

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ปริญญานิพนธ์
ของ
ขวัญ เพี้ยซ้าย

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุขฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
พฤษภาคม 2553

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ปริญญานิพนธ์
ของ
ขวัญ เพี้ยซ้าย

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุขฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

พฤษภาคม 2553

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทคัดย่อ
ของ
ขวัญ เพ็ญชัย

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุซงฎิบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
พฤษภาคม 2553

ขวัญ เพียชัย. (2553). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
คณะกรรมการควบคุม: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์, รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่, รองศาสตราจารย์อรพินท์ เจียรพะพงษ์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน รวมทั้งศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย จังหวัดชลบุรี จำนวน 32 คน

ผู้วิจัยทำการทดลองโดยให้กลุ่มตัวอย่างเรียนโดยใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 20 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที ประกอบด้วยเนื้อหาเรื่องอัตราส่วน อัตราส่วนที่เท่ากัน สัดส่วนและสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วน การเปรียบเทียบอัตราส่วน สถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน สัดส่วน ร้อยละ การนำสัดส่วนไปประยุกต์ใช้ โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวได้อาศัยแนวการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งเน้นไปที่การคิดแก้ปัญหาด้วยตัวเอง เปิดโอกาสให้มีการแสดงความคิดเห็น อภิปราย รวมทั้งแสดงเหตุผลยืนยันคำตอบของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนประเมินจากคะแนนจากการทำใบกิจกรรม และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน รวมทั้งใช้การสังเกตพฤติกรรม และการสัมภาษณ์ ทั้งนี้การสังเกตพฤติกรรมได้แบ่งพฤติกรรมเป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 0 แสดงถึงการขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน แก้ปัญหาโดยไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วน ใช้วิธีการเดาคำตอบ ระดับ 1 แสดงถึงการรับรู้ว่ามีอัตราส่วนไม่สามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ นักเรียนใช้วิธีการบวกซ้ำหรือการคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก แต่ไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้ ระดับ 2 แสดงถึงการรับรู้ว่ามีอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ ระดับ 3 นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ เช่น การคูณไขว้ อัตราต่อหนึ่งหน่วย ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน หรือการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ ผลการทดลองพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

DEVELOPMENT OF LEARNING ACTIVITIES FOR DEVELOPING ABILITIES ON
PROPORTIONAL REASONING FOR SEVENTH GRADE STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

KHAWN PIASAI

Presented in Partial fulfillment of the Requirements for the
Doctor of Education Degree in Mathematics Education
at Srinakharinwirot University

May 2010

Khawn Piasai. (2010). *Development of Learning Activities for Developing Abilities on Proportional Reasoning for Seventh Grade Students*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Asst. Prof. Dr. Supotch Chaiyasang, Assoc. Prof. Dr. Piyavadee Wongyai, Assoc. Prof. Orrapin Cheerrapong.

The purposes of this research were to design and develop the instructional activities for developing proportional reasoning ability, to analyze the proportional reasoning ability, and to investigate the behaviors associated with proportional reasoning ability. The participants were 32 seventh – grade students of Chulapornrajwittayalai School in Chonburi Province, Thailand.

The researcher conducted this experimental study by using the designed instructional activities for 20 periods of 50 minutes each. The contents of the designed activities included ratios, the equivalent ratios, discrimination between proportional and non – proportional problems, and the application of proportion. Coaching with emphasis on independent problem solving and discussion was the framework of the cognitively guided instruction design. The evaluative instruments and data collection methods in this study were exams, interviews, and observations. Four levels of behaviors were observed. Level 0 : Students showed no understanding on proportions. All answers were from guessing. Level 1 : Students used repeat additions or multiplications to solve proportions. But they could not understand that ratios can be reduced by division. Level 2 : Students understood that ratios can be reduced by division. Level 3 : Students used efficient methods in solving proportion problems such as cross multiplications, unit rates, equivalent fractions, and rule of three. The analysis of the data revealed the following research findings.

1. More than 70 % of the students learning through the designed instructional activities displayed proportional reasoning ability that met the criteria at the .05 level of significance.

2. Most of the students showed their proportional reasoning abilities at least level 2.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ของ
ขวัญ เพี้ยชัย

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษาดุสิตบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่.....เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2553

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

..... ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์อรพินท์ เจียรพะงษ์)

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมณี)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์อรพินท์ เจียรพะงษ์)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมวงษ์ แปลงประสพโชค)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จสมบูรณ์ได้โดยความอนุเคราะห์จาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษา คำแนะนำ ความรู้ และแนวคิดที่เป็นประโยชน์ยิ่งต่อการวิจัย ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่งตลอดมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ปิยดี วงษ์ใหญ่ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่สละเวลาอันมีค่าเพื่อช่วย พัฒนาแนวคิดในการวิจัย และให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ อย่างดียิ่งตลอดมา ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์อรพินท์ เจียรพะพงษ์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ อย่างดียิ่งตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมัลย์ ประธานกรรมการสอบ ปริญญานิพนธ์ และรองศาสตราจารย์ ดร.สมวงศ์ แปลงประสพโชค กรรมการผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก ที่ได้กรุณาให้ความสนใจและให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อความสมบูรณ์ของปริญญานิพนธ์ และผู้วิจัย ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้แก่ผู้วิจัยในการศึกษาตามหลักสูตรคณิตศาสตร์-ศึกษา ซึ่งทำให้ผู้วิจัยได้รู้ว่าการศึกษาระดับปริญญาเอกของผู้วิจัยนั้นมีคุณค่าเพียงใด และทำให้ผู้วิจัยได้ตระหนักว่าความรู้ที่ได้มานั้นจะมีคุณค่าอย่างยิ่งเมื่อผู้วิจัยได้นำความรู้ที่ได้มานั้นไปยังประโยชน์ให้แก่ผู้อื่นและประเทศชาติต่อไป

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณอาจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล อาจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร และอาจารย์ไพศาล จรรยา ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือ และผู้วิจัยขอขอบคุณอาจารย์จันทนา เปรมฤดีปรีชาชาญ และอาจารย์จักรกฤษ เลื่อนกลิ่น ผู้ช่วยสังเกตพฤติกรรมและช่วยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนในชั้นเรียน

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการ ครู และนักเรียนโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัยชลบุรี ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลอย่างดียิ่ง จนทำให้งานวิจัยชิ้นนี้สำเร็จได้เป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณอาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์เรื่องเอกสารเพื่อ ค้นคว้าข้อมูลทั้งทางด้านการเรียน และการทำวิจัย ขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ นิสิตปริญญาเอกคณิตศาสตร์ศึกษาทุกคนและน้องๆ นิสิตปริญญาโทคณิตศาสตร์ที่คอยเป็นที่ปรึกษา ให้ความช่วยเหลือ และเป็นแรงใจให้แก่งานและกันด้วยดีเสมอมา

ท้ายที่สุดผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณพ่อและแม่ ตลอดจนครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ได้ให้การ เลี้ยงดู อบรม สั่งสอน ทั้งด้านวิชาการ คุณธรรม และจริยธรรม ตั้งแต่เล็กจนโตมาจนถึงบัดนี้ ขอคุณ แห่งความดีจงช่วยปกป้องคุ้มครองท่านทั้งหลายที่กล่าวถึง ณ ที่นี้ให้ประสบแต่ความสุขความเจริญ ยั่งยืนไป

ขวัญ เพียชัย

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	7
ความสำคัญของการวิจัย.....	7
ขอบเขตของการวิจัย.....	8
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
สมมติฐานของการวิจัย.....	11
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	12
การให้เหตุผล.....	12
ความสำคัญของการให้เหตุผล.....	13
ความหมายของการให้เหตุผล.....	15
แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล.....	16
การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	18
ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	18
ความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	20
ประเภทโจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	21
ยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	25
พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	37
แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	38
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	44
การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	47
แนวคิดในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	47
วิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	50
การประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด.....	53
วิธีการการสอนเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน.....	54
การสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	61
การสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	61

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
บทบาทของครูและนักเรียนในการสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	63
ขั้นตอนการสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	64
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	66
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	69
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	71
ตอนที่ 1 การศึกษาปัญหา.....	71
ตอนที่ 2 กำหนดแนวทางในการพัฒนาและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	76
ตอนที่ 3 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	79
ตอนที่ 4 การทดลอง.....	84
ตอนที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้.....	85
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	87
ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	87
ตอนที่ 2 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	89
ตอนที่ 3 ข้อค้นพบที่ได้จากการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถ.....	
ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและผลการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่ม	
เป้าหมาย.....	91
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	102
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	102
ขอบเขตของการวิจัย.....	102
สมมติฐานของการวิจัย.....	102
วิธีดำเนินการวิจัย.....	103
สรุปผลการวิจัย.....	104
อภิปรายผล.....	107

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ)	
ข้อเสนอแนะ.....	112
บรรณานุกรม.....	115
ภาคผนวก.....	129
ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญ.....	130
ภาคผนวก ข การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ ให้เหตุผลเชิงสัดส่วน.....	132
ภาคผนวก ค การทดสอบสมมุติฐานของการวิจัย.....	137
ภาคผนวก ง ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	141
ภาคผนวก จ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและเกณฑ์ การให้คะแนนแบบรูปรีด.....	156
ภาคผนวก ฉ แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วนและแบบสัมภาษณ์.....	166
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	169

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 การวิเคราะห์แนวคิดหลักที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการให้เหตุผล.....	16
2 ประเภทโจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของคาร์พลัส พูลอส และสเตจ.....	22
3 ประเภทโจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของลามอน.....	23
4 ยุทธวิธีที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนของทัวร์นีโอเรและพูลอส.....	26
5 ยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหเกี่ยวกับสัดส่วนของบีซุค.....	28
6 ยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหเกี่ยวกับสัดส่วนของรุซติ.....	29
7 การเปรียบเทียบหลักการในการจัดการเรียนการสอนรูปแบบเดิมกับ การสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	65
8 ผลการทดสอบวัดความสามารถในการหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบ อัตราส่วนและการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและ ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนเรื่อง อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละมาแล้ว.....	72
9 กำหนดโครงการสอน.....	79
10 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน.....	87
11 ผลการทดสอบทดสอบสมมติฐานของการวิจัย.....	88
12 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน ขณะปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรม.....	90
13 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผล เชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	134
14 ค่าความยากง่าย p ค่าอำนาจจำแนก r และค่าความเชื่อมั่น α ของ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.....	136
15 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนซึ่งพิจารณาคะแนนจากการทำ ใบกิจกรรมร้อยละ 30 ของคะแนนรวมและคะแนนจากการทำแบบทดสอบ ร้อยละ 70 ของคะแนนรวม.....	138

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ตารางการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ A และปริมาณ B.....	9
2 ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนและยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน.....	26
3 การใช้วิธีการบวกเพิ่มโดยใช้ตารางแบบสองแถว.....	32
4 การใช้วิธีการประมาณค่าในช่วงโดยใช้ตารางแบบสองแถว.....	33
5 การใช้วิธีการคูณ การหาร และการบวก โดยใช้ตารางแบบสองแถว.....	33
6 การใช้ตารางแบบ 3 คอลัมน์.....	34
7 การใช้ตารางการเชื่อมโยง.....	35
8 การใช้ตารางการเชื่อมโยงแบบลูกศรในการแก้ปัญหา.....	36
9 ปัญหาความสัมพันธ์ของโนเอลดิงโดยใช้ภาพของเหยือกน้ำและแก้วเป็น ตัวอย่างประกอบ.....	48
10 วิธีการสอนโดยใช้ตารางแก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน.....	55
11 วิธีการสอนโดยใช้แบบจำลองที่เป็นรูปภาพแก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและ สัดส่วน.....	56
12 วิธีการสอนโดยใช้ตารางและเส้นจำนวนแก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน...	56
13 แผนภาพลำดับขั้นตอนการสอนแบบแนะให้รู้คิด.....	78
14 ตัวอย่างการใช้วิธีการคูณซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 1 ของนักเรียน ที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกัน ของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน.....	92
15 ตัวอย่างการใช้วิธีการบวกเพิ่มซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 1 ของนักเรียน ที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกัน ของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน.....	92
16 ตัวอย่างการลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารเป็นพฤติกรรมระดับ 2 ที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกัน ของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน.....	93
17 ตัวอย่างการลดทอนอัตราส่วนซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2 ของนักเรียน ที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน.....	94
18 ตัวอย่างการใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วนซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน.....	94
19 ตัวอย่างการใช้วิธีการบวกเพิ่มโดยใช้ตารางช่วยซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 1 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน.....	95

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

20 ตัวอย่างการใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และไม่เกี่ยวข้องกัน.....	96
21 ตัวอย่างการใช้การคูณไขว้ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียน ที่เกี่ยวข้องกับการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและ ไม่เกี่ยวข้องกัน.....	96
22 ตัวอย่างการลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และไม่เกี่ยวข้องกัน.....	97
23 ตัวอย่างการใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ สัดส่วน.....	98
24 ตัวอย่างการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วยซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียน ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน.....	98
25 ตัวอย่างการใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วนซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับ สัดส่วน.....	99
26 ตัวอย่างการใช้วิธีการคูณของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (กลุ่มเก่ง) ในการหาค่า x และ y	100
27 ตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (กลุ่มอ่อน) ที่ไม่ สามารถที่แยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกัน สัดส่วนได้.....	100
28 ตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (กลุ่มอ่อน) ที่ไม่ สามารถหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้.....	101

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional Reasoning) เป็นหัวข้อหนึ่งที่น่าสนใจและท้าทายสำหรับนักคณิตศาสตร์ศึกษา เนื่องจากแนวคิดเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานที่สำคัญในคณิตศาสตร์หลายๆ แขนง เช่น เรขาคณิต ทรีโกณมิติ พีชคณิต แคลคูลัส สถิติและความน่าจะเป็น (Kent, Arnosky and McMonagle. 2002: 145; Hillen. 2005: 4; Flowers. 1998: 1; Heinz and Sterba – Boatwright. 2008 : 528) นอกจากนี้การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังนำไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์หลายๆ สาขา เช่น ศิลปะ ดนตรี วิทยาศาสตร์ เกษตรกรรม วิศวกรรมศาสตร์ หรือสถาปัตยกรรม (Holmes. 1995: 407; McCormack. 2003: 1; Sgroi. 2001; 259) รวมทั้งเกี่ยวข้องกับการใช้ชีวิตประจำวันของคนเราด้วย เช่น การคิดอัตราค่าโทรศัพท์ อัตราดอกเบี้ย อัตราการแลกเปลี่ยนเงิน การอ่านแผนที่ การซื้อสินค้า การปรุงอาหาร หรือเกษตรกรรม (Hoffer. 1988: 286; NCTM. 2006a: 75 – 76; Lanius and Williams. 2003: 393 – 396)

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน (Holmes. 1995: 407) โดยแนวคิดที่อยู่เบื้องหลังของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน คือ แนวคิดเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ (Comparison) และการแปรผัน (Variation) ซึ่งทั้งสองแนวคิดนี้ถือว่าเป็นฐานคิดที่สำคัญของเรื่องสัดส่วน (Hoffer. 1988: 285) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนถือว่าเป็นหัวใจและจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 6 - 8 (ประถมศึกษาปีที่ 6 - มัธยมศึกษาปีที่ 2) ซึ่งในการจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์ควรยึดเรื่องดังกล่าวนี้เป็นแกนของหลักสูตร เนื่องจากหลายๆ เนื้อหา เช่น ร้อยละ เศษส่วน ความคล้าย อัตราส่วน สัดส่วน อัตราส่วนตรีโกณมิติ ความน่าจะเป็น การแปรผัน ทฤษฎีบทพีทาโกรัส หรือความถี่สัมพัทธ์ ล้วนแต่มีความเชื่อมโยงและใช้แนวคิดของเรื่องสัดส่วนทั้งสิ้น (Ben – Chaim et al., 1998: 248; Person, Berenson and Greenspon. 2004: 17; Lanius and Williams. 2003: 392) นอกจากนี้การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับสูง และเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการประเมินความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ (Person, Berenson and Greenspon, 2004: 17; Lamon. 2005: 3) ในส่วนทฤษฎีพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของเพียเจท์ นั้นการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนได้นำมาใช้เป็นตัวบ่งชี้หลักในการตัดสินว่าเด็กได้มีพัฒนาการทางสติปัญญาเข้าสู่ขั้นคิดปฏิบัติการแบบนามธรรมแล้วหรือไม่ (Inhelder and Piaget. 1958; citing Allian. 2000: 1; Van de Walle. 2004: 298)

มีการศึกษาเกี่ยวกับเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นเวลามากกว่า 90 ปี โดยผู้ที่เริ่มศึกษาในยุคแรกๆ คือ วินช์ (Winch. 1913; citing Singh. 1998: 11) ซึ่งในปี ค.ศ. 1913 เขาได้

รายงานเรื่องสัดส่วนที่เกี่ยวกับเลขคณิต ที่เขาได้ศึกษากับกลุ่มนักเรียนชั้นประถมศึกษากลุ่มเล็กๆ กลุ่มหนึ่ง ต่อมาถึงยุคกลางศตวรรษที่ 19 ปี ค.ศ. 1951 เพียเจต์และอินเฮลเดอร์ (Piaget and Inhelder. 1951; citing Noelting. 1980: 217) ได้ศึกษาเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับเรื่องความน่าจะเป็น และต่อมาปี ค.ศ. 1955 เพียเจต์และอินเฮลเดอร์ (Piaget and Inhelder. 1955; citing Noelting. 1980: 217) ได้ศึกษาเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับกฎทางฟิสิกส์ที่เรารู้จักกันดี คือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับคานสมดุล ซึ่งผลจากการศึกษาของเพียเจต์และอินเฮลเดอร์พบว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจะไม่ปรากฏจนกระทั่งพัฒนาการทางสติปัญญาเข้าสู่ขั้นคิดปฏิบัติการแบบนามธรรม ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 11 – 15 ปี (Lesh, Post and Behr. 1988: 98) และในปีต่อๆ มาได้มีงานวิจัยหลายๆ ชิ้นเผยแพร่ออกมาเพื่อเป็นการยืนยันว่า ผลการศึกษาของของเพียเจต์และอินเฮลเดอร์นั้นถูกต้อง ในช่วงปี ค.ศ. 1973 – ค.ศ.1978 ความเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์และวิชาที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนซึ่งถูกผลักดันโดยฟรอยเดนทอล (Freudental) กลุ่มไอโอโอ (IOWO) และแนวคิดของเพียเจต์ได้ทำให้เกิดงานวิจัยเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนเป็นจำนวนมาก (Noelting. 1980: 217)

ในช่วงเกือบสองทศวรรษที่ผ่านมา สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics หรือ NCTM) ได้ให้ความสำคัญกับเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยในปี ค.ศ. 1989 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้ออกหนังสือมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่อนุบาลถึงเกรด 12 (มัธยมศึกษาปีที่ 6) ได้กล่าวถึงเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นเรื่องที่สำคัญยิ่ง ซึ่งนักเรียนเกรด 5 – 8 (ประถมศึกษาปีที่ 5 – มัธยมศึกษาปีที่ 2) ควรจะได้รับการพัฒนาด้วยความเอาใจใส่และระมัดระวังจากครูโดยสอนผ่านสถานการณ์ปัญหาในบริบทที่หลากหลาย (NCTM. 1989: 82) ต่อมาในปี ค.ศ. 2000 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้เสนอให้การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นสาระสำคัญหลักในการบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ของวิชาคณิตศาสตร์และเป็นจุดเน้นในหลักสูตรของเกรด 6 ถึงเกรด 8 (NCTM. 2000: 212 – 213) และในปี ค.ศ. 2006 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้ให้รายละเอียดเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ในหนังสือจุดเน้นของหลักสูตรคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับชั้นก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 8 (Curriculum Focal Point for Prekindergarten Through Grade 8 Mathematics) โดยในส่วนของเกรด 7 ได้กล่าวถึงเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า นักเรียนจะต้องรู้จักนำความรู้เรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนมาประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับร้อยละ เช่น ปัญหาดอกเบี้ย ปัญหาภาษี ปัญหาการเพิ่มราคาสินค้า ปัญหาการลดราคาสินค้า และนำความรู้ดังกล่าวมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวเรขาคณิต เช่น ความคล้ายของรูปเรขาคณิต นอกจากนี้ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการเขียนกราฟซึ่งแสดงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน รวมทั้งสามารถระบุได้ว่าความสัมพันธ์ใดเป็นความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและความสัมพันธ์ใดไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน (NCTM. 2006b: 19)

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่าสมาคมนิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาเห็นประโยชน์และความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นอย่างมาก นอกจากสมาคมนิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาแล้วจีนก็เป็นประเทศหนึ่งที่มีความสำคัญเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยหลักสูตรคณิตศาสตร์ของจีนได้บรรจุหน่วยการเรียนรู้พิเศษที่มีการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเพื่อใช้แก้ปัญหาในหลายๆ บริบทโดยมีเป้าหมายหลักเพื่อต้องการให้นักเรียนมีความเข้าใจดียิ่งขึ้นเกี่ยวกับแนวคิดเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน (Cai and Sun. 2002: 201)

เพื่อให้เกิดความเข้าใจถึงลักษณะของสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน พิจารณาสถานการณ์ 2 สถานการณ์ต่อไปนี้ (Cramer and Post. 1993: 344)

สถานการณ์แรก “คุณอยู่ในประเทศอังกฤษ ต้องการแลกเงินบาทของไทยเป็นเงินปอนด์ของอังกฤษ โดยอัตราแลกเปลี่ยนเงินคือ 1 ปอนด์ เท่ากับ 60 บาท ถ้าคุณนำเงิน 240 บาทมาแลกเป็นเงินปอนด์ จะได้กี่ปอนด์”

สถานการณ์ที่สอง “อรุณและวัชรกำลังวิ่งรอบสนามด้วยอัตราเร็วเท่ากันไปตามลู่วิ่ง โดยให้อรุณเริ่มวิ่งก่อน ขณะที่อรุณวิ่งผ่านมาได้ 9 รอบ วัชรวิ่งได้ 3 รอบ ถ้าวัชรวิ่งได้จำนวนรอบทั้งหมด 15 รอบ แล้วอรุณจะวิ่งได้กี่รอบ”

จากสถานการณ์ข้างต้นถ้าพิจารณาอย่างผิวเผินจะเห็นว่าสถานการณ์ทั้งสองคล้ายกัน แต่ถ้าพิจารณากันอย่างรอบคอบแล้วจะพบว่าสถานการณ์แรกเกี่ยวข้องกับสัดส่วน แต่สถานการณ์ที่สองไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ในเชิงตัวเลข สถานการณ์แรกเราสามารถสร้างสัดส่วนได้เป็น $1/60 = x/240$ เมื่อ x แทนเงินปอนด์ที่ได้จากการนำเงิน 240 บาทไปแลก ส่วนสถานการณ์ที่สองสามารถนำเสนอในรูปสมการทางพีชคณิตได้เป็น $x = y + 6$ เมื่อ x แทนจำนวนรอบที่อรุณวิ่งได้ และ y แทนจำนวนรอบที่วัชรวิ่งได้

คราเมอร์และโพสท์ (Cramer and Post. 1993: 344) ได้นำสถานการณ์ที่สองไปทดสอบกับนักศึกษาครูจำนวน 33 คน ปรากฏว่านักศึกษาครูจำนวน 32 คน แก้ปัญหาข้อนี้โดยการสร้างสมการและแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องสัดส่วน ดังนี้ $9/3 = x/15$ ดังนั้น $x = 45$ จากสถานการณ์ที่สองนี้ได้แสดงให้เห็นว่านักศึกษาครูรู้กระบวนการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วน แต่ขาดการตระหนักถึงว่าสถานการณ์ใดเกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ใดไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

เมื่อกล่าวถึงเรื่องสัดส่วน ผู้ที่เคยเรียนมาแล้วมักจะนึกถึงสมการที่อยู่ในรูป $a/b = x/d$ ซึ่งก็เป็นโจทย์ปัญหาประเภทหนึ่งที่เรียกกันว่า โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป ซึ่งสามารถพบได้ในหนังสือแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และถ้าจะหาคำตอบของสมการนี้ส่วนใหญ่จะใช้วิธีการที่เรียกกันว่าการคูณไขว้ ซึ่งถือว่าเป็นวิธีการที่เป็นมาตรฐานของการแก้โจทย์ปัญหาประเภทดังกล่าวนี้ ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์หลายๆ ท่านโดยเฉพาะอย่างยิ่งครูที่สอนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละต่างมีความเห็นว่านักเรียนผู้ที่สามารถหาคำตอบจากสมการดังกล่าวโดยใช้การคูณไขว้ถือว่าเป็นผู้ที่มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เสมือนหนึ่งว่าเป็นเรื่องง่าย ๆ ซึ่งผู้ที่เคยเรียนมาควรจะทำได้อย่างอัตโนมัติอยู่แล้ว (Lamon. 1999: 1)

ในประเด็นดังกล่าวนี้ เลช โปสท์ และเบอห์ (Lesh, Post and Behr. 1988; citing Cramer and Post. 1993: 342) เชื่อว่าการแก้ปัญหาโดยใช้การคูณไขว้เพื่อเป็นตัวบ่งชี้ถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังมีข้อจำกัดอยู่มากเพราะว่าคำตอบที่นักเรียนได้จากการแก้ปัญหานั้นนักเรียนได้มาจากขั้นตอนวิธีการล้วนๆ และเป็นไปได้ที่ว่านักเรียนอาจจะใช้วิธีการท่องจำขั้นตอนในการหาคำตอบ และสมาครคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 217 – 221) กล่าวเช่นเดียวกันว่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนควรเป็นมากกว่าการสร้างสมการที่เท่ากันของสองอัตราส่วน แล้วใช้การคูณไขว้หาคำตอบของสมการ ส่วนทอมสันและบุช (Thompson and Bush. 2003: 400) กล่าวว่า การใช้การคูณไขว้ในการแก้ปัญหจะทำให้ผู้เรียนขาดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และยังเป็นการใช้วิธีคิดอย่างเป็นธรรมชาติของผู้เรียน รวมทั้งทำให้ผู้เรียนขาดความเชื่อถือในยุทธวิธีอื่นๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน สอดคล้องกับผลการวิจัยของ เลช โปสท์ และเบอห์ (Lesh, Post and Behr. 1988: 93) ที่สรุปเกี่ยวกับผลเสียที่เกิดจากการใช้การคูณไขว้ไว้ 3 ข้อ คือ 1) ทำให้ผู้เรียนขาดความเข้าใจแนวคิดพื้นฐานเรื่องของสัดส่วน 2) ทำให้ผู้เรียนขาดการสร้างวิธีการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นธรรมชาติ และ 3) ทำให้ผู้เรียนหลีกเลี่ยงการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนถือว่าเป็นสิ่งที่ทุกคนต้องรู้ (Literacy) โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนที่ศึกษาเกรด 6 ถึงเกรด 8 ต้องมีความเข้าใจแนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วน เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น หรือวิทยาศาสตร์หลายๆ แขนง เช่น ฟิสิกส์ เคมี หรือชีววิทยา ล้วนแล้วต้องอาศัยความเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนเป็นพื้นฐานทั้งสิ้น จากที่กล่าวมาข้างต้นเห็นได้ว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นเรื่องที่มีประโยชน์และความสำคัญมาก แต่จากการศึกษาของนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายๆ ท่าน เช่น ฮาท คาร์พลัสและคณะ เวอร์กนาวด์ รูปลีย์ ลอดตัน ทัวร์นิโอเร และพูลอส ลาเนียสและวิลเลียมส์ สโลวิน และสิงห์ (Hart. 1978; Karplus et al. 1979; Vergnaud. 1988; Rupley. 1981; citing Heller et al. 1989: 206; Lawton. 1993; citing Al – wattban. 2001: 3; Tourniaire and Pulos. 1985: 181; Lanius and Williams. 2003: 395; Slovin. 2000: 58; Singh. 1998: Abstract) ต่างสรุปตรงกันว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นเรื่องที่ยากสำหรับนักเรียน

ในปี ค.ศ. 1996 การประเมินความก้าวหน้าของการศึกษาแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Assessment of Educational Progress หรือ NAEP) ได้รายงานว่ามีนักเรียนที่ศึกษาเกรด 8 ร้อยละ 12 เท่านั้นจากจำนวนนักเรียนทั่วประเทศที่สามารถทำโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบของสองอัตราส่วนได้ และในปี 2000 สภาวิจัยแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Research Council หรือ NRC) ได้รายงานว่ามีนักเรียนที่ศึกษาเกรด 7 และเกรด 8 ไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนอย่างง่ายได้ ตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น ถ้าลูกกวาด 2 ชิ้น ราคา 8 เซนต์ แล้วลูกกวาด 6 ชิ้น ราคากี่เซนต์ (National Research Council. 2000: 242) และไม่ใช่แค่เพียงนักเรียนเท่านั้นที่ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ครูผู้สอนเองก็ขาด

ความเข้าใจเช่นกัน โพสท์ ฮาเรล เบห์ และเลช (Post, Harel, Behr, and Lesh. 1988; citing Singh. 1998: 12) ได้ศึกษาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับครูสอนที่สอนในเกรด 4 ถึงเกรด 6 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – ประถมศึกษาปีที่ 6) โดยให้ครูอธิบายการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ให้นักเรียนทำ ผลปรากฏว่ามีครูเพียงร้อยละ 10.5 เท่านั้นที่อธิบายได้อย่างเป็นที่น่าสนใจ เช่นเดียวกับไซมอนและบลัม (Simon and Blume. 1994; citing Hillen. 2005: 3) ที่พบว่าบ่อยครั้งที่ครูแสดงออกให้เห็นว่าไม่สามารถให้เหตุผลเชิงสัดส่วนได้เช่นเดียวกับนักเรียน นอกจากนี้ การศึกษาเบื้องต้นของเพอร์โรน (Perrine. 2001: 2) พบว่ามีนักศึกษาครูจำนวน 40 คน จากทั้งหมด 56 คน ไม่สามารถทำโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนอย่างง่าย ๆ ได้ ลามอน (Lamon. 1999: 5) ได้ประมาณว่ามีผู้ใหญ่จำนวนมากว่าครึ่งหนึ่งของประเทศที่ไม่สามารถให้เหตุผลเชิงสัดส่วนได้ นี่เป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นว่าผู้คนส่วนใหญ่ ขณะที่พวกเขามีอายุอยู่ในช่วงวัยที่พร้อมจะรับประสบการณ์ความรู้ทางคณิตศาสตร์กลับไม่ได้รับการส่งเสริมหรือพัฒนาอย่างเพียงพอในวิถีทางที่ถูกต้องและเหมาะสม เช่นเดียวกับฮอฟเฟอร์ (Hoffer. 1988: 285) ที่แสดงความคิดเห็นว่า ความล้มเหลวของการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในระยะแรกๆ อาจไปทำให้เกิดการยับยั้งการเรียนรู้ในศาสตร์หลายๆ สาขาที่มีการคิดในเชิงปริมาณเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ หรือสถิติ

การขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดเรื่องสัดส่วนไม่ใช่เกิดขึ้นเฉพาะในต่างประเทศเท่านั้น ประเทศไทยก็ประสบปัญหาเช่นเดียวกัน ดังจะเห็นได้จากผลการวิจัยของนักวิจัยหลายๆ ท่าน เช่น จารุวรรณ แสงทอง (2536: 32) ขนิษฐา คำทอง (2539: 80 – 81) สิริพร ทิพย์คง (2542: 25) ได้ศึกษาเนื้อหาที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียน พบว่า เนื้อหาเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละเป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนมักประสบปัญหาในการทำความเข้าใจ เพราะว่าเนื้อหาค่อนข้างเป็นนามธรรมหรือรู้จำ จันท์จารุภรณ์ (2539: 30 – 33) ทศนีย์ ชื่นยง (2541: 77 – 78) อภิสิทธิ์ กิจเกียรติ (2545: 125 – 126) และเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2546: 91 – 96) ได้ศึกษาข้อพร่องเรื่องอัตราส่วน และร้อยละของนักเรียน พบว่าเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ นักเรียนมีข้อบกพร่องหลายๆ ด้าน เช่น ด้านการตีความหมายของโจทย์ ด้านการใช้บทนิยามและสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ นอกจากนี้ ผลการวิจัยของอภิสิทธิ์ กิจเกียรติ ยังพบว่านักเรียนตีความหมายเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละผิด เพราะว่านักเรียนขาดความคิดรวบยอดในเรื่องดังกล่าว และจากการศึกษาของสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for The Evaluation of Educational Achievement หรือ IEA) ซึ่งทำการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติครั้งที่ 3 (The Third International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS) มีระยะในการดำเนินการวิจัยตั้งแต่ปี พ.ศ 2535 – 2540 ในส่วนของประเทศไทย ผลการประเมินเมื่อพิจารณาเฉพาะเนื้อหาทางด้านสัดส่วนพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจำนวนนักเรียนน้อยกว่าร้อยละ 50 ที่ตอบถูก ส่วนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าทุกๆ เนื้อหาจำนวนนักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ตอบถูก แต่เนื้อหาที่นักเรียนทำคะแนนได้น้อย คือ เรื่องสัดส่วน (สสวท. 2540: 23 – 29) และจากการวิเคราะห์หนังสือแบบเรียนของกระทรวงศึกษาธิการพบว่าในระดับ

ประถมศึกษาให้นักเรียนได้เรียนเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับอัตราส่วนและสัดส่วนมาบ้างแล้ว เช่นเรื่อง
 มาตราส่วน ทิศและแผนผัง ร้อยละ โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร ซึ่งวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
 เหล่านี้ที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียน พบว่าได้ใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน ใช้หลักการ
 เทียบกับหนึ่งหน่วย ใช้การคูณและการหารในการแก้โจทย์ปัญหา ส่วนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในการ
 เรียนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ได้ใช้หลักการคูณ หลักการหาร และการคูณไขว้เป็นวิธีใน
 การแก้โจทย์หาดังกล่าว เห็นได้ว่าวิธีการที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียนของประถมศึกษาหรือ
 มัธยมศึกษาตอนต้นสามารถสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนให้กับนักเรียนได้
 ระดับหนึ่งทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูในชั้นเรียนด้วยว่ามีวิธีการจัด
 กิจกรรมการเรียนการสอนอย่างไรให้นักเรียนเกิดแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน แต่ใน
 สภาพความเป็นจริงเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ครูมักจะเป็นผู้ป้อนความรู้ให้แก่
 นักเรียน โดยการอธิบายเนื้อหา ยกตัวอย่างประกอบบนกระดาน นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับความรู้จากครู
 โดยตรงจะลงมือแก้โจทย์ปัญหาตามตัวอย่างที่ครูสอน ซึ่งวิธีการดังกล่าวนอกจากจะไม่ส่งเสริมให้
 นักเรียนได้เกิดความคิดแล้ว ยังสนับสนุนให้นักเรียนเป็นผู้ที่ชอบเลียนแบบ ชอบท่องจำ ไม่มีวิธีการ
 คิดเป็นของตนเองสอดคล้องกับประเวศ วะสี (2543: 2) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
 เทคโนโลยี (2543: 255) และสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540: 38) ที่กล่าวใน
 ทำนองเดียวกันว่า สภาพการศึกษาของไทยอยู่ในภาวะที่อ่อนแอตั้งแต่ตอนปลายถึงมหาวิทยาลัย
 เนื่องจากเด็กคิดไม่เป็น การสอนมุ่งเน้นไปที่การท่องจำมากกว่าการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล
 ดังนั้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่หน่วยงานหรือบุคลากรที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาต้องหันมาให้ความสั
 ใจ เห็นประโยชน์และความสำคัญของการคิด พร้อมหาวิธีในการสอนที่มุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิด
 แก้ปัญหา

การสอนแบบแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction) เป็นวิธีการหนึ่งที่มุ่งส่งเสริม
 สนับสนุนให้เด็กรู้จักการคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง เป็นวิธีการที่ได้รับการยอมรับแล้วว่าเป็นการสอนที่
 มีประสิทธิภาพ (National Research Council. 2000: 389) และเป็นวิธีการสอนที่ไปสอดคล้องกับ
 มาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการของสภาคุรุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา
 (Land. 2007: 8; Hoosain and Chance. 2004: 474) โดยแนวทางการสอนแบบแนะให้รู้คิดใน
 ชั้นเรียน คือ การเน้นให้นักเรียนคิดหาวิธีการแก้ปัญหาดด้วยตนเอง เพราะว่าการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 เป็นปรัชญาของการสอนซึ่งมุ่งให้นักเรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยครูมีบทบาท
 หลัก คือ ใช้คำถามและฟังเพื่อประเมินความเข้าใจของผู้เรียน พร้อมหาวิธีการสอนที่เหมาะสมกับ
 ผู้เรียน ส่วนบทบาทของผู้เรียนหลักๆ คือ เป็นผู้แก้ปัญหา และอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา

หลักสำคัญของการสอนแบบแนะให้รู้คิด คือ การตั้งโจทย์ปัญหา การสังเกต การใช้คำถาม
 ของครู และการฟังการอธิบายของนักเรียน เพื่อดูวิธีการคิดแก้ปัญหของผู้เรียน ซึ่งไม่เน้นที่คำตอบ
 ของปัญหา แต่เน้นไปที่กระบวนการคิดที่ได้มาซึ่งคำตอบ แล้วนำสิ่งที่ได้จากการสังเกต จากการฟังใน
 สิ่งที่นักเรียนอธิบายแสดงแนวคิด มาประกอบเป็นข้อมูลในการตัดสินใจที่อยู่บนความรู้และความเชื่อ
 ของตัวครูเองเพื่อหาวิธีการสอนที่สอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน ดังนั้นในชั้นเรียน ที่ใช้การ

สอนแบบแนะให้รู้คิด เวลาส่วนใหญ่จึงใช้ไปกับการคิดแก้ปัญหาของเด็ก และความรู้ของนักเรียนที่ได้มานั้นเป็นผลมาจากกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนเอง (Carpenter et al. 1989)

จากหลักการสำคัญของการสอนแบบแนะให้รู้คิดข้างต้นและการได้รับการยอมรับว่าเป็นวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพ ประกอบกับผู้วิจัยพบว่ามีการวิจัยที่ใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด แล้วมีผลดีต่อการเรียนของนักเรียน เช่น งานวิจัยของซาเซ เกียร์ฮาท และเซลท์เซอร์ (Saxe, Gearhart and Seltzer. 1999) หรืองานวิจัยของเวทท์ อังกะภักทรจรร (2551: 109 – 201) และจากความสำคัญและปัญหาที่เกิดขึ้นเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ประกอบกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ในส่วนของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตราฐาน ค 1.1 ในช่วงชั้นที่ 3 กล่าวว่าไว้วางใจว่านักเรียนต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้ อีกทั้งในประเทศไทยยังมีการศึกษากันน้อยมากเกี่ยวกับเรื่องการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่อาศัยแนวการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งผู้วิจัยสนใจศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เนื่องจากเป็นเด็กที่อยู่ในช่วงอายุ 12 – 15 ปี อยู่ในขั้นพัฒนาทางสติปัญญา ปฏิบัติการแบบนามธรรมและขั้นพัฒนาการทางด้านการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนขั้นที่สี่ของเพียเจท์ซึ่งกล่าวว่าเด็กสามารถให้เหตุผลที่อยู่บนพื้นฐานของสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับการคูณได้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น
3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. ได้ทราบถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
3. ได้แนวทางและเป็นตัวอย่างสำหรับครูหรือผู้ที่สนใจในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในชั้นอื่นๆ

4. เป็นข้อมูลสำหรับหน่วยงานที่เกี่ยวข้องกับการจัดทำหลักสูตร ที่จะนำผลการศึกษาที่ได้ไปใช้ประกอบในการพัฒนาหลักสูตรการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน (32 คน) จาก 5 ห้องเรียน โดยใช้การสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบเก่ง ปานกลาง และอ่อน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ อัตราส่วน อัตราส่วนที่เท่ากัน สัดส่วนและสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วน การเปรียบเทียบอัตราส่วน สถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ร้อยละ การนำสัดส่วนไปประยุกต์ใช้กับเรื่องเรขาคณิต (ความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม) การย่อและขยายเกี่ยวกับรูปภาพ ของผสม และอัตราเร็ว

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ใช้เวลาในการทดลอง 20 คาบ คาบละ 50 นาที เป็นระยะเวลา 5 สัปดาห์

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.2 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

นิยามศัพท์เฉพาะ

การให้เหตุผล หมายถึง การแสดงออกโดยการอธิบาย การเขียน หรือแสดงหลักฐาน เพื่อลงความเห็นหาข้อสรุป โดยผ่านการวิเคราะห์ ที่เป็นไปอย่างสมเหตุสมผล

สัดส่วน หมายถึง ประโยคที่แสดงการเท่ากันของสองอัตราส่วน ซึ่งเขียนในรูปนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ได้เป็น $a:b = c:d$ โดยที่ $b \neq 0$ และ $d \neq 0$

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนในสองด้านต่อไปนี้

1. การแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ประกอบด้วย
 - 1.1 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน
 - 1.2 การเปรียบเทียบอัตราส่วน
 - 1.3 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน
2. การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

โดยการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนดังกล่าวพิจารณาจากคะแนนจากการทำใบกิจกรรม คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวม และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนคิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนรวม โดยรวมคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมและจากการทำแบบทดสอบผ่านเกณฑ์

เกณฑ์ หมายถึง คะแนนร้อยละ 75 ของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้ารวมคะแนนของนักเรียนจากการทำใบกิจกรรม และจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเข้าด้วยกันแล้วได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 75 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่านักเรียนคนนั้นผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน หมายถึง การเปลี่ยนแปลงของสองปริมาณใดๆ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของปริมาณหนึ่งมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของอีกปริมาณหนึ่งแต่สองปริมาณที่เปลี่ยนแปลงดังกล่าวยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน เช่น การเปลี่ยนแปลงของปริมาณ A และปริมาณ B ดังภาพประกอบ 1

ปริมาณ A	1	2	3	4	5	6	7
ปริมาณ B	2	4	6	8	10	12	14

ภาพประกอบ 1 ตารางการเปลี่ยนแปลงของปริมาณ A และปริมาณ B

จากปริมาณ A และปริมาณ B ในตารางจะเห็นว่า ขณะที่ปริมาณของ A เปลี่ยน ปริมาณของ B ก็เปลี่ยน โดยการเปลี่ยนแปลงของสองปริมาณดังกล่าวยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง พฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกขณะปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในสองด้านต่อไปนี้ ได้แก่ 1) ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งประกอบด้วย การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และ 2) ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน โดยพฤติกรรมดังกล่าวจะประเมินจากแบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งกำหนดพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นสี่ระดับ ดังนี้

ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนเลย ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ ใช้การคำนวณอย่างสุ่ม หรือมุ่งพิจารณาที่ผลต่างของจำนวน นักเรียนระดับนี้ขาดการตระหนักถึงความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างปริมาณ

ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนไม่สามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ เพราะฉะนั้นการแก้ปัญหของนักเรียนจึงใช้วิธีการบวกซ้ำหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้

ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ด้วยมุมมองดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหได้กว้างกว่านักเรียนในระดับ 1

ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ เช่น การคูณไขว้ อัตราต่อหนึ่งหน่วย ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน หรือการเทียบบัญญัติไตรยางค์

กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการพัฒนาจะเน้นการให้เหตุผลของนักเรียนเมื่อเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งสถานการณ์ปัญหาก็จะเริ่มจากปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วนอย่างง่าย ๆ ที่นักเรียนคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน ไปสู่สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วนที่มีความซับซ้อน ลักษณะของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วนที่นักเรียนได้เผชิญจะมีหลาย ๆ บริบทกิจกรรมการเรียนการสอนมีการใช้รูปภาพ วัตถุหรือสื่อสัมผัส และตารางเพื่อช่วยสร้างแนวคิดเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน กิจกรรมการเรียนรู้จะเน้นไปที่การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับสัดส่วนและความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน โดยรูปแบบของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะอาศัยการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งจะทำให้ความสำคัญไปที่ความพยายามในการคิดหาวิธีแก้ปัญหด้วยตัวเอง สนับสนุนและเปิดโอกาสให้มีการอภิปราย แสดงความคิดเห็นและหาเหตุผลหรือหลักฐานมายืนยันคำตอบของปัญหา รวมทั้งไม่ปิดกั้นโอกาสของนักเรียนที่จะแสวงหาความรู้ใหม่ๆ

