x$ แทน $\sum_{i=1}^{n} x_i$, $\sum y$ แทน $\sum_{i=1}^{n} y_i$ และ $\sum xy$ แทน $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ ฯลฯ

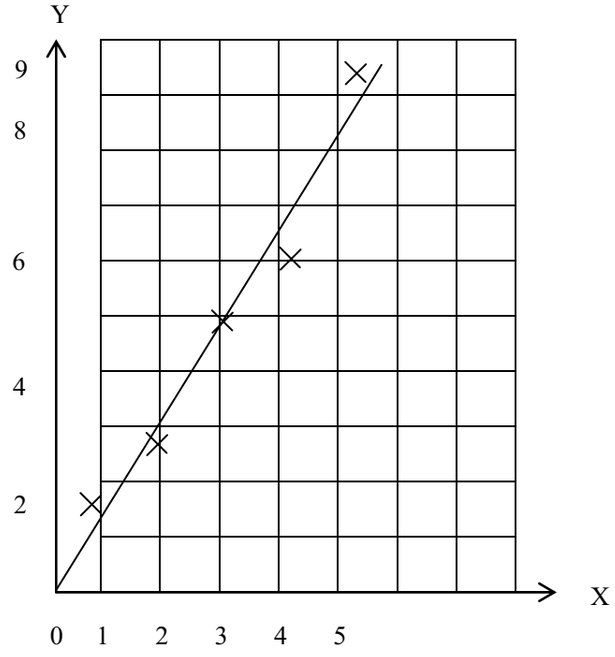
ครูยกตัวอย่างประกอบการหาค่าสมการทำนายของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันทั้ง 3 ชนิด

ตัวอย่างที่ 1 ตารางต่อไปนี้ เป็นความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y

x	1	2	3	4	5
y	2	3	5	6	9

1. จงเขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูล และเขียนกราฟที่ใช้แทนความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้ด้วย
2. จงหาสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y โดยให้ x เป็นตัวแปรอิสระ
3. จากสมการในข้อ 2 จงทำนายค่าของ y เมื่อกำหนดให้ x = 10
4. จงทำนายค่าของ x เมื่อกำหนดให้ y = 11

1. แผนภาพการกระจาย



พิจารณาจากแผนภาพการกระจายและเส้นกราฟ อนุโลมได้ว่า x และ y มีความสัมพันธ์กันแบบสมการเส้นตรง

2. หาสมการเส้นตรงที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y โดยที่ x เป็นตัวแปรอิสระ

x	y	xy	x^2	y^2
1	2	2	1	4
2	3	6	4	9
3	5	15	9	25
4	6	24	16	36
5	9	45	25	81
$\sum x=15$	$\sum y=25$	$\sum xy=92$	$\sum x^2=55$	$\sum y^2=155$

สมการทั่วไป คือ $y = mx + c$

สมการปกติ คือ $\sum y = m\sum x + c$

$$\sum xy = m\sum x^2 + c\sum x$$

จากตารางนำไป แทนค่าในสมการปกติ ได้ผลดังนี้

$25 = 15m + 5c$ ..... (1)

$92 = 55m + 15c$ ..... (2)

(1) x 3 ; $75 = 45m + 15c$ ..... (3)

(2) – (3) ; $17 = 10m$

$$\boxed{m = 1.7}$$

แทน m ใน (1) ; $25 = 15(1.7) + 5c$

$$\boxed{c = -0.1}$$

ดังนั้น สมการคือ

$$\boxed{y = 1.7x - 0.1}$$

3. ทำนายค่าของ y เมื่อ $x = 10$

$y = 1.7(10) - 0.1$

$$\boxed{y = 16.9}$$

4. ให้ทำนายค่า x เราจะใช้สมการในข้อ (2) มาทำนายไม่ได้ เพราะ x ไม่ใช่ตัวแปรตาม (อย่าลืมการทำนายต้องทำนายค่าของตัวแปรตามเท่านั้น) ฉะนั้น ข้อนี้ เราต้องสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y ใหม่ โดยให้ y เป็นตัวแปรอิสระ

สมการทั่วไป คือ $x = my + c$

สมการปกติ คือ $\sum x = m\sum y + nc$

$$\sum xy = m\sum y^2 + c\sum y$$

วิธีจำสมการปกติ (2) มีวิธีจำดังนี้

(ก) นำ y คูณสมการทั่วไป

$xy = my^2 + cy$

(ข) นำ $\sum$ take สมการ (ก)

$\sum xy = \sum my^2 + \sum cy$

$$\sum xy = m\sum y^2 + c\sum y$$

จากตารางในข้อ (2) นำค่ามาแทนในสมการปกติ จะได้ผลดังนี้

	15	=	25m + 5c	..... (1)
	92	=	155m + 25c	..... (2)
(1) x 5 ;	75	=	125m + 25c	..... (3)
(2) – (3) ;	17	=	30m	

$$m = \frac{17}{30} = 0.57$$

แทน m ใน (1) ; $15 = 25\left(\frac{17}{30}\right) + 5c$

$$c = \frac{1}{6} = 0.17$$

ดังนั้น สมการ คือ $x = 0.57y + 0.17$

และ $y = 11$; $x = (0.57)(11) + 0.17$

$$x = 6.44$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดตัวแปรชุด x เป็นคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ ตัวแปรชุด y เป็นคะแนนวิชาฟิสิกส์ จงหาสมการทำนาย $y = mx+c$ และ ถ้า $x = 5.5$, $y = ?$

x	y
1	1
3	2
4	4
6	4
8	5
9	7
11	8
14	9
$\sum x = 56$	$\sum y = 40$

วิธีทำ

1. สร้างตารางใหม่ ดังนี้

x	y	x^2	xy	y^2
1	1	1	1	1
3	2	9	6	4
4	4	16	16	16
6	4	36	24	16
8	5	64	40	25
9	7	81	63	49
11	8	121	88	64
14	9	196	126	81
$\sum x = 56$	$\sum y = 40$	$\sum x^2 = 524$	$\sum xy = 364$	$\sum y^2 = 256$