การสอนแบบแนะให้รู้คิด หมายถึง การสอนที่ครูยึดเอาการคิดแก้ปัญหของนักเรียนเป็นแนวทางในการสอน โดยครูใช้การสังเกต การถาม และการฟังการอธิบายแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหของนักเรียน แล้วนำผลที่ได้จากการสังเกต การถาม และการฟังการอธิบายดังกล่าว มาประกอบเป็นข้อมูลในการตัดสินใจที่อยู่บนความรู้และความเชื่อของตัวเองเพื่อหาวิธีการสอนที่สอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน ซึ่งการสอนแบบแนะให้รู้คิดมีขั้นตอนดังนี้ 1) ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้แก่ นักเรียน 2) นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญห 3) ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน 4) นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญห และ 5) นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. การให้เหตุผล
 - 1.1 ความสำคัญของการให้เหตุผล
 - 1.2 ความหมายของการให้เหตุผล
 - 1.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.1 ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.2 ความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.3 ประเภทของโจทย์ปัญหาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.4 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.5 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.6 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
3. การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 3.1 แนวคิดในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 3.2 วิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 3.3 การประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีค
4. วิธีการสอนเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน
5. การสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 5.1 การสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 5.2 บทบาทของครูและนักเรียนในการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 5.3 ขั้นตอนการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 5.4 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบแนะให้รู้คิด
 - 5.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบแนะให้รู้คิด

1. การให้เหตุผล

ในชีวิตประจำวันปกติของคนเรามักจะมีการให้เหตุผลอยู่เสมอ เช่น มีการให้เหตุผลในการเลือกซื้อสินค้า ในการเลือกประกอบอาชีพ ในการมาทำงานสายหรือในการตัดสินใจความต่าง ๆ เป็นต้น ในบรรดาการให้เหตุผลเหล่านั้น มีทั้งการให้เหตุผลที่สามารถกระทำได้ด้วยทันที โดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิมๆ และการให้เหตุผลที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนเราไม่สามารถกระทำได้ด้วยทันทีที่ต้องอาศัยความรู้ ทักษะ/กระบวนการ และเทคนิควิธีการหลายอย่างในการให้เหตุผล (สสวท. 2550: 37) การให้เหตุผล (Reasoning) เป็นความสามารถของมนุษย์ในการสร้างข้อสรุปหรืออ้างเหตุผล โดยยึดความรู้หรือความจริงที่คาดล่วงหน้าเป็นหลักในเชิงที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หรือหลักการของเหตุผล (Bullock. 1994: 4951)

หากพิจารณาการให้เหตุผลอย่างละเอียดพบว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการที่แยกได้เป็น 2 ขั้นตอน (วินัย คำสุวรรณ. 2539: 31 – 32) ได้แก่

1. ขั้นตอนการค้นพบเหตุผล (Context of Discovery) เป็นความพยายามที่จะใช้จินตนาการเชื่อมโยงกับความคิดหรือประสบการณ์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ที่ต้องการอธิบายเหตุผล บางทีอาจเรียกขั้นตอนนี้ว่า “การสร้างคำอธิบาย” ขั้นตอนนี้ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าต้องจินตนาการอย่างไรเพราะแต่ละคนอาจค้นพบเหตุผลของตนเองด้วยวิธีที่แตกต่างกัน

2. ขั้นตอนการพิสูจน์หรือสนับสนุนด้วยเหตุผล (Justification) เป็นขั้นตอนที่ต่อจากการค้นพบเหตุผล คือเป็นการประเมินว่า เหตุผลที่ค้นพบนั้น เป็นคำอธิบายสิ่งหรือเหตุการณ์ที่ต้องการคำอธิบายจริงๆ ดังนั้นเราเรียกสิ่งที่ต้องการอธิบายว่า “ข้อสรุป” ขั้นตอนนี้จะเรียกว่า “การพิสูจน์สนับสนุนข้อสรุปนั่นเอง”

1.1 ความสำคัญของการให้เหตุผล

ก่อนที่จะกล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลผู้วิจัยได้หาข้อมูลเกี่ยวกับขนาดสมองของไอส์ไตน์เมื่อเทียบกับคนปกติซึ่งทำวิจัยโดยนักวิทยาศาสตร์กลุ่มหนึ่งจากมหาวิทยาลัยแม็คมาสเตอร์ (McMaster University) เมืองออนตาริโอ ประเทศแคนาดา จากการเปรียบเทียบขนาด สมองของไอส์ไตน์กับขนาดสมองคนฉลาดปกติทั่วไป เป็นชาย 35 คน หญิง 56 คน พบว่าบริเวณส่วนล่าง ของสมองด้านซ้ายของไอส์ไตน์ ใหญ่กว่าของคนปกติธรรมดาถึง 15 เปอร์เซ็นต์ สมองบริเวณดังกล่าว อยู่ในระดับเดียวกับหู มีหน้าที่เกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (รุ่งมณี เมฆโสภณ. 2542: Online)

จากข้อมูลดังกล่าวสะท้อนให้เราเห็นว่าการที่บุคคลใดบุคคลหนึ่งจะเก่งคณิตศาสตร์ได้นั้น บุคคลนั้นต้องมีความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งสอดคล้องกับสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 29) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการให้เหตุผล และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody. 1993: 2 – 25) นอกจากนี้ในด้านการเรียนการสอนมีงานวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจและมีเหตุผล เป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ ถึงแม้ว่าการจำจะช่วยในการหา

คำตอบที่ถูกต้องได้เร็วกว่า แต่ถ้านักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจ จะทำให้มีความสามารถในการปรับใช้สถานการณ์ใหม่ๆ และสามารถจำได้ดีกว่านานกว่า เพราะนักเรียนรู้กระบวนการที่ได้หลักการมาเพื่อใช้กับสถานการณ์ต่างๆ นักเรียนก็จะตระหนักว่าแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความเกี่ยวข้องกัน ดังนั้นการสอนในแนวนี้นี้จึงเป็นการพัฒนาสติปัญญาได้ดีกว่าการสอนให้จดจำโดยไม่มีเหตุผล (ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2548: 1)

การให้เหตุผลเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่ทำให้การดำรงชีวิตของคนเราแตกต่างจากสัตว์ นักจิตวิทยาทางด้านความคิดบางท่านกล่าวถึงการให้เหตุผลว่า เป็นวิธีการที่คนเราสร้างตัวตนหรือทำความเข้าใจปัญหา (Kahney. 1993: 103) ขณะที่นักการศึกษาบางท่าน เช่น ครูลิคและรูดนิค (Krulik & Rudnick. 1993: 103) จัดให้การให้เหตุผล เป็นการคิดชนิดหนึ่งที่คนเราได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยการตั้งข้อคาดการณ์ สร้างสมมติที่เป็นนามธรรมจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา จากนั้นจึงตรวจสอบเหตุผลเพื่ออธิบายและยืนยันข้อสรุป ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดใหม่ที่ได้

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 56) กำหนดการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งซึ่งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้
4. เลือกและใช้ประเภทของการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ที่หลากหลายได้

ในส่วนของประเทศไทยหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ได้ระบุสาระในกลุ่มการเรียนรู้ไว้ 6 สาระ โดยในสาระที่ 6 ซึ่งเป็นสาระด้านทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้บรรจุการให้เหตุผลเป็นทักษะทักษะหนึ่งทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้เหตุผลนั้นจะแทรกอยู่ในสาระการเรียนรู้ต่างๆ โดยในแต่ละสาระการเรียนรู้นั้น ผู้เรียนจะต้องตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ (สสวท. 2545: 6 – 7)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 4) กล่าวว่า การฝึกทักษะการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นเพราะจะช่วยให้เด็กนักเรียน

1. เข้าใจแนวทางคิดคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้นๆ ได้ดีและสามารถปรับแนวคิดให้มีความแจ่มชัดและลึกซึ้งขึ้น
2. สามารถตรวจสอบแนวคิดพร้อมทั้งให้เหตุผลได้
3. แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและเรียนรู้จากกันและกัน
4. สามารถอธิบายและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
5. ยอมรับแนวคิดใหม่ที่มีเหตุผลกว่าแนวคิดเดิม

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับมนุษย์ เนื่องจากการให้เหตุผลทำให้การดำรงชีวิตของมนุษย์แตกต่างจากสัตว์ ในวิชาคณิตศาสตร์จำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้มีเหตุผล เพราะการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญในวิชาคณิตศาสตร์ และในด้านการเรียนการสอนนั้นมิจำนวนวิจัยจำนวนมากมายืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจและมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ รวมทั้งในหลักสูตรคณิตศาสตร์เองจากทั้งของ สภาคุรุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาและสถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีของไทย ต่างได้เน้นถึงความสำคัญของการให้เหตุผลว่าต้องบรรจุการให้เหตุผลเป็นทักษะหนึ่งทางคณิตศาสตร์ และให้แทรกอยู่ในสาระการเรียนรู้ในแต่ละสาระการเรียนรู้ของวิชาคณิตศาสตร์

1.2 ความหมายของการให้เหตุผล

มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลไว้ในลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

กูร์ลนิก (Guralnik. 1982) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถในการคิด เชื่อมโยง คิดเชิงตรรกศาสตร์ และสามารถที่จะลงความเห็นหรือหาข้อสรุปจากข้อเท็จจริงที่ปรากฏ หรือจากสมมติฐาน

บราไฮเออร์ (Brahier. 2005: 25) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการหนึ่งที่ทำให้เหตุผลแสดงออกโดยการอธิบายหรือเขียนเกี่ยวกับเรื่องราวหรือสถานการณ์ปัญหาบางอย่างที่เกิดขึ้นว่า “ทำไมถึงเป็นเช่นนั้น” หรือ “อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า.... “

วินัย จำสุวรรณ (2539: 31) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การคิดที่พยายามจะอธิบาย เหตุการณ์บางอย่าง โดยใช้หลักฐานจากการสังเกตหรือข้อความต่าง ๆ ที่ได้รับการยอมรับอย่างกว้างขวาง

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 37) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง ความสามารถที่ประกอบด้วย ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการหาข้อสรุป และความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

วิษณุ ภาพันธ์ (2551: 10) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง การอธิบายหรือการแสดงหลักฐานที่ทำให้เราเชื่อในสิ่งใดสิ่งหนึ่งว่าเป็นจริง ซึ่งสร้างขึ้นจากการคิดที่อาศัยหลักตรรกวิทยาแล้วถ่ายทอดออกมาในรูปของภาษา

จากความหมายของการให้เหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยได้นำคำสำคัญที่เกี่ยวกับความหมายของการให้เหตุผลที่นักการศึกษากล่าวไว้ดังตาราง 1

ตาราง 1 การวิเคราะห์แนวคิดหลักที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการให้เหตุผล

แหล่งที่มา	แนวคิดหลัก (คำสำคัญ)
Guralnik ปี ค.ศ. 1982	ความสามารถในการคิดเชื่อมโยง ลงความเห็นหรือหาข้อสรุป คิดเชิงตรรกศาสตร์ ข้อเท็จจริงที่ปรากฏ
Brahier ปี ค.ศ. 2005	กระบวนการหนึ่ง แสดงออกโดยการอธิบาย หรือการเขียน ทำไมถึงเป็นเช่นนี้ อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า....
วินัย ดำสุวรรณ ปี พ.ศ. 2539	การคิดที่จะอธิบาย โดยใช้หลักฐานหรือข้อความที่ได้รับการยอมรับ
สมเดช บุญประจักษ์ ปี พ.ศ. 2540	ความสามารถในการวิเคราะห์ การหาข้อสรุป การแสดงข้อสรุป การยืนยันข้อสรุป อย่างสมเหตุสมผล
วิษณุ นภาพันธุ์ ปี พ.ศ. 2551	การอธิบายหรือการแสดงหลักฐาน การคิดหลักตรรกวิทยา ถ่ายทอดในรูปภาพ

จากการวิเคราะห์แนวคิดหลักที่เกี่ยวข้องกับความหมายของการให้เหตุผลที่นำเสนอในตารางข้างต้น ดังนั้นในการวิจัยในครั้งนี้จะให้ความหมายของการให้เหตุผลว่า หมายถึง การแสดงออกโดยการอธิบาย การเขียน หรือแสดงหลักฐาน เพื่อลงความเห็นหาข้อสรุป โดยผ่านการวิเคราะห์ ที่เป็นไปอย่างสมเหตุสมผล

1.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเป็นเป้าหมายหลักในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (NCTM. 1998: 3) สอดคล้องกับครูลีคและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993: 8 – 9) ที่กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลจะต้องเป็นเป้าหมายแรกของครูทุกคนในห้องเรียน และครูต้องใช้โอกาสทุกสถานการณ์ในชั้นเรียนสนับสนุนการให้เหตุผลของนักเรียน แลปแพนและสแควม (Lappan and Schram. 1989: 18 –19) ได้กล่าวถึงเกี่ยวกับการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลไว้ว่า ควรจัดกิจกรรมการเรียนให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาคการณ์ ค้นหาวิธีพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยอธิบายรูปแบบแสดงด้วยภาพหรือแบบจำลอง และให้ตอบคำถามต่างๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า....” “จงให้ตัวอย่างของ....” “หรือสามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ ถ้าดำเนินการแบบเดิมไม่บรรลุผล” เหล่านี้ล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาคการณ์ การกำหนดแบบจำลอง และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ ส่วนกิลฟอร์ดและโฮปฟเนอร์ (Guilford and Hoepfner. 1971: 28 – 32) ให้ความเห็นว่า การพัฒนาให้บุคคลมีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น

ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลนี้เป็นสิ่งที่ฝึกกันได้และเป็นสิ่งที่โรงเรียนต้องจัดทำ โดยสอนควบคู่กันไปกับเนื้อหาปกติหรือในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

อัครยา สังขจันทร์ (2543: 102) ได้เสนอหลักการสำคัญของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล เพื่อช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนได้บรรลุวัตถุประสงค์ของความพยายามที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของผู้เรียน ดังต่อไปนี้

1. กิจกรรมที่เลือกมาต้องเหมาะสมกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
2. ผู้สอนมีหน้าที่เป็นเพียงผู้อำนวยการความสะดวก และผู้สร้างบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ให้เกิดขึ้น
3. กระบวนการเรียนการสอนต้องเป็นกระบวนการแบบมีส่วนร่วม คือ ระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน และระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนด้วยกันเอง
4. เน้นให้ผู้เรียนได้ใช้ศักยภาพของตนเองมากที่สุด
5. การสื่อสารในกระบวนการเรียนการสอนต้องเป็นการสื่อสารแบบสองทาง
6. การสอบไม่สำคัญเท่ากับการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้รู้ คิด ให้เหตุผลเป็น
7. มีวิธีการวัดและประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลที่เหมาะสมกับรูปแบบการเรียนการสอน

สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 195) ได้กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่า การฝึกให้ผู้เรียนได้รู้จักคิดและรู้จักการให้เหตุผลนั้นสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชา และได้เสนอหลักการที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้

1. ให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดให้เหตุผล
2. ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

ส่วนอัมพร ม้าคอง (2547: 97) กล่าวว่า ขณะนักเรียนทำกิจกรรมคณิตศาสตร์ ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายเหล่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด เป็นต้น และเพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดกิจกรรมผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาสถานการณ์ควรเป็นปัญหาปลายเปิดที่นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างได้ (สสวท. 2545: 196)

จากแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักการศึกษาหลายๆ ท่าน หรือของสถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีที่กล่าวข้างต้น ดังนั้นในการวิจัยในครั้งนี้ การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล จะใช้แนวทางการสอนที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือคิดด้วยตนเอง รู้จักสังเกต คาดการณ์ ค้นหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง อธิบายชี้แจงอย่างมีเหตุผล และหาข้อสรุป โดยมีครูเป็นผู้สร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้ด้วยการสนับสนุนให้มีการอภิปราย สนทนา แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันอย่างเป็นอิสระและหลากหลาย สนับสนุนให้ผู้เรียนทุกคนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ มีการกระตุ้นด้วยคำถาม คอยช่วยเหลือชี้แนะให้กำลังใจ ชี้แจงในสิ่งที่ผู้เรียนขาดตกบกพร่อง พร้อมทั้งมีการจัดเตรียมกิจกรรม โจทย์หรือสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับผู้เรียน

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ผู้ที่เคยเรียนคณิตศาสตร์มาแล้วในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น คงทราบนิยามของสัดส่วนว่า คือประโยคที่แสดงถึงการเท่ากันของสองอัตราส่วน นั่นคือ $a/b = c/d$ แม้ผู้คนส่วนใหญ่จะไม่ได้ตระหนักถึงนิยามของสัดส่วน แต่ก็สามารถใช้สัดส่วนแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่คุ้นเคยได้ นอกจากนี้ยังมีการใช้สัดส่วนอย่างแพร่หลายโดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาวิทยาศาสตร์ แม้ว่าเรื่องสัดส่วนจะเป็นเรื่องที่สำคัญในสถานการณ์ชีวิตประจำวันที่เราคุ้นเคย หรือในวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ แต่แนวคิดเรื่องสัดส่วนนั้นก็ก็เป็นสิ่งที่เข้าใจยาก ต้องใช้เวลานาน แม้กระทั่งผู้ใหญ่หลายๆ คนยังขาดความเข้าใจในแนวคิดเรื่องสัดส่วนอยู่ไม่น้อย

เนื่องจากการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นทั้งเรื่องยากและมีประโยชน์ ดังนั้นเรื่องดังกล่าวนี้จึงกลายเป็นหัวข้อที่มีนักวิจัยจำนวนมากนำมาศึกษาตลอดเวลา 25 ปีที่ผ่านมา ซึ่งในช่วงเวลาดังกล่าวนั้นการทำวิจัยเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนได้ทวีความซับซ้อนมากขึ้นเรื่อยๆ เป็นลำดับ โดยเปลี่ยนมุมมองการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจากที่มองว่าเป็นความสามารถโดยทั่วไปหรือการแสดงถึงโครงสร้างทางการคิดทั่วไป เปลี่ยนมาเป็นอีกมุมมองหนึ่งที่เน้นการอธิบายถึงกระบวนการที่ใช้ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ตลอดจนถึงอิทธิพลของตัวโจทย์ปัญหาและปัจจัยที่เกี่ยวกับคนว่าส่งผลต่อกระบวนการดังกล่าวอย่างไรบ้าง (Tourniaire and Pulos. 1985: 181)

2.1 ความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน บนโลกของเรามีปรากฏการณ์หลายๆ อย่างที่ดำเนินการไปตามกฎของสัดส่วน (Proportional Rule) ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสามารถทางด้านการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนับว่าเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นในโลก (Cramer, Post and Currier. 1993: 159) ฮอฟเฟอร์ (Hoffer. 1988: 285) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า โดยทั่วไปแล้วการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนถือว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอันหนึ่งของการคิดอย่างเป็นแบบแผนในเด็กวัยรุ่น นอกจากนี้ความล้มเหลวใน

การพัฒนาเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องนี้ในระยะแรกๆ ของเกรด 6 – 8 จะไปทำให้เกิดการยับยั้งการเรียนรู้ในหลายๆ สาขาวิชาที่ต้องมีการคิดในเชิงปริมาณเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ หรือสถิติ รวมทั้งพีชคณิตและเรขาคณิตด้วย

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญซึ่งถูกนำไปประยุกต์ใช้กับวิทยาศาสตร์ ศิลปะ สถาปัตยกรรม แพทยศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ หรือธุรกิจต่างๆ และเป็นรากฐานสำคัญสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น เช่น พีชคณิต แคลคูลัส ตรีโกณมิติ เรขาคณิต ความน่าจะเป็นและสถิติ เป็นต้น (Flowers. 1998: 1; Holmes. 1995: 407; Sgroi. 2001: 259) เลช โพสท์ และเบอร์ (Lesh, Post and Behr. 1988: 95) เชื่อว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นขั้นสูงสุดของการเรียนเลขคณิตในระดับประถมศึกษาและเป็นพื้นฐานที่สำคัญของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่อในระดับสูง สอดคล้องกับฮาร์เรนและคอนเฟรย์ (Harel and Confrey. 1994: 15) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น นอกจากนี้ เพอร์สัน เบเรนสัน และกรีนสพอน (Person, Berenson and Greenspon. 2004: 17) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีของผลสัมฤทธิ์ทางเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูงด้วย

หนังสือมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) ที่ออกโดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989: 82) ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่อนุบาลถึงเกรด 12 โดยในส่วนของเกรด 5 – 8 ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า

“ความสามารถทางด้านการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนควรจะพัฒนาผู้เรียนในช่วงเกรด 5 – 8 นับว่าเป็นเรื่องที่สำคัญยิ่งที่ความสามารถทางด้านการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสมควรจะได้รับการพิจารณาทั้งในแง่ของเวลาและความพยายามเพื่อให้มั่นใจได้ว่าความสามารถอันนี้ถูกพัฒนาด้วยความระมัดระวัง นักเรียนหลายคนจะต้องพบกับสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายที่นำมาสร้างเป็นแบบจำลองแล้วแก้ปัญหาผ่านการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน”

ต่อมาในปี ค.ศ. 2000 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 212 – 213) ได้ออกหนังสือหลักการและมาตรฐานคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) โดยได้เสนอให้การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นสาระสำคัญในการบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ของเกรด 6 – 8 ซึ่งมีหลายๆ เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ได้แก่ อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ ความคล้าย มาตราส่วน สมการเชิงเส้น ความชัน ความถี่สัมพัทธ์ ฮิสโทแกรม และความน่าจะเป็น นอกจากนี้ยังเชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆ เช่น วิทยาศาสตร์ และศิลปะ

จากข้างต้นพอสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนหัวใจสำคัญสำหรับนักเรียนที่ศึกษาในระดับประถมศึกษาตอนปลายและมัธยมศึกษาตอนต้น เนื่องจากเป็นแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญถูกนำไปประยุกต์ใช้กับหลายๆ สาขาวิชา รวมทั้งในชีวิตประจำวันด้วย ในวิชาคณิตศาสตร์

เองยังสามารถนำมาใช้เป็นเนื้อหาหลักในการบูรณาการภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของเกรด 6 ถึงเกรด 8

2.2 ความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในลักษณะต่างๆ กันดังนี้

เลซ โพสท์ และเบอห์ (Lesh, Post and Behr. 1988) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นรูปแบบหนึ่งของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับความเข้าใจของการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณ การเปรียบเทียบอัตราส่วนและการหาค่าที่หายไป

คราเมอร์ โพสท์ และคูร์รีเออร์ (Cramer, Post and Currier. 1993) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเกี่ยวข้องกับความสามารถในการเปรียบเทียบอัตราส่วนและความสามารถในการหาค่าที่หายไป รวมถึงความสามารถในการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

สภาวิจัยแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Research Council. 2000: 241) กล่าวว่า สัดส่วน คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วน 2 อัตราส่วน และความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในสถานการณ์เชิงสัดส่วนและการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ลาเนียสและวิลเลียมส์ (Lanuis and Williams. 2003: 392) กล่าวว่า คำว่าสัดส่วน และการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นคำที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างใกล้ชิด คำว่าสัดส่วนกล่าวถึงในลักษณะเฉพาะของความสัมพันธ์ซึ่งสามารถเขียนได้ในรูปของการเท่ากันของสองอัตราส่วน ส่วนคำว่าให้การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วน และความสามารถในการแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปและการเปรียบเทียบอัตราส่วน

ลามอน (Lamon. 2005: 3) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง การให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการย่อส่วนหรือขยายส่วนในสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นความสัมพันธ์ที่มีค่าคงที่เกิดขึ้นระหว่างสองปริมาณใดๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกัน

เดอ ลา ครุซ (de la Cruz. 2008: 7) กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเกี่ยวข้องกับการตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วน และเกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพกับสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

จากความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนข้างต้น ในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนดังนี้

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หมายถึง ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนในสองด้านต่อไปนี้

1. การแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ดังนี้

1.1 อธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

1.2 เปรียบเทียบอัตราส่วน

1.3 แยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

2. การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

2.3 ประเภทโจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไม่ใช่เป็นเรื่องที่จะพัฒนาขึ้นให้เกิดขึ้นได้ในช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง หากแต่ความสามารถดังกล่าวผู้เรียนต้องสร้างกระบวนการคิดด้วยตนเอง ซึ่งกระบวนการคิดดังกล่าวเกิดจากการสังสมประสบการณ์ที่หลากหลายรูปแบบโดยอาศัยระยะเวลาอันยาวนาน องค์ประกอบหนึ่งที่มีอิทธิพลต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน คือ โจทย์ปัญหาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน รูปลีย์ (Rupley, 1981; citing Karplus, Pulos and Stage, 1983: 220) พบว่าการนำเสนอโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็ม และใช้ค่าของตัวเลขไม่เกิน 30 จะง่ายกว่าโจทย์ปัญหาที่นำเสนออัตราส่วนที่ไม่ใช่จำนวนเต็มหรือใช้ค่าของตัวเลขมากๆ

สำหรับประเภทของโจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหา ดังรายละเอียดต่อไปนี้

คาร์พลัส พูลอส และสเตจ (Karplus, Pulos and Stage, 1983: 219 – 220) ได้แบ่งประเภทโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป (Missing Value Problem) และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ (Comparison Problem) โดยโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป โจทย์ปัญหาจะกำหนดข้อมูลที่เป็นจำนวนมาให้พร้อมกับความสัมพันธ์ของจำนวน แล้วให้ผู้เรียนหาค่าของจำนวนที่โจทย์ต้องการหา ส่วนโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ ปัญหาจะกำหนดอัตราส่วนสองอัตราส่วนมาให้ แล้วให้ผู้เรียนตรวจสอบว่าอัตราส่วนสองอัตราส่วนเป็นอัตราส่วนเดียวกันหรือไม่ โดยใช้วิธีการคำนวณจากข้อมูลที่ให้มา ดังตารางต่อไปนี้แสดงตัวอย่างของปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปและปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ

ตาราง 2 ประเภทโจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของคาร์พลัส พูลอส และสเตจ

ประเภทของโจทย์ปัญหา	ตัวอย่าง
การหาค่าที่หายไป	รถยนต์คันหนึ่งวิ่งมาด้วยอัตราเร็ว 175 กิโลเมตร ต่อ 3 ชั่วโมง อัตราเร็วเดียวกันนี้ ถ้ารถยนต์คันดังกล่าววิ่งมาได้เป็นเวลา 12 ชั่วโมง โดยไม่หยุด ถามว่ารถยนต์คันนี้วิ่งได้เป็นระยะทางกี่ กิโลเมตร
การเปรียบเทียบ	รถยนต์ A วิ่งมาด้วยอัตราเร็ว 180 กิโลเมตร ต่อ 3 ชั่วโมง ส่วนรถยนต์ B วิ่งมาด้วยอัตราเร็ว 400 กิโลเมตร ต่อ 7 ชั่วโมง ถามว่ารถยนต์คันไหนวิ่งเร็วกว่ากัน

จากโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเปรียบเทียบข้างต้น คราเมอร์และโพสท์ (Cramer and Post. 1993: 342 – 346) ได้แบ่งย่อยออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข (Numerical Comparison Problem) และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ (Qualitative Comparison Problem) โดยลักษณะของโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ โจทย์ไม่ได้กำหนดข้อมูลที่เป็นตัวเลขมาให้แต่จะกำหนดข้อมูลเป็นเชิงคุณภาพมาให้ เช่น มีค่าว่า เร็วกว่า ช้ากว่า มากกว่า น้อยกว่า เท่าเดิม เข้มข้นน้อยกว่า หรือเข้มข้นมากกว่า ปรากฏอยู่ในประโยค ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเช่น “แมรีและเกรทได้มาวิ่งเล่นรอบสนาม ปรากฏว่าแมรีวิ่งได้จำนวนรอบมากกว่าเกรท แต่แมรีใช้เวลาในการวิ่งน้อยกว่าเกรท ถามว่าใครวิ่งเร็วกว่ากัน” (Cramer, Post and Currier 1993: 166)

ลามอน (Lamon. 1993: 42 – 43) ได้วางกรอบงานอย่างกว้างๆ ในการจำแนกโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนออกเป็นประเภทต่างๆ ซึ่งผู้เรียนต้องเรียนรู้ และลงมือแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้น โดยโจทย์ปัญหาที่ลามอนแบ่งก็เป็นโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเดียวกันกับของคาร์พลัส พูลอส และสเตจ ที่กล่าวไว้ข้างต้น แต่การแบ่งโจทย์ปัญหาของลามอน ลามอนจะยึดลักษณะของสถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นซึ่งลามอนแบ่งเป็น 4 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการวัดที่พบได้ในชีวิตประจำวัน (Well – Known Measures) โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นส่วนย่อย – ส่วนย่อย – ส่วนทั้งหมด (Part – Part – Whole) โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกลุ่มที่นำมาสัมพันธ์กัน (Associated Sets) และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงขนาด (Growth) ซึ่งโจทย์ปัญหาแต่ละประเภทมีรายละเอียดดังนี้ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการวัดที่พบได้ในชีวิตประจำวันเป็นโจทย์ปัญหาที่แสดงความสัมพันธ์ในสิ่งที่พิจารณา (Entities) หรืออัตราที่เรารู้จักกันดี เช่น ความเร็วซึ่งเป็นอัตราของไมล์ต่อชั่วโมง หรือหน่วยราคา ซึ่งเป็นอัตราของชิ้นต่อดอลลาร์ เป็นต้น ส่วนโจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นส่วนย่อย – ส่วนย่อย – ส่วนทั้งหมด เป็นการนำส่วนย่อยซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของส่วนทั้งหมดมาเปรียบเทียบกับส่วนเดิมเต็ม (Complent) ของมันเอง เช่น การเปรียบเทียบจำนวน

เด็กผู้หญิงกับเด็กผู้ชาย หรือการเปรียบเทียบจำนวนคำตอบที่ถูกกับจำนวนคำตอบที่ผิด หรือการเปรียบเทียบส่วนย่อยกับส่วนทั้งหมดเช่น เด็กผู้ชาย 12 คนจากนักเรียน 20 คน หรือคำตอบถูกต้อง 80 ข้อจากคำถาม 100 ข้อ เป็นต้น ส่วนโจทย์ปัญหากลุ่มที่นำมาสัมพันธ์กันจะกล่าวถึงปริมาณ 2 ปริมาณที่สัมพันธ์กัน ซึ่งโดยปกติแล้ว ปริมาณทั้ง 2 ไม่ได้มีความสัมพันธ์กัน เช่น คนกับพืชชา หรือ คุกกี้กับกล่อง เป็นต้น และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงขนาดเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการขยายส่วนและการย่อส่วน และปริมาณที่ให้มาต้องเป็นปริมาณที่ต่อเนื่อง เช่น ความสูง ความยาว ความกว้าง ตัวอย่างของโจทย์ปัญหาแต่ละประเภทแสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 ประเภทโจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของลามอน

ประเภทของปัญหา	ตัวอย่าง
ปัญหาเกี่ยวกับการวัดที่พบได้ในชีวิตประจำวัน	โทมัสขับรถได้เป็นระยะทาง 156 ไมล์ ใช้น้ำมันไปทั้งหมด 6 แกลลอน ถ้าวางของโทมัสใช้น้ำมันในอัตรานี้ ถ้าวางถ้าเขาใช้น้ำมัน 21 แกลลอน รถของเขาจะขับไปได้ไกลถึง 561 ไมล์หรือไม่
ปัญหาที่มีลักษณะเป็นส่วนย่อย – ส่วนย่อย – ส่วนทั้งหมด	ครูโจนส์แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน โดยที่แต่ละกลุ่มนั้นต้องมีนักเรียนหญิง 3 คน ถ้าในห้องเรียนของครูโจนส์มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 25 คน อยากทราบว่าในชั้นเรียนนั้นมีนักเรียนหญิงกี่คน และนักเรียนชายกี่คน
ปัญหาเกี่ยวกับกลุ่มที่นำมาสัมพันธ์กัน	เอลเลน จิม และสตีฟ ซื้อลูกโป่ง 3 ลูกในราคา 2 ดอลลาร์ พวกเขาตัดสินใจจะกลับไปร้านอีกครั้ง และซื้อลูกโป่งให้พอกับจำนวนของนักเรียนในชั้น พวกเขาจะต้องจ่ายเงินเท่าไรเพื่อซื้อลูกโป่ง 24 ลูก
ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงขนาด	รูปขนาด 6 x 8 นิ้วใบหนึ่งถูกอัดขยายให้ใหญ่จนด้านยาวมีความยาวเพิ่มขึ้นจาก 8 นิ้ว เป็น 12 นิ้ว อยากทราบว่าด้านกว้างของรูปที่ขยายใหม่นี้จะยาวเท่าไร ถึงจะได้สัดส่วนกันพอดี

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนแบ่งได้เป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ และมีโจทย์ปัญหาของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ลามอนแบ่งเป็น 4 ประเภท ได้แก่ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการวัดที่พบได้ในชีวิตประจำวัน โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นส่วนย่อย – ส่วนย่อย – ส่วนทั้งหมด โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกลุ่มที่นำมาสัมพันธ์กัน และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงขนาด

มีประเด็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปข้างต้น ได้มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาได้ศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการหาค่าที่หายไป เช่น การศึกษาของเอบรมอวิทซ์ (Abramowitz. 1975: 2 – 42) พบว่ามี 3 องค์ประกอบที่มีผลต่อการหาค่าที่หายไป ได้แก่ 1) ผลต่างของพจน์ (เท่ากันหรือไม่เท่ากัน) ตัวอย่างเช่น ในสัดส่วน $4/6 = 6/x$ แสดงให้เห็นว่ามีผลต่างเท่ากัน กล่าวคือ ผลต่างระหว่าง 4 และ 6 ($6 - 4 = 2$) ที่อยู่ในอัตราส่วนเดียวกันและระหว่างอัตราส่วน สำหรับสัดส่วน $4/6 = 10/x$ แสดงให้เห็นว่ามีผลต่างไม่เท่ากัน กล่าวคือ ผลต่างในอัตราส่วนเดียวกัน คือ $6 - 4 = 2$ ซึ่งไม่เท่ากับผลต่างระหว่างอัตราส่วน คือ $10 - 4 = 6$ ในประเด็นตามข้อ 1 นี้ เอบรมอวิทซ์ สรุปว่า ผลต่างที่เท่ากันทั้งในอัตราส่วนเดียวกันและระหว่างอัตราส่วนจะทำให้ให้นักเรียนมุ่งพิจารณาไปที่ผลต่างของสองจำนวนแทนที่จะมุ่งพิจารณาไปที่ความสัมพันธ์เชิงการคูณของสองจำนวน 2) ขนาดของจำนวนที่ปรากฏในสัดส่วนมักจะเกี่ยวข้องกับตัวไม่ทราบค่าซึ่งเราไม่รู้เลยว่าตัวไม่ทราบค่าจะมีขนาดของจำนวนมากหรือน้อยกว่าจำนวนที่ทราบค่าที่โจทย์กำหนดให้มา ถ้าตัวไม่ทราบค่ามีขนาดของจำนวนน้อยกว่าตัวที่ทราบค่าจะถือว่าโจทย์ปัญหาดังกล่าวมีระดับความยากมากกว่าเมื่อตัวทราบค่ามีขนาดของจำนวนมากกว่าตัวที่ทราบค่า และ 3) รูปแบบของโจทย์ปัญหา (แบบธรรมดาหรือแบบซับซ้อน) จะเกี่ยวข้องกับอัตราส่วนในโจทย์ปัญหา กล่าวคือ การปรากฏความสัมพันธ์ของสองจำนวนที่เป็นจำนวนเต็มหรือการปรากฏความสัมพันธ์ของสองจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเต็มทั้งในอัตราส่วนเดียวกันหรือระหว่างอัตราส่วนล้วนมีผลต่อการแก้โจทย์ปัญหา ในประเด็นตามข้อ 3 นี้ เอบรมอวิทซ์ สรุปว่า โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของสองจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเต็มทั้งในอัตราส่วนเดียวกันและระหว่างอัตราส่วนทำให้นักเรียนเกิดอุปสรรคในการแก้โจทย์ปัญหามากขึ้น

ส่วนฟรอยเดนทอล คราพลัสและคณะ (Freudenthal. 1983; Karplus, Pulos and Stage. 1983) ให้ความสนใจไปที่ความสัมพันธ์ของสองจำนวนที่อยู่ในอัตราส่วนเดียวกันและระหว่างอัตราส่วน และให้คำจำกัดความของความสัมพันธ์ของสองจำนวนนี้ว่าเป็นความสัมพันธ์ของสองจำนวนที่เป็นจำนวนเต็ม (Integer Relationships) และความสัมพันธ์ที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม (Noninteger Relationships) ตัวอย่างของความสัมพันธ์ของสองจำนวนที่เป็นจำนวนเต็ม เช่น ในสัดส่วน $2/4 = 12/x$ มีพหุคูณที่เป็นจำนวนเต็มทั้งใน ($2 \times 2 = 4$) อัตราส่วนเดียวกัน และระหว่าง ($2 \times 6 = 12$) อัตราส่วน ส่วนตัวอย่างของความสัมพันธ์ที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม เช่น พิจารณาสัดส่วน $8/5 = 11/x$ พบว่ามีพหุคูณที่ไม่ใช่จำนวนเต็มระหว่าง ($8 \times 11/8 = 11$) อัตราส่วน และใน ($8 \times 5/8 = 5$) อัตราส่วนเดียวกัน

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่าการหาค่าที่หายไปในสัดส่วน สามารถหาได้จากทั้งในอัตราส่วนเดียวกันและระหว่างอัตราส่วน ส่วนองค์ประกอบที่มีผลต่อการหาค่าที่หายไปจากความสัมพันธ์ของสองจำนวนทั้งในอัตราส่วนเดียวกันและระหว่างอัตราส่วน พอสรุปได้เป็น 4 ข้อดังนี้ 1) การปรากฏหรือไม่ปรากฏของอัตราส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม 2) ตำแหน่งตัวไม่ทราบค่าในสัดส่วน 3) ความซับซ้อนของตัวเลขหรือขนาดของจำนวนที่ใช้ในสัดส่วน 4) ผลต่างของพจน์ในสัดส่วน

2.4 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ปัจจุบันหนังสือแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของมัธยมศึกษา ถ้าพิจารณาเกี่ยวกับเรื่อง ยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน พบว่าบางครั้งแต่ละยุทธวิธีก็อยู่อย่างกระจัดกระจายไม่ได้ถูกรวบรวมไว้อย่างเป็นหมวดหมู่และไม่ได้แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ในแต่ละยุทธวิธีอย่างชัดเจน ยุทธวิธีในหนังสือแบบเรียนส่วนใหญ่นำเสนอใช้แก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน คือ การคูณไขว้ไม่ใช่เฉพาะในหนังสือเท่านั้น ครูผู้สอนส่วนใหญ่ก็ใช้วิธีการคูณไขว้สอนนักเรียน ผลจากการสอนโดยใช้วิธีการคูณไขว้ ฮาร์ท (Hart. 1978: 4 – 6; citing Fisher. 1988: 158) กล่าวว่าจะทำให้ผู้เรียนขาดความเชื่อถือในกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า (Doubling) การแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน (Halving) หรือแม้แต่การบวกซ้ำ (Repetitive Addition) เลช โปสท์ และเบียร์ (Lesh, Post and Behr. 1988; citing Hiebert and Behr. 1988: 93) เชื่อว่าการใช้วิธีการคูณไขว้ในการแก้ปัญหาเพื่อเป็นตัวบ่งชี้ถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนยังมีข้อจำกัดอยู่มาก เพราะคำตอบที่นักเรียนได้จากการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการคูณไขว้นั้นนักเรียนได้มาจากขั้นตอนวิธีการล้วนๆ (Purely Algorithm) และเป็นไปได้ที่เวลานักเรียนอาจใช้วิธีการท่องจำขั้นตอนในการหาคำตอบ และจากการวิจัยพวกเขาได้สรุปผลเสียที่เกิดจากการใช้วิธีการคูณไขว้ไว้ 3 ข้อ คือ 1) ทำให้ผู้เรียนขาดความเข้าใจแนวคิดพื้นฐานเรื่องของสัดส่วน 2) ทำให้ผู้เรียนขาดการสร้างวิธีการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นธรรมชาติ และ 3) ทำให้ผู้เรียนหลีกเลี่ยงการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

นักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ศึกษายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ทัวร์นัวไอเรและพูลอส (Tourniaire and Pulos. 1985: 184 – 188) ได้ศึกษาและรวบรวมเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยในส่วนของยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้แบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ยุทธวิธีการคูณ และยุทธวิธีการบวก ซึ่งมีรายละเอียดตามตารางต่อไปนี้ พิจารณาโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ประกอบ

“ร้านค้าแห่งหนึ่งขายลูกกวาด 2 ชิ้นในราคา 4 เซนต์ ถ้าต้องการซื้อลูกกวาด 8 ชิ้นจะต้องจ่ายเงินเท่าใด”

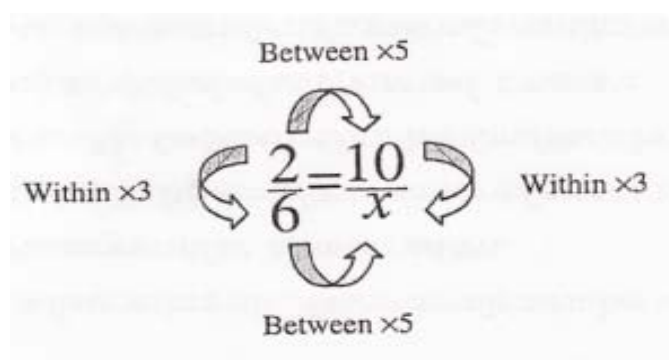
ตาราง 4 ยุทธวิธีที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนของทัวร์นิโอเรและพูลอส

ยุทธวิธี	ตัวอย่าง
การคูณ	เพราะว่าลูกกวาด 2 ชิ้นราคา 4 บาท ต้องการลูกกวาด 8 ชิ้นซึ่งมีจำนวนเป็นสี่เท่าของลูกกวาด 2 ชิ้น ดังนั้นลูกกวาด 8 ชิ้น มีราคาเท่ากับ $4 \times 4 = 16$ บาท
การบวก	เพราะว่าลูกกวาด 2 ชิ้น ราคา 4 บาท ดังนั้นลูกกวาด 4 ชิ้นราคา 8 บาท ลูกกวาด 6 ชิ้นราคา 12 บาท และลูกกวาด 8 ชิ้นราคา 16 บาท

นอกจากยุทธวิธีการข้างต้นทัวร์นิโอเรและพูลอสยังได้กล่าวถึงยุทธวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาแล้วเกิดความผิดพลาด เช่น การใช้วิธีการพิจารณาผลต่างของจำนวน ซึ่งสามารถพบได้โดยทั่วไปตั้งแต่วัยเด็กจนถึงวัยผู้ใหญ่

ส่วนโนเอลติง (Noelting, 1980) ได้แบ่งยุทธวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนออกเป็น 2 ยุทธวิธีใหญ่ๆ ได้แก่ ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนและยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน (Within and Between Strategies) ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนจะนำความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างจำนวนของอัตราส่วนแรกไปใช้กับอัตราส่วนที่สอง ส่วนยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วนจะนำความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างจำนวนที่สมนัยกันของอัตราส่วนแรกและอัตราส่วนที่สอง เพื่อที่จะทำให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน พิจารณาโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

“นักท่องเที่ยวก่อนหนึ่งกำลังวางแผนในการเดินทางด้วยเท้า โดยพวกเขาประมาณกันว่าระยะทาง 6 กิโลเมตร จะต้องใช้เวลาในการเดินทางด้วยเท้านาน 2 ชั่วโมง อยากทราบว่าเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง พวกเขาจะเดินเท้าได้ระยะทางเท่าใด” (ดูภาพประกอบ 2)



ภาพประกอบ 2 ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนและยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน

จากปัญหาข้างต้นสร้างสมการได้เป็น $2/6 = 10/x$ ซึ่งเราสามารถใช้ได้ทั้งยุทธวิธีภายในอัตราส่วนและยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน นักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนในอัตราส่วนแรก ($2/6$) จะสังเกตเห็นว่าระยะทาง 6 กิโลเมตร มีค่าเท่ากับ 3 เท่าของเวลา ($3 \times 2 = 6$) เพราะฉะนั้นเราสามารถนำเอาข้อสังเกตนี้ไปใช้กับอัตราส่วนที่สอง ($10/x$) นั่นคือนำ 3 ไปคูณกับอัตราส่วนที่สองจะได้เป็น $(30/x)$ ซึ่งเท่ากับอัตราส่วนแรก นั่นคือ $6/6 = (30/x)$ ซึ่งจะทำให้ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 30 ชั่วโมง ส่วนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน นักเรียนจะต้องค้นหาว่า 2 กับ 10 มีความสัมพันธ์เชิงกันคูณกันอย่างไร ซึ่งนักเรียนจะต้องรู้ว่าความสัมพันธ์ระหว่าง 2 กับ 10 คือ $10 = 2 \times 5$ และนำ 5 มาคูณกับ 6 จะได้ว่า $6 \times 5 = 30$ ดังนั้นอัตราส่วนที่ได้คือ $10/30 = 10/x$ ซึ่งจะทำให้ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 30 จากสองยุทธวิธีที่กล่าวมาจะเห็นว่าจะใช้ยุทธวิธีไหนก็ได้คำตอบเท่ากัน (Steinthorsdottir. 2003: 76)

บีซุค (Bezuk. 1988) ได้แบ่งยุทธวิธีในแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนออกเป็น 5 ยุทธวิธี ดังนี้
 1) ยุทธวิธีการเปลี่ยนตัวประกอบ 2) ยุทธวิธีการบวก 3) ยุทธวิธีการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย 4) ยุทธวิธีการใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน และ 5) ยุทธวิธีกลุ่มที่สมมูลกัน แต่ละยุทธวิธีข้างต้นแสดงดังตาราง 5 โดยพิจารณาโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ประกอบ

“สมชายและหนูดีไปซื้อขนมปังที่ร้านค้าเดียวกันแห่งหนึ่ง สมชายซื้อขนมปัง 2 ชิ้น ราคา 8 บาท ถ้าหนูดีซื้อขนมปัง 8 ชิ้น เธอต้องจ่ายเงินเท่าใด”

ตาราง 5 ยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนของบิซุค

ยุทธวิธี	ตัวอย่าง
การเปลี่ยนตัวประกอบ (Factors of change)	เนื่องจากหนูดีซื้อขนมปังเป็นจำนวน 4 เท่าของสมชาย ดังนั้นเธอต้องจ่ายเงินเป็น 4 เท่า ของราคาที่สมชายซื้อเช่นเดียวกัน นั่นคือ $4 \times (8 \text{ บาท}) = 32 \text{ บาท}$
การบวกเพิ่ม (Building up)	เพราะว่าขนมปัง 2 ชิ้น ราคา 8 บาท ถ้าขนมปัง 8 ชิ้น จะมีราคาเท่ากับ $8 \text{ บาท} + 8 \text{ บาท} + 8 \text{ บาท} + 8 \text{ บาท} = 32 \text{ บาท}$
การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย (Unit rate)	เพราะว่าเงิน 8 บาท ซื้อขนมปังได้ 2 ชิ้น ดังนั้นเงิน 4 บาทซื้อขนมปังได้ 1 ชิ้น นั่นคือ 4 บาท / 1 ชิ้น ดังนั้นถ้าซื้อขนมปัง 8 ชิ้น ต้องจ่ายเงิน $(8 \text{ ชิ้น}) \times (4 \text{ บาท} / 1 \text{ ชิ้น}) = 32 \text{ บาท}$
การคูณไขว้ (Cross products)	$\frac{2 \text{ ชิ้น}}{8 \text{ บาท}} = \frac{8 \text{ ชิ้น}}{x \text{ บาท}}$ $(2 \text{ ชิ้น}) \times (x \text{ บาท}) = (8 \text{ ชิ้น}) \times (8 \text{ บาท})$ $2x = 64$ $x = 32$
การใช้ความรู้เรื่องการเท่ากัน ของเศษส่วน (Equivalent fractions)	$\frac{2}{8} = \frac{2 \times 4}{8 \times 4} = \frac{8}{32}$
กลุ่มสมมูล (Equivalence class)	$\frac{2}{8} = \frac{4}{16} = \frac{8}{32}$

ในการทำนองเดียวกันรุชติ (Ruchti. 2005: 12) ได้แบ่งยุทธวิธีในแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนออกเป็น 6 ยุทธวิธี ดังนี้ 1) การใช้รูปภาพ 2) การบวกเพิ่ม 3) การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย 4) การเปลี่ยนตัวประกอบ และ 5) การคูณไขว้ แต่ละยุทธวิธีข้างต้นแสดงดังตาราง 6 พิจารณาโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ประกอบตัวอย่างในตาราง 6

“ณ ค่ายพักแรมลูกเสือแห่งหนึ่ง เต็นท์ที่ใช้นอนสำหรับลูกเสือ 2 เต็นท์จะนอนได้ 4 คน ถ้าค่ายพักแรมเตรียมเต็นท์ไว้ทั้งหมด 12 เต็นท์ จะมีลูกเสือมาค่ายพักแรมแห่งนี้ทั้งหมดจำนวนกี่คน”

ตาราง 6 ยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนของรูป

ยุทธวิธี	ตัวอย่าง
การใช้รูปภาพ (pictorial)	$\begin{array}{cccccc} \triangle\triangle & \triangle\triangle & \triangle\triangle & \triangle\triangle & \triangle\triangle & \triangle\triangle \\ \circ\circ & \circ\circ & \circ\circ & \circ\circ & \circ\circ & \circ\circ \\ \circ\circ & \circ\circ & \circ\circ & \circ\circ & \circ\circ & \circ\circ \end{array}$
การบวกเพิ่ม (building up)	เพราะว่า 2 เต็นท์นอนได้ 4 คน ดังนั้น ถ้าเต็นท์ 12 เต็นท์ จะนอนได้ $4 \text{ คน} + 4 \text{ คน} + 4 \text{ คน} + 4 \text{ คน} + 4 \text{ คน} + 4 \text{ คน} = 24 \text{ คน}$
การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย (unit rate)	จากโจทย์ปัญหาที่กล่าวว่า “เต็นท์ที่ใช้นอนสำหรับลูกเสือ 2 เต็นท์จะนอนได้ 4 คน” เขียนเป็นอัตราได้เป็น 2 เต็นท์ ต่อ 4 คน หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า $4/2$ คน ต่อ 1 เต็นท์ ตัวประกอบคงตัว (constant factor) ในที่นี้คือ $4/2$ ที่บรรยายในลักษณะจำนวนของคนต่อหนึ่งเต็นท์ เราจะเรียกอัตราดังกล่าวนี้ว่า <u>อัตราต่อหนึ่งหน่วย (unit rate)</u> จากโจทย์ปัญหาดังกล่าว เราสามารถหาคำตอบได้เป็น $(4/2) \times 12 = 24$
การเปลี่ยนตัวประกอบ (factors of change)	การใช้วิธีการเปลี่ยนตัวประกอบเป็นการค้นหาว่า “เป็นกี่เท่า” เช่น จากโจทย์ปัญหาข้างต้น เนื่องจากเต็นท์จำนวน 12 เต็นท์ เป็น 6 เท่าของเต็นท์จำนวน 2 เต็นท์ ดังนั้นจำนวนลูกเสือจะต้องเป็น 6 เท่าด้วย คำตอบที่ได้คือ $6 \times 4 = 24$ คน ในการใช้วิธีการดังกล่าวนี้ ถ้าตัวประกอบไม่ใช่จำนวนเต็ม วิธีการนี้อาจจะไม่เหมาะสมที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
การคูณไขว้ (cross products)	$\frac{2}{4} = \frac{12}{x} \longrightarrow 2 \cdot x = 12 \cdot 4 \longrightarrow x = \frac{12 \cdot 4}{2} \longrightarrow x = 24$

จากยุทธวิธีที่กล่าวมาข้างต้น ได้มีงานวิจัยของนักคณิตศาสตร์ศึกษาที่ได้ศึกษาการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งมี 5 ยุทธวิธีหลักๆ ที่สำคัญได้แก่ การบวกเพิ่ม การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย การเปลี่ยนตัวประกอบ การคูณไขว้ และยุทธวิธีภายในอัตราส่วนและยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน

งานวิจัยที่กล่าวถึงยุทธวิธีการบวกเพิ่ม

ยุทธวิธีการบวกเพิ่มหรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า ยุทธวิธีก่อนการใช้การคูณ (Pre - Multiplicative Strategy) (Harel and Behr. 1995) เป็นยุทธวิธีหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งพบว่ายุทธวิธีดังกล่าวนี้มีการใช้กันบ่อยในเด็กระดับประถมศึกษา จากงานวิจัยของทัวร์นิเอเร (Tourniaire. 1986) พบว่า มีการใช้ยุทธวิธีการบวกเพิ่มร้อยละ 30 ของจำนวนเด็กที่ศึกษาในเกรด 3 ถึงเกรด 5 โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเด็กที่ศึกษาในเกรด 3 มีการใช้ยุทธวิธีการบวกเพิ่มถึงร้อยละ 50 ของจำนวนเด็กเกรด 3 ทั้งหมด รุชติ (Ruchti. 2005: 12) ให้ข้อสังเกตว่าเด็กยังคงใช้ยุทธวิธีการบวกเพิ่มต่อไป แม้ว่าเด็กจะอายุมากขึ้นก็ตาม ส่วนปาร์เกอร์ (Parker. 1999) ได้ให้ความสำคัญกับยุทธวิธีการบวกเพิ่ม โดยกล่าวว่าการใช้ยุทธวิธีการบวกเพิ่มนี้เป็นก้าวแรกที่จะมุ่งไปสู่การให้เหตุผลในเชิงการคูณสำหรับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน เพราะว่าการคูณก็คือการบวกซ้ำนั่นเอง

งานวิจัยที่กล่าวถึงยุทธวิธีใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย

จากงานวิจัยที่กล่าวถึงยุทธวิธีการบวกเพิ่มเราทราบว่าเด็กในระดับประถมศึกษาส่วนใหญ่ยังใช้ยุทธวิธีการบวกเพิ่มอยู่ เมื่อพวกเขาโตขึ้นอีกอายุหนึ่ง พวกเขาอาจเปลี่ยนยุทธวิธี ซึ่งมียุทธวิธีหนึ่งที่พวกเขานำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน นั่นคือยุทธวิธีใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย (Bezuk. 1988; Cramer, Post and Currier. 1993; Lamon. 1993) ลามอน (Lamon. 1993) ให้นักเรียนเกรด 6 แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน พบว่า ร้อยละ 96 ของจำนวนนักเรียนเกรด 6 ใช้ยุทธวิธีอัตราต่อหนึ่งหน่วย เช่นเดียวกับคราเมอร์ โปสท์ และคัวร์ริเออร์ (Cramer, Post and Currier. 1993) ได้วิเคราะห์ยุทธวิธีที่นักเรียนเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 900 คน ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน พวกเขาพบว่ายุทธวิธีที่นักเรียนใช้แล้วส่วนใหญ่ได้คำตอบถูกต้อง คือ ยุทธวิธีอัตราต่อหนึ่งหน่วย นอกจากนี้ยุทธวิธีดังกล่าวนี้ยังเป็นยุทธวิธีที่นิยมใช้ทั้ง นักศึกษาครูและครูประจำการในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน (Bezuk. 1988)

งานวิจัยที่กล่าวถึงยุทธวิธีการเปลี่ยนตัวประกอบ

บีซุก (Bezuk. 1988) พบว่ามีครูหลายคนที่ใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนตัวประกอบ ยุทธวิธีดังกล่าวนี้เหมาะกับโจทย์ปัญหาที่มีอัตราส่วนที่เป็นจำนวนเต็ม สมาชิกที่สมนัยกันระหว่างอัตราส่วนแรกกับอัตราส่วนที่สองต้องมีความสัมพันธ์เชิงการคูณ นั่นคือ สมาชิกตัวหนึ่งเป็นพหุคูณของสมาชิกอีกตัวหนึ่งนั่นเอง บอสตัน สมิท และฮิลเลน (Boston Smith and Hillen. 2003) กล่าวว่า ความเข้าใจถึงยุทธวิธีการเปลี่ยนตัวประกอบจะทำให้นักเรียนได้รู้ว่าทำไมถึงใช้วิธีการคูณไขว้ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน เพราะฉะนั้นพวกเขาเสนอว่าก่อนจะแนะนำวิธีการคูณไขว้ ควรให้

นักเรียนได้พัฒนาและรู้จักใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนตัวประกอบก่อน ต่อไปเมื่อจะสอนโดยใช้วิธีการคูณไขว้ควรแนะนำในลักษณะที่ให้เห็นถึงความเชื่อมโยงกับยุทธวิธีการเปลี่ยนตัวประกอบ

งานวิจัยที่กล่าวถึงยุทธวิธีการคูณไขว้

ยุทธวิธีการคูณไขว้เป็นยุทธวิธีที่ถูกนำมาใช้สอนแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนมากที่สุด อย่างไรก็ตาม มีหลายยุทธวิธีเหมือนกันที่นำไปใช้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งบางครั้งก็เป็นยุทธวิธีที่คิดขึ้นเอาเองในใจ (Intuitive) ส่วนยุทธวิธีการคูณไขว้นั้นเป็นยุทธวิธีเน้นที่ขั้นตอนวิธีการมากกว่าเข้าใจความใจ ลาเนียส และวิลเลียมส์ (Lanuis and Williams. 2003: 392) เชื่อว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้นผู้เรียนต้องสามารถรู้จักใช้หลายๆ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหเกี่ยวกับสัดส่วน ไม่ควรเน้นไปที่การใช้ยุทธวิธีการคูณไขว้เพียงอย่างเดียว ส่วนฟลินเนอร์ เวสต์บรูก และโรเจอร์ส (Fleener Westbrook and Rogers. 1993) กล่าวว่านักเรียนที่ไม่รู้จักการใช้ยุทธวิธีการคูณไขว้ควรให้เขาได้ค้นพบยุทธวิธีดังกล่าวด้วยตัวเขาเอง ซึ่งการที่ครูไปแนะนำยุทธวิธีการคูณไขว้ก่อนอาจจะทำให้มีผลกระทบต่อการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน นอกจากนี้เมื่อนักเรียนรู้จักยุทธวิธีการคูณไขว้แล้ว จะส่งผลทำให้ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนลดลงด้วย ถึงแม้ว่าการคูณไขว้จะเป็นยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหาก็ตาม แต่บ่อยครั้งที่พบว่านักเรียนเอาไปใช้แก้ปัญหโดยขาดความรอบคอบและความเข้าใจอย่างแท้จริง เพราะฉะนั้นควรให้นักเรียนได้เข้าใจความหมายของสัดส่วนก่อนที่จะสอนโดยใช้ยุทธวิธีการคูณไขว้ ในส่วนของครูผู้สอน บีซุก (Bezuk. 1988) ได้สำรวจพบว่าการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ครูประจำการมีการใช้ยุทธวิธีการคูณไขว้มากกว่านักศึกษาคูถึงสองเท่า สำหรับโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนของตัวเลขพบว่าทั้งครูประจำการและนักศึกษาคูมีการใช้ยุทธวิธีการคูณไขว้เท่าๆ กัน บีซุกได้กล่าวถึงสาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าก่อนที่นักศึกษาคูจะมาเป็นครูประจำการ นักศึกษาคูมีความสามารถในการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน แต่พอมาเป็นครูประจำการทำให้การเรียนการสอนต้องอิงกับหลักสูตร ประกอบกับเวลาที่ใช้สอนมีน้อยจึงทำให้เน้นไปที่การใช้ยุทธวิธีการคูณไขว้ ซึ่งเป็นยุทธวิธีที่ทำให้ได้คำตอบอย่างรวดเร็ว

งานวิจัยที่กล่าวถึงยุทธวิธีภายในอัตราส่วนและยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน

คราเมอร์ โพสท์ และคัวร์ริเออร์ (Cramer, Post and Currier. 1993) และคาร์พลัส พูลอส และสเตจ (Karplus, Pulos and Stage. 1983) พบว่าระหว่างยุทธวิธีภายในอัตราส่วนและยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน ไม่มียุทธวิธีการใดที่นักเรียนชอบมากกว่ากันเป็นพิเศษ แต่การที่นักเรียนจะเลือกใช้ยุทธวิธีการใดนั้นขึ้นอยู่กับว่าเมื่อใช้ยุทธวิธีการนั้นแล้วยังคงรักษาสภาพความเป็นอัตราส่วนของจำนวนเต็มอยู่หรือไม่ นอกจากนี้คาร์พลัส พูลอส และสเตจ (Karplus, Pulos and Stage. 1983) ยังพบว่านักเรียนเกรด 6 และเกรด 8 ชอบใช้ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนมากกว่ายุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน เมื่อคิดเป็นร้อยละพบว่านักเรียนร้อยละ 75 ของนักเรียนเกรด 6 และเกรด 8 ยังใช้ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนอยู่ แม้ว่าโจทย์ปัญหานั้นสามารถใช้ทั้งสองวิธีแก้ปัญหาก็ตาม

ในการแก้โจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบอัตราส่วน คาร์พลัส พูลอส และสเตจ (Karplus, Pulos and Stage. 1983) ได้สำรวจพบว่า ร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียน ใช้ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนซึ่งใช้วิธีการหารเข้ามาช่วย และบ่อยครั้งมีการใช้ยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วนด้วยโดยการหาความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างปริมาณที่มาจากหน่วยการวัดเดียวกัน ตัวอย่างของสถานการณ์ปัญหาเช่น

“เจนวิ่งรอบสนาม 2 รอบใช้เวลา 6 นาที ส่วนซาร่าวิ่งรอบ 8 ใช้เวลา 22 นาที ถามว่าใครวิ่งเร็วกว่ากัน หรือทั้งสองคนวิ่งด้วยความเร็วเท่ากัน”

จากสถานการณ์ปัญหาลำดับต้นนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ยุทธวิธีภายในอัตราส่วนโดยการหาร 6 ด้วย 2 ซึ่งได้เท่ากับ 3 ส่วนอีกอัตราส่วนหนึ่งหาร 22 ด้วย 8 ได้เท่ากับ 2.75 นำ 3 เปรียบเทียบกับ 2.75 จะพบว่า 3 มากกว่า 2.75 ดังนั้นซาร่าวิ่งเร็วกว่าเจน ส่วนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วนจะพิจารณาที่ความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างปริมาณที่มาจากหน่วยการวัดเดียวกันจากสถานการณ์ลำดับต้นจะพบว่า 8 เป็น 4 เท่าของ 2 ถ้าทั้งสองคนวิ่งด้วยความเร็วเท่ากันแล้วการวิ่ง 8 รอบ ของซาร่าจะต้องใช้เวลา 24 นาที แต่ซาร่าใช้เวลา 22 นาที แสดงว่าซาร่าวิ่งเร็วกว่า

นอกจากยุทธวิธีที่กล่าวถึงข้างต้น ยังมีเทคนิคหรือวิธีการอื่นๆ อีกที่นำมาช่วยในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน เช่น การใช้ตารางที่มีลักษณะรูปแบบต่างๆ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ชาร์ปและอดัมส์ (Sharp and Adams. 2003: 432 – 437) ได้เสนอการใช้ตารางแบบสองแถว (Two Row Pattern Table) เป็นเครื่องมือช่วยในการสร้างแนวคิดเกี่ยวกับสัดส่วนให้กับนักเรียน (ดูภาพประกอบ 3) การใช้ตารางเพื่อต้องการให้นักเรียนหาแบบรูปของจำนวนที่อยู่ในตาราง ซึ่งนักเรียนอาจใช้การนับแบบกระโดดข้ามหรือใช้การคูณ การใช้ตารางดังกล่าวเป็นวิธีการหนึ่งที่จะสนับสนุนความพยายามของนักเรียนในการตระหนักถึงความสัมพันธ์ระหว่างคู่ของจำนวนขณะที่คู่ของจำนวนในตารางดังกล่าวเปลี่ยนแปลงค่าของจำนวนไปพร้อมๆ กัน นอกจากนี้ตารางแบบสองแถวยังเป็นหลักฐานที่แสดงให้เห็นถึงร่องรอยพื้นฐานการคิดเกี่ยวกับสัดส่วนของนักเรียนต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการใช้ตารางแบบสองแถวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

โจทย์ปัญหา 1 “ในงานปาร์ตี้แห่งหนึ่งจัดพิซซ่าไว้ 4 ถาด ต่อคนที่มาร่วมงาน 14 คน สมมติว่าวันนั้นมีคนมาร่วมงานปาร์ตี้ดังกล่าวจำนวน 84 คน จะต้องจัดพิซซ่าไว้ทั้งหมดกี่ถาด”

		+4	+4	+4	+4	+4
พิซซ่า	4	8	12	16	20	24
คน	14	28	42	56	70	84
		+14	+14	+14	+14	+14

ภาพประกอบ 3 การใช้วิธีการบวกเพิ่มโดยใช้ตารางแบบสองแถว

จากภาพประกอบ 3 จะพบว่าใช้วิธีการบวกเพิ่ม โดยแถวบนบวกเพิ่มทีละ 4 ส่วนแถวล่างบวกเพิ่มทีละ 14 เนื่องจากมีผู้มาร่วมงาน 84 คน ดังนั้นแถวล่างต้องบวกไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ 84 จะพบว่าจำนวนแถวบนที่ตรงกับ 84 คือ 24 ดังนั้นจะต้องจัดพิชชาไว้ทั้งหมด 24 ถาด

จากโจทย์ปัญหา 1 ถ้าในงานปาร์ตี้ดังกล่าวมีคนมาร่วมงานจำนวน 35 คนจะต้องจัดพิชชาไว้ทั้งหมดกี่ถาด การแก้ปัญหานี้เราจะใช้วิธีการที่เรียกว่า การประมาณค่าในช่วง (Interpolation) วิธีดังกล่าวนี้นักเรียนจะต้องหาว่า 35 อยู่ในช่วงไหน จะพบว่า 35 อยู่ในช่วง 28 ถึง 42 ดังนั้นเราได้คู่ของจำนวนมา 2 คู่ คือ (8 , 28) และ (12 , 42) และพบว่าจุดที่แบ่งครึ่งของคู่จำนวนดังกล่าว คือ (10 , 35) (ดูภาพประกอบ 4) ซึ่งคู่จำนวน (10 , 35) ไม่ได้ปรากฏหรือบันทึกไว้ในตาราง

			10	
พิชชา	4	8		12
คน	14	28		42
			35	

ภาพประกอบ 4 การใช้วิธีการประมาณค่าในช่วงโดยใช้ตารางแบบสองแถว

โจทย์ปัญหา 2 “นักท่องเที่ยวกลุ่มหนึ่งกำลังวางแผนในการเดินทางด้วยเท้า โดยพวกเขาประมาณกันว่าระยะทาง 12 กิโลเมตร จะต้องใช้เวลาในการเดินทางด้วยเท้า 8 ชั่วโมง ถ้าในการเดินทางด้วยเท้าครั้งนี้พวกเขาใช้เวลาทั้งหมด 42 ชั่วโมง อยากทราบว่านักท่องเที่ยวกลุ่มดังกล่าวเดินทางได้ระยะทางกี่กิโลเมตร

			$\div 4$		$+2$	
			$+8$			
เวลา (ชั่วโมง)	8	16	32	40	2	42
ระยะทาง (กิโลเมตร)	12	24	48	60	3	63
			$+12$			
			$\div 4$		$+3$	

ภาพประกอบ 5 การใช้วิธีการคูณ การหาร และการบวก โดยใช้ตารางแบบสองแถว

จากภาพประกอบ 5 พิจารณาแถวบน โดยใช้การบวกเพิ่มแบบเท่าตัว จะได้ $8 + 8 = 16$ และ $16 + 16 = 32$ เพื่อให้ได้ค่าใกล้เคียงกับ 42 จึงนำ $32 + 8 = 40$ ซึ่งต้องบวกเพิ่มอีก 2 แต่ในตารางไม่มี 2 ดังนั้นเราต้องหา 2 โดยการนำ $8 \div 4 = 2$ จากนั้นนำ $40 + 2 = 42$ ส่วนแถวล่างก็ทำในลักษณะทำนองเดียวกัน และพบว่าจำนวนแถวล่างที่ตรงกับ 42 คือ 63 ดังนั้นเวลา 42 ชั่วโมง นักท่องเที่ยวกลุ่มดังกล่าวเดินทางเป็นระยะทาง 63 กิโลเมตร

ลาเนียส และวิลเลียมส์ (Lanier and Williams. 2003: 392) เสนอการใช้ตารางแบบ 3 คอลัมน์ช่วยในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน การใช้ตารางดังกล่าวจะเชื่อมโยงการคูณซึ่งนักเรียนได้เรียนมาแล้วในชั้นประถมศึกษา พร้อมทั้งยังทำให้ผู้เรียนได้ค้นหาแบบรูป และสร้างการทำนาย พิจารณาโจทย์ปัญหาน้ำพั่นซ์ (Punch) ซึ่งเกิดจากการผสมระหว่างน้ำ (Water) กับน้ำผลไม้ (Juice) โดยในการผสมน้ำพั่นซ์จะใช้น้ำผลไม้ 3 ส่วนต่อน้ำ 2 ส่วน

หลังจากนักเรียนสร้างตารางที่มีน้ำ 2 ส่วน 4 ส่วน และ 6 ส่วน (ดูภาพประกอบ 6ก) ต่อไปให้นักเรียนสร้างตารางที่มีน้ำ 1 ส่วน 3 ส่วน และ 5 ส่วน (ดูภาพประกอบ 6ข) โดยอาศัยการสังเกตจากแบบรูปในตารางดังกล่าวประกอบ 6ก เช่น ถ้าเราใช้น้ำ 1 ส่วน หรือ $(2 \times 1/2)$ เราสามารถหาปริมาณน้ำผลไม้ได้โดยอาศัยแบบรูปดังกล่าว ดังนั้นปริมาณน้ำผลไม้ได้เท่ากับ $3 \times 1/2$ หรือ 1.5 ส่วนนั่นเอง และหาปริมาณน้ำพั่นซ์ได้เท่ากับ $5 \times 1/2$ หรือ 2.5 ส่วนนั่นเองครับ โดยแบบรูปดังกล่าวเราสามารถหาปริมาณน้ำผลไม้และน้ำพั่นซ์ได้ เมื่อเราใช้น้ำ 3 ส่วนหรือ 5 ส่วน (ดูภาพประกอบ 6ค)

ก

ปริมาณน้ำ	ปริมาณน้ำผลไม้	ปริมาณน้ำพั่นซ์
2 หรือ (2×1)	3 หรือ (3×1)	5 หรือ (5×1)
4 หรือ (2×2)	6 หรือ (3×2)	10 หรือ (5×2)
6 หรือ (2×3)	9 หรือ (3×3)	15 หรือ (5×3)

ข

ปริมาณน้ำ	ปริมาณน้ำผลไม้	ปริมาณน้ำพั่นซ์
1 หรือ $(2 \times ?)$	$(3 \times ?)$	$(5 \times ?)$
2 หรือ (2×1)	3 หรือ (3×1)	5 หรือ (5×1)
3 หรือ $(2 \times ?)$	???	???
4 หรือ (2×2)	6 หรือ (3×2)	10 หรือ (5×2)
5 หรือ $(2 \times ?)$	???	???
6 หรือ (2×3)	9 หรือ (3×3)	15 หรือ (5×3)

ค

ปริมาณน้ำ	ปริมาณน้ำผลไม้	ปริมาณน้ำพั่นซ์
1	1.5	2.5
2	3	5
3	4.5	7.5
4	6	10
5	7.5	12.5
6	9	15

ภาพประกอบ 6 การใช้ตารางแบบ 3 คอลัมน์

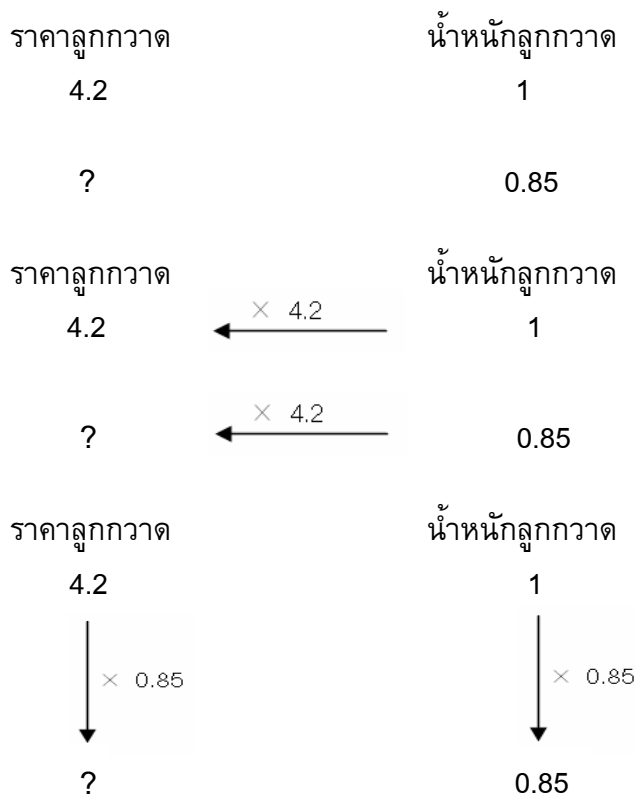
ปี ค.ศ. 1988 เซลล์คี เบอร์ และวอลเกอร์ (Selke, Behr and Voelker. 1991) ได้เสนอ ตารางการเชื่อมโยง (Linking Table) เพื่อนำมาใช้สอนแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิง สัดส่วน พวกเขาพบว่านักเรียนกลุ่มที่ถูกสอนโดยใช้ตารางการเชื่อมโยงทำให้ความสามารถทางด้านการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มดังกล่าวดีกว่ากลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้ถูกสอน ซึ่งการสอนโดยใช้ตารางการเชื่อมโยง นั้นเพื่อต้องการให้นักเรียนได้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณต่างๆ ที่อยู่ใน แถวคอลละด้านกันของตาราง (ดูภาพประกอบ 7) นอกจากนี้ตารางการเชื่อมโยงยังสนับสนุนการใช้ วิธีภายในอัตราส่วนและวิธีการเปลี่ยนตัวประกอบ

หน่วยการวัด 1	หน่วยการวัด 2
a	b
c	d

ภาพประกอบ 7 การใช้ตารางการเชื่อมโยง

เซลล์คี เบอร์ และวอลเกอร์ ได้นำตารางการเชื่อมโยงไปสอนกลุ่มเด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการทดลองพบว่า 81% ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำประสบความสำเร็จในการ นำตารางการเชื่อมโยงมาใช้แก้ปัญหา ในทางตรงกันข้ามพวกเขาได้นำตารางการเชื่อมโยงใช้กับ กลุ่มเด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงผลการทดลองพบว่า 69% ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูง ประสบความสำเร็จในการนำตารางการเชื่อมโยงมาใช้แก้ปัญหา เพราะฉะนั้นพวกเขาสรุปว่าตาราง การเชื่อมโยงสามารถช่วยให้เด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำเรียนเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนได้ดี ขึ้น ต่อมาใน ค.ศ. 1991 เซลล์คี เบอร์ และวอลเกอร์ ได้ใช้ตารางการเชื่อมโยงเป็นตัวช่วยในการ นำเสนอให้นักเรียนเกรด 7 ได้เห็นการเปลี่ยนจากการนำเสนอเป็นคำพูด (Verbal Representation) ไปสู่การนำเสนอในรูปเชิงสัญลักษณ์ (Symbolic Representation) อย่างไรก็ตามตารางการ เชื่อมโยงที่ใช้จะแตกต่างไปจากเดิม โดยตารางการเชื่อมโยงแบบใหม่จะแสดงโดยใช้ลูกศรแทน (ดูภาพประกอบ 8) พิจารณาโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ประกอบการใช้ ตารางการเชื่อมโยงแบบลูกศร

“ถ้าลูกกวาด 4.2 ดอลลาร์ หน้า 1 ปอนด์ ถ้าลูกกวาดหนัก 0.85 ปอนด์คิดเป็นเงินกี่ดอลลาร์”



ภาพประกอบ 8 การใช้ตารางการเชื่อมโยงแบบลูกศรในการแก้ปัญหา

นอกจากการใช้ตารางที่นำเสนอข้างแล้วเลข โปสท์ และเบอห์ (Lesh, Post and Behr. 1986; citing de la Cruz. 2008) ได้เสนอ 2 วิธีสำหรับครูและนักเรียนในการใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน ได้แก่ การใช้ส่วนตกค้าง (Residual Method) และการใช้การถ่ายทอด (Transitive Method)

1. การเปรียบเทียบอัตราส่วนโดยใช้ส่วนตกค้าง (Residual Method) ใช้สำหรับเปรียบเทียบอัตราส่วน 2 อัตราส่วน ซึ่งอัตราส่วนมีลักษณะดังนี้ $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$ หรือ $\frac{14}{15}$ จะสังเกตเห็นว่าอัตราส่วนดังกล่าวน้อยกว่า 1 อยู่ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$ หรือ $\frac{1}{15}$ ตามลำดับ เช่น ถ้าจะเปรียบเทียบอัตราส่วน $\frac{2}{3}$ กับ $\frac{5}{6}$ ว่าอัตราส่วนไหนมากกว่ากัน อาจต้องใช้วิธีการหารหรือต้องทำตัวส่วนให้เท่ากันซึ่งเสียเวลาในการคำนวณ แต่ถ้าเราพิจารณาส่วนตกค้าง (Residual) ของ $\frac{2}{3}$ คือ $\frac{1}{3}$ และส่วนตกค้างของ $\frac{5}{6}$ คือ $\frac{1}{6}$ แล้วนำส่วนตกค้างของ $\frac{2}{3}$ และ $\frac{5}{6}$ มาเปรียบเทียบกันจะง่ายกว่า ซึ่งในกรณีนี้จะพบว่า $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ ดังนั้นสรุปว่า $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$ เหตุผลเพราะว่า $\frac{5}{6}$ ขาดอีก $\frac{1}{6}$ จะเท่ากับ 1 แต่ $\frac{2}{3}$ ขาดอีก $\frac{1}{3}$ ถึงจะเท่ากับ 1 และเพราะว่า $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ จึงทำให้ $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$

2. การเปรียบเทียบอัตราส่วนโดยใช้การถ่ายทอด (Transitive Method) เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้เปรียบเทียบอัตราส่วน 2 อัตราส่วน โดยใช้อัตราส่วนตัวที่สามซึ่งเป็นอัตราส่วนที่เรากำหนดเอง ตัวอย่างเช่น เปรียบเทียบอัตราส่วน $\frac{3}{7}$ กับ $\frac{5}{9}$ ว่าอัตราส่วนไหนมากกว่ากัน ในที่นี้ได้กำหนด

อัตราส่วน $1/2$ ขึ้นมาเองเพื่อใช้เป็นตัวเปรียบเทียบ เพราะว่า $3/7 < 1/2$ และ $1/2 < 5/9$ โดยใช้การถ่ายทอดจะได้ว่า $3/7 < 5/9$

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า มีหลายๆ ยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ได้แก่ การบวกเพิ่ม การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย การเปลี่ยนตัวประกอบ การคูณไขว้ การใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน กลุ่มสมมูล การใช้รูปภาพ และยุทธวิธีภายในอัตราส่วนและยุทธวิธีระหว่างอัตราส่วน นอกจากนี้ยังเทคนิคหรือวิธีอื่นๆ ที่นำมาช่วยในการแก้ปัญหา เช่น การเปรียบเทียบอัตราส่วนโดยใช้ส่วนตกค้าง และ การเปรียบเทียบอัตราส่วนโดยใช้การถ่ายทอด หรือการใช้ตารางอย่างง่าย ตารางแบบสองทาง ตารางแบบ 3 คอลัมน์ ตารางการเชื่อมโยง หรือตารางการเชื่อมโยงแบบลูกศร สำหรับการในวิจัยในครั้งนี้จะเน้นให้นักเรียนได้ยุทธวิธีที่หลากหลาย พร้อมกับส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองคิดหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2.5 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

สำหรับพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านได้ศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เช่น คาร์เพนเตอร์และคณะ และสเทนทอร์สโดทไทร์ (Carpenter et al. 1999; Steinhorsdottir. 2003; citing Hillen. 2005: 23) ได้กำหนดพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็น 4 ระดับดังต่อไปนี้

ระดับ 0 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัดส่วน วิธีการที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนเลย ผู้เรียนจะใช้วิธีการเดาคำตอบ ใช้การคำนวณอย่างสุ่ม หรือมุ่งพิจารณาที่ผลต่างของจำนวน นักเรียนระดับนี้ขาดการตระหนักถึงความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างปริมาณ

ระดับ 1 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนไม่สามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ เพราะฉะนั้นการแก้ปัญหของนักเรียนจึงใช้วิธีการบวกซ้ำหรือใช้การคูณอัตราส่วนด้วยจำนวนเต็มบวก หรืออาจใช้วิธีการเพิ่มเป็นสองเท่า แต่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่ต้องใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารได้

ระดับ 2 นักเรียนแสดงให้เห็นถึงการรับรู้ว่าอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารได้ด้วยมุมมองดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้กว้างกว่านักเรียนในระดับ 1

ระดับ 3 นักเรียนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ เช่น ใช้วิธีการคูณไขว้ หรือใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน หรือใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์ เป็นต้น

นอกจากพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่กำหนดเป็น 4 ระดับโดยคาร์เพนเตอร์และสเทนทอร์สโดทไทร์แล้ว ยังมีการกำหนดระดับของพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจากนักคณิตศาสตร์ศึกษาท่านอื่นๆ เช่น คาร์พลัส เอได และลอว์สัน (Karplus Adi and Lawson. 1980; citing Hines and McMahon. 2005: 89) ได้กำหนด

พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็น 4 ระดับ ดังนี้ ระดับ 1 ขั้นการคิดขึ้นเองในใจ (Intuitive) ระดับ 2 ขั้นการให้เหตุผลเชิงการบวก (Additive Reasoning) ระดับ 3 ขั้นเปลี่ยนผ่านจากการให้เหตุผลเชิงการบวกไปสู่การคูณ (Transitional) และระดับ 4 ขั้นการใช้อัตราส่วน (Ratio)

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ได้ใช้ระดับของพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่กำหนดโดยคาร์เพนเตอร์และสแตนท์สโดทท์เป็นแนวทางในการประเมินพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

2.6 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่าน เช่น คาร์พลัสและคณะ ลามอน โลและเวทาเนบ ทัวร์นีโอเร เลช โพสท์ และเบอร์ ได้ศึกษาเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แล้วได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Karplus, Pulos and Stage. 1983; Lamon. 1993; Lo and Watanabe. 1997; Noelting. 1980; Lesh, Post and Behr. 1988; citing Van de Walle. 2007: 355) ดังต่อไปนี้

1. จัดเตรียมกิจกรรมที่เกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วนในบริบทที่หลากหลาย กิจกรรมที่หลากหลายเหล่านี้ควรจะมีความหมายกับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการวัด เรขาคณิต การซื้อขายสินค้า หรืออัตราในลักษณะต่างๆ ที่พบเห็นได้ชีวิตประจำวัน
2. สนับสนุนให้มีการอภิปรายแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการพยากรณ์ (Prediction) และการเปรียบเทียบอัตราส่วน ฝึกให้นักเรียนแยกแยะระหว่างสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และสถานการณ์ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยการยกตัวอย่างสถานการณ์แต่ละสถานการณ์ประกอบ แล้วให้นักเรียนได้อภิปรายแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสถานการณ์ทั้งสอง
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เผชิญกับกระบวนการที่เกิดขึ้นในสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน มีงานวิจัยจำนวนมากที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการใช้อัตราหน่วยต่อหนึ่งหน่วยในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและการเปรียบเทียบอัตราส่วน โดยเฉพาะนักเรียนเกรด 7 – 9 แม้ว่านักเรียนเหล่านี้จะเคยเรียนวิธีการคูณไขว้มาแล้วก็ตาม
4. การสอนที่มุ่งไปที่การใช้ขั้นตอนวิธีการในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน เช่น การใช้วิธีการคูณไขว้จะทำให้นักเรียนไม่เกิดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และไม่ควรรนำมาใช้สอนจนกว่าครูแน่ใจว่านักเรียนมีประสบการณ์มากพอที่ทำให้พวกเขาเข้าใจเรื่องสัดส่วนได้ดี พร้อมกับมีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเกี่ยวกับสัดส่วน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 217 – 221; NCTM. 2006a: 19; NCTM. 2006b: 108) ได้กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนว่าควรให้นักเรียนหาวิธีการแก้ปัญหาที่อยู่บนพื้นฐานของการคิดของตนเอง (Intuitive Basis) ก่อน ส่วนการใช้วิธีการคูณไขว้จะมีความหมายหรือเป็นประโยชน์แก่ผู้เรียนเมื่อผู้เรียนได้ค้นพบวิธีการดังกล่าวด้วยตนเองจากการได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน แต่การใช้วิธีการคูณไขว้จะเกิดผลเสียถ้า

ผู้เรียนขาดความเข้าใจที่เพียงพอในการนำไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ผู้สอนควรให้มีการนำเสนอในรูปแบบที่หลากหลายของสถานการณ์ที่เกี่ยวกับสัดส่วน เช่น มีการใช้จำนวน ตาราง กราฟ หรือสมการ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดการคิดเกี่ยวกับปริมาณและได้เห็นความเปลี่ยนแปลงของปริมาณที่สัมพันธ์กันในเชิงสัดส่วน นอกจากนี้เพื่อให้ผู้เรียนได้ขยายความเข้าใจมากยิ่งขึ้นผู้สอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รู้จักการแยกแยะระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และนำความรู้เรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ ในส่วนของตัวโจทย์หรือสถานการณ์ปัญหานั้น ผู้สอนควรให้ผู้เรียนได้เผชิญกับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนในหลายๆ บริบทผ่านสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการใช้มาตราส่วนของแผนที่เพื่อหาระยะทางจริง ปัญหาการเปรียบเทียบอัตราเร็วของนักวิ่งสองคนว่าใครวิ่งเร็วกว่ากัน ปัญหาเกี่ยวกับการซื้อของว่าควรจะต้องตัดสินใจเลือกซื้อของที่มีราคาต่อหน่วยเท่าใดถึงจะซื้อได้ถูกที่สุด หรือปัญหาเกี่ยวกับการหาอัตราส่วนของปริมาตรของส่วนผสมต่างๆ ที่เกิดจากการทำอาหารหรือน้ำผลไม้ เป็นต้น นอกจากนี้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันแล้ว นักเรียนในเกรด 6 – 8 ควรได้สำรวจสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัดส่วนในวิชาคณิตศาสตร์ด้วย เช่น ความคล้ายของรูปเรขาคณิต อัตราส่วนตรีโกณมิติ ความน่าจะเป็น ร้อยละ ความชัน ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นรอบวงและเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม เป็นต้น และในส่วนยุทธวิธีแก้ปัญหาผู้สอนควรช่วยให้ผู้เรียนเกิดมุมมองในการแก้ปัญหาหลายๆ มุมมอง และควรใช้ยุทธวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น การบวกเพิ่ม การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย การเปลี่ยนตัวประกอบ การใช้ความรู้เรื่อง การเท่ากันของสัดส่วน การใช้ตาราง หรือการใช้รูปภาพ เป็นต้น

ตั้งแต่ปี ค.ศ.1979 ได้มีการทำวิจัยโครงการ Rational Number Project (RNP) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวคิดในการเรียนรู้ของเด็กเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ ได้แก่ เศษส่วน ทศนิยม ตัวดำเนินการ อัตราส่วน และสัดส่วน โดยในส่วนที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน RNP ได้มีทดลองออกแบบการสอนเพื่อศึกษาแนวคิดในการเรียนรู้ของเด็กเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน การทดลองการสอนได้มุ่งไปที่กระบวนการพัฒนาแนวคิดมากกว่าที่จะมุ่งไปที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนกลุ่มเล็กๆ กลุ่มหนึ่ง โดยนักเรียนกลุ่มทดลองจะได้ปฏิบัติตามกิจกรรมไปตามบทเรียนของ RNP ที่จัดทำขึ้น ข้อมูลเกี่ยวกับตัวนักเรียนเบื้องต้นได้มาจากการสังเกต การทดสอบ การสัมภาษณ์ และกิจกรรมที่นักเรียนทำ (Cramer, Post and Currier. 1993)

บทเรียนของ RNP ที่จัดทำขึ้นสะท้อนให้เห็นถึงความเชื่อที่ว่า การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนนั้น เป็นมากกว่าการสร้างเป็นสมการการเท่ากันของสองอัตราส่วนแล้วใช้ขั้นตอนวิธีการคูณไขว้เพื่อหาคำตอบ บทเรียนดังกล่าวได้เน้นให้เห็นถึงลักษณะทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน การเริ่มต้นปฏิบัติกิจกรรมนักเรียนจะได้สำรวจหรือได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาทั้งที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยนักเรียนเป็นผู้รวบรวมข้อมูล แล้วสร้างเป็นตารางขึ้นมาเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างคู่ของจำนวนในตาราง สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้นิยามในรูปของสมการ $y = mx$ ซึ่งลดรูปมาจากสมการ $a/b = c/d$ เมื่อนำข้อมูลในตารางมาสร้างกราฟจะพบว่ากราฟของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนจะมี

ลักษณะเป็นเส้นตรงผ่านจุดกำเนิด การออกแบบสถานการณ์ปัญหาในบทเรียนจะเริ่มจากสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคยไปสู่สิ่งที่นักเรียนไม่คุ้นเคย ตัวเลขที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหามักจะเน้นไปที่จำนวนเต็มเป็นหลักเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ และในบทเรียนดังกล่าวนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับสัดส่วนหลากหลายประเภท ได้แก่ โจทย์ปัญหาการหาค่าที่หายไป โจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงตัวเลข และโจทย์ปัญหาการให้เหตุผลในเชิงคุณภาพ เป็นต้น มียุทธวิธีหลายยุทธวิธีที่นักเรียนได้รับการฝึกฝนใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ยุทธวิธีที่หลากหลายได้แก่ การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย การเปลี่ยนตัวประกอบ การใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน การใช้ตารางเพื่อหาแบบรูปของจำนวน เป็นต้น แต่ยุทธวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหามักน้อย คือ การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย จากการสำรวจเบื้องต้นพบว่ายุทธวิธีดังกล่าวสอดคล้องกับธรรมชาติการเรียนรู้ของเด็ก และเมื่อใช้ยุทธวิธีดังกล่าวนี้แก้ปัญหามักพบว่ามีโอกาสที่ได้คำตอบที่ถูกต้องสูง หรือมีโอกาสผิดพลาดน้อยมาก ส่วนวิธีการคูณไขว้ยังไม่ควรนำเสนอแก่ผู้เรียนจนกว่าผู้สอนจะแน่ใจว่าผู้เรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนดีแล้วถึงจะนำเสนอ

จากทดลองสอนเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของการทำวิจัยโครงการ Rational Number Project มีข้อสังเกตที่ค้นพบดังนี้

1. นักเรียนสามารถเรียนรู้การแก้ปัญหามุ่งเน้นเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนโดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายได้
2. เห็นได้ชัดว่าแม้นักเรียนมีการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย แต่ก็ไม่มียุทธวิธีใดเลยที่นักเรียนชอบนำมาใช้แก้ปัญหามาเป็นพิเศษ
3. แม้ว่าจะให้ใช้เครื่องคำนวณได้ นักเรียนก็ยังพบความยุ่งยากหรือซับซ้อน เมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ที่ไม่ใช้ความสัมพันธ์เกี่ยวกับจำนวนเต็ม (Noninteger Relationships)
4. มีบ่อยครั้งที่ยุทธวิธีการบวกถูกนำมาใช้กับอัตราที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม (Noninteger Rates)
5. มีบ่อยครั้งที่นักเรียนมักใช้การหาอัตราต่อหนึ่งหน่วย (Unit – Rate Approach) เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่มีความยาก (Cramer, Post and Currier. 1993)

เฮนซ์และสเตอร์บาโบทไรท์ (Heinz and Sterba – Boatwright. 2008: 532) กล่าวว่านักเรียนหลายคนที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลายเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนได้ แต่ขาดความเข้าใจในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน และมีนักเรียนอีกหลายคนรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับสัดส่วน แต่ไม่รู้ว่าสร้างเป็นสัดส่วนได้อย่างไร หรืออาจจะไม่รู้ว่าสัดส่วนที่หามาสามารถสรุปได้เป็นสมการ $y = mx$ เมื่อ x เป็นตัวแปรต้น y เป็นตัวแปรตามและ m เป็นค่าคงที่ ความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนนี้เป็นสิ่งที่ต้องใช้เวลาที่มากพอสมควรในการพัฒนา ต่อไปนี้เป็นข้อแนะนำบางประการจากเฮนซ์และสเตอร์บาโบทไรท์ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาแนวคิดเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนสำหรับนักเรียน

1. ให้ผู้เรียนได้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนซึ่งอาจจะไม่สามารถใช้ยุทธวิธีการบวกเพิ่มได้
 2. เตรียมสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนได้คิดและตัดสินใจเมื่อพวกเขาต้องเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาดังกล่าว
 3. เมื่อผู้เรียนแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ครูต้องรู้จักการใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้แสดงเหตุผลในการแก้ปัญหา โดยเน้นให้ผู้เรียนได้อธิบายแสดงเหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงการคูณ เพราะนี่คือลักษณะที่สำคัญของสัดส่วน
 4. ให้ผู้เรียนระบุความสัมพันธ์ซึ่งมีค่าคงตัวแฝงอยู่ในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้ และพยายามให้ผู้เรียนอธิบายความหมายเกี่ยวกับค่าคงตัวที่แฝงอยู่ในบริบทของสถานการณ์ปัญหา
 5. ให้ผู้เรียนมีโอกาสนำเสนอความสัมพันธ์ที่ค้นพบในสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนในรูปของ $y = mx$ และในสถานการณ์ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนในรูปของ $y = mx + b$
- ส่วนแลนกรอลล์และชาวฟฟอร์ด (Langrall and Swafford. 2000: 260 – 261) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไว้ว่า ตำราเรียนส่วนใหญ่ที่ใช้กันอยู่ทั่วไปมักเน้นไปที่การพัฒนาทักษะทางกระบวนการมากกว่าความเข้าใจในแนวคิด นอกจากนี้ในตำราเรียนยังได้กล่าวถึงการหาคำตอบโดยใช้วิธีการคูณไขว้เร็วเกินไป โดยไม่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ลองหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน ซึ่งอาจจะใช้รูปภาพ หรือสื่อสัมผัสเป็นสิ่งที่ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา หรือกล่าวได้ว่า การเริ่มต้นสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจะต้องเริ่มจากสถานการณ์ปัญหาที่ผู้เรียนสามารถมองเห็นเป็นรูปธรรมได้ ซึ่งอาจจะใช้รูปภาพ หรือสื่อสัมผัสช่วยประกอบในการสอน จนไปสู่สถานการณ์ปัญหาที่มีความซับซ้อนซึ่งต้องใช้เทคนิคหรือยุทธวิธีต่างๆ มาช่วยในการแก้ปัญหา สำหรับการส่งเสริมหรือช่วยให้ผู้เรียนเกิดแนวคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงของปริมาณสองปริมาณที่สัมพันธ์กันในเชิงสัดส่วนนั้น ผู้สอนจะต้องแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักคิดแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพก่อนที่จะแนะนำให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เกี่ยวกับการเปรียบเทียบเชิงตัวเลขหรือคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป และในการเริ่มต้นการสอนนั้นควรเน้นไปที่การให้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการก่อน จากนั้นก็ค่อยๆ พัฒนาไปสู่การให้เหตุผลที่เป็นทางการมากขึ้น โดยผู้สอนเริ่มแนะนำยุทธวิธีเกี่ยวกับการแก้ปัญหาสัดส่วน เช่น การใช้ตารางเพื่อค้นหาแบบรูปของจำนวน การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย การเปลี่ยนตัวประกอบ หรือการใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน ในระยะเริ่มต้นของการพัฒนา ผู้สอนไม่ควรแนะนำวิธีการคูณไขว้ เพราะว่า จะเป็นไปการปิดกั้นโอกาสของผู้เรียนที่กำลังจะสร้างความรู้แบบไม่เป็นทางการด้วยตนเอง การใช้วิธีการคูณไขว้ในการแก้ปัญหานั้น ควรใช้หลังจากผู้เรียนเกิดความชำนาญ เข้าใจในแนวคิดเรื่องสัดส่วนอย่างดีแล้ว

นอกจากนี้แลนกรอลล์และชาวฟฟอร์ด (Langrall and Swafford. 2000: 258 – 260) และสภาวิจัยแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Research Council. 2000: 242 – 243) ได้กล่าวถึงข้อสำคัญ 4 ประการที่ครูควรส่งเสริมในเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการเปรียบเทียบที่ยึดหลักของการคูณมากกว่าการบวก ตัวอย่างเช่น ต้นไม้ A สูง 8 ฟุต ต้นไม้ B สูง 12 ฟุต หลังจากเวลาผ่านไป 2 ปี มาวัดต้นไม้ทั้งสองต้นอีกครั้งหนึ่ง พบว่า ต้นไม้ A วัดความสูงได้ 11 ฟุต ส่วนต้นไม้ B วัดความสูงได้ 15 ฟุต ต้นไม้ต้นใดมีการเจริญเติบโตเร็วกว่ากัน จากสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวนี้มี 2 คำตอบที่ถูกต้อง กล่าวคือ ถ้ามองการเปรียบเทียบในเชิงการบวกหรือการเปรียบเทียบเชิงสมบูรณ์ (Absolute Comparisons) จะตอบว่าต้นไม้ทั้งสองต้นมีการเจริญเติบโตเท่ากัน กล่าวคือ ต้นไม้ A สูงขึ้น $11 - 8 = 3$ ฟุต ส่วนต้นไม้ B สูงขึ้น $15 - 12 = 3$ ฟุต ถ้ามองการเปรียบเทียบในเชิงการคูณหรือการเปรียบเทียบเชิงสัมพัทธ์ (Relative Comparisons) จะตอบว่า ต้นไม้ A มีการเจริญเติบโตเร็วกว่า เพราะว่า ต้นไม้ A สูงขึ้น $3/8$ ของความสูงเดิม ขณะที่ต้นไม้ B สูงขึ้น $3/12$ ของความสูงเดิม เห็นได้ว่าคำตอบจะถูกต้องหรือไม่ขึ้นอยู่กับความหมายของคำว่า การเจริญเติบโต (Grow More) ว่าจะมองการเปรียบเทียบในแง่ของเชิงการบวกหรือในแง่ของเชิงการคูณ ความสามารถในการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเกี่ยวข้องกันอย่างใกล้ชิดกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

2. ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักตระหนักถึงสถานการณ์ที่ซึ่งใช้อัตราส่วนอย่างสมเหตุสมผล ก่อนที่นักเรียนจะลงมือแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปในส่วนประกอบ พวกเขาต้องคิดให้ดีก่อนว่าอัตราส่วนที่ให้มามีการเปรียบเทียบอย่างเหมาะสมหรือไม่ พิจารณาประโยคข้างล่างต่อไปนี้ว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่เกี่ยวกับการใช้อัตราส่วน

- 1) ถ้าเด็กนักเรียนหญิงคนหนึ่งสามารถเดินไปโรงเรียนได้ในเวลา 10 นาที แล้วนักเรียนหญิง 2 คนสามารถเดินไปโรงเรียนได้ในเวลา 20 นาที
- 2) ถ้าขนมกล่องหนึ่งราคา 2.80 ดอลลาร์ แล้วขนม 2 กล่องราคา 5.60 ดอลลาร์
- 3) โทมัสประดิษฐ์รถจำลองคันหนึ่งใช้เวลา 2 ชั่วโมง ดังนั้นถ้ารถจำลอง 3 คัน เขาต้องสามารถประดิษฐ์ได้ในเวลา 6 ชั่วโมง
- 4) ถ้าปีเตอร์ทำสรีร์เสร็จภายในเวลา 2 วัน ดังนั้น ปีเตอร์ ทอม และเด็กอีกคนหนึ่งจะต้องพากันทำสรีร์เสร็จภายในเวลา 6 วัน
- 5) ถ้าเด็กหญิงคนหนึ่งมีแมว 2 ตัว ดังนั้นเด็กหญิง 4 คนจะต้องมีแมว 8 ตัว

3. ส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจถึงลักษณะสำคัญของสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนว่า ปริมาณสองปริมาณที่ประกอบกันขึ้นเป็นอัตราส่วนซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงค่าไปพร้อมกันนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างสองปริมาณดังกล่าวยังเป็นความสัมพันธ์เดิมอยู่ไม่แปรเปลี่ยน (Invariance) นั่นคือ สองปริมาณที่เปลี่ยนแปลงไปนั้นยังคงประกอบกันขึ้นเป็นอัตราส่วนเดิมอยู่ ตัวอย่างเช่น ลูกโป่ง 3 ลูกต่อเงิน 2 เหรียญเป็นความสัมพันธ์เดียวกันกับลูกโป่ง 6 ลูกต่อเงิน 4 เหรียญ จากปัญหาดังกล่าวจะพบว่า จำนวนของลูกโป่งและจำนวนเงินเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แต่ความสัมพันธ์เชิงการคูณระหว่างจำนวนบอลูนและจำนวนเงินยังเป็นความสัมพันธ์เดิมอยู่

4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้การใช้หน่วยประกอบ (Composite Unit) เช่น เงิน 2 เหรียญต่อลูกโป่งได้ 3 ลูก หรือเขียนอัตราส่วนได้เป็น $2 : 3$ ซึ่งก็คือหน่วยประกอบหน่วยหนึ่ง ความสามารถในการใช้หน่วยประกอบเป็นลักษณะหนึ่งที่ได้ชัดเจนกับนักเรียนที่ให้เหตุผล

เชิงสัดส่วนได้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนตรวจสอบว่าอัตราส่วน 2 : 3 เป็นอัตราส่วนเดียวกับอัตราส่วน 12 : 24 หรือไม่ นักเรียนอาจใช้วิธีการบวกเพิ่มจะได้ว่า $2 : 3 = 4 : 6 = 6 : 9 = 8 : 12 = 10 : 15 = 12 : 18$ แสดงว่า 2 : 3 ไม่ได้เป็นสัดส่วนกับ 12 : 24 เพราะว่า 12 : 24 ไม่ได้ถูกสร้างมาจาก 2 : 3

จากแนวทางในการพัฒนาที่กล่าวมาข้างต้น สำหรับในการวิจัยนี้ผู้วิจัยได้กำหนดแนวทางในการพัฒนาดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. เตรียมสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในบริบทที่

หลากหลาย หลากๆ กิจกรรมของเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ควรประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลาย เช่น เรขาคณิต การวัด การซื้อขายสินค้า ความเร็ว การทำอาหาร การแลกเปลี่ยนเงิน การดูแผนที่ หรือสถานการณ์ในบริบทอื่นๆ เกี่ยวข้องกับอัตราส่วนและสัดส่วน

2. ให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการให้

เหตุผลเชิงสัดส่วน ครูผู้สอนเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือให้มีการอภิปรายถึงยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อดูเหตุผลหรือแนวคิดเกี่ยวกับการนำยุทธวิธีดังกล่าวนั้นมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. หลีกเลี่ยงการใช้ขั้นตอนวิธีการในการแก้ปัญหา เช่น การคูณไขว้ การเน้นไปที่

ขั้นตอนการแก้ปัญหามากเกินไป เช่น การคูณไขว้ การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ อาจทำให้นักเรียนขาดแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วน นักเรียนอาจจะได้เพียงแค่ขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหาซึ่งมุ่งไปสู่คำตอบเพียงอย่างเดียว และยังทำให้ไปเกิดยับยั้งวิธีการคิดเชิงธรรมชาติของผู้เรียน รวมทั้งทำให้ผู้เรียนขาดความเชื่อถือนายุทธวิธีอื่นๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นในการนำขั้นตอนวิธีการดังกล่าวมาใช้แก้ปัญหาครูต้องแน่ใจว่านักเรียนมีแนวคิดเรื่องสัดส่วนแล้ว

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับ

เรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลองหาวิธีคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อนเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลองผิดลองถูก และเป็นการไม่ไปยับยั้งวิธีการคิดเชิงธรรมชาติของผู้เรียนด้วย ซึ่งวิธีการของนักเรียนอาจยังไม่เป็นแบบแผนมากนัก แต่ก็ทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการแก้ปัญหา

5. มีการนำเสนอรูปแบบที่หลากหลายของสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน เช่น

ตาราง สมการ หรือรูปภาพ ในกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน นอกจากจะใช้สมการแล้ว ครูอาจจะใช้ตาราง รูปภาพ เพื่อเป็นตัวช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสองจำนวนที่มาจากคนละหน่วยการวัด

6. ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนที่เข้าใจสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับ

สัดส่วน เห็นความสัมพันธ์ระหว่างสองจำนวนที่มาจากคนละหน่วยการวัด และเริ่มมีแนวคิดเรื่องสัดส่วนแล้ว ครูอาจใช้วิธีการแนะให้เห็นถึงยุทธวิธีที่หลากหลายมากขึ้นในการแก้ปัญหา เช่น การทำ

เพิ่มเป็นสองเท่า (Doubling) การแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน (Halving) การบวกเพิ่ม (Adding Up) การใช้อัตราหน่วย (Unit rate) หรือการเปลี่ยนตัวประกอบ (Factors of Change) ซึ่งถ้าครูส่งเสริมให้นักเรียนใช้บ่อยๆ นักเรียนก็จะเกิดความชำนาญมากขึ้น

7. ฝึกแยกแยะระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน เพื่อให้เด็กมีความเข้าใจสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนมากขึ้น ครูควรมีสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนให้นักเรียนได้ศึกษาด้วย ตัวอย่างสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน เช่น “อรุณและวัชรกำลังวิ่งรอบสนามด้วยอัตราเร็วเท่ากันไปตามลู่วิ่ง โดยให้อรุณเริ่มวิ่งก่อน ขณะที่อรุณวิ่งผ่านมาได้ 9 รอบ วัชรวิ่งได้ 3 รอบ ถ้าวัชรวิ่งได้จำนวนรอบทั้งหมด 15 รอบ แล้วอรุณจะวิ่งได้กี่รอบ” จากสถานการณ์ข้างต้นถ้าพิจารณาอย่างผิวเผินจะเห็นว่าปัญหาดังกล่าวเกี่ยวข้องกับสัดส่วน แต่ถ้าพิจารณากันอย่างรอบคอบแล้วจะพบว่าสถานการณ์ดังกล่าวไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน สำหรับนักเรียนที่ไม่เข้าใจสถานการณ์ดังกล่าว อาจใช้วิธีการ เช่น สร้างสัดส่วนได้เป็น $9/3 = x/15$ แล้วใช้การคูณไขว้ซึ่งจะได้คำตอบคือ $x = 45$ สำหรับนักเรียนที่เข้าใจสถานการณ์สัดส่วนอาจนำเสนอในรูปสมการพีชคณิตได้เป็น $x = y + 6$ เมื่อ x แทนจำนวนรอบที่อรุณวิ่งได้ และ y แทนจำนวนรอบที่วัชรวิ่ง

8. เน้นความเข้าใจถึงสองปริมาณ ใด ๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงร่วมแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเรียนการสอนเรื่องสัดส่วนอาจกล่าวได้ว่าไม่ประสบผลสำเร็จเลย ถ้านักเรียนยังไม่เข้าใจหรือไม่ตระหนักหรือความเข้าใจถึงสองปริมาณ ใด ๆ ที่มีการเปลี่ยนแปลงร่วมแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน นักเรียนต้องแสดงให้เห็นว่าอัตราส่วนของสองปริมาณที่เปลี่ยนแปลงไปยังคงเป็นอัตราส่วนเดิมอยู่ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเรื่องดังกล่าว ครูอาจใช้ตารางสร้างคู่ของอัตราให้นักเรียนได้เห็นการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณ แล้วให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างสองปริมาณ ซึ่งยังคงเป็นความสัมพันธ์เดิมอยู่

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

มีนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ในด้านต่างๆ ดังนี้

เรย์โนลด์ส วาตานาเบและโล (Reynolds, Watanabe and Lo. 1995: 200) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจเรื่องเศษส่วนและความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับนักเรียนหญิงคนหนึ่งชื่อเคที (Katie) ซึ่งศึกษาอยู่เกรด 5 จากการศึกษาพบว่าความเข้าใจเรื่องเศษส่วนของเคทีมีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน อย่างไรก็ตาม เคทีก็ยังสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนโดยปราศจากการใช้เศษส่วนได้ ผลลัพธ์ดังกล่าวนี้ก่อให้เกิดข้อสงสัยหรือข้อคำถามว่าหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่ใช้กันอยู่จะต้องมีการปรับปรุงใหม่หรือไม่

เบนชายม์ เฟย์ ฟิทซ์เจอร์อัลด์ บีเนดโตโท และมิลเลอร์ (Ben – Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto and Miller. 1998: 247 – 270) ได้ทำวิจัยเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนเกรด 7 ที่ศึกษาอยู่ในหลักสูตรที่แตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่ม

นักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรเก่ามีจำนวน 91 คน กับกลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรใหม่มีจำนวน 124 คน โดยในหลักสูตรเก่าครูจะสอนนักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไปตามหนังสือแบบเรียน ด้วยวิธีการที่ครูแสดงการแก้ปัญหให้นักเรียนดู แล้วนักเรียนก็ทำการแก้ปัญหตามทีครูสอน ส่วนหลักสูตรใหม่ครูจะต้องนำโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ เชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตจริง ครูเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้และคิดหากระบวนการในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ส่งเสริมให้มีการช่วยกันระดมความคิดกับเพื่อนในการแก้ปัญห และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรใหม่มีความสามารถในการพัฒนาตนเองในด้านการคิดแก้ปัญหอย่างสร้างสรรค์ ด้านการสื่อสารโดยการพูด และด้านการเขียนอธิบายได้ดีกว่ากลุ่มนักเรียนที่ศึกษาในหลักสูตรเก่า

กิชิโมโตะ (Kishimoto. 2000: 143) ได้ศึกษาผลของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและเมตาคอกนิชัน (Metacognition) ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณโดยใช้เศษส่วนทศนิยม (Decimal Fractions) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4 เกรด 5 และเกรด 6 จำนวน 344 ในประเทศญี่ปุ่น การศึกษาครั้งนี้กลุ่มตัวอย่างจะถูกทดสอบด้วยโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณและการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หลังจากนั้นก็ให้กลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามเกี่ยวกับเมตาคอกนิชัน การศึกษาครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและเมตาคอกนิชันมีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณ โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับนักเรียนเกรด 4 การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและเมตาคอกนิชันจะมีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณมากกว่านักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 ส่วนนักเรียนเกรด 5 และเกรด 6 พบว่าการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจะมีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณมากกว่าเมตาคอกนิชัน

โคลเนอร์ คลาร์กและเลช (Koellner – Clark and Lesh. 2003: 92) ได้ศึกษาการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนผ่านปัญหารอยเท้าซึ่งเป็นนิยายในแนวนักสืบ ในการนี้คณะผู้วิจัยได้ศึกษากับนักเรียนเกรด 7 กลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มหนึ่ง โดยคณะผู้วิจัยได้ให้นักเรียนกลุ่มดังกล่าวอ่านปัญหารอยเท้า จากนั้นให้นักเรียนได้อภิปรายและสนทนาเกี่ยวกับปัญหารอยเท้า โดยให้ทุกคนในกลุ่มมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น หลังจากนั้นคณะผู้วิจัยได้นำบทสนทนาของนักเรียนมาวิเคราะห์และแปลความหมาย ผลการวิเคราะห์และแปลความหมายแสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนจากการให้เหตุผลในเชิงการบวกไปสู่การให้เหตุผลในเชิงการคูณ

พิททาลิส คริสตู และปาปาจีออริโจอัว (Pittalis, Christou and Papageorgiou. 2003: 1 – 10) ได้ทำการวิจัยเรื่องความสามารถในการแก้ปัญหเกี่ยวกับสัดส่วนของนักเรียนเกรด 6 โดยในการวิจัยเรื่องดังกล่าวนี้กลุ่มผู้วิจัยได้พัฒนาตัวแบบเพื่อใช้ในการประเมินการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและการพัฒนาในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วน เพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถือเบื้องต้นกลุ่มผู้วิจัยได้ใช้ตัวแบบของโซโล (SOLO Model) โดยการนำตัวแบบดังกล่าวมาแบ่งเป็นระดับย่อยลงไปอีกเพื่อที่จะได้ครอบคลุมยุทธวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญห ผลจากการวิจัยในครั้งนี้แสดงให้เห็นว่าตัวแบบที่ใช้ประเมินการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ถูกพัฒนามีประสิทธิภาพต่อโปรแกรมการสอนในการแก้ปัญหเกี่ยวกับอัตราส่วนและสัดส่วนและตัวแบบดังกล่าวยังเป็นเครื่องมือที่เป็น

ประโยชน์ต่อครูสอนคณิตศาสตร์ 2 ประการ คือ 1) ตัวแบบดังกล่าวจะทำให้ครูทราบรายละเอียดในด้านความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนละสัดส่วนของนักเรียน 2) ตัวแบบดังกล่าวสามารถที่จะแสดงให้เห็นได้ว่าระดับความรู้ของนักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรโดยใช้ข้อมูลปัจจุบันเปรียบเทียบกับข้อมูลที่มีมาก่อนหน้านี้

แพนท์เซียราและพิททาแพนทาซีย (Pantziara and Pitta – Pantazi. 2005: 1 – 10) ได้ทำวิจัยเรื่องพัฒนาการในการคิดเชิงสัดส่วนอย่างไม่เป็นทางการกับนักเรียนระดับประถมศึกษา อายุ 10 - 11 ปี จำนวน 112 คน จากการสัมภาษณ์และการทดสอบเผยให้เห็นถึงยุทธวิธีอย่างไม่เป็นทางการที่หลากหลายที่นักเรียนนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และผลที่ได้จากการวิจัยพบว่านักเรียนที่ยังไม่ได้รับการสอนการแก้ปัญหาอย่างเป็นทางการสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ โดยแนวความคิดการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนจะแสดงให้เห็นเป็น 3 ระยะได้แก่ 1) ระยะการปรับเปลี่ยนความคิด (Interiorization) 2) ระยะก่อตัวทางความคิด (Condensation) และ 3) ระยะการเกิดรูปธรรมทางความคิด (Reification)

ดูเลย์ (Dooley. 2006: Abstract) ได้สำรวจการคิดเชิงสัดส่วน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย วัดดูประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้เพื่อที่จะ 1) ตรวจสอบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนที่อยู่ในโรงเรียนชนบทซึ่งขาดงบประมาณสนับสนุนทางการเรียนการสอน 2) สำรวจเข้าใจในแนวคิดของนักเรียนในการใช้วิธีการคูณไขว้ในการแก้ปัญหา 3) ประเมินผลจากการใช้สื่อสัมผัส (Manipulative) ที่มีต่อการคิด ในการวิจัยครั้งนี้มีนักเรียนเข้าร่วมจำนวน 107 คน ซึ่งเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในการนี้นักเรียนจำนวน 21 คนถูกนำมาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเพื่อค้นหาข้อมูลในเชิงลึก ผลการวิจัยพบว่า 1) การสัมภาษณ์ในเชิงลึกมีนักเรียน 2 คนเท่านั้น จากนักเรียน 21 คน ซึ่งคิดเป็น 9.5% ของนักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ที่มีทักษะความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับสูง 2) มีนักเรียน 19 คนจากนักเรียน 21 คน ซึ่งคิดเป็น 90.5 % ของนักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ ไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาได้ และส่วนใหญ่จะนำวิธีการคูณไขว้มาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน 3) การใช้สื่อสัมผัสดังกล่าวช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหายุทธวิธีเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนดีขึ้น

สเตนทอร์สโดทไทร์ (Steinthorsdottir. 2006: 169 – 176) ได้ศึกษาปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อระดับความยากของโจทย์ปัญหาเรื่องสัดส่วนและยุทธวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 แบ่งเป็นนักเรียนหญิงจำนวน 27 คน และนักเรียนชายจำนวน 26 คน จากโรงเรียนแห่งหนึ่งในเมืองเรกจาวิก (Reykjavik) ประเทศไอซ์แลนด์ ผู้วิจัยได้ให้กลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าตัวแปรที่หายไป จากนั้นก็ทำการสัมภาษณ์กลุ่มตัวอย่างเป็นรายบุคคล ผลการศึกษาพบว่าจำนวนที่ปรากฏในโจทย์ปัญหามีผลต่อการเลือกยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา มากกว่าบริบทของปัญหา นอกจากนี้ยังพบว่าจำนวนที่ปรากฏในโจทย์ปัญหามีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

เจียง ลีไวน์และฮัทเทนโลเชอร์ (Jeong, Levine and Huttenlocher. 2007: 237 – 256) ได้ศึกษาพัฒนาการของความสามารถของเด็กในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่เกี่ยวกับปริมาณที่ต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอายุ 8 – 10 ปี ในประเทศเกาหลี ในการนี้ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้ทำกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในบริบทที่เป็นเกมส์ซึ่งเกี่ยวกับเรื่องความน่าจะเป็นผลจากการศึกษาพบว่าเด็กที่มีอายุอยู่ในช่วงดังกล่าวนี้ส่วนใหญ่ยังล้มเหลวในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ปรากฏเป็นปริมาณที่ไม่ต่อเนื่อง แต่พวกเขาก็ได้แสดงให้เห็นว่าพวกเขามีความสามารถพอที่จะแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ปรากฏเป็นปริมาณที่ต่อเนื่องได้ จากการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่ารูปแบบของจำนวนหรือปริมาณมีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

จากข้างต้นจะพบว่ามีการทำวิจัยเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนออกมาในหลายๆ ลักษณะซึ่งมีทั้งในแง่ของการสำรวจการคิด ศึกษาพัฒนาการ ศึกษาความสัมพันธ์ ศึกษาการใช้กิจกรรมหรือแบบเรียน หรือศึกษาสิ่งที่เป็นปัจจัยหรือผลกระทบ ซึ่งในส่วนของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องการใช้กิจกรรมหรือแบบเรียน เช่น งานวิจัยของเบนเซียมและคณะ แพนท์เซียร์ราและพิททาแพนทาซี โคลเนอร์คลาร์ก และเลซ ได้แสดงให้เห็นว่าความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และในประเทศไทยมีการกล่าวถึงหรือศึกษากันน้อยมากเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยจะทำในลักษณะสร้างเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

3. การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

3.1 แนวคิดในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ความพยายามในอดีตในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ส่วนใหญ่จะเน้นไปที่การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปของแต่ละบุคคล นักเรียนคนใดก็ตามที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่มีการคูณตัวเลขยากๆ ได้สำเร็จจะถือว่านักเรียนคนนั้นมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสูง นอกจากนี้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนนั้นส่วนใหญ่จะมีลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ตายตัว ดังนั้นการประเมินเพียงแค่ว่านักเรียนมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนจนนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง หรือนักเรียนมีความสามารถในการคูณตัวเลขยากๆ แล้วได้คำตอบที่ถูกต้อง แล้วผู้ประเมินสรุปว่านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนนั้น การประเมินดังกล่าวนี้มีมุมมองที่ค่อนข้างจำกัด ความสามารถของผู้เรียนดังที่กล่าวนี้เป็นเงื่อนไขที่จำเป็นแต่ไม่เพียงพอต่อการไปตัดสินว่านักเรียนมีเข้าใจหรือไม่ ดังนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเปิดมุมมองให้กว้างเกี่ยวกับการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Lesh, Post and Behr. 1988: 98)

มีโจทย์ปัญหาอยู่ 3 ประเภทใหญ่ๆ ที่ถูกนำมาใช้ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนได้แก่ โจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ โจทย์ปัญหาการหาค่าที่หายไป และโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ (Cramer and Post. 1993; Heller, Post, Behr and Lesh. 1990; Vergnaud. 1988; Post et al. 1988; citing English and Halford. 1995: 246) ในที่นี้จะขอลำถึงโจทย์ปัญหาแต่ละประเภท

โจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ นักเรียนจะต้องเปรียบเทียบอัตรา 2 อัตราที่ให้มา ว่าค่าของอัตราใดมีค่ามากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากัน ตัวอย่างปัญหาเช่น “ริชาร์ดซื้อหมากฝรั่ง 6 ชิ้น ราคา 12 เซนต์ ณ ร้านเดียวกันนี้ ซูซานซื้อหมากฝรั่ง 8 ชิ้น ราคา 15 เซนต์ ใครซื้อหมากฝรั่งได้ถูกกว่ากัน” (Karplus, Pulos and Stage. 1983) ลามอน (Lamon. 1999) กล่าวว่า การแก้ปัญหาดังกล่าวนี้นั้นเป็นปัญหาที่ยากกว่าปัญหาการหาค่าตัวแปรที่หายไปเนื่องจากการใช้วิธีการคูณไขว้ อาจจะไม่นำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอื่นแทน เช่น วิธีการเพิ่มขนาดสัดส่วน (Scaling Up) จากที่ริชาร์ดซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 6 ชิ้นต่อเงิน 12 เซนต์ โดยการคูณด้วยตัวประกอบ 4 กับอัตราส่วนการซื้อหมากของริชาร์ดอาจกล่าวได้ว่า ริชาร์ดซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 24 ชิ้นต่อเงิน 48 เซนต์ จากที่ซูซานซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 8 ชิ้นต่อเงิน 15 เซนต์ โดยการคูณด้วยตัวประกอบ 3 กับอัตราส่วนการซื้อหมากซูซานอาจกล่าวได้ว่า ซูซานซื้อหมากฝรั่งในอัตราส่วน 24 ชิ้นต่อเงิน 45 เซนต์ นั้นแสดงว่าซูซานซื้อหมากฝรั่งได้ถูกกว่าริชาร์ด หรืออีกปัญหาหนึ่ง ปัญหาน้ำส้มผสมของโนเอลติง (Noelting. 1980) ซึ่งแสดงวิธีการอธิบายด้วยภาพประกอบซึ่งมีเหยือกน้ำสองเหยือก (เหยือก A และเหยือก B) และชุดของแก้วน้ำ 2 ชุด โดยรูปแก้วน้ำที่ไม่ได้แรเงาให้แทนแก้วน้ำที่ใส่น้ำเปล่า ส่วนรูปแก้วน้ำที่แรเงาแทนแก้วน้ำที่ใส่น้ำส้ม ตัวอย่างการทดสอบตัวอย่างหนึ่ง เช่น ให้ชุดแก้วน้ำอันแรกมาซึ่งประกอบด้วยแก้วน้ำแรเงา 2 แก้ว และแก้วน้ำที่ไม่ได้แรเงา 3 แก้ว ส่วนชุดแก้วน้ำอันที่สองประกอบด้วยแก้วน้ำแรเงา 3 แก้ว และแก้วน้ำที่ไม่ได้แรเงา 4 แก้ว (ดังภาพประกอบ 9)



ภาพประกอบ 9 ปัญหาส่วนผสมของโนเอลติงโดยใช้ภาพของเหยือกน้ำและแก้วเป็นตัวอย่างประกอบ

การทดลองนี้นักเรียนจะต้องลองจินตนาการถึงการทำน้ำส้มผสมที่มาจากชุดของแก้วน้ำแต่ละชุดโดยการผสมระหว่างหัวน้ำส้มกับน้ำเปล่าลงไปในเหยือกของแต่ละชุดเพื่อจะตัดสินว่าเหยือกน้ำอันไหนที่มีรสชาติของน้ำส้มเข้มข้นกว่ากัน หรือมีความเข้มข้นเท่ากัน การทดสอบนี้โนเอลติงได้เปลี่ยนจำนวนแก้วน้ำที่แรเงาและไม่แรเงาไปเรื่อยๆ ซึ่งมีทั้งความสัมพันธ์ที่เป็นจำนวนเต็มและไม่ใช้

เชิงสัดส่วนดังนั้นประเด็นหนึ่งที่จะนำมาพิจารณาเพิ่มเติมอีกในการประเมิน คือ ความสามารถในการแยกแยะหรือตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน (Cramer et al. 1993; citing Hillen. 2005: 5; Cathcart, Pothier, Vance and Bezuk. 2003: 283; NCTM. 2006b: 217; de la Cruz. 2008: 7)

แวน ดี วอลเล (Van de Walle. 2004: 314) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนว่า ควรคำนึงถึงประเด็นต่อไปนี้

1. ผู้เรียนสามารถแยกความแตกต่างระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้หรือไม่
2. ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในเชิงวิธีการในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนหรือไม่ ซึ่งความยืดหยุ่นดังกล่าวนี้จะเป็นตัวบ่งชี้หนึ่งที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของผู้เรียน
3. ผู้เรียนมีวิธีการคิดแก้ปัญหาที่หลากหลายหรือไม่ในสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน
4. ผู้เรียนมีวิธีการแสดงแนวคิดอย่างไรที่สะท้อนให้เห็นถึงพัฒนาการเกี่ยวกับการคิดเชิงสัดส่วน

จากข้างต้นพอสรุปได้ว่าการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ควรใช้โจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ โจทย์ปัญหาการหาค่าที่หายไป และโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ รวมทั้งให้ประเมินจากการแยกแยะหรือตระหนักถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนด้วย สำหรับในการวิจัยนี้ผู้วิจัยจะประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสองด้าน ได้แก่ ด้านความสามารถในการหาค่าตัวแปรที่หายไปใช้โจทย์ปัญหาการหาค่าที่หายไปและด้านความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ใช้โจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเชิงปริมาณ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวกับสัดส่วน รวมทั้งโจทย์ปัญหาในการหาค่าที่หายไป

3.2 วิธีการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ไบรท์ จอยเนอร์ และวอลล์ลิส (Bright, Joyner and Wallis. 2003: 392 – 396) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนควรจะมีวิธีการประเมินที่หลากหลาย ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลที่หลากหลายซึ่งเป็นผลมาจากกระบวนการคิดของผู้เรียน และในการประเมินนั้นครูหรือผู้วิจัยควรตระหนักว่าในบางสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับสัดส่วนอย่างง่าย เป็นไปได้ที่นักเรียนอาจจะให้เหตุผลในลักษณะที่ซับซ้อนได้ (Sophisticate Way) หรือในกรณีที่นักเรียนพบกับสถานการณ์ปัญหาที่มีความยากขึ้น เป็นไปได้ที่นักเรียนอาจจะย้อนกลับมาสู่การให้เหตุผลในลักษณะที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน เช่น การให้เหตุผลเชิงการบวก (Additive Reasoning) เป็นต้น

วิธีการหรือเทคนิคที่หลากหลายที่ใช้ในการประเมินผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย การใช้การทดสอบ การใช้การสังเกต การสัมภาษณ์ และการเขียนบันทึก (NCTM. 1989: 192; Van de Walle. 2004: 72 – 77) ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การทดสอบ มักเป็นส่วนหนึ่งในการนำมาใช้ประเมินผลทางคณิตศาสตร์เสมอ การใช้การทดสอบควรจะสะท้อนให้เห็นถึงเป้าหมายในการสอนของครู และแบบทดสอบควรจะถูกออกแบบมาเพื่อค้นหาสิ่งที่เป็นแนวคิดของเด็กและดูว่าเด็กได้นำแนวคิดเหล่านั้นมาเชื่อมโยงกันอย่างไร นอกจากนี้แบบทดสอบที่สร้างขึ้นนอกจากจะวัดทักษะหรือขั้นตอนวิธีทางด้านการคำนวณแล้ว ยิ่งกว่านั้นควรจะวัดด้านความรู้ความเข้าใจของเด็กด้วย แบบทดสอบที่นำมาใช้อาจจะมีลักษณะหรือรูปแบบแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายของครูที่ต้องการจะวัดหรือประเมินอะไรจากเด็ก ลักษณะหรือรูปแบบของแบบทดสอบที่ส่วนใหญ่นำมาใช้กัน เช่น แบบทดสอบแบบมีตัวเลือก แบบทดสอบแบบให้เขียนตอบสั้นๆ แบบทดสอบที่เป็นแบบคำถามปลายเปิดเพื่อต้องการให้เด็กเขียนบรรยายแสดงความคิดเห็น หรืออาจจะเป็นแบบทดสอบที่ต้องการให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมหรือให้อธิบายทางวาจาออกมา เป็นต้น

แวน ดี วอลเล (Van de Walle. 2004: 72 – 73) กล่าวถึงข้อควรคำนึงในการทำการทดสอบทางคณิตศาสตร์

1) เปิดโอกาสให้เด็กสามารถนำเครื่องคำนวณมาใช้ในการทำแบบทดสอบได้ ยกเว้นเสียแต่ว่าการทดสอบดังกล่าวนั้นจะวัดทักษะด้านการคำนวณ การที่ครูอนุญาตให้เด็กใช้เครื่องคำนวณได้นั้นจะทำให้เด็กมีทัศนคติที่ดีต่อเครื่องคำนวณ และเครื่องคำนวณจะทำให้เด็กได้มุ่งไปสู่สิ่งที่ครูต้องการจะวัดจริงๆ

2) ส่งเสริมให้มีการใช้อุปกรณ์และวาดภาพประกอบการอธิบายในการทำแบบทดสอบ เนื่องจากโมเดลที่เป็นอุปกรณ์มักจะถูกนำมาใช้ในการพัฒนาแนวคิด ดังนั้นในการทดสอบนักเรียนควรมีโอกาสได้ใช้โมเดลที่เป็นอุปกรณ์เพื่อแสดงให้เห็นถึงแนวคิดในการแก้ปัญหา นอกจากนี้การวาดภาพประกอบอย่างง่าย ๆ ที่แสดงเกี่ยวกับการนับหรือการคำนวณตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มหรือเศษส่วน ก็จะทำให้ครูได้เห็นแนวคิดหรือมุมมองของเด็กเกี่ยวกับการแก้ปัญหาอีกทางหนึ่งด้วย

3) เปิดโอกาสให้เด็กได้การอธิบายแนวคิดของตนเองในการแก้ปัญหา

4) หลีกเลี่ยงการใช้แบบทดสอบที่มีลักษณะเป็นแบบมีตัวเลือก (Multiple Choice) หรือเป็นแบบมีช่องว่างให้เติมเฉพาะคำตอบ เนื่องจากการทำแบบทดสอบที่มีลักษณะดังกล่าวจะทำให้ผู้เรียนขาดการบูรณาการในสิ่งที่พวกเขาได้เรียนรู้มาและไม่สามารถสะท้อนสิ่งที่ตนเป็นแนวคิดหรือความเข้าใจของนักเรียนออกมาได้ทั้งหมด นอกจากนี้ยังเป็นการปิดบังในสิ่งที่พวกเขาารู้ ซึ่งแบบทดสอบที่ดีควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงในสิ่งที่พวกเขาารู้และในสิ่งที่พวกเขาเข้าใจ

2. การสังเกต เป็นวิธีการที่ดีมากวิธีหนึ่งในการเก็บข้อมูลพฤติกรรมด้านการใช้ความคิด การปฏิบัติงาน และโดยเฉพาะด้านอารมณ์ ความรู้สึก และลักษณะนิสัยสามารถทำได้ตลอดเวลา ทุกสถานที่ทั้งในห้องเรียน นอกห้องเรียน หรือในสถานการณ์อื่นนอกโรงเรียน วิธีการสังเกตทำได้โดยตั้งใจและไม่ตั้งใจ การสังเกตโดยตั้งใจหรือแบบมีโครงสร้าง หมายถึง ครูกำหนดพฤติกรรมที่ต้องสังเกต ช่วงเวลาสังเกตและวิธีการสังเกต (เช่น สังเกตคนละ 3 – 5 นาทีเวียนไปเรื่อย ๆ) อีกวิธีหนึ่งคือ การสังเกตแบบไม่ตั้งใจหรือแบบไม่มีโครงสร้าง หมายถึง ไม่มีการกำหนดรายการสังเกตไว้

ล่วงหน้า ครูอาจมีกระดาษแผ่นเล็กๆ ติดตัวไว้ตลอดเวลาเพื่อบันทึกเมื่อพบพบเหตุการณ์การแสดงออกที่มีความหมาย หรือสะท้อนความสนใจของครู การบันทึกอาจทำได้โดยย่อก่อนแล้วขยายความสมบูรณ์ภายหลัง วิธีการสังเกตที่ดีควรใช้ทั้งสองวิธี ข้อเตือนใจสำหรับการใช้วิธีสังเกต คือ ต้องสังเกตหลายๆ ครั้งในหลายสถานการณ์ เมื่อมีเวลาผ่านไประยะหนึ่งๆ (2 – 3 สัปดาห์) จึงนำข้อมูลเหล่านั้นมาเพื่อพิจารณาสักครั้งหนึ่ง เครื่องมืออื่นที่ใช้ประกอบการสังเกต ได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ แบบมาตราส่วนประมาณค่า แบบบันทึกกระบวนนิเทศ เป็นต้น