2. จากสูตร m , c เมื่อ x เป็นตัวแปรต้น y เป็นตัวแปรตาม

$$m = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

แทนค่า $m = \frac{8(364) - (56)(40)}{8(524) - (56)^2}$

$$m = \frac{7}{11} = 0.636$$

$$c = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

แทนค่า $c = \frac{40(524) - (56)(364)}{8(524) - (56)^2}$

$$c = \frac{6}{11} = 0.545$$

3. นำค่า m , c แทนในสมการทำนาย $y = mx + c$ ได้

$$y = 0.636x + 0.545$$

4. ถ้า $x = 5.5$ แทนค่าในสมการทำนายได้ $y = 0.636(5.5) + 0.545$

$$y = 4.043$$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดข้อมูลดังนี้

x	1	2	3	4
y	5	2	3	10

ถ้าความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y เป็นสมการพาราโบลา แล้ว จงหาสมการแสดงความสัมพันธ์ และจงทำนายค่า y เมื่อ x = 5

x	y	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y
1	5	1	1	1	5	5
2	2	4	8	16	4	8
3	3	9	27	81	9	27
4	10	16	64	256	40	160
$\sum x = 10$	$\sum y = 20$	$\sum x^2 = 30$	$\sum x^3 = 100$	$\sum x^4 = 354$	$\sum xy = 58$	$\sum x^2 y = 200$

สมการรูปทั่วไป คือ $y = ax^2 + bx + c$

สมการปกติ คือ $\sum y = a\sum x^2 + b\sum x + cn$

$\sum xy = a\sum x^3 + b\sum x^2 + c\sum x$

$\sum x^2 y = a\sum x^4 + b\sum x^3 + c\sum x^2$

นำค่าในตารางแทนในสมการปกติ ได้ดังนี้

$20 = 30a + 10b + 4c$ ..... (1)

$58 = 100a + 30b + 10c$ ..... (2)

$200 = 354a + 100b + 30c$ ..... (3)

จากการแก้สมการ (1) , (2) และ (3) จะได้

$a = 2.5, \quad b = -10.9, \quad c = 13.5$

ดังนั้น สมการคือ $y = 2.5x^2 - 10.9x + 13.5$

และ x = 5 ดังนั้น $y = 2.5(5^2) - 10.9(5) + 13.5$

$y = 21.5$ ตอบ

5. แหล่งการเรียนรู้

- ใบความรู้ที่ 10
- หนังสือแบบเรียน
- แบบฝึกหัดที่ 10
- อินเทอร์เน็ต

6. กระบวนการวัดและประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การประเมิน
1. สังเกตจากการตอบคำถาม		
2. ตรวจรายงานและการรายงานหน้าชั้นเรียน	รายงาน	นักเรียนทำรายงานตรงตามเงื่อนไขอย่างน้อยร้อยละ 80
3. ตรวจแบบฝึกหัด	แบบฝึกหัด	ทำถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80

7. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ใบความรู้ที่ 10

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล

1. ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นเส้นตรง

สมการทั่วไป (สมการทำนาย) $y = mx + c$

สมการปกติ คือ $m\sum x + nc = \sum y$; เมื่อ x เป็นตัวแปรอิสระ , y เป็นตัวแปรตาม

$m\sum x^2 + c\sum x = \sum xy$ m , c เป็นค่าคงตัว

2. ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีกราฟไม่เป็นเส้นตรง

2.1 ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นรูปพาราโบลา

สมการทั่วไป (สมการทำนาย) $y = ax^2 + bx + c$

สมการปกติ $a\sum x^2 + b\sum x + nc = \sum y$ เมื่อ x เป็นตัวแปรอิสระ

$a\sum x^3 + b\sum x^2 + c\sum x = \sum xy$ y เป็นตัวแปรตาม

$a\sum x^4 + b\sum x^3 + c\sum x^2 = \sum x^2 y$ a, b, c เป็นค่าคงตัว

2.2 ความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นรูปเอกซ์โปเนนเชียล

สมการทั่วไป (สมการทำนาย) $y = ax^2$ หรือ $\log y = a + x \log b$

สมการปกติ $na + \log b\sum x = \sum \log y$ เมื่อ x เป็นตัวแปรอิสระ

$a\sum x + \log b\sum x^2 = \sum x \log y$ y เป็นตัวแปรตาม

a, b เป็นค่าคงตัว

การหาสมการปกติซึ่งมีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนค่าคงตัวของสมการเหล่านั้น ต้องใช้คณิตศาสตร์ชั้นสูง แต่มีวิธีง่ายๆ ที่อาจแนะให้นักเรียนใช้เพื่อช่วยในการหาสมการปกติแทนที่จะต้องท่องจำ กล่าวคือ

(1) สมการปกติสมการที่หนึ่งได้จากการใส่เครื่องหมาย $\sum$ ลงในสมการทั่วไป เช่น จากสมการเส้นตรง $y = a + bx$ จะได้สมการปกติสมการที่หนึ่ง คือ

$$\sum y = \sum [a + bx] = \sum a + b\sum x = an + b\sum x$$

จากสมการพาราโบลา $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ จะได้สมการปกติสมการที่หนึ่ง คือ

$$\sum y = \sum \left[a_0 + a_1x + a_2x^2\right]$$
$$= \sum a_0 + a_1\sum x + a_2\sum x^2$$
$$= a_0 n + a_1\sum x + a_2\sum x^2$$