3. **การสัมภาษณ์** เป็นการสอบถามด้วยวาจาหรือจากการสนทนาโต้ตอบกันเพื่อหาข้อมูลบางอย่าง มีเหตุผลที่สำคัญสองประการว่าทำไมจำเป็นต้องมีการสัมภาษณ์ ประการแรกเพื่อต้องการได้ข้อมูลจากตัวเด็กว่าเด็กมีการสร้างแนวคิดอย่างไรและใช้วิธีการอะไรในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังทำให้ครูทราบถึงทัศนคติและความเชื่อต่อการกระบวนกรแก้ปัญหาของเด็ก ประการที่สองข้อมูลที่ครูได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนจะเป็นประโยชน์แก่ตัวครูผู้สอนในแง่ที่ว่าครูสามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาเป็นตัวกำหนด เป็นแนวทางในการวางแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับศักยภาพหรือระดับความสามารถของผู้เรียนต่อไป การสัมภาษณ์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างที่แน่นอน เป็นการสัมภาษณ์ที่ได้กำหนดตัวคำถามและคำตอบไว้เรียบร้อยแล้ว จะสัมภาษณ์ผู้ใดก็ใช้คำถามแบบเดียวกัน คำตอบมักเป็นแบบให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เลือกตอบอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือเป็นแบบให้ผู้ถูกสัมภาษณ์จัดอันดับความสำคัญของคำตอบ ส่วนการสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างที่แน่นอน เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีการกำหนดคำตอบไว้ตายตัว คำถามที่ใช้และลำดับคำถามมีการเปลี่ยนแปลงหรือยืดหยุ่นได้ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงคำถามให้เหมาะสม แต่ก็ให้ป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้และผู้ตอบมีอิสระในการตอบ

มีข้อแนะนำบางประการเกี่ยวกับการสัมภาษณ์

- 1) ก่อนสัมภาษณ์ควรหาข้อมูลเกี่ยวกับภูมิหลังของนักเรียนก่อนเพื่อทำให้การสัมภาษณ์เจาะตรงประเด็นและได้ข้อมูลที่มีรายละเอียดมากยิ่งขึ้น
- 2) เตรียมชุดคำถามล่วงหน้าและจัดลำดับคำถามช่วยให้การตอบไม่วกวน
- 3) ขณะสัมภาษณ์ครูควรใช้วาจา ท่าทาง น้ำเสียงที่อบอุ่นเป็นกันเอง ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกปลอดภัย และโน้มน้าวให้นักเรียนอยากพูดอยากเล่าให้ฟัง
- 4) ใช้คำถามที่นักเรียนเข้าใจง่าย
- 5) มีการจดบันทึกผลการสัมภาษณ์ ต้องทำอย่างรอบคอบระวังอย่าให้คลาดเคลื่อน อาจมีเครื่องมืออื่นช่วย เช่น เทปบันทึก โดยต้องขออนุญาตผู้ถูกสัมภาษณ์ก่อน และอย่าให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้สึกว่าการตอบของเขาไม่ได้รับความสนใจจากผู้สัมภาษณ์

4. **การเขียนบันทึกการเรียนรู้** เป็นวิธีการหนึ่งที่ประหยัดใช้เวลาแต่มีประโยชน์ในการใช้เวลาในห้องเรียน เป็นการบันทึกที่ช่วยให้ค้นพบแบบแผนการคิด ซึ่งก่อให้เกิดความก้าวหน้าในการเรียนรู้ การเขียนบันทึกการเรียนรู้เป็นโอกาสหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนได้เขียนแสดงถึงความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เขียนสะท้อนให้เห็นในสิ่งที่ตัวเองได้เรียนรู้ ทำให้ผู้เรียนได้

ทบทวนความคิดของตนเองและรู้จักนำแนวคิดหลายๆ แนวคิดมาเชื่อมโยงสัมพันธ์กัน ซึ่งในการเขียนดังกล่าวนี้ควรเป็นการเขียนแสดงความคิดออกมาอย่างอิสระ ในแบบฉบับที่เป็นภาษาของตนเอง โดยไม่เน้นถึงรูปแบบการเขียน การสะกดคำ หรือการเว้นวรรคตอน นอกจากผู้เรียนจะเขียนเพื่อแสดงถึงความเข้าใจแล้ว ผู้เรียนอาจจะเขียนสิ่งที่เป็นข้อสงสัยหรือสับสนที่ต้องการคำอธิบาย หรือเขียนคำถามที่ต้องการหาคำตอบ รูปแบบการเขียนบันทึกการเรียนรู้ไม่มีรูปแบบการเขียนที่ตายตัว ผู้เขียนอาจเขียนตามความถนัดหรือตามความชอบของผู้เขียนเอง ซึ่งอาจจะมีรูปภาพ แผนภูมิ หรือไดอะแกรมประกอบ

ข้อเสนอแนะบางประการสำหรับครูในการเริ่มต้นการเขียนการบันทึกการเรียนรู้ (Berenson and Carter. 1995: 182 – 186; Meier and Rishel. 1998: 311 – 315)

- 1) เริ่มต้นให้นักเรียนเขียนอย่างอิสระ โดยไม่มีการตัดสินว่าถูกหรือผิด
- 2) ให้นักเรียนเขียนเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเรียนแล้วสับสน ไม่เข้าใจขณะเรียน หรือเป็นสิ่งที่นักเรียนอยากรู้
- 3) กระตุ้นให้นักเรียนเขียนบ่อยๆ โดยแสดงให้เห็นถึงความคาดหวังของครูหรือแสดงงานเขียนของเพื่อนร่วมห้อง
- 4) ครูมีการตอบสนองต่องานเขียนของนักเรียน
- 5) กำหนดเวลาการเขียนในแต่ละวันหรือสัปดาห์

จากที่กล่าวมาในการวิจัยในครั้งนี้จะใช้วิธีการหรือเทคนิคที่หลากหลายในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยเทคนิคหรือวิธีการจะใช้ทั้ง การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์

3.3 การประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

การประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubrics) เป็นวิธีการประเมินงานของผู้เรียนโดยการกำหนดคะแนนและรายละเอียดในการให้คะแนนอย่างชัดเจน ซึ่งจะทำให้ครูเห็นพัฒนาการของผู้เรียนว่ามีความก้าวหน้าอย่างไร

การให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 แบบ คือ การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Score) และการให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Score) การให้คะแนนแบบภาพรวมเป็นการพิจารณากระบวนการหรือผลงานของผู้เรียนโดยดูภาพรวม รูบริคแบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ใช้รูบริคแบบภาพรวมคือคุณภาพโดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาสาระเฉพาะและทักษะ นอกจากนี้การใช้รูบริคแบบภาพรวมทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่าการใช้รูบริคแบบแยกส่วน ดังนั้นครูจึงต้องอ่าน พิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียนโดยตลอด เพื่อให้รู้สึกรับรู้ถึงภาพรวมว่านักเรียนทำอะไรได้และยังใช้เป็น การประเมินสรุปได้ด้วย ส่วนการให้คะแนนแบบแยกส่วน เป็นการพิจารณาการให้คะแนนในแต่ละประเด็นที่ได้กำหนดไว้ โดยระบุรายละเอียดออกเป็นประเด็นย่อยๆ เพื่อให้การมองคุณภาพของงานหรือ

ความสามารถของนักเรียนเป็นไปอย่างชัดเจนการให้คะแนนแบบแบบแยกส่วนนิยมใช้เมื่อต้องการเน้นลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง นั่นคือ ใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ยอมรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ แต่ในส่วนของความคิดสร้างสรรค์ไม่ได้เป็นประเด็นสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียน เนื่องจากอาจจะไม่ได้ถูกกำหนดไว้เป็นรายละเอียดให้พิจารณา ข้อเสียการให้คะแนนแบบแยกส่วนอาจทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากการประเมินหลายทักษะหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครูต้องใช้เวลาตรวจผลงานหลายครั้งหลายหน การสร้างและการให้คะแนนแบบแยกส่วนจึงใช้เวลามาก ซึ่งมีกฎทั่วๆ ไปว่า ผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน ดังนั้นจึงทำให้การให้คะแนนแบบแยกส่วนจึงได้ผลค่อนข้างสมบูรณ์ ผลสะท้อนกลับที่มีต่อนักเรียนและครูจึงมีความหมายมาก นักเรียนจะรับทราบผลสะท้อนกลับของการปฏิบัติของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน (กรมวิชาการ. 2539: 54 – 59; สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2550: 7 – 14; รุ่งศิริรินทร์ จันทรหอม. 2545: 25 – 26)

สำหรับในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ไปศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคของนักการศึกษา 3 ท่าน คือ ออลเลียน ลองเกสท์และฮิลเลน (Allian. 2000: 67; Longest. 2002: 11; Hillen. 2005: 79) ซึ่งทั้งสามท่านได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคสำหรับแบบทดสอบแบบอัตนัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยจึงการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคโดยอาศัยแนวทางการสร้างเกณฑ์ของนักการศึกษาทั้งสามท่านดังกล่าว (รายละเอียดในภาคผนวก)

4. วิธีการสอนเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน

วิธีการสอนเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน พบว่ามีวิธีการสอนหลายๆ วิธีด้วยกัน ในการนี้ผู้วิจัยจะขอยกตัวอย่างวิธีการสอนที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนในหนังสือบางเล่มของต่างประเทศและในประเทศ

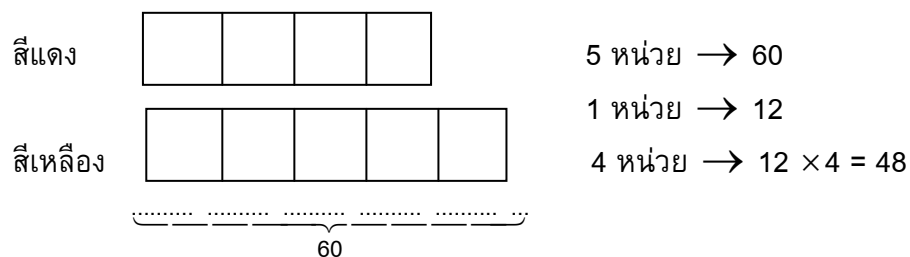
ตัวอย่างวิธีการสอนที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนในหนังสือบางเล่มที่ใช้ประกอบการสอนเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนของต่างประเทศ

1. จากหนังสือ Teaching Primary School Mathematics ของ Nation Institute of Education Nanyang Technological University Singapore แต่งโดย Lee Peng Yee และ Lee Ngan Hoe สำนักพิมพ์ McGraw-Hill. ปี ค.ศ. 2007

มี 4 วิธีการพื้นฐานที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “อัตราส่วนของดอกไม้สีแดงต่อสีเหลืองเป็น 4 : 5 ถ้ามีดอกไม้สีเหลือง 60 ดอก แล้วจะมีดอกไม้สีแดงกี่ดอก

1) การใช้แบบจำลองที่เป็นรูปภาพ



2) การใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน

$$5 \times 12 = 60$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 4 \quad ? \\ \hline 5 \quad 60 \\ \times 12 \end{array}$$

ดังนั้น $12 \times 4 = 48$

3) การใช้ตาราง (ดังภาพประกอบ 10)

สีเหลือง	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
สีแดง	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48

ภาพประกอบ 10 วิธีการสอนโดยใช้ตารางแก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน

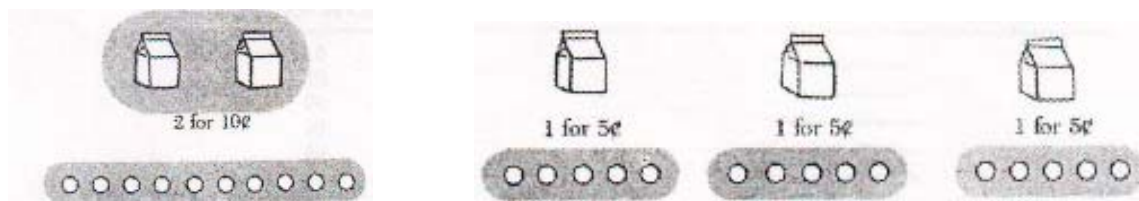
4) การใช้การคูณไขว้

$$\text{สร้างสัดส่วนได้เป็น } \frac{4}{5} = \frac{x}{60} \rightarrow x = \frac{4}{5} \times 60 = 48$$

2. จากหนังสือ Teaching Elementary School Mathematics แต่งโดย Riedesel และคณะสำนักพิมพ์ Prentice-Hall ปี ค.ศ. 1996

1) การใช้แบบจำลองที่เป็นรูปภาพ (ดังภาพประกอบ 11)

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “กล่องใส่นม 2 กล่องราคา 10 เซนต์
 ถ้ากล่องใส่นม 1 กล่องจะมีราคากี่เซนต์
 และกล่องนม 3 กล่องจะมีราคากี่เซนต์”

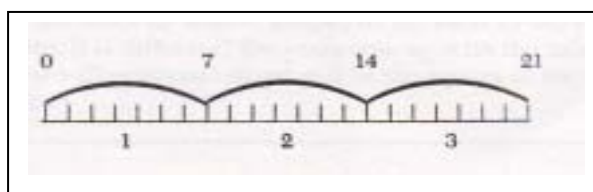


ภาพประกอบ 11 วิธีการสอนโดยใช้แบบจำลองที่เป็นรูปภาพแก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน

2) การใช้ตารางและเส้นจำนวน (ดังภาพประกอบ 12)

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “ โถแก้ว 1 โถ ใส่ถั่วลิสงได้ 7 เม็ด ถ้ามีถั่วลิสงอยู่ 21 เม็ด จะต้องใช้โถแก้วจำนวนกี่โถ ”

ถั่วลิสง	7	14	21
โถแก้ว	1	2	3



ภาพประกอบ 12 วิธีการสอนโดยใช้ตารางและเส้นจำนวนแก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน

3) การใช้การคูณไขว้

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “ในกลไกของเครื่องยนต์เครื่องหนึ่ง ถ้าเฟืองเล็กหมุนไป 3 รอบ เฟืองใหญ่จะหมุนไป 15 รอบ ถ้าเฟืองเล็กหมุนไป 60 รอบ แล้วเฟืองใหญ่จะหมุนไปกี่รอบ ”

$$\text{สร้างสัดส่วนได้เป็น } \frac{3}{15} = \frac{N}{60} \quad \text{โดยใช้การคูณไขว้จะได้ } 3 \times 60 = 15 \times N$$

$$15N = 180$$

$$\frac{15N}{15} = \frac{180}{15}$$

$$\text{ดังนั้น } N = 12$$

3. จากหนังสือ New Directions in Elementary School Mathematics : Interactive Teaching and Learning แต่งโดย Holmes สำนักพิมพ์ Prentice-Hall ปี ค.ศ. 1995

1) การใช้มาตราส่วน

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “กำหนด 1 ไดม์ เท่ากับ 10 เพนนี ถ้า 5 ไดม์เท่ากับกี่เพนนี”

1 ไดม์ $\longrightarrow$ 10 เพนนี

2 ไดม์ $\longrightarrow$ 10 เพนนี

3 ไดม์ $\longrightarrow$ 30 เพนนี

4 ไดม์ $\longrightarrow$ 40 เพนนี

5 ไดม์ $\longrightarrow$ 50 เพนนี

2) การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “การจัดเก็บภาษีโรงเรียนมูลค่า 40000 บาท ต้องจ่ายภาษี 800 บาท ในอัตราการจัดเก็บภาษีเดียวกันนี้ ถ้าโรงเรียนมูลค่า 25000 บาท จะต้องเสียภาษีเท่าใด”

$$\begin{array}{rcl} \text{สร้างสัดส่วนได้เป็น} & \frac{40000}{800} = \frac{25000}{x} \\ & \frac{500}{1} = \frac{25000}{x} \\ \text{ดังนั้น} & x = 50 \end{array}$$

3) การใช้การเปลี่ยนตัวประกอบ

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “แอนนาสังเกตเห็นว่าถุงเท้า 2 คู่ ราคา 3 ดอลลาร์ ถ้าเธอต้องการถุงเท้า 6 คู่ เธอต้องจ่ายเงินเท่าใด”

เนื่องจากถุงเท้า 6 คู่เป็น 3 เท่าของถุงเท้า 2 คู่ ดังนั้นจำนวนราคาต้องเป็น 3 เท่าด้วย คำตอบที่ได้นั้นคือ $3 \times 3 = 9$ ดอลลาร์

4) การใช้การคูณไขว้

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “โรงสีข้าวแห่งหนึ่ง ข้าวเปลือก 5 ถัง สีเป็นข้าวสารได้ 4 ถัง ถ้าข้าวเปลือก 100 ถัง จะสีเป็นข้าวสารได้กี่ถัง”

$$\begin{array}{rcl} \text{สร้างสัดส่วนได้เป็น} & \frac{4}{5} = \frac{a}{100} & \longrightarrow 100 \times 4 = 5a \\ & & \longrightarrow 400 = 5a \\ & & \longrightarrow a = 80 \end{array}$$

4. จากหนังสือ Elementary and Middle School Mathematics แต่งโดย Van de Walle สำนักพิมพ์ Allyn & Bacon ปี ค.ศ. 2007

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “แทมมีซื้ออุปกรณ์ที่ใช้เป็นอะไหล่ชิ้นเล็กๆ 3 ชิ้น ราคา 2.40 ดอลลาร์ ถ้าเธอซื้ออุปกรณ์ที่ใช้เป็นอะไหล่ดังกล่าวจำนวน 10 ชิ้น เธอต้องจ่ายเงินเท่าใด”

1) การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย

เนื่องจากอุปกรณ์ที่ใช้เป็นอะไหล่ดังกล่าว 3 ชิ้น ราคา 2.40 ดอลลาร์ โดยการหารทั้งจำนวนสินค้าและจำนวนเงินด้วย 3 จะได้อัตราต่อหนึ่งหน่วยคือ $1 : 0.8$ ดังนั้นโดยการคูณด้วย 10 จะได้ $1 \times 10 : 0.8 \times 10$ และคำตอบคือ 8 ดอลลาร์

2) การใช้การเปลี่ยนตัวประกอบ

เนื่องจากอุปกรณ์ที่ใช้เป็นอะไหล่ 10 ชิ้นเป็น $10/3$ เท่าของอุปกรณ์ที่ใช้เป็นอะไหล่ 3 ชิ้น ดังนั้นจำนวนราคาต้องเป็น $10/3$ เท่าด้วย คำตอบที่ได้ นั่นคือ $(2.4) \times (10/3) = 8$ ดอลลาร์

3) การใช้การคูณไขว้

จากโจทย์ปัญหาดังกล่าวเราสามารถสร้างเป็นสัดส่วนได้ 2 แบบ แล้วใช้การคูณไขว้เพื่อหาคำตอบ

แบบที่ 1 การสร้างสัดส่วนแบบภายในอัตราส่วน (Within Ratio)

$$\begin{aligned} \text{สร้างสัดส่วนแบบภายในอัตราส่วนได้เป็น } \frac{3}{2.4} &= \frac{10}{a} \rightarrow 3a = 10 \times 2.4 \\ &\rightarrow 3a = 24 \\ &\rightarrow a = \frac{24}{3} \\ &\rightarrow a = 8 \end{aligned}$$

แบบที่ 2 การสร้างสัดส่วนแบบระหว่างในอัตราส่วน (Between Ratio)

$$\begin{aligned} \text{สร้างสัดส่วนแบบระหว่างอัตราส่วนได้เป็น } \frac{3}{10} &= \frac{2.4}{a} \rightarrow 3a = 2.4 \times 10 \\ &\rightarrow 3a = 24 \\ &\rightarrow a = \frac{24}{3} \\ &\rightarrow a = 8 \end{aligned}$$

5. จากหนังสือ Mathematics For Elementary School Teacher แต่งโดย Bassarear สำนักพิมพ์ Houghton Mifflin ปี ค.ศ. 2004

1) การใช้สมบัติของการคูณไขว้ของสัดส่วน ที่กล่าวว่า สำหรับจำนวนเต็ม a, b, c

และ d โดยที่ $b \cdot d \neq 0$, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ก็ต่อเมื่อ $ad = bc$ ตัวอย่าง เช่น ถ้า $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$ แล้ว

$$3 \cdot 28 = 7 \cdot 12 \text{ และในทางตรงกันข้าม ถ้า } 3 \cdot 28 = 7 \cdot 12 \text{ แล้ว } \frac{3}{7} = \frac{12}{28}$$

2) การใช้สมบัติของการเท่ากัน

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา “ร็อบได้คำนวณว่าเงินทุกๆ 100 ดอลลาร์ ที่ได้มา จะต้องนำมาจ่ายเป็นค่าภาษี 25 ดอลลาร์ ในช่วงภาคฤดูร้อนที่ผ่านมาเขาสามารถหาเงินมาได้ 2660 ดอลลาร์ เขาจะต้องนำมาจ่ายเป็นค่าภาษีกี่ดอลลาร์

สร้างสัดส่วนได้เป็น

$$\frac{X}{2660} = \frac{25}{100}$$

คูณทั้งสองของสมการด้วย 2660 จะได้

$$2660\left(\frac{X}{2660}\right) = 2660\left(\frac{25}{100}\right)$$

$$X = 665$$

3) การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งเศษและส่วน

$$\begin{aligned} \frac{9}{X} &= \frac{27}{13} &\rightarrow &\frac{3 \cdot 9}{3 \cdot X} = \frac{27}{13} \\ &&\rightarrow &\frac{27}{3X} = \frac{27}{13} \\ &&\rightarrow &3X = 13 \\ &&\rightarrow &X = \frac{13}{3} \end{aligned}$$

สำหรับในประเทศไทยผู้วิจัยขอยกตัวอย่างวิธีการสอนที่ใช้แก้ปัญหาเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนในหนังสือแบบเรียนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี พุทธศักราช 2544 (สสวท. 2544)

1. การใช้หลักการคูณ กล่าวหาว่า เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่เท่าที่อัตราส่วนเดิม

ตัวอย่างเช่น จงหาจำนวนที่เท่ากับอัตราส่วน 7 : 9 มาอีก 2 อัตราส่วนโดยใช้หลักการคูณ

$$7 : 9 = \frac{7}{9} = \frac{7 \times 2}{9 \times 2} = \frac{14}{18}$$

$$7 : 9 = \frac{7}{9} = \frac{7 \times 3}{9 \times 3} = \frac{21}{27}$$

ตัวอย่างการใช้หลักการคูณหาค่าตัวแปรในสัดส่วน เช่น จงหาค่า C ในสัดส่วน

$$\frac{4}{7} = \frac{C}{35}$$

เนื่องจาก $\frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$ จะได้ $\frac{20}{35} = \frac{C}{35}$ ดังนั้น $C = 20$

2. การใช้หลักการหาร กล่าวว่า เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม

ตัวอย่างเช่น จงหาจำนวนที่เท่ากับอัตราส่วน $\frac{122}{180}$ มาอีก 2 อัตราส่วนโดยใช้หลัก

การหาร

$$\frac{122}{180} = \frac{122 \div 2}{180 \div 2} = \frac{61}{90}, \quad \frac{122}{180} = \frac{122 \div 10}{180 \div 10} = \frac{12.2}{18}$$

ตัวอย่างการใช้หลักการหารหาค่าตัวแปรในสัดส่วน เช่น จงหาค่า N ในสัดส่วน

$$\frac{18}{42} = \frac{3}{N}$$

เนื่องจาก $\frac{18}{42} = \frac{18 \div 6}{42 \div 6} = \frac{3}{7}$ จะได้ $\frac{3}{7} = \frac{3}{N}$ ดังนั้น $N = 7$

3. การใช้การคูณไขว้ ซึ่งใช้หลักการที่ว่า ถ้า $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ แล้ว $a \times d = b \times c$

ตัวอย่างเช่น จงตรวจสอบว่าอัตราส่วน $\frac{2}{6}$ เท่ากับ อัตราส่วน $\frac{15}{45}$ หรือไม่

โดยใช้การคูณไขว้จะได้ว่า $2 \times 45 = 90$ และ $6 \times 15 = 90$

ดังนั้น $2 \times 45 = 6 \times 15$ นั่นคือ $\frac{2}{6} = \frac{15}{45}$

ตัวอย่าง การใช้การคูณไขว้แก้ปัญหาสัดส่วน เช่น จงหาค่า B ในสัดส่วน $\frac{2}{3} = \frac{5}{B}$

จากสัดส่วน $\frac{2}{3} = \frac{5}{B}$ จะได้ผลการคูณไขว้เท่ากัน นั่นคือ $2 \times B = 3 \times 5$

$$B = \frac{3 \times 5}{2}$$

$$B = 7.5$$

สำหรับวิธีการแก้โจทย์ปัญหาสัดส่วนนั้น โดยส่วนใหญ่แล้วครูจะสอนให้นักเรียนยึดหรือใช้วิธีการตามขั้นตอนต่อไปนี้ (พรณี ศิลปะวัฒนานันท์, 2542: 30)

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ แล้ววิเคราะห์โจทย์ว่า

1.1 โจทย์ถามอะไร

1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้

2. กำหนดตัวแปร (โดยส่วนใหญ่จะเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม)

3. เขียนสัดส่วนแสดงอัตราส่วนสองอัตราส่วนที่เท่ากัน ตามเงื่อนไขของโจทย์ โดยให้ลำดับของสิ่งที่เปรียบเทียบกันในแต่ละอัตราส่วนเป็นลำดับเดียวกัน

4. หาค่าตัวแปรจากสัดส่วน

ตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาสัดส่วน “ถ้าหัวใจของนักเรียนคนหนึ่งเต้น 6 ครั้งในทุกๆ 5 วินาที อยากทราบว่า หัวใจของนักเรียนคนนี้เต้นกี่ครั้งในเวลา 1 นาที

ให้ a เป็นจำนวนครั้งของการเต้นของหัวใจในเวลา 60 วินาที

อัตราส่วนของจำนวนครั้งที่หัวใจเต้นต่อเวลาเป็นวินาที เป็น $6 : 5$

สร้างเป็นอัตราส่วนใหม่ได้เป็น $a : 60$

เขียนสัดส่วนได้เป็น ดังนี้ $\frac{6}{5} = \frac{a}{60}$

จะได้ $6 \times 60 = 5 \times a$

$$a = \frac{6 \times 60}{5}$$

$$a = 72$$

นั่นคือ หัวใจของนักเรียนคนนี้เต้น 72 ครั้ง ในเวลา 1 นาที

สรุปจากวิธีการสอนที่ปรากฏในหนังสือข้างต้น พบว่ามีหลายวิธีด้วยกันที่ใช้สอนแก้ปัญหเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน แต่การคูณไขว้เป็นวิธีที่กล่าวถึงในหนังสือแทบทุกเล่มอาจเป็นเพราะว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในการแก้ปัญหาดังที่นักวิจัยหลายท่านกล่าวถึง นอกจากนี้ยังมีการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย การใช้การเปลี่ยนตัวประกอบ ใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วนซึ่งมีปรากฏพอสมควร แต่การใช้แบบจำลองที่เป็นรูปภาพ ตารางหรือเส้นจำนวน มีการกล่าวถึงค่อนข้างน้อย

5. การสอนแบบแนะให้รู้คิด

5.1 การสอนแบบแนะให้รู้คิด

การสอนคณิตศาสตร์ในอดีตที่ผ่านมาครูมักจะสอนโดยแสดงวิธีการคำนวณหาคำตอบให้นักเรียนดูบนกระดาน จากนั้นนักเรียนเริ่มลงมือคำนวณตามวิธีการที่ครูสอนมา ซึ่งผลจากการสอนด้วยวิธีการดังกล่าวทำให้นักเรียนได้ทักษะในการคิดคำนวณแต่อาจจะขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและความสามารถในการแก้ปัญหา (Martin. 2001; citing Esqueda. 2008) ปัจจุบันถึงแม้ว่ามีความต้องการฝึกฝนให้นักเรียนมีความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหา แต่ครูหรือหลักสูตรก็ยังไม่สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ฝึกความสามารถทางด้านนี้ได้ สภาพการเรียนการสอนในปัจจุบันมักจะเน้นการสอนไปที่ตัวเนื้อหาเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ความจำตามที่ครูสอน ดังนั้นปัญหาที่เกิดขึ้นตามมา คือ นักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ไปแล้วไม่มีความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหา

การสอนแบบแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction) เป็นการสอนวิธีหนึ่งที่แตกต่างจากในอดีตที่ผ่านมาซึ่งมุ่งไปที่กระบวนการหรือขั้นตอนวิธี โดยการสอนแบบแนะให้รู้คิดมีเป้าหมาย คือ ต้องการรู้ความคิดของเด็กว่าเด็กมีวิธีการคิดแก้ปัญหาอย่างไร และครูมีวิธีการอย่างไรที่จะช่วยเด็กให้รู้จักการสร้างแนวคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง (Carpenter et al. 1999)

ปัจจุบันการสอนแบบแนะให้รู้คิดได้รับการพิสูจน์แล้วว่าเป็นวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพ (National Research Council. 2000: 389; Secada et al. 1989) ที่มุ่งส่งเสริมสนับสนุนให้เด็กรู้จักการคิดแก้ปัญหาด้วยเอง อีกทั้งยังเป็นวิธีการสอนที่ไปสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ทางด้านทักษะ/กระบวนการของสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (Land. 2007: 8; Hoosain and Chance. 2004: 474) โดยมีหลักสำคัญ คือ การตั้งโจทย์ปัญหา การสังเกต การใช้คำถามของครู และการฟังการอธิบายของนักเรียน เพื่อดูวิธีการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียน ซึ่งไม่เน้นที่คำตอบของปัญหา แต่เน้นไปที่กระบวนการคิดที่ได้มาซึ่งคำตอบ แล้วนำสิ่งที่ได้จากการสังเกต จากการฟังในสิ่งที่นักเรียนอธิบายแสดงแนวคิด มาประกอบเป็นข้อมูลในการตัดสินใจที่อยู่บนความรู้และความเชื่อของตัวเองเพื่อหาวิธีการสอนที่สอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน ดังนั้นในชั้นเรียนที่ใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิดเวลาส่วนใหญ่จึงใช้ไปกับการคิดแก้ปัญหาของเด็ก และความรู้ของนักเรียนที่ได้มานั้นเป็นผลมาจากกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนเอง (Carpenter et al. 1989)

สำหรับการสอนแบบแนะให้รู้คิดนั้นมีหลักสำคัญอยู่ 4 ข้อดังต่อไปนี้

1. การสอนควรพัฒนาความเข้าใจด้วยการเน้นไปที่การแก้ปัญหาในฐานะเป็นศูนย์รวมของการจัดการเรียนรู้
2. การสอนควรจะสนับสนุนกระตุ้นให้เกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเอง
3. นักเรียนแต่ละคนสามารถที่จะเชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้ที่มีอยู่เดิม
4. เนื่องจากการสอนแบบแนะให้รู้คิดอยู่บนพื้นฐานความรู้และความเข้าใจของเด็กแต่ละคน ดังนั้นนับว่าจำเป็นอย่างยิ่งที่ควรมีการประเมินอย่างต่อเนื่อง โดยไม่ประเมินเพียงแค่ว่าเด็กแก้ปัญหาได้ แต่ควรประเมินด้วยว่าเด็กมีวิธีการแก้ปัญหานั้นอย่างไร

ไบรท์และแวก (Bright and Vace. 1994) ได้กล่าวถึงจุดเน้นที่สำคัญอย่างหนึ่งของการสอนแบบแนะให้รู้คิดในวิชาคณิตศาสตร์เพื่อต้องการให้นักเรียนเกิดทักษะหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ 1) การแก้ปัญหา 2) การให้เหตุผล 3) การสื่อสาร และ 4) การเชื่อมโยง และสิ่งที่ครูในชั้นเรียนที่ใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิดต้องเน้น คือ การให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมในวิชาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองให้มากที่สุดโดยครูใช้แนวความคิดของเด็กเป็นฐานในการกำหนดรูปแบบวิธีการเรียนการสอน เด็กจะไม่ถูกบังคับหรือถูกชักจูงให้คิดตามที่ครูบอกตรงกันข้ามเด็กสามารถที่จะหาวิธีการคิด ไตร่ตรองการคิด และนำเสนอการคิดที่เป็นของตนเองได้อย่างอิสระ โดยมีครูเป็นเพียงผู้แนะนำ ช่วยเหลือผู้เรียนได้ค้นพบข้อผิดพลาดด้วยตนเอง (Franke and Weishaupt. 1998: 3 – 7)

จากกล่าวมาเห็นได้ว่า การสอนแบบแนะให้รู้คิดเป็นการสอนวิธีหนึ่งที่สำคัญต่อวิธีการคิดของผู้เรียนเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้อย่างแท้จริง ในชั้นเรียนผู้สอนเป็นเพียงผู้คอยรับฟังและชี้แนะ แต่นอกชั้นเรียนผู้สอนต้องเตรียมการสอนพอสมควรเพื่อให้การเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมายตามที่คาดหวังไว้

5.2 บทบาทของครูและนักเรียนในการสอนแบบแนะให้รู้คิด

เนื่องจากการสอนแบบแนะให้รู้คิดมุ่งไปที่กระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นหลัก ดังนั้นความสามารถของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนที่ใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิดเป็นสิ่งจำเป็นทั้งนี้เพื่อให้การเรียนการสอนได้บรรลุเป้าหมาย ซีคาดา (Secada et al. 1989) ได้กล่าวถึงความสามารถของครู 4 ประการในการสอนแบบแนะให้รู้คิด ดังต่อไปนี้

1. ครูควรรู้นักเรียนมีการจัดระบบทางความคิดเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์อย่างไร
2. ครูควรมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่นำมาใช้สอนนักเรียน
3. ครูควรมีความสามารถในการประเมินในสิ่งที่นักเรียนกำลังคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
4. ครูควรมีความสามารถในการตัดสินใจเลือกรูปแบบการสอนที่อยู่บนฐานในสิ่งที่ตัวครูรู้เกี่ยวกับการคิดของนักเรียน

นอกจากความสามารถของครูทั้งสี่ข้อดังกล่าวแล้วบทบาทครูก็มีความสำคัญเช่นกันซึ่งบทบาทครูในการสอนแบบแนะให้รู้คิด พอสรุปได้ดังนี้ (Hankes. 1998; Carpenter et al. 1999; Hoosain and Chance. 2004; Franke and Weishaupt. 1998; Land. 2007)

1. เตรียมโจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับผู้เรียน
2. เป็นผู้อำนวยความสะดวกโดยการให้คำชี้แนะ เป็นที่ปรึกษา สร้างแรงจูงใจและความเชื่อมั่น ให้กำลังใจ สนับสนุนสื่ออุปกรณ์การเรียน จัดสภาพสิ่งแวดล้อมและสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มากกว่าที่จะมาเป็นผู้ให้ความรู้แก่นักเรียน
3. รู้จักใช้คำถามเพื่อล้วงเอาความคิดของเด็กว่าเด็กมีแนวคิดคิดอย่างไร เพื่อที่จะได้วางแผนการสอนและประเมินตัวเด็กได้อย่างถูกต้อง
4. ให้เวลาและเอาใจใส่ในการฟังเด็กขณะที่เด็กอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน เน้นสัมพันธภาพที่ดีระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียน และระหว่างผู้เรียนกับครู
6. ส่งเสริมการใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและตัดสินใจในการแก้ปัญหาด้วยตัวเอง
7. เนื่องจากไม่มีรูปแบบการสอนที่ตายตัว ดังนั้นครูต้องเตรียมการสอนอย่างกว้างๆ แต่ควรจะต้องติดตามความสนใจและรู้จักปรับกิจกรรมการเรียนการสอนให้เข้ากับความเข้าใจหรือแนวคิดของนักเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนสามารถใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่มีอยู่แก้ปัญหาได้
8. ประเมินผลแบบดูความก้าวหน้า หรือประเมินผลแบบเป็นระยะๆ มากกว่าที่จะประเมินผลหลังสิ้นสุดการเรียนการสอนเพียงครั้งเดียว

เนื่องจากเวลาในชั้นเรียนที่ใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด ส่วนใหญ่ใช้ไปกับการแก้ปัญหา ดังนั้นการสอนแบบแนะให้รู้คิด บทบาทหลักๆ ของนักเรียน คือ เป็นผู้แก้ปัญหา นำเสนอวิธีการแก้ปัญหา และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน พร้อมกับเคารพความคิดเห็นของคนอื่นที่แตกต่างจากของตนเอง (Hoosain and Chance. 2004; Peterson et al. 1991; Hanks. 1998; Land. 2007)

5.3 ขั้นตอนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

การสอนแบบแนะให้รู้คิดเป็นการสอนที่มุ่งเน้นให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นหลัก ความรู้ของนักเรียนที่ได้มานั้นเป็นผลมาจากกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนเอง ดังนั้นขั้นตอนการสอนจึงให้ความสำคัญไปที่การแก้ปัญหาของนักเรียน โดยเน้นให้นักเรียนได้มีเวลาคิดในการแก้ปัญหามากที่สุด รวมทั้งได้มีโอกาสแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหของตนเองด้วยสำหรับการสอนแบบแนะให้รู้คิด พอจะสรุปได้เป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้ (Peterson et al. 1991; Franke and Weishaup. 1998)

ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่ผู้เรียน โดยสถานการณ์ปัญหาที่ครูเลือกมานั้นต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน มีหลายบริบทและเป็นสถานการณ์ปัญหาที่น่าสนใจ สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจในประเด็นต่างๆ ในสถานการณ์ปัญหา เมื่อนักเรียนเกิดความชัดเจนในสถานการณ์ปัญหาแล้ว จากนั้นนักเรียนลงมือคิดวิเคราะห์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้แนวคิดของตนเอง โดยการอาศัยการเชื่อมโยงปัญหาแนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้เดิม

ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ในขั้นนี้ครูคอยสังเกตดูการแก้ปัญหาของนักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการคิด ตอบคำถามและรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนที่มีข้อสงสัยหรือเกิดความไม่ชัดเจนในบางประเด็น โดยครูจะไม่บอกวิธีคิดแต่จะอาศัยการชี้แนะให้นักเรียนการตัดสินใจในการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับนักเรียน ครูเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาระหว่างกัน พร้อมทั้งมีการขยายประเด็นของปัญหาโดยครูหรือนักเรียน และร่วมกันอภิปรายในประเด็นที่ขยายของปัญหา

ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ ในขั้นนี้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา โดยช่วยกันสรุปประเด็นต่างๆ ที่ได้จากการแก้ปัญหา มีครูเป็นผู้นำในการอภิปรายสรุปพร้อมกับนักเรียน จากนั้นครูมอบหมายงานและให้คำชี้แนะที่เป็นประโยชน์หลังสิ้นสุดการสอน พร้อมติดตามการประเมินผล

สำหรับในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้ 5 ขั้นตอนดังกล่าวนี้เป็นแนวทางในการลำดับการสอนในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และจะนำบทบาทครูและบทบาทนักเรียนดังที่กล่าวข้างต้นมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน

แฮงส์ (Hanks. 1998) ได้เปรียบเทียบการสอนแบบเดิมและการสอนแบบเน้นให้รู้คิด ดังตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบหลักการในการจัดการเรียนการสอนรูปแบบเดิมกับการสอนแบบเน้นให้รู้คิด

หัวข้อที่ใช้เปรียบเทียบ	การสอนแบบเดิม	การสอนแบบเน้นให้รู้คิด
บทบาทของครู	ครูเป็นผู้ดำเนินการสอนให้ความรู้แก่นักเรียนโดยตรง	ครูให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนการสอน และเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้
ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยกัน	ส่วนใหญ่ นักเรียนทำงานเดี่ยว	นักเรียนได้ทำงานกลุ่มบ่อยขึ้น มีการอภิปรายภายในกลุ่ม และเสนอความคิดเห็นของตนเองกับเพื่อนๆ
หลักสูตร	กิจกรรมต่างๆ ในหลักสูตรยึดจากแบบเรียน	ใช้ข้อมูลจากแหล่งต่างๆ นำมาเป็นแนวทางจัดกิจกรรมตามหลักสูตร
เวลา	กำหนดเนื้อหาและเวลาเรียนตายตัว เวลาในชั้นเรียนหมดไปกับการบรรยายของครู	เวลาในชั้นเรียนส่วนใหญ่ใช้ไปกับการแก้ปัญหาของนักเรียน นักเรียนมีเวลาที่จะอภิปราย และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับคนอื่น
ความคิดรวบยอด	การนำเสนอความคิดรวบยอด มีลักษณะเป็นแบบจากส่วนย่อยไปสู่ส่วนรวม ซึ่งเน้นไปที่ทักษะพื้นฐาน	การนำเสนอความคิดรวบยอด มีลักษณะเป็นแบบจากส่วนรวมไปสู่ส่วนย่อย ซึ่งเน้นไปที่แนวคิดหลัก
มุมมองเกี่ยวกับตัวนักเรียน	นักเรียนถูกมองว่าเป็นผู้ไม่มีความรู้ และพร้อมที่จะรับความรู้จากครูโดยตรง	นักเรียนถูกมองว่าเป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิด และเชื่อว่านักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง
การประเมินผล	การประเมินผลจะแยกจากการสอน จุดมุ่งหมายของการสอบเพื่อจัดระดับความสามารถของนักเรียน และเน้นที่การแข่งขัน	การประเมินผลและการสอนเป็นกระบวนการที่ดำเนินควบคู่กันไป จุดมุ่งหมายของการประเมินผลเพื่อนำมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนของนักเรียน ไม่เน้นการแข่งขัน

แหล่งที่มา: Hanks, J. E. (1998). Native American pedagogy and cognitive - based mathematics instruction. Florence, KY: Garland Publishing, Inc.

5.4 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบแนะให้รู้คิด

การสอนแบบแนะให้รู้คิดเป็นวิธีการสอนรูปแบบหนึ่งที่อยู่บนฐานคิดที่มาจากทฤษฎีทางปัญญาและทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ดังนั้นเพื่อให้การจัดการสอนแบบแนะให้รู้คิด เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและประสบผลสำเร็จ ผู้วิจัยจึงได้สรุปแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีทางปัญญา และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Buscher. 2000) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. **ทฤษฎีทางปัญญา (Cognitive Theory)** เอ็กเก็นและคั้วร์ชัค (Eggen and Kauchak. 1999) กล่าวถึงทฤษฎีทางปัญญาว่าการเรียนรู้ที่เป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการทางความคิดที่คนเราพยายามใช้ทำความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ บนโลก กระบวนการเหล่านี้ใช้สำหรับการเรียนรู้สิ่งธรรมดาๆ เช่น การจดจำตัวเลขโทรศัพท์จนกระทั่งการเรียนรู้สิ่งที่ซับซ้อนมากๆ เช่น การแก้ปัญหาใจหยกคณิตศาสตร์ แนวคิดสำคัญที่เกี่ยวกับการเรียนรู้ คือ การเรียนรู้ของมนุษย์ไม่ใช่เรื่องของพฤติกรรมที่เกิดจากกระบวนการตอบสนองต่อสิ่งเร้าเพียงเท่านั้น การเรียนรู้ของมนุษย์มีความซับซ้อนมากกว่านั้น การเรียนรู้เป็นกระบวนการทางความคิดที่เกิดจากการสะสมข้อมูลและการดึงข้อมูลออกมาใช้ในการกระทำและแก้ปัญหาต่างๆ การเรียนรู้เป็นกระบวนการทางสติปัญญาของมนุษย์ในการที่จะสร้างความรู้ความเข้าใจให้แก่ตนเอง สำหรับนักจิตวิทยาที่สำคัญในกลุ่มนี้ได้แก่ เพียเจต์ ออชเชล และบรูเนอร์ (ทิสนา แซมณี. 2550: 59)

เพียเจต์ เชื่อว่า การเรียนรู้เกิดจากการที่ผู้เรียนเป็นผู้ริเริ่ม เป็นผู้กระทำที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งเร้าหรือสิ่งที่ต้องเรียนรู้ และการเรียนรู้จะเกิดขึ้นภายในโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียน ได้มีการนำทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์มาปรับใช้ในการจัดการเรียนการสอนโดยผู้สอนควรตระหนักสิ่งดังต่อไปนี้

1. กระบวนการคิดของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ ผู้เรียนแต่ละวัยจะมีลักษณะการคิดที่แตกต่างกัน ผู้สอนต้องมีความเข้าใจการคิดผู้เรียนในแต่ละวัย
2. ผู้เรียนสามารถควบคุมการเรียนรู้ของตนเองได้ และเป็นผู้ริเริ่มลงมือกระทำ ผู้สอนมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม
3. การสอนควรเริ่มจากประสบการณ์ในสิ่งที่ผู้เรียนคุ้นเคยหรือจากประสบการณ์ใกล้เคียงไปหาประสบการณ์ไกลตัว

ออชเชล เชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานที่สามารถเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ได้ การเรียนรู้ที่ผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ใหม่กับโครงสร้างของความรู้เดิมที่มีอยู่ จัดเป็นการเรียนรู้ที่มีความหมาย แต่การเรียนรู้ที่ผู้เรียนไม่สามารถนำสิ่งใหม่ไปสัมพันธ์กับความรู้เดิมได้ จัดเป็นการเรียนรู้ที่ไร้ความหมายหรือการเรียนรู้แบบท่องจำ มีหลักการสำคัญที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน คือ

1. จัดหรือเรียบเรียงข้อมูลที่ต้องการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ออกเป็นหมวดหมู่
2. นำเสนอกรอบ หรือหลักการอย่างกว้างๆ ก่อนที่จะให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในเรื่องใหม่
3. แบ่งบทเรียนเป็นหัวข้อที่สำคัญ และบอกให้ทราบเกี่ยวกับหัวข้อสำคัญที่เป็น

ความคิดรวบยอดใหม่ที่จะต้องเรียน

บรูเนอร์ เชื่อว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมซึ่งนำไปสู่การค้นพบและการแก้ปัญหา เรียกว่า การเรียนรู้โดยการค้นพบ ผู้เรียนจะประมวลข้อมูลข่าวสารจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และจะรับรู้สิ่งที่ตนเองเลือก หรือสิ่งที่ใส่ใจ การเรียนรู้แบบนี้จะช่วยให้เกิดการค้นพบเนื่องจากผู้เรียนมีความอยากรู้อยากเห็น ซึ่งเป็นแรงผลักดันที่ทำให้สำรวจสิ่งแวดล้อม และทำให้เกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบ หลักการสำคัญที่นำมาใช้จัดการเรียนการสอนที่ผู้สอนควรตระหนัก คือ

1. ผู้เรียนจะเกิดกระบวนการเรียนรู้เมื่อผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง
2. ผู้เรียนแต่ละคนจะมีประสบการณ์และพื้นฐานความรู้ที่แตกต่างกัน การเรียนรู้เกิดจากผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบใหม่กับความรู้เดิมแล้วนำมาสร้างเป็นความหมายใหม่ (สรวงศ์ โควตระกูล. 2545; คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 2545ก: Online)

จากทฤษฎีทางปัญญานักจิตวิทยาทั้งสามท่านดังกล่าว จะเห็นว่าแนวคิดเพียเจต์และบรูเนอร์เน้นความสำคัญของผู้เรียนเป็นหลัก ส่วนแนวคิดของออสซูเบลเน้นความสำคัญของครูว่าครูมีหน้าที่จัดเรียบเรียงข้อมูลที่เป็นเนื้อหาความรู้อย่างเป็นระบบ และสอนความคิดรวบยอดใหม่ที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้ สำหรับในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำหลักการหรือแนวคิดดังกล่าวนำมาปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

1. ให้ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือกระทำด้วยตนเองมากที่สุดในการปฏิบัติกิจกรรม
2. คำนึงถึงระดับประสบการณ์ของผู้เรียนแต่ละคน หรือคำนึงถึงวัยของผู้เรียน
3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง
4. จัดสิ่งแวดล้อมและสร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการเรียนรู้
5. ใช้สื่ออุปกรณ์มาประกอบกิจกรรมการสอน
6. ส่งเสริมผู้เรียนให้นำความรู้เดิมเชื่อมโยงกับข้อมูลที่ได้รับมาใหม่ มาใช้เป็นกระบวนการหนึ่งในการแก้ปัญหา

7. เลือกกิจกรรมที่น่าสนใจ ทำท่ายความสามารถ เหมาะสมและสอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน

8. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียนทราบ มีการจัดลำดับหัวข้อเนื้อหาจากง่ายไปหายาก ที่ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนได้อย่างต่อเนื่อง

2. ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory) เป็นทฤษฎีที่มีความเชื่อมาจากสองทฤษฎีหลักๆ คือ คือจากทฤษฎีพัฒนาการทางด้านปัญญาของเพียเจต์ และทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของวิกตอเรีย

ทฤษฎีพัฒนาการทางด้านปัญญาของเพียเจต์ เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ โดยการลงมือกระทำด้วยตนเอง เพียเจต์ กล่าวว่า ถ้าผู้เรียนถูกกระตุ้นด้วยปัญหาที่ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา หรือเรียกว่าเกิดการเสียสมดุลทางปัญญาผู้เรียนต้องพยายามปรับโครงสร้างทางปัญญาให้

เข้าสู่ภาวะสมดุลโดยวิธีการดูดซึม ได้แก่ การรับข้อมูลใหม่จากสิ่งแวดล้อมเข้าไปไว้ในโครงสร้างทางปัญญา และการปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญา คือ การเชื่อมโยงโครงสร้างทางปัญญาเดิม หรือความรู้เดิมที่มีมาก่อนกับข้อมูลข่าวสารใหม่ จนกระทั่งผู้เรียนสามารถปรับโครงสร้างทางปัญญาเข้าสู่สภาพสมดุล หรือสามารถที่จะสร้างความรู้ใหม่ขึ้นมาได้ หรือเกิดการเรียนรู้นั่นเอง

ทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของวิกทอทสกี มีแนวคิดสำคัญที่ว่า "ปฏิสัมพันธ์ทางสังคมมีผลสำคัญต่อการพัฒนาทางด้านปัญญา" รวมทั้งแนวคิดเกี่ยวกับศักยภาพในการพัฒนาทางด้านปัญญาที่อาจมีข้อจำกัดเกี่ยวกับช่วงของการพัฒนาที่เรียกว่า เขตของการพัฒนาใกล้เคียง (Zone of Proximal Development) ถ้าผู้เรียนอยู่ต่ำกว่าเขตของการพัฒนาใกล้เคียง จำเป็นที่จะต้องได้รับการช่วยเหลือในการเรียนรู้ วิกทอทสกีเชื่อว่าผู้เรียนสามารถสร้างความรู้โดยผ่านทาง การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมกับผู้อื่น โดยผ่านการเจรจา ปรัชญาหรือ โดยมีภาษาและวัฒนธรรมเป็นองค์ประกอบสำคัญ (จรรยา ภูอุดม. 2544: 20 – 23; คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 2545ข: Online)

จากข้อมูลทีกล่าวนมาเห็นได้ชัดว่าทฤษฎีพัฒนาการทางด้านปัญญาของเพียเจต์และทฤษฎีประวัติศาสตร์สังคมของวิกทอทสกีมีจุดมุ่งหมายที่เหมือนกัน คือ ต้องการพัฒนาทางด้านสติปัญญาของผู้เรียน แต่ก็มีส่วนที่ต่างกัน กล่าวคือ ทฤษฎีของเพียเจต์เชื่อว่าความรู้ถูกสร้างจากตัวผู้เรียนเอง ส่วนทฤษฎีของวิกทอทสกีเชื่อว่าความรู้ถูกสร้างขึ้นโดยการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมของผู้เรียน

จรรยา ภูอุดม (2544: 31 – 35) กล่าวถึงหลักการจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ซึ่งพอสรุปได้ 6 ข้อดังนี้

1. ฝึกให้ผู้เรียนมีการคิดอย่างอิสระและตัดสินใจในการเรียนรู้ด้วยตนเอง ครูไม่ควรไปคิดแทนหรือทำแทนผู้เรียน
2. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้วิธีการของตนเองในการแก้ปัญหา
3. บางครั้งโจทย์ปัญหาอาจจะยากเกินความสามารถของผู้เรียน ดังนั้นผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีการสื่อสารแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น ผ่านการพูดคุย อภิปราย หรือระดมสมอง
4. ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ไตร่ตรองตรวจสอบความคิดของตนเองในสิ่งที่ทำ พร้อมกับยอมรับฟังแนวคิดในมุมมองของคนอื่นด้วย
5. ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีในการทำงานร่วมกับผู้อื่น โดยการจัดทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นคู่
6. ให้อาเวลาที่เพียงพอและเหมาะสมในการคิด ถาม ตอบ หรืออภิปรายภายในชั้นเรียน ผู้สอนไม่ควรใจร้อนจนเกินไป

จากหลักการจัดกิจกรรมการสอนทีกล่าวนมาข้างต้นนับว่าเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อผู้วิจัยในการนำเอาหลักการเหล่านี้มาปรับใช้ในการสอนแบบเน้นให้รู้คิด

5.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบแนะให้รู้คิด

จากการศึกษาค้นคว้าพบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่น่าสนใจมีดังนี้

ฟาสท์ (Fast. 2005: Abstract) ได้ทำวิจัยเรื่องการประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในซิมบับเวที่ใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด ในการวิจัยนี้ศึกษาในบริบทของประเทศซิมบับเวซึ่งเป็นประเทศกำลังพัฒนา มีวัฒนธรรมและการศึกษาแตกต่างจากประเทศสหรัฐอเมริกา การวิจัยในครั้งนี้ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 2 จำนวน 35 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มดังกล่าวได้รับการสอนแบบแนะให้รู้คิด และให้แก้โจทย์ปัญหาจำนวน 14 ข้อ ผลการประเมินพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังอยู่ในระดับที่ต้องใช้แบบจำลองช่วยในการพัฒนาการแก้ปัญหาของพวกเขาแต่ถ้าโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นการใช้แบบจำลองไม่มีผลช่วยในการพัฒนาการแก้ปัญหา ฟาสท์แนะนำว่าการใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด มีผลดีและเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในซิมบับเว

ซาเซ เกียร์ฮาท และเซลท์เซอร์ (Saxe, Gearhart and Seltzer. 1999) ได้ศึกษาผลของการสอนแบบแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความเข้าใจของนักเรียนเรื่องเศษส่วน นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการทดลองถูกแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วน และกลุ่มที่ไม่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วน ในการศึกษาครั้งนี้ได้ให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบเรื่องเศษส่วนก่อนและหลังการทดลอง ผลการศึกษา พบว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มได้คะแนนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลองนอกจากนี้ผลการทดลองได้ให้ข้อสังเกตว่านักเรียนกลุ่มที่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วนสามารถสร้างแนวคิดหรือหาวิธีแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วนได้ด้วยตนเอง แต่นักเรียนกลุ่มที่ไม่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วนพวกเขายังใช้วิธีแก้ปัญหาที่ยึดติดอยู่กับขั้นตอนวิธีการอยู่ ข้อสรุปของการทดลองนี้ยืนยันว่าการสอนที่อยู่บนฐานการคิดของเด็กหรือการสอนแบบแนะให้รู้คิด นับว่าเป็นการสอนที่มีประสิทธิภาพ

บัสเชอร์ (Buscher. 2000: Abstract) ได้ศึกษาผลการสอนแบบแนะให้รู้คิด กับนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยิน โดยเป้าหมายของการศึกษาเพื่อต้องการประเมินผลการสอนแบบแนะให้รู้คิด การศึกษามุ่งไปที่ความเข้าใจแนวคิดปัญหาเกี่ยวกับเรื่องเล่าทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Story Problem) และการสร้างยุทธวิธีการแก้ปัญหา นักเรียนกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการได้ยินจำนวน 18 คนที่เรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในเมืองฟิลาเดเฟีย ในการทดลองครั้งนี้นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทุกคนจะได้รับการสอนแบบแนะให้รู้คิด ผลการทดลองจากประเมินผลด้วยแบบทดสอบก่อนและหลังการทดลอง พบว่า คะแนนก่อนและหลังทดลองแสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย นอกจากนี้จากการสังเกตของครูผู้สอนพบว่า เมื่อใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติและความกระตือรือร้นเพิ่มขึ้น และยังทำให้ผู้เรียนเกิดความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหาอีกด้วย

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2551: 109 – 201) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 45 คน การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยและพัฒนาเพื่อหาประสิทธิภาพของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การทดลองแบบกลุ่มเดียว และมีการทดสอบก่อนและหลังเรียน ผลการทดลองพบว่า 1) ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 2) ด้านทักษะการให้เหตุผล พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 3) ด้านทักษะการเชื่อมโยง พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 4) ด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 5) ด้านสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม พบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบวัดการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อมภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น เป็นตัวอย่างที่แสดงว่า การใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด ล้วนเป็นผลดีและมีประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งจะได้เห็นจากงานวิจัยของบัสเซอร์ หรือของซาเซ เกียร์ฮาท และเซลท์เซอร์ หรือของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร ที่ในการทดลองมีการทดสอบก่อนและหลัง และผลจากการทดลองพบว่า คะแนนหลังการทดลองจะสูงกว่าก่อนการทดลอง นอกจากนี้จากงานวิจัยของบัสเซอร์ และเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร ยังพบว่า การใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิด ยังทำให้ผู้เรียนมีเจตคติดีขึ้น รวมทั้งข้อสรุปจากการทดลองซาเซ เกียร์ฮาท และเซลท์เซอร์ ยืนยันว่าการสอนที่อยู่บนฐานการคิดของเด็กหรือการสอนแบบแนะให้รู้คิด นับว่าเป็นการสอนที่มีประสิทธิภาพ ด้วยเหตุผลดังกล่าวดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่นำแนวคิดการสอนแบบแนะให้รู้คิด มาใช้พัฒนาความสามารถดังกล่าว

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน รวมทั้งศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยมีวิธีในการดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 การศึกษาปัญหา

ตอนที่ 2 กำหนดแนวทางในการพัฒนาและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ตอนที่ 3 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตอนที่ 4 การทดลอง

ตอนที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

ตอนที่ 1 การศึกษาปัญหา

ศึกษาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยใช้แบบทดสอบเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละมาแล้ว โดยแบ่งการศึกษาปัญหาวออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

1.1 ศึกษาปัญหาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เนื่องจากการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเกี่ยวข้องกับเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ไปศึกษาผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ เช่น งานวิจัยของรุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (2539: บทคัดย่อ) ทศนีย์ ชื่นยง (2541: 77 – 78) อภิสิทธิ์ กิจเกียรติ (2545: 125 – 126) และเวชฤทธิ์ อังกะภักทธร (2546: 91 – 96) ต่างสรุปตรงกันว่าเนื้อหาเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ นักเรียนมีข้อบกพร่องในหลายๆ ด้าน เช่น ด้านการตีความหมายของโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีและสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ นอกจากนี้ผลการวิจัยของอภิสิทธิ์ กิจเกียรติ ยังพบว่านักเรียนตีความหมายเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ผิด เพราะฉะนั้นนักเรียนขาดความคิดรวบยอด และจากการศึกษาของงานวิจัยของจรรุภรณ์ แสงทอง (2536: 32) ชนิษฐา คำทอง (2539: 80 – 81) และสิริพร ทิพย์คง (2542: 25) ซึ่งเป็นงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนพบว่า เนื้อหาเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ เป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนส่วนใหญ่มักประสบปัญหาในการทำความเข้าใจ เพราะฉะนั้นเนื้อหาค่อนข้างเป็นนามธรรม

จากการศึกษาของสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา หรือ IEA ซึ่งได้วิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติครั้งที่ 3 หรือมีชื่อย่อว่า

TIMSS ในส่วนของประเทศไทย ผลการประเมินเมื่อพิจารณาเฉพาะเนื้อหาทางด้านสัดส่วนพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีจำนวนนักเรียนน้อยกว่าร้อยละ 50 ที่ตอบถูก ส่วนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าทุกเนื้อหานั้น จำนวนนักเรียนมากกว่าร้อยละ 50 ตอบถูก แต่เนื้อหาที่นักเรียนทำคะแนนได้น้อย คือ เรื่องสัดส่วน (สสวท. 2540: 23 – 29)

1.2 ศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยใช้แบบทดสอบเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละมาแล้ว

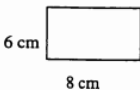
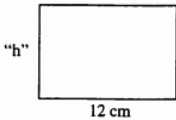
เนื่องจากยังไม่มียานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและ ผู้วิจัยต้องการทราบข้อมูลปัจจุบันเพื่อเป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบอัตราส่วนและการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยใช้แบบทดสอบเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละมาแล้ว จำนวน 82 คน จากโรงเรียน 3 แห่งที่อยู่ในต่างจังหวัด ได้แก่จังหวัดสุพรรณบุรี สิงห์บุรี และสระแก้ว ทั้งหมดเป็นโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยแบบทดสอบเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนดังกล่าว ผู้วิจัยได้ปรับปรุงมาจากของไบรท์ จอยเนอร์ และวอลลิส (Bright, Joyner and Wallis. 2003: 167) อัลเลียน (Allian. 2000: 60 – 64) และสิงห์ (Singh. 1998: 174 – 180) แบบทดสอบมีจำนวนทั้งหมด 7 ข้อ แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา มีทั้งข้อที่เป็นแบบปรนัยและข้อที่เป็นอัตนัย (ดังรายละเอียดในตาราง 8) โดยแบ่งออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบอัตราส่วน และด้านการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยผลการศึกษาเป็นดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 8 ผลการทดสอบในการหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะ

สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละมาแล้ว

คำถาม	เปอร์เซ็นต์ของจำนวนผู้ตอบถูก
ด้านการหาค่าที่หายไป	
(ข้อ 1 อัตนัย) ในการสำรวจสินค้าชนิดหนึ่ง พบว่าสินค้าทุก ๆ 400 ชิ้น จะมีสินค้าชำรุด 14 ชิ้น ถ้าสำรวจสินค้าทั้งหมด พบว่ามีสินค้าชำรุด 63 ชิ้น จงหาจำนวนสินค้าที่สำรวจทั้งหมด	43.90 %
แล้วในเวลา 4 วัน ดาวเทียมดังกล่าวหมุนรอบโลกได้กี่รอบ	(36 คนจาก 82 คน)
	(50 คนจาก 82 คน)

ตาราง 8 (ต่อ)

คำถาม	เปอร์เซ็นต์ของจำนวนผู้ตอบถูก
ด้านการหาค่าที่หายไป (ข้อ 5 อัตนัย) ดาวเทียมดวงหนึ่งหมุนรอบโลก 1 รอบ ใช้เวลา 120 นาที แล้วในเวลา 4 วัน ดาวเทียมดังกล่าวหมุนรอบโลกได้กี่รอบ (ข้อ 6 อัตนัย) สี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปมีลักษณะรูปคล้ายกัน แต่มีขนาดของรูปไม่เท่ากัน ถ้ากำหนดความกว้างและความยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งสองตามภาพข้างล่าง ให้หาความกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ขนาดใหญ่กว่าซึ่งแทนด้วยตัวแปร h  6 cm 8 cm  "h" 12 cm	60.97 % (50 คนจาก 82 คน) 3.65 % (3 คนจาก 82 คน)
ด้านการเปรียบเทียบอัตราส่วน (ข้อ 2 ประนัย) มนตรีซื้อหมากฝรั่งชนิดหนึ่ง 3 ชิ้นราคา 12 บาท ส่วนแอนนาซื้อหมากฝรั่งชนิดเดียวกันนี้ 5 ชิ้นราคา 20 บาท ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง ก. มนตรีซื้อหมากฝรั่งได้ถูกกว่าแอนนา ข. แอนนาซื้อหมากฝรั่งได้ถูกกว่ามนตรี ค. ทั้งสองคนซื้อได้ในราคาต่อชิ้นเท่ากัน ง. ข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอในการตัดสินใจ (ข้อ 7 ประนัย) ในช่วงฤดูของการแข่งบาสเกตบอลฤดูหนึ่ง นักบาสเกตบอลจำนวน 4 คน มีสถิติการยิงลูกโทษดังนี้ วิลเลียมยิงลูกโทษ 11 ครั้ง ลงห่วง 8 ครั้ง ปีเตอร์ยิงลูกโทษ 29 ครั้ง ลงห่วง 22 ครั้ง ไมเคิลยิงลูกโทษ 19 ครั้ง ลงห่วง 15 ครั้ง โทมัสยิงลูกโทษ 41 ครั้ง ลงห่วง 33 ครั้ง ถามว่าในบรรดานักบาสเกตบอลทั้ง 4 คนนี้ ใครเป็นผู้เล่นที่ยิงลูกโทษได้ดีที่สุด ก. วิลเลียม ข. ปีเตอร์ ค. ไมเคิล ง. โทมัส	89.02 % (73 คนจาก 82 คน) 0 % (0 คนจาก 82 คน)
ด้านการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน (ข้อ 3 อัตนัย) นาย A และนาย B วิ่งรอบสนามฟุตบอล โดยให้นาย B เริ่มวิ่งก่อน สมมติว่าทั้งสองคนวิ่งด้วยอัตราเร็วเท่ากัน ขณะที่นาย B วิ่งไปแล้ว 9 รอบ นาย A เพิ่งวิ่งได้ 3 รอบ ถ้านาย B วิ่งได้ 21 รอบแล้วนาย A จะวิ่งได้กี่รอบ	23.17 % (19 คนจาก 82 คน)

ตาราง 8 (ต่อ)

คำถาม	เปอร์เซ็นต์ของจำนวนผู้ตอบถูก
ด้านการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน	
(ข้อ 4 อัดหยั) นักวิทยาศาสตร์พบว่าพืชพันธุ์ A และพืชพันธุ์ B มีอัตราการเจริญเติบโตเท่ากัน เกษตรกรคนหนึ่งปลูก พืชพันธุ์ A ก่อน แล้วค่อยปลูกพืชพันธุ์ B ที่หลัง วัดความสูงครั้งแรก พืชพันธุ์ A สูง 8 เซนติเมตร ส่วนพืชพันธุ์ B สูง 5 เซนติเมตร หลังจากนั้นสามเดือนถัดมา วัดความสูงอีกครั้งหนึ่งพบว่าพืชพันธุ์ A สูง 64 เซนติเมตร แล้วพืชพันธุ์ B จะสูงกี่เซนติเมตร	34.14 % (28 คนจาก 82 คน)

จากข้อมูลในตารางข้างต้นในแต่ละด้านมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ด้านการหาค่าที่หายไป ข้อ 1 มีจำนวนนักเรียนตอบถูก 36 คนจาก 82 คน ซึ่งคิดเป็น 43.90% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ข้อ 1 เป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วน แต่มีนักเรียนที่ตอบผิดส่วนหนึ่งมุ่งพิจารณาที่ผลต่างของจำนวน เช่น เพราะว่าสินค้าทุกๆ 400 ชิ้นจะชำระ 14 ชิ้น ดังนั้น $400 - 14 = 386$ เพราะว่า $329 - 63 = 386$ ดังนั้น ถ้าสินค้าชำระ 63 ชิ้น จะมีสินค้า 329 ชิ้น หรือมีนักเรียนบางส่วนใช้วิธีการสุ่มจำนวนมาบวกกันหรือคูณกัน เช่น จะได้สินค้าทั้งหมดมี $400 + 63 + 14 = 477$ หรือสำหรับสินค้าทุกๆ 400 ชิ้น จะมีสินค้าชำระ 14 ชิ้น แต่สินค้าชำระ 63 ชิ้น จะได้สินค้าทั้งหมด $63 \times 400 = 25,200$ ชิ้น ส่วนข้อ 5 มีจำนวนนักเรียนตอบถูก 50 คนจาก 82 คน ซึ่งคิดเป็น 60.97% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นักเรียนที่ตอบผิดส่วนหนึ่งใช้วิธีการสุ่มจำนวนมาคูณกัน เช่น ดาวเทียมจะหมุนรอบโลกเท่ากับ $24 \times 4 = 96$ รอบ หรือเนื่องจากใช้เวลา 120 แล้วในเวลา 4 วัน ดาวเทียมจะหมุนรอบโลก $120 \times 4 = 480$ รอบ ส่วนข้อ 6 มีจำนวนนักเรียนตอบถูก 3 คนจาก 82 คน ซึ่งคิดเป็น 3.65% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำไม่ได้อาจเป็นเพราะว่านักเรียนยังไม่ได้เรียนเรื่องความคล้ายมา และโจทย์ปัญหาดังกล่าวเป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย นักเรียนที่ตอบผิดส่วนใหญ่จะมุ่งพิจารณาผลต่างของจำนวน เช่น เพราะว่า $12 - 8 = 4$ และ $6 + 4 = 10$ ดังนั้น $h = 10$ หรือ เพราะว่า $8 - 6 = 2$ และ $12 - 2 = 10$ ดังนั้น $h = 10$ หรือมีบางคนตอบว่า เพราะรูปเล็กมีความกว้างกับความยาวต่างกัน 2 ทำให้รูปใหญ่มีความกว้างเท่ากับ 10 เซนติเมตร

ด้านการเปรียบเทียบอัตราส่วน ข้อ 2 มีจำนวนนักเรียนตอบถูก 73 คนจาก 82 คน ซึ่งคิดเป็น 89.02% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นักเรียนส่วนใหญ่ตอบถูกเพราะว่าเป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่ซับซ้อนเป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยทำโจทย์ปัญหาลักษณะนี้มาแล้ว และจำนวนที่ใช้ในการคำนวณเป็นจำนวนง่ายๆ ที่หารลงตัว นักเรียนสามารถคิดในใจได้ ส่วนข้อ 7 ไม่มีนักเรียนตอบถูกเลย ที่เป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะว่านักเรียนไม่เคยทำโจทย์ปัญหาลักษณะเช่นนี้มาก่อน การ

แก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวนักเรียนส่วนใหญ่มุ่งพิจารณาที่ผลต่างของจำนวน ตัวอย่างแสดงการแก้ปัญหา เช่น จากโจทย์ที่กำหนดให้

วิลเลียมยิงลูกโทษ 11 ครั้ง ลงห่วง 8 ครั้ง แสดงว่าไม่ลง 3 ครั้ง

ปีเตอร์ยิงลูกโทษ 29 ครั้ง ลงห่วง 22 ครั้ง แสดงว่าไม่ลง 7 ครั้ง

ไมเคิลยิงลูกโทษ 19 ครั้ง ลงห่วง 15 ครั้ง แสดงว่าไม่ลง 4 ครั้ง

โทมัสยิงลูกโทษ 41 ครั้ง ลงห่วง 33 ครั้ง แสดงว่าไม่ลง 8 ครั้ง

จากผลการยิงลูกโทษจะเห็นได้ว่าวิลเลียมยิงไม่ลงแค่ 3 ครั้ง แสดงว่าวิลเลียมเป็นผู้เล่นที่ยิงลูกโทษได้ดีที่สุด

ด้านการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับ

สัดส่วน ข้อ 3 มีจำนวนนักเรียนตอบถูก 19 คนจาก 82 คน ซึ่งคิดเป็น 23.17% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นักเรียนที่ตอบผิดส่วนใหญ่เข้าใจว่าโจทย์ปัญหที่กำหนดมาให้เป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ดังนั้นนักเรียนบางคนเลยเขียนเป็นสัดส่วน $9/3 = 21/x$ แล้วใช้การคูณไขว้เพื่อหาคำตอบซึ่งได้ผลลัพธ์คือ $x = 7$ ส่วนข้อ 4 มีจำนวนนักเรียนตอบถูก 28 คนจาก 82 คน ซึ่งคิดเป็น 34.14% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อ 4 เป็นโจทย์ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนเช่นเดียวกับข้อ 3 แต่นักเรียนยังเข้าใจว่าโจทย์ปัญหาดังกล่าวเกี่ยวข้องกับสัดส่วน ดังนั้นวิธีการที่นักเรียนใช้จึงเกี่ยวข้องกับสัดส่วน เช่นตัวอย่างแสดงการแก้ปัญหาในข้อ 4 ของนักเรียน

พีชพันธ์ A สูง 8 ซม. พีชพันธ์ B จะสูง 5 ซม.

พีชพันธ์ A สูง 64 ซม. พีชพันธ์ B จะสูง $\frac{64 \times 5}{8} = 40$ ซม

ดังนั้นจากทั้งสองวิธีการดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถแยกแยะระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้

จากที่กล่าวมาสรุปผลการศึกษาปัญหาได้ดังนี้

1. จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังขาดแนวคิดเรื่องสัดส่วน และจากผลการศึกษาของ TIMSS สรุปว่านักเรียนไทยทำคะแนนเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนได้น้อย

2. จากการทดสอบความสามารถในการหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยใช้แบบทดสอบเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละมาแล้ว พบว่ามีนักเรียนส่วนหนึ่งยังทำโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปและโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วนไม่ได้ รวมทั้งนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถแยกแยะระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้

ตอนที่ 2 กำหนดแนวทางในการพัฒนาและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เพื่อกำหนดแนวทางในการพัฒนา และศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบแนะให้รู้คิดเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

2.1 การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เพื่อกำหนดแนวทางในการพัฒนาซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ระยะดังรายละเอียดต่อไปนี้

ระยะที่ 1 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 – 4) ระยะนี้สร้างแนวคิดเกี่ยวกับอัตราส่วนเพื่อให้นักเรียนมีความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอัตราส่วน โดยนักเรียนจะได้ศึกษาแนวคิดของอัตราส่วน ความหมายของอัตราส่วน และการเท่ากันของอัตราส่วน ผ่านกิจกรรมปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน ซึ่งมีการใช้รูปภาพ วัตถุหรือสื่อสัมผัส และตาราง เพื่อเป็นพื้นฐานของการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนต่อไป โดยวัตถุประสงค์ของระยะที่ 1 ต้องการให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วน

ระยะที่ 2 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 – 14) เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วน ระยะนี้ให้นักเรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนไม่ซับซ้อน หลังจากที่นักเรียนมีแนวคิดเบื้องต้นเกี่ยวกับอัตราส่วนมาแล้ว โดยระยะนี้ต้องการให้นักเรียนได้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปและโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบอัตราส่วน การแก้ปัญหาดังกล่าวจะเน้นความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับสัดส่วน มีการใช้ตารางแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของสองปริมาณที่เปลี่ยนแปลงแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน เพื่อให้เข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนมากขึ้น นักเรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วนด้วย

วัตถุประสงค์ของระยะที่ 2 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ผ่านการแก้โจทย์ปัญหาการเกี่ยวกับเปรียบเทียบอัตราส่วน และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป โดยเน้นให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของสองปริมาณที่เปลี่ยนแปลงแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน ขณะเดียวกันเพื่อให้นักเรียนมีความรอบยอดเกี่ยวกับสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนจึงให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วน

ระยะที่ 3 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 15 – 20) เป็นระยะที่ให้นักเรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ซับซ้อนขึ้น ระยะนี้เน้นให้นักเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เป็นแบบแผนมาก เช่น การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร การใช้ความรู้เรื่องเศษส่วน การคูณไขว้ หรือวิธีการอื่นๆ เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่นำมาใช้ในกิจกรรม ได้แก่ ปัญหาเรื่องร้อยละ

เรขาคณิต (ความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม) การย่อและขยายเกี่ยวกับรูปภาพ ของ ผสม และอัตราเร็ว

โดยวัตถุประสงค์ของระยะที่ 3 ต้องการให้นักเรียนแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย รู้จักนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้

2.2 การสอนแบบแนะให้รู้คิด

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบแนะให้รู้คิดทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ดังนี้

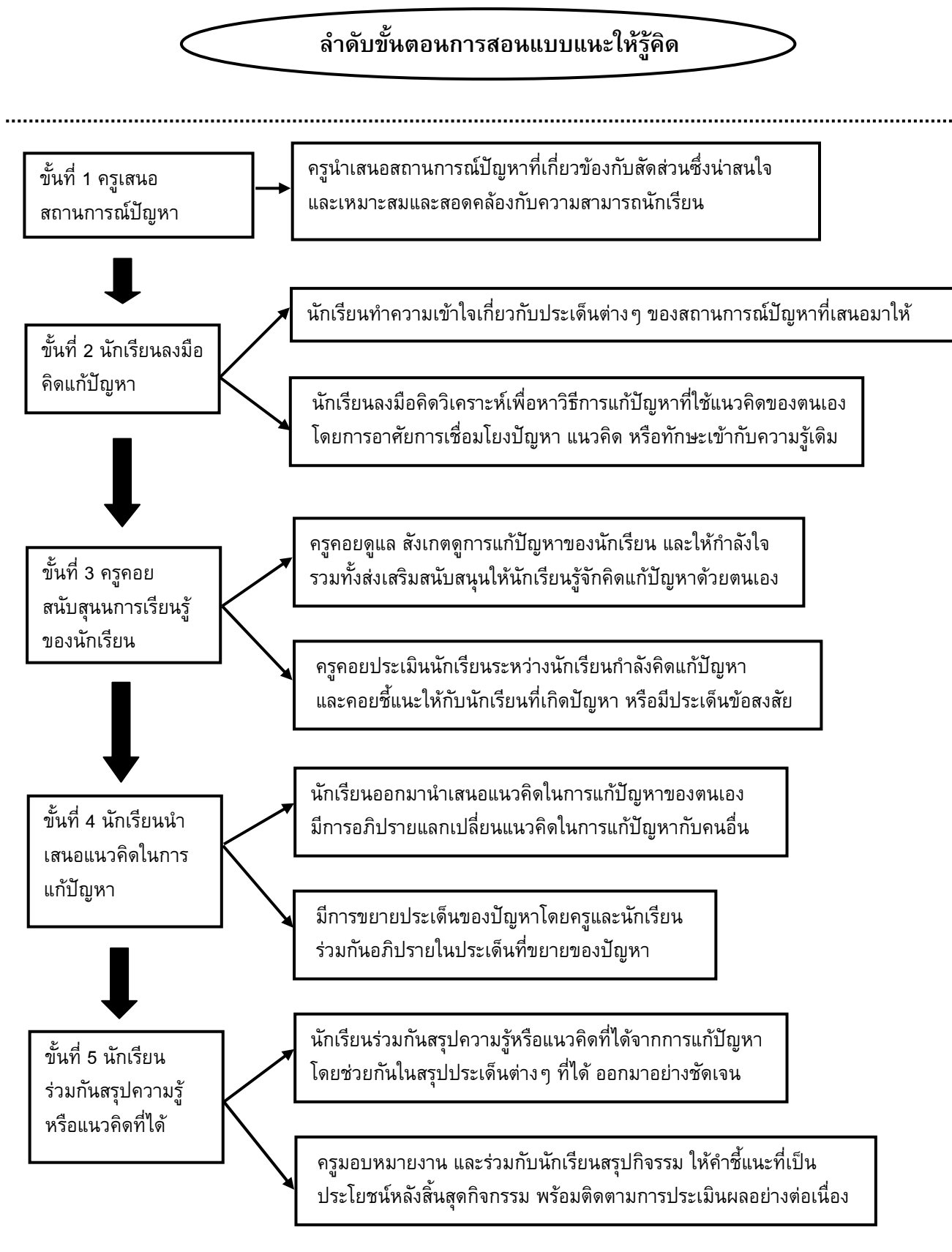
สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยได้ยึดหลักตามแนวการสอนแบบแนะให้รู้คิดดังนี้

1. เนื่องจากความรู้เกิดจากผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ดังนั้นการจัดกิจกรรมการสอนจะเน้นไปที่การให้นักเรียนได้ลงมือคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง
2. ให้นักเรียนได้เชื่อมโยงปัญหา แนวคิด หรือทักษะเข้ากับความรู้ที่มีอยู่เดิม
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการแสดงออกถึงแนวคิดในการแก้ปัญหาของตนเองโดยการอธิบายอย่างมีเหตุผล มีทักษะในการสื่อสาร แลกเปลี่ยนความรู้กับคนอื่น
4. เนื่องจากการสอนแบบแนะให้รู้คิดอยู่บนพื้นฐานความรู้และความเข้าใจของเด็กแต่ละคน ดังนั้นการประเมินผลจะทำการประเมินอย่างต่อเนื่อง

ในการปฏิบัติกิจกรรมการสอนแบบแนะให้รู้คิดผู้วิจัยได้แบ่งเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่นักเรียน
2. นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา
3. ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน
4. นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา
5. นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้

จากที่กล่าวข้างต้นผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนในการปฏิบัติกิจกรรมการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีรายละเอียดดังภาพประกอบ 13



ภาพประกอบ 13 แผนภาพลำดับขั้นตอนการสอนแบบแนะให้รู้คิด

สำหรับการจัดกิจกรรมการสอนแบบเน้นให้รู้คิด ครูและผู้เรียนมีบทบาทที่สำคัญดังนี้
บทบาทผู้สอน เลือกปัญหาที่เหมาะสม สร้างบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ สังเกต ชักถาม และฟังการ
 อธิบายแนวคิดของผู้เรียน หาวิธีการสอนที่เหมาะสม และประเมินผลอย่างต่อเนื่อง
บทบาทผู้เรียน ลงมือคิดแก้ปัญหา ชักถาม อธิบายและนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา

ตอนที่ 3 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดง
 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และแบบสัมภาษณ์ โดยเครื่องมือแต่ละชนิดมีรายละเอียด
 ในการพัฒนาดังต่อไปนี้

3.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยได้กำหนดโครงการสอนซึ่งประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน

20 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที รายละเอียดดังตาราง 9

ตาราง 9 กำหนดโครงการสอน

แผนที่	เนื้อหา	พฤติกรรม ที่สังเกต	จุดประสงค์การเรียนรู้	สื่อที่ใช้
1 (1 คาบ)	อัตราส่วน	—	1. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดของอัตราส่วนใน สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ 2. นักเรียนสามารถเขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์ หรือแสดงการเปรียบเทียบของปริมาณสองปริมาณ ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้	ตาราง รูปภาพ ใบกิจกรรมที่ 1 – 2
2 – 4 (3 คาบ)	อัตราส่วน ที่เท่ากัน	—	1. นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนใน สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ 2. นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่าอัตราส่วนใน สถานการณ์ที่กำหนดให้ เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน หรือไม่โดยใช้การคูณหรือการหารได้	ตาราง รูปภาพ ใบกิจกรรมที่ 3 – 7

ตาราง 9 (ต่อ)

แผนที่	เนื้อหา	พฤติกรรม ที่สังเกต	จุดประสงค์การเรียนรู้	สื่อที่ใช้
5 – 6 (2 คาบ)	สัดส่วนและ สถานการณ์ เกี่ยวกับ สัดส่วน	ด้านสัดส่วนและ สถานการณ์ เกี่ยวกับ สัดส่วน	นักเรียนสามารถบอกความหมายของสัดส่วนได้ และ สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณ แต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกันในสถานการณ์ปัญหาที่ เกี่ยวกับสัดส่วนได้	ตาราง ใบกิจกรรมที่ 8 – 9
7 – 9 (3 คาบ)	สัดส่วนและ สถานการณ์ เกี่ยวกับ สัดส่วน	ด้านการหาค่าที่ หายไป	เมื่อกำหนดสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนมาให้ นักเรียน สามารถหาค่าที่หายไปในสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับ สัดส่วนโดยใช้อัตราส่วนต่อหนึ่งหน่วย หรือใช้การเทียบ บัญญัติไตรยางค์ หรือใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของ เศษส่วน หรือใช้การคูณไขว้ หรือใช้วิธีอื่นๆ ได้	ใบกิจกรรมที่ 10 – 12
10 – 12 (3 คาบ)	การ เปรียบเทียบ อัตราส่วน	ด้านการ เปรียบเทียบ อัตราส่วน	กำหนดอัตราส่วนสองอัตราส่วนในสถานการณ์ใด สถานการณ์หนึ่ง นักเรียนสามารถใช้อัตราส่วนต่อหนึ่ง หน่วย หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์ หรือใช้ความรู้ เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน หรือใช้การคูณไขว้ หรือใช้ วิธีอื่นๆ ตรวจสอบว่าสองอัตราส่วนในสถานการณ์ ดังกล่าวเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน หรืออัตราส่วนหนึ่ง มากกว่าอีกอัตราส่วนหนึ่ง หรืออัตราส่วนหนึ่งน้อยกว่า อีกอัตราส่วนหนึ่ง อย่างใดอย่างหนึ่งได้	ใบกิจกรรมที่ 13 – 15
13 – 14 (2 คาบ)	สถานการณ์ที่ ไม่เกี่ยวกับ สัดส่วน	ด้านการ แยกแยะ สถานการณ์ที่ เกี่ยวข้องกับ สัดส่วนและไม่ เกี่ยวข้องกับ สัดส่วน	เมื่อกำหนดสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่งมาให้ นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่าสถานการณ์ดังกล่าวนั้น เป็นสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนหรือเป็นสถานการณ์ที่ ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน	ใบกิจกรรมที่ 16 – 17
15 – 18 (4 คาบ)	ร้อยละ	ด้านการหาค่าที่ หายไป	1. เมื่อกำหนดอัตราส่วนในสถานการณ์ใดสถานการณ์ หนึ่งมาให้ นักเรียนสามารถเปลี่ยนอัตราส่วนดังกล่าว เป็นร้อยละได้ 2. เมื่อกำหนดร้อยละในสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง มาให้ นักเรียนสามารถเปลี่ยนร้อยละดังกล่าวเป็น อัตราส่วนได้	ใบกิจกรรมที่ 18 – 21

ตาราง 9 (ต่อ)

แผนที่	เนื้อหา	พฤติกรรม ที่สังเกต	จุดประสงค์การเรียนรู้	สื่อที่ใช้
			3. เมื่อกำหนดอัตราส่วนหรือร้อยละในสถานการณ์ใด สถานการณ์หนึ่งมาให้ นักเรียนสามารถเปลี่ยน อัตราส่วนให้เป็นร้อยละ หรือเปลี่ยนร้อยละดังกล่าว เป็นอัตราส่วนได้	
19 (1 คาบ)	การนำสัดส่วน ไปประยุกต์ใช้	ด้านการหาค่าที่ หายไป	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาของสัดส่วนซึ่งเกี่ยวข้องกับ เรื่องเรขาคณิต (ความคล้ายของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม) การย่อและขยายเกี่ยวกับรูปภาพ นักเรียนสามารถใช้ความรู้สัดส่วนแก้สถานการณ์ปัญหาดังกล่าวได้	ใบกิจกรรมที่ 22
20 (1 คาบ)	การนำสัดส่วน ไปประยุกต์ใช้	ด้านการ เปรียบเทียบ อัตราส่วน	เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาของสัดส่วนซึ่งเกี่ยวข้องกับ เรื่องของผสม และอัตราเร็วมาให้ นักเรียนสามารถใช้ ความรู้สัดส่วนแก้สถานการณ์ปัญหาดังกล่าวได้	ใบกิจกรรมที่ 23

2. ศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน การพัฒนาความสามารถในการให้ เหตุผลเชิงสัดส่วน และกิจกรรมการสอนแบบแนะให้รู้คิด แล้วสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามโครงการสอนในชั้นที่ 1 จำนวน 20 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งแต่ละแผน ประกอบด้วย สารสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและ ประเมินผล

3. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัณฑิต ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความเป็นไปได้ ความถูกต้องของภาษา แล้วปรับปรุงแก้ไขตาม ข้อเสนอแนะ

4. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ โดยมี ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน คือเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านพัฒนาการเรียนรู้ด้านคณิตศาสตร์จำนวน 2 คน ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 1 คน โดยผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบค่าดัชนีความสอดคล้องด้าน จุดประสงค์การเรียนรู้ เวลา เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการประเมินผล โดยใช้ แบบประเมินความค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objective Congruence หรือ IOC) ซึ่ง พบว่า ทุกแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 ยกเว้นแผนการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ที่ 13 มีค่า IOC เท่ากับ 0.67

5. ปรับปรุงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะที่ได้รับ
6. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 13 คน เพื่อดูความชัดเจนของภาษา ความเหมาะสมเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง
7. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในข้อ 6 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

มีขั้นตอนในการพัฒนาดังนี้

1. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนโดยการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน การประเมินผลของการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ศึกษาตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจากเอกสารและงานวิจัย และกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ แบบทดสอบดังกล่าวนี้ใช้สำหรับทดสอบนักเรียนหลังสิ้นสุดการทดลอง เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 24 ข้อ ใช้เวลาในการสอบ 2 ชั่วโมง คะแนนเต็ม 72 คะแนน
2. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมทั้งในแง่ของเนื้อหาและความถูกต้องของภาษา แล้วปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ
3. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ปรับปรุงแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบจำนวน 3 คน (กลุ่มเดียวกันกับตรวจสอบ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้) เป็นผู้ตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้แบบประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน จากนั้นวิเคราะห์ข้อมูลจากความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ โดยการวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง หรือ IOC โดยผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1 ยกเว้นข้อ 9 ข้อ 10 ข้อ 11 และข้อ 17 มีค่า IOC เท่ากับ 0.67 (ดูภาคผนวก ข) นั่นคือแบบทดสอบทุกข้อส่วนใหญ่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนหลังการทดลองไปนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 13 คน เพื่อวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบโดยการหาค่าความเชื่อมั่นของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งหลังนำไปใช้ทดลองนำร่องกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างพบว่าแบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.928
5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในข้อ 4 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.3 แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นแบบสังเกตเพื่อใช้ศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกขณะปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในสองด้านต่อไปนี้ได้แก่ 1) ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งประกอบด้วย การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และ 2) ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน โดยพฤติกรรมดังกล่าวประเมินจากแบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งกำหนดระดับพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นสี่ระดับ ได้แก่ ระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3 โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1. ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของคาร์เพนเตอร์และคณะและสเทนทอร์สโดทไทร์ (Carpenter et al. 1999; Steinthorsdottir. 2003; citing Hillen, 2005: 23) จากนั้นวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนโดยใช้ตารางวิเคราะห์
2. สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมดังกล่าวตามผลการวิเคราะห์ในข้อ 1 โดยผู้วิจัยไปศึกษาตัวอย่างและข้อมูลเกี่ยวกับการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมจากอรพินทร์ ชูชม. (2545: 26) ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 313 – 314) และของบุญญา แซ่หล่อ (2550: 159 – 162)
3. นำแบบสังเกตพฤติกรรมไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมทั้งในแง่ของเนื้อหาและความถูกต้องของภาษา แล้วปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ
4. นำแบบสังเกตพฤติกรรมที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 13 คน
5. นำแบบสังเกตพฤติกรรมในข้อ 4 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.4 แบบสัมภาษณ์