จากสมการเอกซ์โปเนนเชียล $y = ab^x$ หรือสมการ $\log y = \log a + x \log b$ จะได้สมการปกติสมการที่หนึ่ง คือ

$$\sum \log y = \sum [\log a + x \log b] = n \log a + \log b \sum x$$

(2) สมการปกติสมการที่สอง ได้จากการคูณสมการทั่วไปด้วยตัวแปรอิสระ คือ x แล้วใส่เครื่องหมาย $\sum$ ลงในสมการที่ได้ เช่น จากสมการเส้นตรง y = a + bx จะได้สมการปกติสมการที่สอง คือ $\sum xy = \sum\left[ax + bx^2\right] = a\sum x + b\sum x^2$

จากสมการพาราโบลา $y = a_0+a_1x+a_2x^2$ จะได้สมการปกติสมการที่สอง คือ

$$\sum xy = \sum\left[a_0x + a_1x^2 + a_2x^3\right] = a_0\sum x + a_1\sum x^2 + a_2\sum x^3$$

จากสมการเอกซ์โปเนนเชียล $y = ab^x$ หรือสมการ $\log y = \log a + x \log b$ จะได้สมการปกติสมการที่สอง คือ

$$\sum x\log y = \sum\left[x\log a + x^2\log b\right] = \log a\sum x + \log b\sum x^2$$

(3) สมการปกติสมการที่สามของสมการพาราโบลา ได้จากการคูณสมการทั่วไปด้วยตัวแปรอิสระยกกำลังสอง คือ x^2 แล้วใส่เครื่องหมาย $\sum$ ลงในสมการที่ได้ เช่น จากสมการพาราโบลา $y = a_0+a_1x+a_2x^2$ จะได้สมการปกติสมการที่สาม คือ

$$\sum x^2y = a_0\sum x^2 + a_1\sum x^3 + a_2\sum x^4$$

เมื่อแทนค่าข้อมูลที่มีอยู่ในสมการปกติและแก้สมการจะได้ค่าคงตัว นำเอาค่าคงตัวที่ได้แทนลงในสมการทั่วไป จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองตามต้องการ สมการนี้นำไปใช้ประโยชน์ในการทำนายค่าของตัวแปรตามเมื่อทราบค่าของตัวแปรอิสระ

แบบฝึกหัดที่ 10

1. ถ้าข้อมูล 2 ชุด มีดังนี้

ชุด x_i $\Rightarrow$ 8 , 9 , 12 , 15 , 16 , 19 , 25

ชุด y_i $\Rightarrow$ 7 , 10 , 13 , 11 , 18 , 22 , 30

จงหา 1) แผนภาพการกระจาย

2) เส้นแสดงทางโน้ม (เส้นถดถอย)

3) สมการของเส้นแสดงทางโน้ม แบบ y on x

4) จงทำนายค่า y เมื่อค่า x = 18 หรือ x = 4

หมายเหตุ สมการแบบ y on x คือ เมื่อ x เป็นตัวแปรอิสระนั้น ใช้ทำนายค่า y เมื่อทราบค่า x
สมการแบบ x on y คือ เมื่อ y เป็นตัวแปรอิสระนั้น ใช้ทำนายค่า x เมื่อทราบค่า y

2. ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณปุ๋ย (x_i) กับผลผลิต (y_i) (หน่วยเป็น กก./ไร่) มีความสัมพันธ์เป็นแบบสมการเส้นตรง และกำหนดให้ $\sum_{i=1}^{5} x_i = 15$, $\sum_{i=1}^{5} y_i = 60$, $\sum_{i=1}^{5} x_i y^i = 200$ และ $\sum_{i=1}^{5} x_i^{\,2} = 95$ ถ้าหากใส่ปุ๋ยในอัตรา 10 กก./ไร่ แล้ว ผลผลิตที่ได้ตรงกับค่าในข้อใดต่อไปนี้

3. ถ้าตัวแปร x และ y คือ

x	-1	0	1	2	3
y	1	0	1	3	10

และสมการที่ใช้ประมาณความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรนี้ คือ $y = kx^2$ แล้วค่า k มีค่าเท่าไร

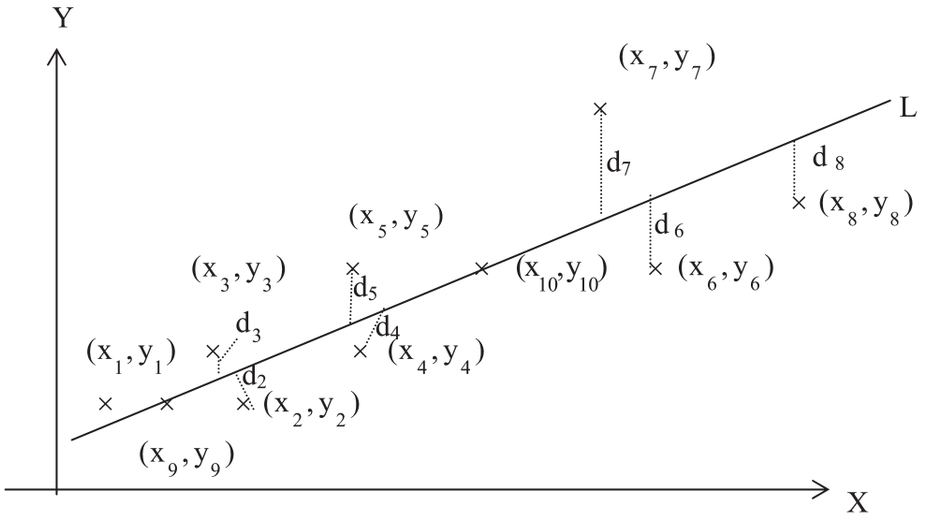
4. จากการสอบถามครอบครัว n ครอบครัวที่มีรายได้ต่อเดือนตั้งแต่ 3,500 บาท ถึง 18,000 บาท เกี่ยวกับรายจ่ายต่อเดือน โดยที่ความสัมพันธ์ระหว่างรายจ่าย (y) และรายได้ (x) หน่วยเป็นพันบาทเป็นแบบเส้นตรง สมการความสัมพันธ์ระหว่างรายจ่ายและรายได้ตัดแกน Y ที่จุด (0,-2) และ $\bar{x} = 12$, $\bar{y} = 7$ ถ้าครอบครัวหนึ่งมีรายได้ 8,000 บาท จงประมาณว่าครอบครัวนี้มีรายจ่ายกี่บาท

5. ในการสุ่มสอบถามเกี่ยวกับรายได้ (x_i) และรายจ่าย (y_i) (หน่วยเป็นพันบาทต่อเดือน) ของครอบครัว ปรากฏว่ารายได้และรายจ่ายมีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบเส้นตรง และ

$\sum_{i=1}^{8} y = 80$, $\sum_{i=1}^{8} x_i = 60$, $\sum y_i^{\,2} = 980$, $\sum_{i=1}^{8} x_i^{\,2} = 556$, $\sum_{i=1}^{8} x\ y_i = 728$ ถ้าครอบครัวหนึ่งมีรายได้เดือนละ 10,000 บาท แล้วรายจ่ายต่อเดือนโดยประมาณควรจะมีค่าเท่าไร

ขอบข่ายของการเขียนรายงาน

การหาค่าคงตัวของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเส้นตรงโดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากแผนภาพการกระจายของข้อมูล



จุด (x_1,y_1) , (x_2,y_2) , (x_3,y_3) , . . . , (x_8,y_8) , (x_9,y_9) , (x_{10},y_{10}) กระจัดกระจายกันในแผนภาพการกระจายเป็นแนวตรง แสดงว่า ข้อมูลชุด x_i กับ y_i มีความสัมพันธ์กันในแบบฟังก์ชันเชิงเส้น

สมมติให้ เส้นตรง L แทนแผนภาพการกระจายนี้ ถ้าเส้นตรง L นี้เป็นเส้นที่แทนแผนภาพการกระจายได้ดีที่สุด จะต้องได้ค่า

$d_1^{\,2} + d_2^{\,2} + d_3^{\,2} + \ldots + d_8^{\,2}$ **มีค่าน้อยที่สุด**

เมื่อ d_1 , d_2 , d_3 , . . . , d_8 เป็นระยะพิกัดฉากที่ลากจากจุด (x_1,y_1) , (x_2,y_2) , (x_3,y_3) , . . . , (x_8,y_8) ไปยังเส้นตรง L หรือเรียกว่า **ระยะส่วนเบี่ยงเบน**

เรียก $d_1^{\,2} + d_2^{\,2} + d_3^{\,2} + \ldots + d_8^{\,2}$ ว่าผลบวกของกำลังสองของระยะส่วนเบี่ยงเบน (Sum of Square Diviation = SSD) นั่นคือ ถ้าค่า SSD น้อยที่สุดแล้ว เส้นตรง L เรียกว่า เส้นแสดงทางโน้มเชิงเส้น สมการทำนาย หรือสมการทั่วไป

ให้สมการทำนาย L คือ $\hat{y} = a + bx$

ดังนั้น $d_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - a - bx_i$

ผลบวกกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนน้อยที่สุด (SSD) = $\sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} d_i^{\,2}$

เมื่อต้องการหาค่าของ a และ b ที่ทำให้ SSD มีค่าน้อยที่สุด

$$\frac{\partial SSD}{\partial a} = 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)(-1) \quad \text{..... (1)}$$

$$\frac{\partial SSD}{\partial a} = 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)(-x_i) \quad \text{..... (2)}$$

ค่าฟังก์ชันจะต่ำสุดได้เมื่อ อนุพันธ์ = 0

จาก (1) $2\sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i)(-1) = 0$ ..... (3)

หรือ $\sum_{i=1}^{n}(y_i - a - bx_i) = 0$ ..... (4)

จาก (3) และ (4) ได้

(1) $\sum_{i=1}^{n} y_i = na + b\sum_{i=1}^{n} x_i$

(2) $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} x^i + b\sum_{i=1}^{n} x_{i^2}$

เรียกว่า สมการปกติ (normal equation) ของสมการเส้นตรง $\hat{y} = a + bx$

โดยขบวนการเดียวกัน ถ้าสมการ $\hat{y} = ax^2 + bx + c$ แล้ว หาค่า a , b , c จากสมการปกติ ดังนี้

(1) $\sum y = nc + b\sum x + a\sum x^2$

(2) $\sum xy = c\sum x + b\sum x^2 + a\sum x^3$

(3) $\sum x^2 y = c\sum x^2 + b\sum x^3 + a\sum x^4$

โดยขบวนการเดียวกัน ถ้าสมการ $\hat{y} = ab^x$ หาค่า a และ b ได้ดังนี้

$y_i = a \cdot b^{x_i}$

$\log y_i = \log (a.b^{x_i})$

$= \log a + x_i \log b$

สมการปกติ คือ

$\sum \log y = n \log a + \log b + \sum \log x$

$\sum \log xy = \log a \sum x + \log b \sum \log x^2$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