แบบสัมภาษณ์ที่พัฒนาขึ้นมานี้ใช้สัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนกรณีที่นักเรียนตอบคำถามจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไม่ชัดเจนซึ่งแบบสัมภาษณ์จะสัมภาษณ์กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังการทดลองซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. สร้างแบบสัมภาษณ์โดยพัฒนาตามแนวทางของอรพินทร์ ชูชม (2545: 26) และบุญญา แซ่หล่อ (2550: 165 – 168)

2. นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างเสร็จไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมทั้งในแง่ของเนื้อหาและความถูกต้องของภาษา แล้วปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

3. นำแบบสัมภาษณ์ที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 13 คน

4. นำแบบสัมภาษณ์ในข้อ 3 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายหลังการทดลองต่อไป

ตอนที่ 4 การทดลอง

ในขั้นนี้ประกอบด้วย กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย กำหนดระยะเวลาในการทดลอง กำหนดแบบแผนในการทดลอง การทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

4.1 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

นักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน (32 คน) จาก 5 ห้องเรียน โดยการใช้การสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบคณะกรรมการของนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบเก่ง ปานกลาง และอ่อน

จากนักเรียนกลุ่มทดลองดังกล่าวผู้วิจัยได้คัดเลือกนักเรียน 6 คน ที่มาจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง กำหนดให้เป็นนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย โดยนักเรียน 6 คนดังกล่าวนี้เป็นนักเรียนเก่ง 2 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 2 คน โดยใช้ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (จากใบแสดงผลการเรียน) ในภาคการศึกษาที่ผ่านมาเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาและใช้การสอบถามข้อมูลจากครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์

4.2 กำหนดระยะเวลาในการทดลอง

เวลาที่ใช้ในการทดลองทั้งหมด 20 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยสอนสัปดาห์ละ 4 วัน วันละ 1 คาบ

4.3 กำหนดแบบแผนในการทดลอง

โดยศึกษาแบบแผนการทดลองที่เหมาะสมกับงานวิจัย ซึ่งได้เป็นแบบแผนการทดลองเป็นการทดลองกลุ่มเดียวและมีการทดสอบหลังการทดลอง (One Group Posttest only Design) ดังนี้

X ————— O₁

เมื่อ O₁ แทน การทดสอบหลังการทดลอง

X แทน การจัดกระทำทดลอง

4.4 การทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 20 แผนที่ได้พัฒนาและผ่านการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญและการทดลองนำร่องแล้ว ไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 และจากกลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คนดังกล่าว ผู้วิจัยเลือกเป็นนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน โดยนักเรียน 6 คนนี้เป็นนักเรียนเก่ง 2 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 2 คน โดยใช้ผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (จากใบแสดงผลการเรียน) ในภาคการศึกษาที่ผ่านมาเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาและใช้การสอบถามข้อมูลจากครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้สอน เป็นผู้สังเกตพฤติกรรมและเป็นผู้สัมภาษณ์ร่วมกับผู้ช่วยวิจัย 1 คน มีขั้นตอนในการทดลองดังนี้

1. ก่อนการทดลองผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน
2. ดำเนินการสอนโดยผู้วิจัยตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 20 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที (ไม่รวมเวลาที่ใช้ในการทดสอบ) โดยกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยเป็นผู้สอนและให้นักเรียนทำใบกิจกรรม ในการทดลองมีผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยร่วมกันสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน โดยการสังเกตจะสังเกตทุกครั้งที่มีการจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน
3. หลังสิ้นสุดการทดลอง ผู้วิจัยให้กลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และเพื่อวิเคราะห์ความเข้าใจเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียน ดังนั้นหลังจากผู้วิจัยตรวจสอบข้อสอบเสร็จเพื่อให้คะแนนนักเรียนแต่ละคน ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน โดยใช้แบบสัมภาษณ์

ตอนที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

5.1 การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและคะแนนจากการทำใบกิจกรรมในชั้นเรียน
2. หาจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์
3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนของประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z – test)
4. นำแบบสังเกตพฤติกรรม มาวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในสองด้าน คือ ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่ง

ประกอบด้วย การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งการประเมินพฤติกรรมดังกล่าวได้ประเมินเป็นสี่ระดับได้แก่ ระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3

5.2 สถิติที่ใช้

1. หาค่าดัชนีความสอดคล้องโดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC
2. หาความเชื่อมั่นด้วยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค
3. การทดสอบ Z ($Z - test$)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน รวมทั้งศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิจัยเป็นตอนๆ ดังนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ตอนที่ 2 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ตอนที่ 3 ข้อค้นพบที่ได้จากการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและผลการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนประกอบด้วยคะแนนจากการทำใบกิจกรรมคิดเป็นร้อยละ 30 และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนคิดเป็นร้อยละ 70 ได้ผลแสดงดังตาราง 10

ตาราง 10 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน

ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (คิดเป็นร้อยละ)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน				
1. การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณ แต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน	ใบกิจกรรม	5	4.33 (86.60)	0.66
	แบบทดสอบ	12	10.28 (85.66)	2.31
	รวม	17	14.61 (85.94)	2.36
2. การเปรียบเทียบอัตราส่วน	ใบกิจกรรม	8	6.36 (79.50)	0.87
	แบบทดสอบ	18	15.06 (83.66)	2.87
	รวม	26	21.42 (82.38)	3.38
3. การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน	ใบกิจกรรม	5	4.24 (84.80)	0.97
	แบบทดสอบ	12	9.18 (76.50)	2.37
	รวม	17	13.42 (78.94)	2.71
รวม		60	49.47 (82.45)	6.77

ตาราง 10 (ต่อ)

ความสามารถในการ ให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	แหล่งที่มา ของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต (คิดเป็นร้อยละ)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน
ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหา เกี่ยวกับสัดส่วน	ใบกิจกรรม	12	10.50 (87.50)	0.97
	แบบทดสอบ	28	23.50 (83.92)	4.06
รวม		40	35.68 (89.20)	5.04
รวมทั้งหมด		100	83.48 (83.48)	10.91

จากตาราง 10 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนผ่านเกณฑ์ กล่าวคือ คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ 83.48 ซึ่งสูงกว่าร้อยละ 75 ตามที่กำหนดไว้ เมื่อพิจารณาเป็นรายด้านพบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนผ่านเกณฑ์ทั้งสองด้าน ดังนี้ ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 49.47 (คิดเป็นร้อยละ 82.45) เมื่อพิจารณาด้านย่อยสามด้านพบว่าทุกด้านผ่านเกณฑ์ กล่าวคือ ด้านการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกันมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14.61 (คิดเป็นร้อยละ 85.94) ด้านการเปรียบเทียบอัตราส่วนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 21.42 (คิดเป็นร้อยละ 82.38) และด้านการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13.42 (คิดเป็นร้อยละ 78.94) ส่วนด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 35.68 (คิดเป็นร้อยละ 89.20)

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z – test) ซึ่งผลแสดงดังตาราง 11

ตาราง 11 ผลการทดสอบทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	สถิติ ทดสอบ Z	ค่าวิกฤติ
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 1	32	29	2.042*	1.645

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 11 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

ตอนที่ 2 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยได้ศึกษา 2 ด้าน คือ 1) ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ประกอบด้วย การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และ 2) ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน โดยพฤติกรรมดังกล่าวประเมินจากแบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งกำหนดระดับพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นสี่ระดับ ได้แก่ ระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3

รายละเอียดการเก็บข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนสองด้านที่แสดงออกขณะปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรม มีดังนี้

1. พฤติกรรมด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ประกอบด้วย

1.1 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน ประเมินพฤติกรรมจากการทำใบกิจกรรมที่ 8 และ 9 ซึ่งเป็นการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนจำนวน 32 คน คนละ 8 ครั้ง (รวมจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่สังเกตเป็น 256 ครั้ง) โดยการประเมินพฤติกรรมดังกล่าว ได้ประเมินพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกเป็นสี่ระดับ คือ ระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3

1.2 การเปรียบเทียบอัตราส่วน ประเมินพฤติกรรมจากการทำใบกิจกรรมที่ 13 14 15 และ 23 ซึ่งเป็นการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนจำนวน 32 คน คนละ 13 ครั้ง (รวมจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่สังเกตเป็น 416 ครั้ง) โดยการประเมินพฤติกรรมดังกล่าว ได้ประเมินพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกเป็นสี่ระดับ คือ ระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3

1.3 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ประเมินพฤติกรรมจากการทำใบกิจกรรมที่ 16 และ 17 ซึ่งเป็นการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนจำนวน 32 คน คนละ 8 ครั้ง (รวมจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่สังเกตเป็น 256 ครั้ง) โดยการประเมินพฤติกรรมดังกล่าว ได้ประเมินพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกเป็นสี่ระดับ คือ ระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3

2. พฤติกรรมด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ประเมินพฤติกรรมจากการทำใบกิจกรรมที่ 10 11 12 18 19 20 21 และ 22 ซึ่งเป็นการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนจำนวน 32 คน คนละ 27 ครั้ง (รวมจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่สังเกตเป็น 864 ครั้ง) โดยการประเมินพฤติกรรมดังกล่าว ได้ประเมินพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกเป็นสี่ระดับ คือ ระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 ระดับ 3

ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนจำนวน 32 คน มีจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่สังเกต รวมทั้งหมดเป็น 1,792 ครั้ง แสดงดังตาราง 12

ตาราง 12 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 32 คนขณะปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรม

พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน	เนื้อหา	ระดับพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน			
		ระดับ 0	ระดับ 1	ระดับ 2	ระดับ 3
ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน					
1. การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน	สัดส่วนและสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วน	1 (0.38%)	142 (55.46%)	113 (43.62%)	0 (0.00%)
2. การเปรียบเทียบอัตราส่วน	1. การเปรียบเทียบอัตราส่วน 2. การนำสัดส่วนไปประยุกต์ใช้	12 (2.88%)	25 (6.01%)	236 (56.73%)	143 (34.37%)
3. การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน	สถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน	19 (7.48%)	33 (12.99%)	63 (24.60%)	141 (55.07%)
รวม		32 (3.44%)	200 (21.55%)	412 (44.39%)	284 (30.60%)
ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน	1. สัดส่วนและสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วน 2. ร้อยละ 3. การนำสัดส่วนไปประยุกต์ใช้	2 (0.023%)	42 (4.86%)	153 (17.70%)	667 (77.19%)
รวมทั้งหมด		34 (1.89%)	242 (13.50%)	565 (31.52%)	951 (53.06%)

จากตาราง 12 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นจำนวน 1,516 ครั้ง จากทั้งหมด 1,792 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 84.59

(พฤติกรรมระดับ 2 จำนวน 565 ครั้งและพฤติกรรมระดับ 3 จำนวน 951 ครั้ง รวมสองระดับเป็นจำนวน 1516 ครั้ง) ซึ่งมากกว่าผลรวมของจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนระดับ 0 และระดับ 1 ซึ่งมีจำนวน 276 ครั้ง จากทั้งหมด 1,792 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 15.40 (ระดับ 0 จำนวน 34 ครั้งและระดับ 1 จำนวน 242 ครั้ง รวมสองระดับเป็นจำนวน 276 ครั้ง) แสดงว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีจำนวนครั้งของพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

ตอนที่ 3 ข้อค้นพบที่ได้จากการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและผลการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยได้นำกิจกรรมไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 32 คน โดยการทดลองใช้กิจกรรมดังกล่าวผู้วิจัยได้ข้อค้นพบเกี่ยวกับพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งในที่นี้แบ่งข้อค้นพบเป็นสองด้านได้แก่ 1) ข้อค้นพบพฤติกรรมด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งประกอบด้วย การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน 2) ข้อค้นพบพฤติกรรมด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน โดยแต่ละด้านดังกล่าวมีรายละเอียดของข้อค้นพบดังต่อไปนี้

1. ข้อค้นพบพฤติกรรมด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ได้แก่

1.1 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

จากข้อมูลในตาราง 12 พบว่าการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกันขณะปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน นักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรมระดับ 1 จำนวน 142 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 55.46 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) จากการสังเกตวิธีการของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมระดับ 1 ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การคูณ (ดังภาพประกอบ 14) เช่น เมื่อกำหนดอัตราส่วนของน้ำหนักทองแดงต่อน้ำหนักสังกะสีในตารางมาให้ แล้วให้หาค่า x และ y ซึ่งอัตราส่วน x ต่อ y เป็นอัตราส่วนเดียวกันกับอัตราส่วนที่กำหนดให้ นักเรียนส่วนหนึ่งตอบว่า $x = 21$ และ $y = 28$ เพราะว่า จากตารางค่า x ได้มาจาก $2 \times 2 = 4$ ส่วนค่า y ได้มาจาก $8 \times 2 = 16$ และมีนักเรียนส่วนหนึ่งใช้วิธีการบวกเพิ่ม (ดังภาพประกอบ 15) เช่น เมื่อกำหนดอัตราส่วนของจำนวน

แบ่งต่อจำนวนน้ำตาลทรายในตารางมาให้ แล้วให้หาค่า x และ y ซึ่งอัตราส่วน x ต่อ y เป็นอัตราส่วนเดียวกันกับอัตราส่วนที่กำหนดให้ นักเรียนส่วนหนึ่งตอบว่า $x = 21$ และ $y = 28$ เพราะจำนวนแป้งเพิ่มทีละ 6 ซึ่ง $3 + 6 = 9$ และ $9 + 6 = 15$ และ $15 + 6 = 21$ (ดังนั้น $x = 21$) ส่วนจำนวนน้ำตาลเพิ่มทีละ 8 ซึ่ง $4 + 8 = 12$ และ $12 + 8 = 20$ และ $20 + 8 = 28$ (ดังนั้น $y = 28$) สำหรับพฤติกรรมระดับ 2 มีจำนวน 113 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 43.62 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) นักเรียนที่แสดงพฤติกรรมระดับ 2 ส่วนใหญ่ใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยการหาร (ดังภาพประกอบ 16) เช่น จากที่กำหนดอัตราส่วนของน้ำหนักทองแดงต่อน้ำหนักสังกะสีในตารางมาให้เป็น $\frac{16}{64}$, $\frac{8}{32}$ และ $\frac{4}{16}$ นักเรียนลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารดังกล่าวจนกระทั่งได้อัตราส่วน $\frac{2}{8}$ (ดังนั้น $x = 2$ และ $y = 8$) ส่วนพฤติกรรมระดับ 0 มีจำนวน 1 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 0.38 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) และพฤติกรรมระดับ 3 ไม่ปรากฏ (คิดเป็นร้อยละ 0.00 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม)

น้ำหนักทองแดง (กรัม)	16	8	4	x
น้ำหนักสังกะสี (กรัม)	64	32	16	y

จากตาราง $x = 2$ และ $y = 8$ เพราะว่า ตาราง x $2 \times 2 = 4$
 ตาราง y $8 \times 2 = 16$

ภาพประกอบ 14 ตัวอย่างการใช้วิธีการคูณซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 1 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

จำนวนแป้ง (ถ้วยตวง)	3	9	15	x
จำนวนน้ำตาลทราย (ช้อนโต๊ะ)	4	12	20	y

จากตาราง $x = 21$ และ $y = 28$ เพราะว่า
 จำนวนแป้งเพิ่มทีละ 6 $3 + 6 = 9$ $9 + 6 = 15$ $15 + 6 = 21$
 จำนวนน้ำตาลเพิ่มทีละ 8 $4 + 8 = 12$ $12 + 8 = 20$ $20 + 8 = 28$

ภาพประกอบ 15 ตัวอย่างการใช้วิธีการบวกเพิ่มซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 1 ของนักเรียนเกี่ยวข้องกับการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

น้ำหนักทองแดง (กรัม)	16	8	4	x
น้ำหนักสังกะสี (กรัม)	64	32	16	y

จากตาราง $x = \dots\dots 2 \dots\dots$ และ $y = \dots\dots 8 \dots\dots$ เพราะว่า.....

$\frac{16}{64} = \frac{8}{32} = \frac{4}{16} = \frac{2}{8}$

ภาพประกอบ 16 ตัวอย่างการลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2 ของนักเรียน เกี่ยวข้องกับการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

1.2 การเปรียบเทียบอัตราส่วน

จากข้อมูลในตาราง 12 พบว่าการเปรียบเทียบอัตราส่วนขณะปฏิบัติกิจกรรมใน ใบกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ส่วนใหญ่นักเรียนแสดงพฤติกรรมระดับ 2 จำนวน 236 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 56.73 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) จากการสังเกตวิธีการของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมระดับ 2 ใช้แก้สถานการณ์ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร (ดังภาพประกอบ 17) เช่น จากสถานการณ์ปัญหาตามภาพประกอบ 17 ให้นักเรียนเปรียบเทียบอัตราส่วนของเสื้อยืดต่อราคาของร้านค้าสองร้านว่าจะซื้อเสื้อยืดร้านใดถึงจะคุ้มค่ากับการซื้อมากที่สุด นักเรียนใช้การลดทอนอัตราส่วน $\frac{420}{10}$ และอัตราส่วน $\frac{160}{4}$ ซึ่งได้ค่าเท่ากับ 42 และ 40 ตามลำดับ จากนั้นนำอัตราส่วนที่ลดทอนแล้วมาเปรียบเทียบกันก็จะได้คำตอบ รองลงมา เป็นพฤติกรรมระดับ 3 มีจำนวน 143 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 34.37 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) วิธีการของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมระดับ 3 ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วน (ดังภาพประกอบ 18) เช่น จากสถานการณ์ปัญหาตามภาพประกอบ 18 ให้นักเรียนเปรียบเทียบอัตราเร็วของการขี่รถมอเตอร์ไซด์ของชลธรและการขี่รถมอเตอร์ไซด์ของสุกัญญาว่าใครขี่รถมอเตอร์ไซด์เร็วกว่ากัน นักเรียนใช้การกำหนดตัวแปรแล้วสร้างเป็นสัดส่วนจากนั้นใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วนเพื่อหาค่าที่หายไป แล้วจึงเปรียบเทียบอัตราเร็วของรถมอเตอร์ไซด์ทั้งสองคัน นอกจากนั้นมึนักเรียนบางส่วนใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ ส่วนพฤติกรรมระดับ 1 มีจำนวน 25 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 6.01 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) พบว่านักเรียนที่แสดงพฤติกรรมระดับ 1 ส่วนใหญ่ใช้วิธีการบวกเพิ่มโดยใช้ตารางช่วย (ดังภาพประกอบ 19) และพฤติกรรมระดับ 0 เป็นพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมาน้อยที่สุดคือจำนวน

12 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 2.88 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) ซึ่งนักเรียนใช้การเดาคำตอบ และใช้การพิจารณาผลต่างของจำนวน

“ตลาดนัดแห่งหนึ่งมีร้านขายเสื้อผ้ายูหลายร้าน ร้านลุงดำกับร้านเจ้หมวยเป็นร้านขายเสื้อผ้ายูที่ติดกัน ร้านลุงดำขายเสื้อยืด 10 ตัว ราคา 420 บาท ส่วนร้านเจ้หมวยขายเสื้อยืดแบบเดียวกันกับร้านลุงดำ แต่ร้านเจ้หมวยขาย 4 ตัว ราคา 160 บาท จงหาว่าควรซื้อเสื้อยืดร้านใดจึงจะคุ้มค่ากับการซื้อมากที่สุด”

จากสถานการณ์ที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

ร้านลุงดำ ขายเสื้อ 10 ตัว 420 บาท ราคาต่อตัว $\frac{420}{10} = 42$

ร้านเจ้หมวย ขายเสื้อ 4 ตัว 160 บาท ราคาต่อตัว $\frac{160}{4} = 40$

คำตอบที่ได้ คือ.....ร้านเจ้หมวย

ภาพประกอบ 17 ตัวอย่างการลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน

“ทุกๆ วัน ชลธรขี่รถมอเตอร์ไซด์มาโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว 30 กิโลเมตรต่อเวลา 10 นาที ส่วนสุกัญญาขี่รถมอเตอร์ไซด์มาโรงเรียนเช่นเดียวกันด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อเวลา 50 นาที จงหาว่าใครขี่รถมอเตอร์ไซด์เร็วกว่ากัน หรือทั้งสองคนขี่ด้วยอัตราเร็วเท่ากัน”

จากสถานการณ์ที่ 3 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

ชลธร 30 : 10 | สุกัญญา 80 : 50

80 : x

อัตรา 80 : x

30 10

80 x 10 : x

30 = 26.4 นาที

คำตอบที่ได้ คือ.....ไม่เท่ากัน

ภาพประกอบ 18 ตัวอย่างการใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วนซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน

“ทุกๆ วัน ชลธรขี่รถมอเตอร์ไซด์มาโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว 30 กิโลเมตรต่อเวลา 10 นาที ส่วนสุกัญญาขี่รถมอเตอร์ไซด์มาโรงเรียนเช่นเดียวกันด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อเวลา 50 นาที จงหาว่าใครขี่รถมอเตอร์ไซด์เร็วกว่ากัน หรือทั้งสองคนขี่ด้วยอัตราเร็วเท่ากัน”

จากสถานการณ์ที่ 3 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

ชลธร	อัตราเร็ว	30	60	90	120	150	180
	เวลา	10	20	30	40	50	60

สุกัญญา	อัตราเร็ว	30	60	90	120	150	180
	เวลา	50	40	30	20	10	10

คำตอบที่ได้ คือ..... ชลธร

ภาพประกอบ 19 ตัวอย่างการใช้วิธีการบวกเพิ่มโดยใช้ตารางช่วยซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 1 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน

1.3 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันสัดส่วน

จากข้อมูลในตาราง 12 พบว่าการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันสัดส่วนขณะปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน นักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรมระดับ 3 มีจำนวน 141 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 55.07 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) จากการสังเกตวิธีการของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมระดับ 3 ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา พบว่า นักเรียนบางส่วนใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ (ดังภาพประกอบ 20) เช่น จากสถานการณ์ปัญหาตามภาพประกอบ 20 ให้นักเรียนตรวจสอบดูว่าสถานการณ์ซึ่งเป็นข้อมูลในตารางที่กำหนดมาให้เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่ นักเรียนตรวจสอบโดยใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ โดยพิจารณาว่า ถ้าความยาวเชือก 2 เมตร ราคา 9 บาท แล้วความยาวเชือก 4 เมตร จะราคาเท่าไร ซึ่งจะได้เท่ากับ $\frac{9}{2} \times 4 = 18$ บาท ซึ่งไม่เท่ากับ 27 บาท ดังที่กำหนดมาให้ในตาราง ดังนั้นข้อนี้ นักเรียนจึงตอบว่าไม่เป็นสัดส่วน นอกจากนี้มีนักเรียนบางส่วนใช้การคูณไขว้ในการตรวจสอบว่าสถานการณ์ซึ่งเป็นข้อมูลในตารางที่กำหนดมาให้เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่ ซึ่งแสดงดังภาพประกอบ 21 ส่วนรองลงมาเป็นพฤติกรรมระดับ 2 มีจำนวน 63 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 24.60 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) วิธีการของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมระดับ 2 ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา พบว่า นักเรียนบางส่วนลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร ตัวอย่างดังภาพประกอบ 22 ส่วนพฤติกรรมระดับ 1 มีจำนวน 33 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 12.99 ของ

จำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) โดยวิธีการของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมระดับ 1 ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา พบว่า มีนักเรียนบางส่วนใช้การพิจารณาผลต่างของจำนวนและใช้การบวกเพิ่มและพฤติกรรมระดับ 0 เป็นพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกน้อยที่สุดคือจำนวน 19 ครั้ง (คิดเป็นร้อยละ 7.48 ของจำนวนครั้งที่แสดงพฤติกรรม) ซึ่งนักเรียนใช้การเดาคำตอบ และใช้การคำนวณอย่างสุ่ม

“ร้านขายเชือกร้านหนึ่งขายเชือก 2 เมตร ราคา 9 บาท โดยการขายเชือกของร้านดังกล่าวมีข้อมูลดังตารางต่อไปนี้

ความยาวเชือก (เมตร)	2	3	4	5	6
ราคา (บาท)	9	18	27	36	45

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 3 เป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่
 ตอบ... ใช่ เป็น ... เพราะ ถ้าดูความยาวเชือก 2 เมตร ราคา 9 บาท ความยาว 4 เมตร จะราคาเท่าไร

$$\frac{9}{2} \times 4 = 18 \text{ บาท}$$

ภาพประกอบ 20 ตัวอย่างการใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

“ร้านป้าแก้ว ขายส้มตำ 1 ครก ราคา 15 บาท สมใจไปซื้อส้มตำร้านดังกล่าวตามจำนวน (ครก) ดังตารางต่อไปนี้”

จำนวนครก (ครก)	1	2	3	4	5
ราคา (บาท)	15	30	45	60	75

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 1 เป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่
 ตอบ... เป็นสัดส่วน ... เพราะ ถ้า $\frac{15}{1} = \frac{30}{2} = \frac{45}{3} = \frac{60}{4} = \frac{75}{5}$ เป็นสัดส่วน

$$\frac{15}{1} = \frac{30}{2} = \frac{45}{3} = \frac{60}{4} = \frac{75}{5}$$

ภาพประกอบ 21 ตัวอย่างการใช้การคูณไขว้ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

“แม่ค้าขายเสื้อผ้านึ่ง ขายเสื้อยืดคอกลม 8 ตัว ราคา 560 บาท ด้วยอัตราส่วนดังกล่าวนี้ ถ้าหน่วยไปซื้อเสื้อยืดคอกลมกับแม่ค้าคนดังกล่าวจำนวน 2 ตัว เธอต้องจ่ายเงินเท่าใด”

จากสถานการณ์ที่ 1 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

เสื้อ 4 ตัว ราคา 560 บาท
 " 2 " " 140 "

∴ เสื้อ 2 ตัว ราคา 140 บาท

คำตอบที่ได้ คือ 140 บาท

ภาพประกอบ 23 ตัวอย่างการใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียน ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

“ร้านขายผลิตภัณฑ์และเครื่องมือการเกษตรกำหนดราคา เมล็ดพืชผักสวนครัว 7 ถุงราคา 105 บาท ด้วยอัตราส่วนดังกล่าวนี้ ถ้าสำรวยต้องการปลูกพืชผักสวนครัว ซึ่งต้องใช้เมล็ดพันธุ์ 6 ถุง สำรวยต้องจ่ายเงินเท่าใดในการซื้อเมล็ดพันธุ์ดังกล่าว”

จากสถานการณ์ที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

เมล็ดพืช จาก ราคา 105 บาท
 " 1 " " 105 "

" 6 " " $\frac{105}{7} \times 6 = 90$ บาท

คำตอบที่ได้ คือ 90 บาท

ภาพประกอบ 24 ตัวอย่างการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วยซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียน ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

“สมจิตรขับรถได้ระยะทาง 24 กิโลเมตร ระยะทางนี้เป็นเพียง 20% ของระยะทางทั้งหมดที่เขาเดินทาง จงหาว่าเขาจะต้องเดินทางทั้งหมดกี่กิโลเมตร”

จากสถานการณ์ที่ 3 ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

$$\frac{20}{100} = \frac{24}{x}$$

$$x = \frac{24 \times 100}{20}$$

$$= 120$$

คำตอบที่ได้ คือ..... 120 กม.

ภาพประกอบ 25 ตัวอย่างการใช้ความรู้เรื่องการเท่ากันของเศษส่วนซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

ผลการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

การสัมภาษณ์ครั้งนี้เป็นการสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมายจำนวน 6 คน โดยเป็นนักเรียนเก่ง 2 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 2 คน เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนกรณีที่นักเรียนตอบคำถามจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนไม่ชัดเจน การสัมภาษณ์จะสัมภาษณ์หลังการสิ้นสุดการใช้กิจกรรมโดยใช้แบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยได้จัดทำขึ้น

1. ผลการสัมภาษณ์ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนซึ่งประกอบด้วย การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน พบว่า นักเรียนทั้ง 6 คนสามารถหาค่า x และค่า y ที่สอดคล้องกับอัตราส่วนที่กำหนดไว้ในตารางได้อย่างถูกต้อง แต่วิธีการหาค่า x และค่า y ของนักเรียนนั้นมีวิธีการหาแตกต่างกัน กล่าวคือ นักเรียนกลุ่มเก่งและนักเรียนกลุ่มปานกลางส่วนใหญ่ใช้วิธีการคูณ (ดังภาพประกอบ 26) ส่วนนักเรียนกลุ่มอ่อนบางคนใช้วิธีการบวกเพิ่ม

จำนวนคน (คน)	1	3	x	9
ค่าโดยสาร (บาท)	6	18	y	54

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตาราง $x = 6$ และ $y = 7$ เพราะ $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

~~$1 \times 6 = 6$~~
 ~~$6 \times 6 = 36$~~

ภาพประกอบ 26 ตัวอย่างการใช้วิธีการคูณของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (กลุ่มเก่ง) ในการหาค่า x และ y

ผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน พบว่า นักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มปานกลางรวม 4 คนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบได้ทุกข้อ ส่วนใหญ่ลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร แต่มีนักเรียนกลุ่มอ่อน 2 คนที่แก้สถานการณ์ปัญหาบางสถานการณ์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบไม่ได้ เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราเร็ว เป็นต้น

ผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน พบว่า นักเรียนกลุ่มเก่ง 2 คน นักเรียนกลุ่มปานกลาง 1 และนักเรียนกลุ่มอ่อน 1 คนสามารถแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้ แต่มีนักเรียนกลุ่มปานกลาง 1 คนและนักเรียนกลุ่มอ่อน 1 คนไม่สามารถแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้ ภาพประกอบ 27 แสดงตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มอ่อนบางคนที่ไม่สามารถแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้

อายุของแดง (ปี)	10	11	12	13
อายุของพ่อ (ปี)	30	31	32	33

จากข้อมูลในตารางเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

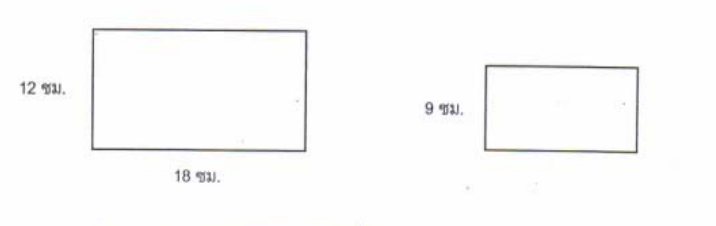
ตอบ... เกี่ยวข้อง เพราะ $\frac{10}{30} = \frac{11}{31} = \frac{12}{32} = \frac{13}{33}$

~~$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$~~
 ~~$\frac{11}{31} = \frac{1}{3}$~~
 ~~$\frac{12}{32} = \frac{1}{3}$~~
 ~~$\frac{13}{33} = \frac{1}{3}$~~

ภาพประกอบ 27 ตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (กลุ่มอ่อน) ที่ไม่สามารถแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้

2. ผลการสัมภาษณ์ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนพบว่า นักเรียนกลุ่มเก่งและกลุ่มปานกลางรวม 4 คนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้ทุกข้อซึ่งส่วนใหญ่ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ และการใช้การใช้อัตราส่วนต่อหนึ่งหน่วยแต่นักเรียนกลุ่มอ่อน 2 คนแก้สถานการณ์ปัญหบางข้อไม่ได้ โดยเฉพาะปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต ซึ่งแสดงดังภาพประกอบ 28

20. จากรูปกำหนดให้อัตราส่วนของความกว้างต่อความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปเท่ากัน จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปเล็กมีความยาวกี่เซนติเมตร



12 ซม. 18 ซม. 9 ซม.

12 = 1.5 1.5 x 6 = 9

18 1 6 6

ดังนั้น □ สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปเล็กมีความยาว 6 ซม.

ภาพประกอบ 28 ตัวอย่างวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (กลุ่มอ่อน) ที่ไม่สามารถหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีความมุ่งหมายของการวิจัย ขอบเขตของการวิจัย สมมติฐานของการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย พอสังเขปดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น
3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขอบเขตของการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน (32 คน) จาก 5 ห้องเรียน โดยใช้การสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบเก่ง ปานกลาง และอ่อน

ตัวแปรที่ศึกษา ประกอบด้วย

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
 - 2.2 พฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนดังรายละเอียดต่อไปนี้

ตอนที่ 1 การศึกษาปัญหา โดยขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาปัญหาจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังขาดแนวคิดเรื่องสัดส่วน และจากผลการศึกษาของ TIMSS สรุปว่านักเรียนไทยทำคะแนนเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนได้น้อย และผู้วิจัยได้ศึกษาข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบอัตราส่วน และการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน โดยใช้แบบทดสอบเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนศึกษากับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้เรียนเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละมาแล้ว จำนวน 82 คน จากโรงเรียน 3 แห่งที่มาจากต่างจังหวัด ผลการศึกษา พบว่า มีนักเรียนส่วนหนึ่งทำโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปและโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วนไม่ได้ รวมทั้งนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถแยกแยะระหว่างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนได้ จากนั้นจึงได้กำหนดแนวทางในการพัฒนาและการจัดกิจกรรม

ตอนที่ 2 กำหนดแนวทางในการพัฒนาและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นตอนนี้เป็นการศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เพื่อกำหนดแนวทางในการพัฒนา และศึกษาเอกสารและงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบเน้นให้รู้คิดเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ตอนที่ 3 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ขั้นตอนนี้เป็นการกำหนดเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และเป็นขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์ ซึ่งเครื่องมือแต่ละอย่างมีรายละเอียดดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 20 แผน แผนละ 1 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งมีค่าความสอดคล้อง (IOC) ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ การประเมินผลการเรียนรู้ ทุกแผนเท่ากับ 1.00 ยกเว้นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 13 มีค่าความสอดคล้องเท่ากับ 0.67 และเมื่อนำไปทดลองนำร่องพบว่า มีบางแผนควรปรับเนื้อหาและกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสามารถของนักเรียนและปรับให้เหมาะสมกับเวลา รวมทั้งมีบางแผนที่ต้องปรับด้านภาษาด้วย

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนหลังสิ้นสุดการทดลอง ซึ่งมีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.928

3. แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผล เป็นแบบสังเกตเพื่อศึกษา

พฤติกรรมของนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เมื่อนำไปทดลองนำร่อง พบว่า แบบสังเกตพฤติกรรมดังกล่าวมีความเหมาะสม สามารถนำไปใช้สังเกตพฤติกรรมในชั้นเรียนได้จริง

4. แบบสัมภาษณ์ เป็นแบบสัมภาษณ์เพื่อใช้ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยสัมภาษณ์กับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คนหลังสิ้นสุดการทดลอง เพื่อวิเคราะห์ความเข้าใจเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เมื่อนำไปทดลองนำร่อง พบว่า แบบสัมภาษณ์ดังกล่าวมีความเหมาะสม สามารถนำไปใช้สัมภาษณ์ผู้เรียนได้จริง

ตอนที่ 4 การทดลอง การทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยเป็นผู้สอน เป็นผู้สังเกตพฤติกรรมและเป็นผู้สัมภาษณ์ร่วมกับผู้ช่วยวิจัย 1 คน ซึ่งมีขั้นตอนในการทดลองดังนี้

1. ก่อนการทดลองผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน
2. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยสอนทั้งสัปดาห์จำนวน 20 คาบ คาบละ 50 นาที และผู้วิจัยกับผู้ช่วยวิจัย 1 คน ร่วมกันสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
3. หลังสิ้นสุดการทดลอง ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หลังจากผู้วิจัยตรวจสอบข้อสอบเสร็จเพื่อให้คะแนนนักเรียนแต่ละคน ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย 6 คน โดยใช้แบบสัมภาษณ์

ตอนที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่นำผลจากการทดลองมาวิเคราะห์เพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน และพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้สถิติทดสอบ Z สำหรับการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

สรุปผลการวิจัย

การใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปรากฏผลดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05
2. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่

รายละเอียดที่เป็นประเด็นสำคัญของผลการพัฒนากิจกรรมที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนในแต่ละด้านสรุปได้ดังนี้

1. ด้านการแสดงออกถึงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งประกอบด้วย

1.1 การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน จากการปฏิบัติกิจกรรม พบว่า

1.1.1 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาค่า x และ y จากตารางได้ เห็นได้จากคะแนนเฉลี่ยจากการทำใบกิจกรรมเท่ากับ 4.33 จากคะแนนเต็ม 5 และคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบเท่ากับ 10.28 จากคะแนนเต็ม 12 และพบว่าเมื่อนักเรียนหาค่า x และ y ในตารางได้แล้ว นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของค่า x และ y ที่หามาได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดมาให้ในตารางหรือไม่ หรือเลยในประเด็นที่ว่าอัตราส่วนของ x ต่อ y เป็นอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้หรือไม่ จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมุ่งหาค่า x และ y ให้ได้ตามที่โจทย์ต้องการเพียงอย่างเดียว

1.1.2 พฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกขณะทำใบกิจกรรม พบว่า ส่วนใหญ่ นักเรียนแสดงพฤติกรรมระดับ 1 ซึ่งก็คือใช้การบวกซ้ำหรือการคูณ มีจำนวน 142 ครั้ง อาจเป็นเพราะว่า การใช้การคูณเพื่อหาค่า x และ y เป็นวิธีการคิดที่ง่าย สะดวกและรวดเร็วประกอบกับข้อมูลของจำนวนที่ให้มาอยู่ในรูปของตาราง ส่วนพฤติกรรมระดับ 3 ของนักเรียนไม่มีการแสดงเลย อาจเป็นเพราะว่า วิธีการที่ใช้แก้ปัญหาในพฤติกรรมระดับ 3 เช่น การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือการคูณไขว้ เป็นวิธีการที่ไม่สะดวกในการหาคำตอบ คือ หาค่า x และ y ในตาราง

1.2 การเปรียบเทียบอัตราส่วน จากการปฏิบัติกิจกรรม พบว่า

1.2.1 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเปรียบเทียบอัตราส่วนได้ เห็นได้จากคะแนนเฉลี่ยจากการทำใบกิจกรรมซึ่งเท่ากับ 6.36 จากคะแนนเต็ม 8 และคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบซึ่งเท่ากับ 15.66 จากคะแนนเต็ม 18 พฤติกรรมเป็นดังนี้ เมื่อนักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน นักเรียนจะพิจารณาว่าจำนวนสองจำนวนในอัตราส่วนสามารถลดทอนโดยใช้การหารแล้วได้อัตราส่วนที่เป็นจำนวนเต็มหรือทศนิยม จากนั้นนำอัตราส่วนที่ลดทอนแล้วมาเปรียบเทียบกับอัตราส่วนใดมากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากัน

1.2.2 จากข้อ 1.2.1 นักเรียนส่วนใหญ่เปรียบเทียบอัตราส่วนสองอัตราส่วนโดยการลดทอนด้วยการหาร ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2 ส่วนพฤติกรรมที่มีความถี่รองลงมาเป็นพฤติกรรมระดับ 3 คือ การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ การใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือการคูณไขว้

1.3 การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วน จากการปฏิบัติกิจกรรม พบว่า

1.3.1 ในช่วงแรกๆ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วน กล่าวคือ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่เป็นข้อมูลในตารางมาให้ให้นักเรียนไม่รู้ว่าสถานการณ์ปัญหาใดเกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือสถานการณ์ปัญหาใดไม่เกี่ยวข้องกัน

สัดส่วน แม้ว่านักเรียนรู้นิยามของสัดส่วนมาแล้วก็ตาม ที่เป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะว่านักเรียนยังไม่เคยเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาในลักษณะดังกล่าวนี้มาก่อน ผู้วิจัยจึงใช้การแนะโดยให้นักเรียนสังเกตข้อมูลในตาราง ซึ่งให้นักเรียนพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของสองปริมาณในตารางว่ามีลักษณะการเปลี่ยนแปลงอย่างไร และสองปริมาณที่เปลี่ยนแปลงดังกล่าวมีความสัมพันธ์กันอย่างไร เมื่อ นักเรียนใช้เวลาสักครู่หนึ่งในการสังเกต หลังจากนั้นไม่นานนักเรียนส่วนใหญ่เริ่มรู้ว่าสถานการณ์ปัญหาใดที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือสถานการณ์ปัญหาใดไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน จากการสังเกตพบว่า เมื่อนักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาในลักษณะดังกล่าวอีก นักเรียนส่วนใหญ่ก็สามารถแยกแยะสถานการณ์ปัญหาได้ว่าสถานการณ์ปัญหาใดที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือสถานการณ์ปัญหาใดไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน เห็นได้จากคะแนนเฉลี่ยจากการทำใบกิจกรรมซึ่งเท่ากับ 4.24 จากคะแนนเต็ม 5 และคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบซึ่งเท่ากับ 9.18 จากคะแนนเต็ม 12 มีนักเรียนอยู่ส่วนน้อยที่ไม่สามารถแยกแยะสถานการณ์ได้ จากการสังเกตพบว่า นักเรียนที่ไม่สามารถแยกแยะสถานการณ์ได้ว่าสถานการณ์ปัญหาใดที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือสถานการณ์ปัญหาใดไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน เป็นเพราะว่านักเรียนคิดว่าผลต่างของจำนวนที่เท่ากันเป็นสัดส่วนหรือนักเรียนคิดว่าการเพิ่มอย่างละเท่าๆ กันของสองจำนวนในตารางเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

1.3.2 นักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรมระดับ 3 ในการแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน มีจำนวน 141 ครั้ง อาจเป็นเพราะว่าการใช้การคูณไขว้หรือการเทียบบัญญัติไตรยางค์มีประสิทธิภาพในการตรวจสอบว่าสถานการณ์ใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน รองลงมาเป็นพฤติกรรมระดับ 2 มีจำนวน 62 ครั้ง ซึ่งนักเรียนลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร แล้วจึงสรุปว่าเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

2. ด้านการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

จากการปฏิบัติกิจกรรม พบว่า

2.1 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาค่าที่หายไปได้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน เห็นได้จากคะแนนเฉลี่ยจากการทำใบกิจกรรมซึ่งเท่ากับ 10.50 จากคะแนนเต็ม 12 และคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบซึ่งเท่ากับ 23.50 จากคะแนนเต็ม 28 พฤติกรรมเป็นดังนี้ เมื่อนักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป นักเรียนจะพิจารณาว่าจำนวนสองจำนวนในอัตราส่วนซึ่งลดทอนโดยใช้การหารแล้วได้อัตราส่วนที่เป็นจำนวนเต็มหรือไม่ใช่จำนวนเต็ม ถ้าวัดทอนได้เป็นจำนวนเต็ม นักเรียนจะหาค่าที่หายไปโดยใช้การลดทอนอัตราส่วนด้วยการหารแล้วใช้การคูณเพื่อหาค่าที่หายไป หรือใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์ อัตราต่อหนึ่งหน่วย การคูณไขว้ ถ้าวัดทอนแล้วไม่ใช่จำนวนเต็มนักเรียนจะหาค่าที่หายไปโดยใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์ อัตราต่อหนึ่งหน่วย การคูณไขว้ หรือใช้ความรู้การเท่ากันของอัตราส่วน

2.2 ด้วยเหตุผลตามข้อ 2.1 ในการหาค่าที่หายไป นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ อัตราต่อหนึ่งหน่วย การคูณไขว้ หรือใช้ความรู้การเท่ากันของอัตราส่วน ดังนั้น พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกเป็นพฤติกรรมระดับ 3 รองลงมาเป็นพฤติกรรมระดับ 2 คือใช้การลดทอนอัตราส่วนด้วยการหาร เหตุผลหนึ่งเนื่องมาจากการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ หรือการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย หรือการคูณไขว้นักเรียนจะคุ้นเคยกับวิธีการเหล่านี้ตอนเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายในการแก้ปัญหาคู่สมการคูณหรือการหาร