เรื่อง **ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล** ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์ เวลา 4 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา และใช้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันทำนายค่าตัวแปรตาม เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระให้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 สร้างความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลาได้

1.2 ใช้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลาทำนายค่าตัวแปรตามจากความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่หาได้เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระให้

2. แนวความคิดหลัก

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็นการนำสถิติไปใช้ในการทำนายค่าตัวแปร โดยใช้ข้อมูลที่นำมาพิจารณาประกอบด้วยข้อมูลที่มีสองตัวแปรที่มีความเกี่ยวข้องกัน เรียกว่า ตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม เมื่อนำมาหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา ความสัมพันธ์ที่หาได้จะใช้ช่วยทำนายค่าตัวแปรตามเมื่อทราบค่าของตัวแปรอิสระได้

3. เนื้อหาสาระ

ข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา คือ ข้อมูลที่แสดงความเปลี่ยนแปลงตามลำดับก่อนหลังของช่วงเวลาที่ข้อมูลนั้นๆ เกิดขึ้นหรือข้อมูลที่มีหน่วยของเวลามาเกี่ยวข้อง โดยปกติข้อมูลลักษณะนี้จะเกิดในช่วงเวลาที่เท่าๆ กัน เช่น ช่วงเวลา 1 ปี หรือ 1 เดือน หรือ 1 วัน เป็นต้น

4. กระบวนการจัดการเรียนรู้

แบ่งกลุ่มนักเรียนศึกษาเอกสารแนะแนวทาง 3 เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลาและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน ที่มีข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา และหาค่าเชิงทำนายหรือค่าตัวแปรตาม (Y) เมื่อกำหนดตัวแปรอิสระ (X) ให้ทำแบบฝึกหัดทบทวน ทดสอบหลังจากจบบทเรียน

5. แหล่งการเรียนรู้

- เอกสารแนะแนวทางที่ 11
- หนังสือแบบเรียน
- แบบฝึกหัด
- อินเทอร์เน็ต

6. กระบวนการวัดและประเมินผล

วิธีวัดผล	เครื่องมือวัดผล	การประเมิน
1. สังเกตจากการมีส่วนร่วมแสดงความคิดเห็น		
2. ตรวจแบบฝึกหัด	แบบฝึกหัด	ทำถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80
3. ตรวจแบบทดสอบ	แบบทดสอบ	ทำถูกต้องอย่างน้อยร้อยละ 80

7. บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

เอกสารแนะแนวทางที่ 11

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา

1. ข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา คือ ข้อมูลที่แสดงความเปลี่ยนแปลงตามลำดับก่อนหลังของช่วงเวลาที่ข้อมูลนั้นๆ เกิดขึ้น (หรือกล่าวง่ายๆ ข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา คือ ข้อมูลที่มีหน่วยเวลามาเกี่ยวข้อง)

โดยปกติข้อมูลลักษณะนี้ จะเกิดขึ้นในช่วงเวลาที่เท่าๆ กัน เช่น เป็นช่วงเวลาละ 1 ปี หรือ 1 เดือน หรือ 1 วัน เป็นต้น

ตัวอย่างของข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา เช่น

- ปริมาณข้าวสาร ที่ไทยส่งออกตั้งแต่ปี พ.ศ. 2534 – 2539
- ปริมาณน้ำฝนที่ตกในภาคกลาง ตั้งแต่เดือนสิงหาคม - ตุลาคม พ.ศ. 2539
- รายได้ประจำแต่ละเดือนของบริษัทแห่งหนึ่ง ในปี พ.ศ. 2540 เป็นต้น

2. เทคนิคการสมมติตัวเลขมาแทนช่วงเวลาที่เท่าๆ กัน

โดยปกติช่วงเวลาที่เท่าๆ กัน ในอนุกรมเวลามักจะเป็นช่วงเวลาเป็น ปี เช่น

มูลค่าการส่งเครื่องหนังเป็นสินค้าออก ในช่วงปี พ.ศ. 2537 – 2539 เป็นดังนี้

พ.ศ.	2537	2538	2539
มูลค่าสินค้า (ร้อยล้านบาท)	2	3	6

หากจะสร้างความสัมพันธ์ระหว่างปี พ.ศ. (x) กับจำนวนมูลค่าสินค้า (y) ก็จะยุ่งมาก เพราะ x มีค่าเป็นจำนวนพัน ดังนั้นในทางปฏิบัติจริงแล้ว ก็จะปรับค่า x เป็นตัวเลขต่ำๆ เช่น อาจจะให้ พ.ศ. 2537 ตรงกับ 1 , พ.ศ. 2538 ตรงกับ 2 เป็นต้น แต่ที่นิยมปรับค่า x ที่เป็นปี พ.ศ. ให้เป็นตัวเลขจะทำกันดังนี้

กรณีที่ 1 จำนวนปี พ.ศ. เป็นจำนวนคี่

ให้สมมติปีที่อยู่ตรงกลางเป็น 0 ส่วนปีก่อนหน้าปีที่อยู่ตรงกลางให้กำหนดเป็น -1 , -2 , -3 , ... ตามลำดับ และปีที่อยู่หลังปีที่อยู่ตรงกลางกำหนดเป็น 1 , 2 , 3 , ... ตามลำดับ

ดังตัวอย่าง

พ.ศ.	x
2533	-4
2534	-3
2535	-2
2536	-1
2537	0
2538	1
2539	2
2540	3
2541	4

กรณีที่ 2 จำนวนปี พ.ศ. เป็นจำนวนคู่

ให้กำหนด 2 ปี ตรงกลาง เป็น -1 กับ 1 และปีก่อนหน้านี้เป็น -3 , -5 , -7 , ... ตามลำดับและปีที่อยู่หลังปีตรงกลางเป็น 3 , 5 , 7 , ... ตามลำดับ เช่น

พ.ศ.	x
2533	-7
2534	-5
2535	-3
2536	-1
2537	1
2538	3
2539	5
2540	7

ใบงานกลุ่ม

1. บริษัทโชติช่วงชัชวาลใช้แก๊สเป็นเชื้อเพลิงระหว่างปี พ.ศ. 2532 ถึงปี 2536 เป็นดังนี้

พ.ศ.	2532	2533	2534	2535	2536
ใช้แก๊สมูลค่า (แสนบาท)	12	15	19	18	16

(1) จงเขียนสมการพาราโบลาแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลา (พ.ศ.) กับมูลค่าของการใช้แก๊ส

(2) จงทำนายมูลค่าของการใช้แก๊สของบริษัทโชติช่วงชัชวาล ในปี 2535

2. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นจำนวนประชากรของประเทศไทยในช่วงปี 2527 – 2535

พ.ศ.	2527	2528	2529	2530	2531	2532	2533	2534	2535
ประชากร (ล้านคน)	46.7	47.7	48.7	49.7	50.7	51.6	52.7	53.6	54.5

ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างปี พ.ศ. กับจำนวนประชากรเป็นสมการเอกซ์โปเนนเชียล แล้วค่าของ $\log a$ และ $\log b$ มีค่าเท่าไร

3. ข้อมูลต่อไปนี้แสดงจำนวนรถยนต์ที่บริษัทแห่งหนึ่งขายได้ (หน่วยร้อยคัน) ในช่วงปี พ.ศ. 2536 ถึงปี พ.ศ. 2540

พ.ศ.	2536	2537	2538	2539	2540
จำนวนรถยนต์ (ร้อยคัน)	5	8	12	15	20

ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างปี พ.ศ.กับจำนวนรถยนต์ที่ขายได้ มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันแบบสมการเส้นตรงแล้ว จงทำนายจำนวนรถยนต์ที่จะขายได้ในปี พ.ศ. 2543

4. ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงมูลค่าการส่งสินค้าออกชนิดหนึ่งไปจำหน่ายยังต่างประเทศในช่วงปี พ.ศ. 2536 – 2540

พ.ศ.	2536	2537	2538	2539	2540
มูลค่าสินค้า (ล้านบาท)	1	2	4	6	16

ถ้าความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลทั้งสองเป็นแบบสมการเอกซ์โปเนนเชียลแล้ว จงทำนายมูลค่าสินค้าส่งออกในปี พ.ศ. 2543 (กำหนด $\log 1.46 = 0.0195$)

แบบฝึกหัดทบทวน

1. จากข้อมูลอนุกรมเวลา (y) มีค่าแสดงในตารางข้างล่างนี้

พ.ศ.	2526	2527	2528	2529	2530
y	20	30	20	40	60

ถ้า y มีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันกับเวลา (x) ในลักษณะเส้นตรงแล้ว สามารถทำนายค่าของ y ในปี 2535 ได้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

(1) 97 (2) 106

(3) 110 (4) 120

2. ถ้าค่าตัวแปร x และ y คือ x : -1 0 1 2 3

y : 1 0 1 3 10

และสมการที่ใช้ประมาณความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรนี้ คือ $y = kx^2$ แล้วค่าของ k คือ ข้อใด

(1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{3}{4}$

(3) 1 (4) 3

3. จากการสอบถามถึงรายจ่ายของครอบครัว 8 ครอบครัว ที่มีรายได้ตั้งแต่ 1,000 บาท ถึง 14,000 บาท ได้สมการที่ใช้แทนความสัมพันธ์ของรายได้ (x) และรายจ่าย (y) คือ $y = 0.636x+0.545$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. เราสามารถใช้สมการข้างต้นทำนายรายได้เมื่อทราบรายจ่าย

ข. ถ้าเพิ่มข้อมูลโดยการสอบถามเพิ่มอีก 7 ครอบครัว สมการที่ใช้แทนความสัมพันธ์ของ x และ y ยังคงเป็นสมการเดิม

ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

(1) ก และ ข ถูกต้อง (2) ก ถูก ข ผิด

(3) ก ผิด ข ถูก (4) ก และ ข ผิด

4. ให้สมการค่าจ้างรายวันของคนงานก่อสร้างเป็น $y = 6.5(x - 2529) + 60$ เมื่อ x เป็นปี พ.ศ. y เป็นค่าจ้างมีหน่วยเป็นบาท ถ้าในปี พ.ศ. 2536 ดัชนีราคาผู้บริโภคเท่ากับ 110% เมื่อเทียบกับปี พ.ศ. 2535 แล้วค่าจ้างรายวันแท้จริงในปี พ.ศ. 2536 เมื่อเทียบกับค่าจ้างรายวันในปี พ.ศ. 2535 เป็นความจริงตามข้อใดต่อไปนี้

(1) เพิ่มขึ้น 2.80 บาท (2) เพิ่มขึ้น 6.50 บาท

(3) ลดลง 3.10 บาท (4) ลดลง 9.90 บาท

5. จากการสอบถามครอบครัว n ครอบครัว ที่มีรายได้ต่อเดือนตั้งแต่ 5,000บาท ถึง 20,000 บาท เกี่ยวกับรายจ่ายต่อเดือน ปรากฏผลดังนี้

รายได้ (หน่วยเป็นพันบาท) : x	$x_1 \quad x_2 \quad \ldots \quad x_n$
รายจ่าย (หน่วยเป็นพันบาท) : y	$y_1 \quad y_2 \quad \ldots \quad y_n$

และ $\bar{x} = 12$, $\bar{y} = 5$ โดยที่สมการเส้นตรงซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างรายจ่าย (y) และรายได้ (x) ตัดแกน Y ที่จุด (0,-3) ถ้าครอบครัวหนึ่งมีรายได้ 15,000 บาท แล้วจะมีรายจ่ายโดยประมาณเท่ากับเท่าไร

6. กำหนดให้ความสัมพันธ์ระหว่างรายได้ (x) กับรายจ่าย (y) ต่อเดือนของครอบครัวที่อาศัยในอำเภอหนึ่งมีสมการเป็น $y = 200 + 0.85x$ ครอบครัว 2 ครอบครัวในอำเภอนี้มีรายได้ต่างกัน 1,000 บาท จะมีรายได้ต่างกันเท่าไร

7. สมการที่ทดลองวัดความสัมพันธ์ระหว่าง เวลา t วินาที และระยะทาง s เมตร ของวัตถุที่เคลื่อนที่ได้ขณะ t เท่ากับ 1.5 วินาที เท่ากับเท่าไร

8. พิจารณาข้อมูลของ x และ y ดังนี้

x	-3	-1	0	1	3
y	0	A	A + 3	A + 4	A + 6

เมื่อ A เป็นค่าคงตัว ให้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลชุดนี้เป็นกราฟเส้นตรง โดยที่ความชันเท่ากับ 1.55 ถ้า $x = 4$ จะประมาณค่า y ได้เท่ากับเท่าไร

9. ถ้า $y = mx + c$ เป็นความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเพื่อทำนายรายจ่ายหมวดบริการลูกค้า (y) จากจำนวนพนักงานของโรงแรม (x) ในจังหวัดหนึ่งและจำนวนข้อมูลทั้งหมดที่นำมาสร้างความสัมพันธ์เท่ากับ 5 โดยมีสมการปกติดังนี้ $28 = 5c + 10m$ …….. (1)

$67 = 10c + 30m$ ……. (2)

พิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด

ก. ถ้า $x = 5$ ค่าประมาณของ $y = 8.9$

ข. $\bar{x} = 5.6$

10. จากข้อมูลความสูงของพ่อและลูก (ซึ่งมีอายุ 10 ปี) กลุ่มหนึ่ง ปรากฏความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็น $y = 0.9x + 54.8$ เมื่อ y แทนความสูงของพ่อ และ x แทนความสูงของลูก ปรากฏว่าความสูงเฉลี่ยของเด็กกลุ่มนี้เท่ากับ 120 เซนติเมตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานความสูงของเด็กเท่ากับ 8 เซนติเมตร ถ้าเด็กคนหนึ่งในกลุ่มนี้มีค่ามาตรฐานความสูงเท่ากับ -1.8 แล้ว เราประมาณความสูงของพ่อได้เท่ากับกี่เซนติเมตร

11. ถ้าจากการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่ใช้ในการทบทวนวิชาต่างๆ (แทนด้วย x) และผลการเรียนเฉลี่ย หรือ GPA (แทนด้วย y) ได้สมการที่ใช้ประมาณผลการเรียนเฉลี่ยจากจำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่ใช้ในการทบทวนวิชาต่าง ๆ เป็นสมการเส้นตรงมีความชันเท่ากับ 0.02 และระยะตัดแกน Y เท่ากับ 2.7 ให้พิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

ก. ถ้าจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในการทบทวนวิชาต่างๆ เพิ่มขึ้น 10 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ ผลการเรียนเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 0.2

ข. ถ้าผลการเรียนเฉลี่ยเท่ากับ 3 ทำนายว่าจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในการทบทวนวิชาต่างๆ เท่ากับ 15 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

12. ความสัมพันธ์ระหว่างกำไร (y) และราคาทุนของสินค้าชนิดหนึ่งเป็น y = 7 + 0.25x ถ้าราคาทุนของสินค้า 5 ชิ้น เป็นดังนี้ 32 48 40 56 และ 44 บาท แล้วจงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกำไรของสินค้า

13. ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างเวลา (พ.ศ.)(x) กับปริมาณเนื้อหมูโดยเฉลี่ย (กิโลกรัม)ที่แต่ละคนในอำเภอหนึ่งบริโภคต่อปี (y) ระหว่าง พ.ศ. 2524 – 2528 แสดงได้ด้วยสมการ $y_1 = 0.05x^2 + 0.25x + 10.5$ และความสัมพันธ์ระหว่างเวลา (พ.ศ.) (x) กับปริมาณเนื้อวัวโดยเฉลี่ย (กิโลกรัม) ที่แต่ละคนในอำเภอเดียวกันบริโภคต่อปี y_2 ระหว่าง พ.ศ. 2524 – 2528 แสดงได้ด้วยสมการ $y_2 = 0.04x^2 + 0.60x + 9.4$ (เมื่อ x = 0 แทน พ.ศ.2536 และ x มีหน่วยเป็นปี) การทำนายปริมาณเนื้อวัวโดยเฉลี่ยที่แต่ละคนในอำเภอนี้บริโภคต่อปีในช่วง พ.ศ. 2529 – 2531 ในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

(1) ปริมาณเนื้อหมูมากกว่าปริมาณเนื้อวัวทุกปี

(2) ปริมาณเนื้อหมูน้อยกว่าปริมาณเนื้อวัวทุกปี

(3) ปริมาณเนื้อหมูเท่ากับปริมาณเนื้อวัวทุกปี

(4) ปริมาณเนื้อหมูมากกว่าปริมาณเนื้อวัวในบางปี

แบบทดสอบ

1. จากข้อมูลราคารถที่ใช้แล้ว กับอายุของรถยนต์จากนายหน้าขายรถยี่ห้อหนึ่ง

อายุ(ปี)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ราคา(แสนบาท)	3.8	3.4	3.3	3.0	2.5	2.0	2.2	1.0	1.0	0.8

ให้นักเรียนเขียนสมการเชิงทำนาย หาราคารถใหม่ และราคารถที่มากกว่า 10 ปี พร้อมทั้งแสดงความคิดเห็น

……

……

……

……

……

……

……

……

……

2. กำหนดให้ตารางข้อมูลสำหรับผลิตภัณฑ์กระเป๋าของห้างหุ้นส่วนหนึ่ง จงหาสมการความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนกระเป๋ากับปีที่ผลิต และหาจำนวนกระเป๋าที่ผลิตทั้งหมดในปี 2534

พ.ศ.	2531	2532	2533	2534	2535
จำนวนผลผลิตเฉลี่ยรายเดือน(พันใบ)	4	7	8	10	15

……

……

……

……

……

……

……

……

……

ผู้ดำเนินการ

ที่ปรึกษา :

รศ.ธงทอง จันทรางศุ	เลขาธิการสภาการศึกษา
นางสาวสุทธาสินี วัชรบูล	รองเลขาธิการสภาการศึกษา
รศ.ดร.สำอาง หิรัญบูรณะ	ข้าราชการบำนาญ ที่ปรึกษาโครงการฯ
ดร.รุ่งเรือง สุขาภิรมย์	ผู้ตรวจราชการกระทรวงศึกษาธิการ ที่ปรึกษาโครงการฯ
ดร.จิรพรรณ ปุณเกษม	ผู้อำนวยการสำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้

ผู้เรียบเรียง :

ส่วนที่ 1	นางพัชรี คำมณี	โรงเรียนบูรณะรำลึก	จังหวัดตรัง
ส่วนที่ 2	นายสุกิจ สมงาม	โรงเรียนสุราษฎร์ธานี	จังหวัดสุราษฎร์ธานี
ส่วนที่ 3	นางนงรัตน์ วงศ์ศรี	โรงเรียนพุนพินพิทยาคม	จังหวัดสุราษฎร์ธานี

ผู้ตรวจทาน :

รองศาสตราจารย์อาริสา รัตนเพ็ชร์	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์	หัวหน้าคณะวิจัย
ดร.ศุภวรรณ เลิศไกร	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์	
นายเอธัสวัฒน์ คำมณี	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์	
นางสาวสุธิตา มณีชัย	มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์	

คณะอาจารย์ผู้สอนคณิตศาสตร์โรงเรียนที่เข้าร่วมโครงการฯ จากโรงเรียนดังต่อไปนี้

- โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย จังหวัดสงขลา
- โรงเรียนมหาวชิราวุธ จังหวัดสงขลา
- โรงเรียนบูรณะรำลึก จังหวัดตรัง
- โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย จังหวัดสตูล
- โรงเรียนสุราษฎร์ธานี จังหวัดสุราษฎร์ธานี
- โรงเรียนพุนพินพิทยาคม จังหวัดสุราษฎร์ธานี
- โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาภาคใต้ จังหวัดนครศรีธรรมราช

ผู้พิจารณารายงาน :

นายสมชาย ศรีวรางกูล	โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา กรุงเทพฯ

ผู้รับผิดชอบโครงการ :

นายรวิช ตาแก้ว	หัวหน้ากลุ่มงานพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ
นางสาวกิ่งกาญจน์ เมฆา	นักวิชาการประจำกลุ่มงานฯ
นายศิริรัตน์ ชำนาญกิจ	นักวิชาการประจำกลุ่มงานฯ

บรรณาธิการ :

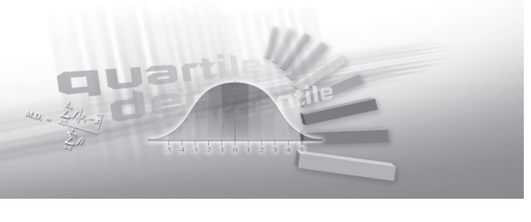
นายรวิช ตาแก้ว
นางสาวกิ่งกาญจน์ เมฆา

บรรณาธิการร่วม :

นางสาวบุญเทียม ศิริปัญญา

เรียบเรียงและจัดทำรายงาน :

นางสาวกิ่งกาญจน์ เมฆา



เพื่อเป็นการใช้ทรัพยากรของชาติให้คุ้มค่า
หากท่านไม่ใช้หนังสือเล่มนี้แล้ว
โปรดมอบให้ผู้อื่นนำมาใช้ประโยชน์ต่อไป

กลุ่มพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ
สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้
สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (สกศ.)
99/20 ถนนสุโขทัย เขตดุสิต กรุงเทพฯ 10300
โทรศัพท์ : 0-2668-7123 ต่อ 2530
โทรสาร : 0-2243-1129, 0-2668-7329
เว็บไซต์ : http://www.onec.go.th
http://www.thaigifted.org