อภิปรายผล

1. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 น่าจะมีเหตุผลสนับสนุนดังนี้

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เริ่มจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่นักเรียนมองเห็นเป็นรูปธรรม ซึ่งใช้รูปภาพ หรือสื่อสัมผัส หรือตารางช่วยประกอบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จนไปสู่สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนที่ซับซ้อนซึ่งต้องใช้วิธีการต่างๆ ช่วยให้ได้นักเรียนเกิดความเข้าใจ เกิดมโนภาพเกี่ยวกับสัดส่วน เช่น การช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงลักษณะของสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ใช้ตารางสองแถวเพื่อให้นักเรียนได้เห็นถึงลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน หรือเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสองปริมาณที่เปลี่ยนแปลง สอดคล้องกับแนวทางการเรียนการสอนเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ แลงกรอลล์และชาวฟฟอร์ด (Langrall and Safford. 2000: 260 – 261) ได้เสนอไว้ว่า การเรียนการสอนเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนครูอาจจะใช้รูปภาพ หรือสื่อสัมผัสเป็นสิ่งที่ช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน และการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจะต้องเริ่มจากสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนมองเห็นเป็นรูปธรรมได้ก่อน นอกจากนี้ชาร์ปและอดัมส์ (Sharp and Adams. 2003: 432 – 437) เสนอว่าการใช้ตารางแบบสองแถวช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นเครื่องมือช่วยในการสร้างแนวคิดเกี่ยวกับสัดส่วนให้กับนักเรียนได้ สอดคล้องกับมิดเดิลตัน และแวน เดน ฮิวเวนแพนฮูเซน (Middleton and van den Heuvel – Panhuizen. 1995: 282 – 288) ที่กล่าวว่า การใช้ตารางแบบสองแถวเป็นวิธีการหนึ่งช่วยนักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนได้

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ได้อาศัยการจัดกิจกรรมการสอนแบบแนะให้รู้คิด ซึ่งแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มละ 4 คน มีลำดับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนดังนี้ 1) ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่ นักเรียน 2) นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา 3) ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน 4) นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา 5) นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ โดยขั้นตอนการจัดกิจกรรมทั้งห้าขั้นตอนดังกล่าว ก่อให้เกิดผลดีกล่าวคือ

1.2.1 การเสนอสถานการณ์ปัญหาให้แก่นักเรียน เป็นการสร้างความสนใจร่วมกันภายในกลุ่มแก่นักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความพร้อม สร้างความรู้สึกและบรรยากาศที่ดีในการเริ่มต้นแก้ปัญหา

1.2.2 การลงมือคิดแก้ปัญหา นักเรียนได้ช่วยกันวางแผน ได้เรียนรู้การทำงานเป็นกลุ่ม รู้จักคิดวิเคราะห์ หาเหตุผล ตัดสินใจ ได้ทบทวนความรู้

1.2.3 การสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน ทำให้นักเรียนมีกำลังใจในการเรียนรู้เกิดความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างครูกับนักเรียน กรณีนักเรียนเกิดอุปสรรคปัญหา มีครูคอยชี้แนะขณะเดียวกันครูได้สังเกต และประเมินนักเรียนด้วย

1.2.4 การนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา เป็นการส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ได้แลกเปลี่ยนความรู้กัน ฝึกการยอมรับความคิดที่แตกต่าง

1.2.5 การร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้ ทำให้ได้ความคิดรวบยอด ได้มุมมองและแนวคิดใหม่ๆ เห็นประเด็นที่เป็นข้อผิดพลาดหรือประเด็นที่เป็นประโยชน์จากการทำกิจกรรม

จะเห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยใช้ขั้นตอนการจัดกิจกรรมข้างต้น ได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองอย่างมาก นักเรียนมีกระบวนการเรียนรู้อย่างเป็นขั้นตอน เสริมสร้างทักษะการคิด การให้เหตุผล การแก้ปัญหา และการสื่อสาร รวมทั้งได้เรียนรู้การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ด้วยเหตุนี้ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน สอดคล้องกับผลการวิจัยของเวทเทอร์ อังกะภักทธร (2551: 190) ที่ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแบบแนะให้รู้คิด พบว่า ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าการทดลอง ทำนองเดียวกับผลการวิจัยของซาเซ เกียร์ฮาท และเซลท์เซอร์ (Saxe, Gearhart and Seltzer. 1999) ที่พบว่า การใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิดทำให้นักเรียนทั้งกลุ่มที่มีพื้นฐานความเข้าใจเรื่องเศษส่วนและกลุ่มที่ไม่มีพื้นฐานเข้าใจเรื่องเศษส่วน ได้คะแนนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ได้ยึดหลักการจัดกิจกรรมการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่ว่าเน้นการให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง กล่าวคือ การปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ครูให้นักเรียนได้เป็นผู้ลงมือคิด ลงมือแก้ปัญหด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่เดิมเข้ากับความรู้ใหม่ รวมทั้งเน้นการให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม โดยการให้นักเรียนร่วมมือกันแก้ปัญหากันเป็นกลุ่มโดยครูเป็นอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ โดยการกำหนดสถานการณ์ปัญหา กระตุ้นโดยใช้คำถาม ให้ข้อชี้แนะนำเท่าที่จำเป็น สังเกตพฤติกรรมนักเรียน และฟังการอธิบายของนักเรียน

1.4 การแบ่งเป็นระยะของการพัฒนาเป็น 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 เป็นระยะสร้างแนวคิดเกี่ยวกับอัตราส่วน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับอัตราส่วน ระยะที่ 2 เป็นระยะที่

ต้องการให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ผ่านการแก้โจทย์ปัญหาการเกี่ยวกับเปรียบเทียบอัตราส่วน และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป โดยเน้นให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของสองปริมาณที่เปลี่ยนแปลงแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน ขณะเดียวกันเพื่อให้นักเรียนมีความรอบยอดเกี่ยวกับสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนจึงให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมเกี่ยวกับการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน และระยะที่ 3 เป็นระยะที่ต้องการให้นักเรียนแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย รู้จักนำความรู้เรื่องสัดส่วนไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้ การจัดประสบการณ์ให้กับนักเรียนได้เรียนรู้ตามระยะดังกล่าว ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับจากง่ายไปหายาก ส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการพัฒนาดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ ทำนองเดียวกับผลการวิจัยของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 131) ที่ได้แบ่งระยะของแผนการจัดกิจกรรมเป็นสี่ระยะทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหา และพฤติกรรมแก้ปัญหาค่อยๆ พัฒนาขึ้น

1.5 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้เน้นวิธีการแก้ปัญหาที่อยู่บนพื้นฐานของการคิดของตนเอง ซึ่งครูไม่เสนอวิธีการแก้ปัญหาก็แก่นักเรียน แต่อาจใช้การแนะนำสำหรับนักเรียนบางคนที่มีปัญหาในการเรียนรู้ จนกระทั่งนักเรียนสามารถค้นพบวิธีการด้วยตนเองซึ่งอาจใช้เวลา แต่พบว่าเป็นผลดี สังเกตได้จาก การจัดกิจกรรมเรียนรู้ในครั้งถัดมานักเรียนรู้จักหาวิธีการแก้ปัญหได้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ในลักษณะลองผิดลองถูกซึ่งอาจจะใช้เวลา แต่สุดท้ายนักเรียนก็สามารถแก้ปัญหาก็ได้ และในการจัดกิจกรรมเรียนรู้ในครั้งต่อไป มา พบว่า นักเรียนสามารถแก้ปัญหาก็ได้เร็วขึ้น โดยที่ครูไม่ต้องให้ความช่วยเหลือ สอดคล้องกับผลการศึกษาของโฮล์มส์ (Holmes. 1995: 36 – 52) ที่พบว่า การสอนที่อยู่บนฐานการคิดของนักเรียน โดยครูช่วยแนะนำ ช่วยขยายแนวคิด ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย ทำให้นักเรียนเชื่อในสิ่งที่ตนเองคิด

การวิจัยในครั้งนี้อาจจัดกิจกรรมทุกครั้งได้หลีกเลี่ยงการใช้การคูณไขว้ โดยไม่นำเสนอวิธีการคูณไขว้แก่นักเรียน แต่เน้นให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเอง เพราะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในครั้งนี้ได้ยึดแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายๆ ท่าน เช่น เลช โพสท์ และเบอร์ (Lesh, Post and Behr. 1988: 93) ซึ่งได้กล่าวว่า การคูณไขว้จะทำให้ผู้เรียนขาดความเข้าใจแนวคิดพื้นฐานเรื่องของสัดส่วน และทำให้ผู้เรียนขาดการสร้างวิธีการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นธรรมชาติ หรือทอมสันและบุช (Thompson and Bush. 2003: 400) กล่าวว่า การใช้การคูณไขว้เร็วเกินไปจะทำให้ผู้เรียนขาดการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หรือแลนกรอลล์และชาวฟฟอร์ด (Langrall and Swafford. 2000: 260 – 261) ได้เสนอแนะว่า ครูผู้สอนไม่ควรแนะนำวิธีการคูณไขว้แก่นักเรียน เพราะจะเป็นไปการปิดกั้นโอกาสของผู้เรียนที่กำลังจะสร้างความรู้แบบไม่เป็นทางการด้วยตนเอง การใช้วิธีการคูณไขว้ในการแก้ปัญหานั้น ควรใช้หลังจากผู้เรียนเกิดความชำนาญ เข้าใจในแนวคิดเรื่องสัดส่วนอย่างดีแล้ว

1.6 สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนส่วนใหญ่เป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะใกล้เคียงกับโจทย์ปัญหาการคูณและการหาร ซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้วตอนอยู่ชั้นประถมศึกษาตอนปลาย จึงทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับสถานการณ์

ปัญหาสามารถนำความรู้ตอนศึกษาในชั้นประถมศึกษาตอนปลายมาช่วยแก้สถานการณ์ปัญหาได้ สอดคล้องกับผลการวิจัยของซอนเดอร์ และเจซันนาธาตาส (Saunders and Jesunathadas. 1988: 59 – 67) ที่พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนของนักเรียนจะสูงขึ้นเมื่อนักเรียนคุ้นเคยกับเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้ว ทำนองเดียวกับผลการวิจัยของนิวตัน คาพี และโทบิน (Newton, Capie and Tobin. 1981: 1 – 7) ที่พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ขึ้นอยู่กับความคุ้นเคยเนื้อหาหรือคำถามที่นักเรียนได้รับประสบการณ์จากโรงเรียน

1.7 สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นสถานการณ์ปัญหาไม่ยาวมาก ใช้ภาษาที่ง่ายต่อการอ่านทำความเข้าใจของนักเรียน อีกทั้งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ใกล้ตัว และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน เช่น สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการซื้อขายสินค้า การปรุงอาหารหรือทำขนม การทำการเกษตร การแข่งขันกีฬา อัตราการใช้น้ำมันของรถ อัตราเร็วของรถ ร้อยละ หรือการผสมสี เป็นต้น จากสถานการณ์ปัญหาดังกล่าวทำให้กระตุ้นนักเรียนเกิดความสนใจอยากแก้ปัญหา เกิดความรู้สึกว่าการแก้ปัญหาที่กำหนดให้นั้นมีประโยชน์ สอดคล้องกับแนวคิดของทียเซนและคณะ (Thiessen et al. 1989: 38) เกี่ยวกับการเลือกสถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนรู้สึกว่ามีประโยชน์ น่าสนใจ มีความหลากหลาย รู้สึกสนุกกับการหาคำตอบ และสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องสัดส่วนของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 217 – 221) ที่กล่าวว่า การพัฒนาเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องสัดส่วนควรให้นักเรียนได้เผชิญปัญหาที่หลากหลายผ่านสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน และเป็นไปตามแนวทางข้อเสนอของนักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายๆ ท่าน เช่น เลช โพสท์ และเบอร์ (Lesh, Post and Behr. 1988; citing Van de Walle. 2007: 355) คาร์พลัส พูลอส และสเทจ (Karplus, Pulos and Stage. 1983) หรือลามอน (Lamon. 1993) ที่เสนอว่าการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนจะต้องเตรียมเนื้อหา กิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับอัตราส่วน และสัดส่วนในบริบทที่หลากหลาย

1.8 สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน นอกจากจะเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนแล้ว ผู้วิจัยได้ใช้สถานการณ์ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนด้วย โดยกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เรื่องสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน จะมีทั้งสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ให้นักเรียนรู้จักแยกแยะสถานการณ์ว่าสถานการณ์ปัญหาใดที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือสถานการณ์ปัญหาใดไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วน สอดคล้องกับแนวคิดการสอนของกาเย่ (Gagne) ที่กล่าวว่า การสอนโดยการให้ตัวอย่าง (Example) และตัวอย่างที่ไม่ใช่ตัวอย่าง (Non-example) จะช่วยทำให้ผู้เรียนแยกแยะความแตกต่างและเข้าใจความคิดรวบยอดของเนื้อหาได้ชัดเจนขึ้น (จุโรจน์ แก้วอุไร. 2545: 63) นอกจากนี้เลช โพสท์ และเบอร์ (Lesh, Post and Behr. 1988; citing Van de Walle. 2007: 355) กล่าวว่า การฝึกให้นักเรียนแยกแยะระหว่างสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับ

สัดส่วนจะทำให้นักเรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนเพิ่มขึ้น และเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนมากขึ้น

1.9 สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในกิจกรรมการจัดการเรียนรู้เรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ส่งเสริมหรือช่วยให้เกิดการคิดแก้ปัญหาในหลายๆ มุมมองเกี่ยวกับสัดส่วน นักเรียนสามารถสื่อสารความคิดผ่านการเขียน การพูดได้ เปิดโอกาสให้นักเรียนใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งลามอน (Lamon. 1999: 15) กล่าวว่า ผู้เรียนที่รู้จักการสื่อสารกับเพื่อนให้เข้าใจเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วนได้ รู้จักใช้วิธีการที่หลากหลาย ไม่ใช้วิธีการใดวิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน หรือมีวิธีการคิดที่แปลกๆ ใหม่ๆ ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน ถือว่าผู้นั้นเป็นผู้ที่มีลักษณะการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนที่ดี นอกจากนี้ผลการวิจัยของโคช (Koch. 1987: 71 – A) พบว่า นักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเรื่องการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

1.10 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีการพัฒนาขึ้นอย่างเป็นขั้นตอน โดยเริ่มจากการศึกษาค้นคว้า เอกสาร ตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง นำมาร่างเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน โดยอาศัยการสอนแบบแนะให้รู้คิดซึ่งได้รับการยอมรับว่าเป็นวิธีการสอนหนึ่งที่มีประสิทธิภาพมาปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แล้วนำเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและวิชาชีพตรวจสอบพิจารณา ให้คำแนะนำและผ่านการตรวจสอบความเหมาะสมเบื้องต้นโดยการทดลองนำร่องกับนักเรียนกลุ่มเล็ก ซึ่งเป็นการทดลองใช้ในสภาพจริง เพื่อหาข้อมูลมาปรับปรุงภายใต้คำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและวิชาชีพ จากที่ได้ร่างกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอย่างเป็นขั้นตอน ทำให้ได้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ซึ่งเป็นไปตามหลักทางวิชาการ

2. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน มีพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนอยู่ในระดับ 2 ขึ้นไปเป็นส่วนใหญ่ เหตุผลอาจเนื่องมาจาก

2.1 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน ส่วนใหญ่เป็นสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไป ซึ่งสถานการณ์ปัญหามีทั้งในลักษณะที่สองจำนวนในอัตราส่วนลดทอนโดยใช้การหารแล้วได้จำนวนเต็มและสองจำนวนในอัตราส่วนลดทอนโดยใช้การหารแล้วไม่ได้จำนวนเต็ม แต่อย่างไรก็ตามวิธีการที่นักเรียนใช้แก้สถานการณ์ปัญหาในสองลักษณะดังกล่าว ส่วนใหญ่ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ และการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย รองลงมาเป็นการคูณไขว้ ซึ่งเป็นวิธีการของพฤติกรรมระดับ 3 ถึงแม้ว่าสถานการณ์ปัญหาลักษณะที่สองจำนวนในอัตราส่วนลดทอนโดยใช้การหารแล้วได้จำนวนเต็มนักเรียนอาจใช้วิธีการการลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร (ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2) แต่เมื่อเทียบกับการใช้วิธีเทียบบัญญัติไตรยางศ์ และการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย ถือว่ายังใช้น้อยกว่าอาจเป็นเพราะว่า วิธีการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ หรือการใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย นักเรียนคุ้นเคยและใช้บ่อยตอนเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย สอดคล้องกับ

ผลการวิจัยของคราเมอร์ โพสท์ และคูร์รีเออร์ (Cramer, Post and Currier. 1993) ที่พบว่า การแก้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าที่หายไปของนักเรียนเกรด 7 จำนวน 421 คน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้อัตราต่อหนึ่งหน่วย

2.2 การแก้สถานการณ์เกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหารซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 2 อาจเป็นเพราะว่าวิธีการดังกล่าวง่ายและสะดวกต่อการคิดแก้ปัญหา ยิ่งโดยเฉพาะสถานการณ์ปัญหาที่สองจำนวนในอัตราส่วนลดทอนโดยใช้การหารแล้วได้จำนวนเต็ม นักเรียนจะเปรียบเทียบอัตราส่วนได้อย่างรวดเร็วมากเมื่อใช้วิธีการดังกล่าว สอดคล้องกับผลการวิจัยของคาร์พลัส พูลอส และสเตจ (Karplus, Pulos and Stage. 1983) ที่สำรวจวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วนของนักเรียนเกรด 6 ถึงเกรด 8 พบว่า นักเรียนร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ถูกสำรวจใช้การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร

2.3 การแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและไม่เกี่ยวข้องกันกับสัดส่วน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้การคูณไขว้หรือการใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 3 อาจเป็นเพราะว่าการใช้การคูณไขว้หรือการใช้การเทียบบัญญัติไตรยางศ์มีประสิทธิภาพในการตรวจสอบว่าสถานการณ์ปัญหาใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่เกี่ยวข้องกันมากกว่าวิธีการอื่นๆ เช่น การบวกเพิ่ม หรือการคูณ (ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 1) ส่วนการอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกันของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน แมื่อนักเรียนส่วนใหญ่ใช้การคูณและการบวกเพิ่มในการหาค่า x และ y (ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับ 1) แต่กิจกรรมด้านดังกล่าวเมื่อเทียบกับด้านอื่นๆ นักเรียนได้ทำกิจกรรมน้อย ส่งผลให้นักเรียนใช้วิธีการคูณและการบวกเพิ่มมีค่อนข้างน้อยเมื่อเทียบกับวิธีการเทียบบัญญัติไตรยางศ์ อัตราต่อหนึ่งหน่วย การคูณไขว้ การลดทอนอัตราส่วนโดยใช้การหาร ซึ่งวิธีการเหล่านี้เป็นวิธีการของพฤติกรรมระดับ 3 และระดับ 2 เป็นส่วนใหญ่

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำกิจกรรมไปใช้

เนื่องจากกิจกรรมที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นเป็นกิจกรรมที่ใช้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เน้นการพัฒนาแนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนให้กับนักเรียน ซึ่งในส่วนของกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการนำไปประยุกต์ใช้มีน้อย ดังนั้นผู้ที่นำกิจกรรมไปใช้จะต้องทราบถึงข้อจำกัดที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรม และประเด็นที่เสนอแนะดังต่อไปนี้

1. ระยะเวลาพัฒนาซึ่งแบ่งเป็น 3 ระยะ กล่าวคือ ในบางกิจกรรมที่เป็นแนวคิดพื้นฐานซึ่งอยู่ในระยะที่ 1 เช่นเรื่อง อัตราส่วน อัตราส่วนที่เท่ากัน นักเรียนจำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานมาก่อนก่อนที่จะเรียนในกิจกรรมเรื่องสัดส่วนและสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนซึ่งเป็นกิจกรรมในระยะที่ 2 แล้วตามด้วยกิจกรรมในระยะที่ 3

2. จากการวิจัย พบว่า การใช้ตารางสองแถวช่วยประกอบการอธิบายสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนนับว่าเป็นประโยชน์และมีผลดีต่อความเข้าใจของนักเรียน เพราะว่า การใช้ตารางสองแถวจะทำให้นักเรียนเห็นการเปลี่ยนแปลงร่วมของปริมาณสองปริมาณในลักษณะที่การเปลี่ยนแปลงของปริมาณหนึ่งมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของอีกปริมาณหนึ่งแต่สองปริมาณดังกล่าวยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน ซึ่งการที่นักเรียนเห็นการเปลี่ยนแปลงร่วมของสองปริมาณดังกล่าวนั้น จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายเกี่ยวกับการเปรียบเทียบอัตราส่วน และการหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

3. กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน เป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เพิ่มพูนประสบการณ์ให้แก่นักเรียน เน้นการใช้สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับสัดส่วน ซึ่งอยู่ใกล้ตัวและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเป็นฐานในการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดแนวคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ดังนั้นเพื่อให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ครูผู้สอนควรพิจารณาก่อนว่า สถานการณ์ปัญหานำเสนอ นักเรียนรู้จัก หรือไม่ หรือมีประโยชน์ต่อนักเรียนหรือไม่

4. การจัดกิจกรรมครูควรกำหนดเวลาให้เหมาะสมกับการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน รวมทั้งจำนวนสถานการณ์ปัญหานำมาใช้นั้นควรเหมาะสมกับเวลาที่กำหนด

5. กิจกรรมที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องการเปรียบเทียบอัตราส่วน และสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ทดสอบความเข้าใจเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนได้เป็นอย่างดี ดังนั้นการนำกิจกรรมไปใช้ควรมีการศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องการเปรียบเทียบอัตราส่วน และสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนให้เข้าใจเสียก่อนที่จะนำไปใช้

6. จากการวิจัย พบว่า กิจกรรมหนึ่งที่สร้างให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดได้ดีในเรื่องสัดส่วน คือ กิจกรรมเกี่ยวกับการแยกแยะสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน ดังนั้นผู้วิจัยเห็นประโยชน์ที่ครูจะนำกิจกรรมดังกล่าวไปใช้กับนักเรียนเพื่อสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วน

7. กิจกรรมที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นเน้นการใช้สถานการณ์ปัญหายุ่งยากส่วนตัวเร้าเพื่อนำไปสู่การสร้างแนวคิดเกี่ยวกับสัดส่วน แต่ไม่ได้เน้นการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนในรูปของ

สมการ $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$ ดังนั้นการนำกิจกรรมดังกล่าวไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง

อัตราส่วนและร้อยละ ควรเน้นให้นักเรียนใช้สัดส่วนในรูปของสมการ $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$ สำหรับแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

8. การนำกิจกรรมไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ครูผู้สอนอาจเพิ่มเติมเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการนำเรื่องสัดส่วนไปประยุกต์ใช้ เช่น ปัญหาร้อยละ ดอกเบี้ย กำไร ขาดทุน อัตราเร็ว เป็นต้น และสอดแทรกกลวิธีการคิดแก้โจทย์ปัญหาควบคู่กันไปด้วย

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

เนื่องจากการวิจัยในครั้งนี้เน้นไปที่การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีเป้าหมายเพื่อต้องการให้นักเรียนได้พัฒนาแนวคิดพื้นฐาน และแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลายเกี่ยวกับเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วน ผู้วิจัยเสนอว่า ควรมีการวิจัยต่อยอดไปอีก กล่าวคือ เมื่อนักเรียนมีแนวคิดพื้นฐานเรื่องอัตราส่วนและสัดส่วนดีแล้ว นักเรียนสามารถเรียนรู้การประยุกต์ของอัตราส่วนและสัดส่วนได้ดีเพียงใด ผลสัมฤทธิ์เป็นอย่างไร เนื้อหาของการวิจัยอาจเป็นเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ และเนื้อหาในวิชาวิทยาศาสตร์ เช่น ความคล้าย อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแปรผัน คานสมดุล ความหนาแน่น ความเข้มข้น ความดัน โมเมนต์ ความเร็ว ความเร่ง หรืออัตราการใช้เงิน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2539). *การประเมินผลจากสภาพจริง (Authentic Assessment)*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- ขนิษฐา คำทอง. (2539). *การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพฯ: วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.*
- คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยขอนแก่น. (2545ก). *ทฤษฎีการเรียนรู้คอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theories)*. สืบค้นเมื่อ 30 มิถุนายน 2552, จาก <http://ednet.kku.ac.th/~sumcha/cles/inforQ1.html>
- (2545ข). *พุทธิปัญญานิยม (Cognitive Theories)*. สืบค้นเมื่อ 30 มิถุนายน 2552, จาก <http://ednet.kku.ac.th/~sumcha/2545/nong/index.html>
- จรรยา ภูอุดม. (2544). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- จารุวรรณ แสงทอง. (2536). *การศึกษาค้นคิดเห็นของครูเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2. กรุงเทพฯ: สสวท.*
- ทัศนีย์ ชื่นยง. (2541). *การศึกษาข้อบกพร่องและความมั่นใจในการตอบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดนครราชสีมา. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การวัดและประเมินผลการศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.*
- ทศนา แหมมณี. (2548). *ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.*
- ทศนา แหมมณี. (2550). *ศาสตร์การสอน. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.*
- บุญญา แซ่หล่อ. (2550). *การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- ประเวศ วะสี. (2543). *หัวใจปฏิรูปการเรียนรู้ผู้เรียนสำคัญที่สุด. กรุงเทพฯ: องค์การค้ำคูณสภา.*

- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (2548). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: เอส พี เอ็น การพิมพ์.
- พรรณี ศิลปพัฒนานันท์. (2542). *คณิตศาสตร์ ค204 – ค034*. กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- รุจโรจน์ แก้วอุไร. (2545). *การพัฒนาระบบการเรียนรู้การสอนผ่านเครือข่ายใยแมงมุม ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (เทคโนโลยีการศึกษา)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รุ่งฟ้า จันท์จากรุณ. (2539). *การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รุ่งมณี เมฆโสภณ. (2542). *สมอง! ของไอน์สไตน์*. สืบค้นเมื่อ 9 มิถุนายน 2551, จาก http://www.elib-online.com/doctors/gen_einstein.html
- รุ่งศิริรินทร์ จันทรหอม. (2545). *การสร้างเกณฑ์การประเมินผลงานทางคหกรรมศาสตร์ด้วยรูบรีค (Rubric Assessment)*. *วารสารศึกษาศาสตร์*. 14(1): 25 – 26.
- วินัย คำสุวรรณ. (2539). *รายงานการวิจัยผลการฝึกทักษะความคิดวิจารณ์ญาณที่มีต่อ ความสามารถด้านการคิดวิจารณ์ญาณและการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- วิษณุ ภาพันธ์. (2551). *การศึกษาลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับ ประถมศึกษาตอนปลาย*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2546). *การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อน ในวิชาคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิต วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- . (2551). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการ ให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ ข้อมูล กับ สิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ. (2547). *การวัดและประเมินผลตามสภาพที่แท้จริงโดยใช้เกณฑ์ การให้คะแนน (Rubrics)*. *วารสารสานปฏิรูป*. 7(71).

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2540). รายงานการวิจัยและประเมินผลวิชา
คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ร่วมกับนานาชาติ ครั้งที่ 3 (ฉบับสังเคราะห์). กรุงเทพฯ:
สสวท.
- (2543). รายงานผลการรวบรวมข้อมูลเพื่อจัดทำแผนแม่บทระยะยาว และแผนแม่บท
พ.ศ. 2545 – 2549. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- (2544). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- (2545) คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว
- (2547) การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้น
พื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: เอส พี เอ็น การพิมพ์.
- (2550). ทักษะ/กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2545). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: ด้านสุทธาการพิมพ์.
- สิริพร ทิพย์คง. (2542). งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2521 - 2542.
กรุงเทพฯ: สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2540). แผนพัฒนาการศึกษา ฉบับที่ 8 พ.ศ. 2540 –
2544. กรุงเทพฯ: อรรถพลการพิมพ์.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2550). ระบุหรือระบุบริการให้คะแนน. กรุงเทพฯ: สำนัก
วิชาการและมาตรฐานการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ.
- องอาจ นัยพัฒน์. (2548). วิธีวิทยาการวิจัยเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพทางพฤติกรรมศาสตร์และ
สังคมศาสตร์. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด สามลดา.
- อภิสิทธิ์ กิจเกียรติ. (2545). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและ
ร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดศรีสะเกษ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม.
(การวัดผลการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. ถ่าย
เอกสาร.
- อรพินท์ ชูชม. (2545). การสร้างและพัฒนาเครื่องมือวัดทางพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพฯ:
สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อัครยา สังขจันทร์. (2543). การสอนเพื่อพัฒนาเหตุผล. คู่มือการเรียนการสอนคณิตวิเคราะห์วิจารณ์
คณะอนุกรรมการส่งเสริมการเรียนการสอนเน้นการพัฒนาความคิดวิเคราะห์วิจารณ์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคนอง. (2547). “การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์” ประมวลบทความ
หลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ:
บริษัทการพิมพ์.
- Abromowitz, S. (1975). *Adolescent understanding of proportionality: The effects of task characteristics*. Doctoral Dissertation. Palo Alto, CA: Stanford University.
Photocopies.
- Al - Wattban, M. (2001). *Proportional reasoning and working memory capacity among saudi adolescents : a neo-piagetion investigation*. Doctoral Dissertation. Colorada: The University of Northern of Colorada, Greeley. Photocopies.
- Allian, A. (2000). *Development of an Instrument to Measure Proportional Reasoning Among Fast-Track Middle School Students*. Master's Thesis. North Carolina: North Carolina State University. Photocopies.
- Akatufba, A. and Wallace, J. (1999). Mathematical dimensions of students' use of proportional reasoning in high school physics. *School Science and Mathematics*. 99(1): 31 – 41.
- Baroody, A.J. (1993). *Problem Solving, Reasoning and Communication, K - 8 : Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Bassarear, T. (2004). *Mathematics for Elementary School Teachers*. 3rd ed. Boston: Houghton Mifflin.
- Bell-Gredler, M. E. (1986). *Learning and instruction: Theory into practice*. New York: Macmillan.
- Ben-Chaim, D., Fay, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C. and Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*. 36(3): 247 – 273.
- Berenson, S. B. and Carter, G. S. (April, 1995). Changing assessment practices in science and mathematics. *School Science and Mathematics*. 95(4): 181 – 186.
- Bezuk, N. (1988). Type of Numeric Ratio on Strategies Used by Preservice and Inservice Elementary Teachers on Proportional Reasoning Word Problems. In *Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 22(8): 72 – 78.
- Boston, M. D., Smith, M.S. and Hillen, A.F. (2003). Building on Students' Intuitive Strategies to Make Sense of Cross Multiplication. *Mathematics Teaching in the Middle School*. Reston, VA: NCTM.

- Boyatzis, Richard E. (1998). *Transforming Qualitative Information: Theoretic Analysis and Code Development*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Brahier, D.J. (2005). *Teaching Secondary and Middle School Mathematics*. 2nd ed. USA: Pearson Education.
- Bright, G.W. and Vace, N.N. (1994). Changes in undergraduate preservice teachers' beliefs during an elementary teacher certification program. In *Paper presented at annual conference of American Educational Research Association*. 15(9): 25 – 32.
- Bright, G.W., Joyner, J.M. and Charles Wallis. (2003). Assessing Proportional Thinking. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(3): 392 – 396.
- Bullock, M. (1994). Development of Reasoning in Childhood. *The International Encyclopedia of Education*. 8(4951 - 4956) Great Britain: BPC Wheatons Ltd., Excter.
- Buscher, C. (2000). *The Effectiveness of Using Cognitively Guided Instruction with Deaf and Hard – of – Hearing Middle School Age Students*. Master's Thesis. NJ: University of New Jersey.
- Cai, J. and Sun, W. (2002). Developing students' proportional reasoning: A Chinese Perspective. In *Making sense of fractions, ratios, and proportions*. (2002 Yearbook). Reston, VA: NCTM.
- Carpenter, T.P., et al., (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. *American Educational Research Journal*. 26(4): pp. 499 - 531.
- (1999). *Children's Mathematics : Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Cathcart, W. G., Pothier, Y. M., Vance, J. H. and Bezuk, N. S. (2003). *Learning mathematics in elementary and middle school*. 3rd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Cramer, K. A., and Post, T. R. (1993). Making connection: A case of proportionality. *Arithmetic Teacher*. 60(6): 342 – 346.
- Cramer, K. A., Post, T. R. and Currier, S. (1993). "Learning and Teaching Ratio and Proportion: Research Implications." In *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*, edited by Douglas Owens. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics and Macmillan. In press.

- de la Cruz, J.A. (2008). *A look at middle school mathematics teachers' instruction related to proportional reasoning: A cognitively guided perspective*. Doctoral Dissertation. Virginia: University of Virginia. Photocopies.
- Dooley, K. B. (2006). *An investigation of proportional thinking among high school Students*. Doctoral Dissertation. South Carolina: Clemson University. Photocopies.
- Eggen, P and Kauchak, D. (1999). *Educational psychology: Windows on classrooms*. 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- English, L.D. and Halford, G .S. (1995). *Mathematics education : Models and Process*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Esqueda, D.L. (2008). *Exploring teacher attributes and school characteristics as predictors of cognitively guided instruction implementation*. Doctoral Dissertation. California: Azusa Pacific University. Photocopies.
- Fast, G.R. (2005). Assessing Zimbabwean children's mathematics problem solving for cognitively guided instruction. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 27(4): 43 - 67.
- Fennema, E. et al., (1996). A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*. 27(4): 403 – 434.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S. and Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*. 16: 3 –17.
- Fisher Linda C. (1988). Strategies Used by Secondary Mathematics Teachers to Solve Proportion Problem. *Journal for Research in Mathematics Education*. 19(2): 157-168.
- Fleener, M.J. (1993). Integrating mathematics with ninth grade physical science : The proportionality link, *Paper present ring at the Auunal Meeting of The American Education Association Atlanta, GA*.
- Fleener, M. J, Westbrook, S. L.and Rogers, L. (1993). Why are we doing math in science? : Integrating mathematics and science curricula. In *Paper presentation at the Annual Meeting of the National Science Teacher Association (NSTA)*, MO: Kansas City.

- Flowers, J. M. (1998). *A study of proportional reasoning as it relates to the development of multiplication concepts*. Doctoral Dissertation. Michigan: University of Michigan. Photocopies.
- Franke, M., and Weishaupt, L. (1998). *Using Children's Thinking to Teach Mathematics*. UCLA Urban Education Studies Center, Connections, pp. 3 - 7.
- Franke, M.L. et al., (1997). Changing teachers: Interactions between beliefs and classroom practice. *Mathematics teachers in transition*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- (1998). Understanding teachers' self-sustaining, generative change in the context of professional development. *Teaching and Teacher Education*. 14(1): 67– 80.
- (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*. 38(3): 653 – 689.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- Gredler, Margaret. E. (1997). *Learning and Instruction Theory into Practice*. 3rd ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice - Hall Inc.
- Guralnik, D. (1982). *Webster's New World Dictionary*. New York: Simon and Schuster.
- Guilford, J.P. and Hoepfner. (1971). *The Analysis of Intelligence*. New York: McGraw O Hill.
- Hankes, J. E. (1998). *Native American pedagogy and cognitive-based mathematics instruction*. Florence, KY: Garland Publishing, Inc.
- Harel, G. and Behr, M. (1995). Teachers' solutions for multiplicative problems. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*. 3: 31- 51.
- Harel, G. and Confrey, J. (Eds.). (1994). *The development of multiplicative reasoning*. Albany: State University of New York Press.
- Hart, K. (1978). The understanding of ratio in the secondary school. *Mathematics in School*. 7(1): 4 – 6.
- (1981). *Children's understanding of mathematics*. London: Murray.
- (1988). *Ratio and Proportion Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Heinz, K, Sterba-Boatwright, B. (2008). Connecting research to teaching: The when and why of using proportions. *Math Teacher*. 101(7): 528 – 533.
- Heller, P. M. et al., (1989). Proportional reasoning: the effect of two content variables, rate type, and problem setting. *Journal of Research in Science Teaching*. 26(3): 205 – 220.
- Heller, P.M., Post, T., Behr, M. and Lesh, R. (1990). Qualitative and Numerical Reasoning About Fractions and Rates by Seventh and Eighth Grade Students. *Journal for Research in Mathematics Education*. 21(5): 388 – 402.
- Hiebert, J. and Behr, M. J. (1988). "Introduction: Capturing the major themes" In *Research agenda in mathematics education: Number concepts and operations in the middle grades*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Higgins, J. L. (1973). *Mathematics teaching and learning*. Worthington, Ohio: Education Associates.
- Hillen, Amy Fleeger. (2005). *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning*. Doctoral Dissertation, Pittsburgh: University of Pittsburgh. Photocopies.
- Hines, E. and McMahon, M.T. (2005). Interpreting Middle School Students' Proportional Reasoning Strategies: Observations from Preservice Teachers. *School Science and Mathematics*. 105(2): 88 – 105.
- Hoffer, A.R. (1988). "Ratios and Proportional Thinking." In *Teaching Mathematics in Grades K–8 : Research Based Methods*. Boston: Allyn and Bacon.
- Holmes, E. E. (1995). *New Direction in Elementary School Mathematics Interactive Teaching and Learning*. New Jersey: Prentice - Hall.
- Hoosain, E. and Chance, R.H. (2004). Problem-Solving Strategies of First Graders. *Teaching Children Mathematics*. 10: 474 – 479.
- Jeong, Y., Levine, S. and Huttenlocher, J. (2007). The development of proportional reasoning: Continuous versus discrete quantities. *Journal of Cognition and Development*. 8: 237– 256.
- Jesunathadas, J. (1988). The effect of task content upon proportional reasoning. *Journal of Research in Science Teaching*. 25(1): 59 – 67.
- Kahney, H. (1993). *Problem solving: Current issues*. 2nd ed. Milton Keynes: Open University Press.

- Karplus, E., Karplus, R. and Wollman, W. (1974). Intellectual Development Beyond Elementary School IV: Ratio, the Influence of Cognitive Style. *School Science and Mathematics*. 75(6): 476 – 482.
- Karplus, R and Peterson, R.W. (1970). Intellectual development beyond elementary school: II. Ration, a survey. *School Science and Mathematics*. 70: 813 – 820.
- Karplus, R. et al., (1979). Proportional reasoning and control of variables in seven countries. In J. Lochhead and J. Clement (Eds.), *Cognitive process instruction*. Philadelphia: Franklin Institute Press.
- Karplus, R., Pulos, S. and Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on rate Problems. *Educational Studies in Mathematic*. 14: 219 – 233.
- Kaput, J. and West, M. M. (1994). "Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns." In *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, NY: State University of New York Press.
- Kent, L. B., Arnosky, J. and McMonagle J. (2002). "Using representational contexts to support multiplicative reasoning". In *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 yearbook*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Keret, Y. (1999). Change processes in adult proportional reasoning: Student teachers and primary mathematics teachers, after exposure to ratio and proportion study unit. In *Proceedings of the 23rd International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 3: 145-152.
- Kishimoto, T. (2000). Solving multiplicative word problems with decimal fractions: The effects of proportional reasoning and metacognition. In *Proceedings of the 24th Annual Conference of the PME*, Hiroshima: Hiroshima University.
- Koch, L.C. (1978). The effect of instruction within the conceptual field of multiplicative structures on the proportional reasoning ability of college students taking developmental mathematics. *Dissertation Abstract International*. 48: 71 – A.
- Koellner-Clark, K., and Lesh, R. (2003). Whodunit? Exploring proportional reasoning through the footprint problem. *School Science and Mathematics*. 103(2): 92 – 97.
- Krulik, S. and Rudnick, J. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Needham Heights, Mass: Allyn and Bacon.

- Ilany, B., Ben-Chaim, D. and Keret, Y. (2004). Implementation of a model using authentic investigative activities for teaching ratio and proportion in pre-service elementary education.. In *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education*. Bergen, Norway.
- Land, T. (2007). *Utilizing video-clips and written work to help preservice teachers understand student thinking*. Master's Thesis. Iowa: Iowa State University. Photocopies.
- Langrall, C.W. and Swafford, J.O. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 6: 254 – 261.
- Lanius, C.S. and Williams, S.E. (2003). Proportionality : A Unifying Theme for the Middle Grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*. Reston, VA: NCTM.
- Lamon, S.J. (1993). Ratio and Proportion : Connecting Content and Children's Thinking. *Journal of Research in Mathematics Education*. 24(1): 41 – 46.
- (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- (2005). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding : Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lappan, G. and Schram, P. W. (1989). Communication and Reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics. In *New Directions for Elementary School Mathematics Yearbook*. VA: NCTM.
- Lee, Peng Yee and Lee, Ngan Hoe. (2007). *Teaching Primary School Mathematics*. Singapore: McGraw-Hill.
- Lesh, R., Post, T. R. and Behr, M. (1988). *Proportional reasoning, Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lo, J-J. and Watanabe, T. (1997). Developing ratio and proportion schemes: A story of a fifth grader. *Journal for Research in Mathematics Education*. 28(2): 216 – 236.
- Longest, M. P. (2002). *Strategies used by middle school students on proportional reasoning tasks*. Master's thesis. Raleigh: North Carolina State University. Photocopies.
- McCormack, G.H. (2003). *Methods for Teaching Proportional Variation to College Remedial Students*. Doctoral Dissertation. Columbia: Columbia University. Photocopies.
- Meier, J. and Rishel, T. (1998). *Writing in the teaching and learning of mathematics*. Washington DC: Mathematical Association of America.

- Middleton, J.A. and Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1995). The ratio table. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(4): 282-288
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- (1998). Let's talk about Mathematical Thinking and Reasoning. *NCTM News Bulletin*, 102(1): 3.
- (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- (2006a). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: NCTM.
- (2006b). *Navigating through Number and Operations in Grades 6-8*. Reston, VA: NCTM.
- National Research Council. (2000). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academies Press.
- Newton, R., Capie, W., & Tobin, K. (1981). Patterns of reasoning: Proportional reasoning. In *Paper presented at annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching*, New York.
- Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part1 Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*. 11: 217–253.
- Pantziara, M and Pitta -Pantazi, D. (2005). The development of informal proportional thinking in primary school. In *Proceedings of the Fourth Congress of the European .Sant Feliu de Guíxols*.
- Parker, M. (1999). Building on 'Building-up': Proportional reasoning activities for future teachers. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 4(5): 286 - 289.
- Person, A.C., Berenson, S.B. and Greenspon, P.J. (2004). The Role of Number in Proportional Reasoning: A Prospective Teacher's Understanding. In *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Perrine, V. (2001). *Effects of a problem-solving-based mathematics course on the proportional reasoning of preservice teachers*. Doctoral Dissertation. Colorado: University of Northern Colorado. Photocopies.
- Peterson P.L. et al., (1989). Teachers' pedagogical content beliefs in mathematics. *Cognition and Instruction*. 6: 1– 40.
- Peterson, P.L. et al., (1991). *Using Children's Mathematical Knowledge*. Menlo Park, CA: SRI International.

- Pittalis, M., Christou, C. and Papageorgiou, E. (2003). *Students' ability in solving proportional problems*. European research in mathematics education III.
- Resnick, L. B., and Singer, J. A. (1993). *Protoquantitative origins of ratio reasoning*. Rational numbers: An integration of research. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Reynolds, A., Watanabe, T. and Lo, J. (1995). A fifth grader's understanding of fractions and proportions. In *PME 19 Proceedings of the Eighteenth International Conference*, Recife. Brasil: 200-207.
- Riedesel et al., (1996). *Teaching elementary school mathematics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Ruchti, W. P. (2005). *Middle school students' use of pictorial models and discourse in the development and assessment of proportional reasoning*. Doctoral Dissertation. Idaho: University of Idaho. Photocopies.
- Saunders, W. L., & Jesunathadas, J. (1988). The effect of task content upon proportional reasoning. *Journal of Research in Science Teaching*, 25(1): 59–67.
- Saxe, G. B., Gearhart, M. and Seltzer, M. (1999). Relations between classroom practices and student learning in the domain of fractions. *Cognition and Instruction*. 17(1) : 1- 24.
- Secada, W.G. et al., (1989). Innovative Strategies for Teaching Mathematics to Limited English Proficient Students. *Program Information Guide Series No.10*, Summer.
- Sellke D. H., Behr M. J. and Voelker A. M. (1991). Using data tables to represent and solve multiplicative story problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (1): 30–38.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*. 22: 1 – 36.
- Sgroi, L. S. (2001). *Teaching Elementary and Middle School Mathematics : Raising the Standards*. Belmont. CA: Wadsworth/Thomson Learning.
- Sharp J. M. and Adams B. (2003). Using a pattern table to solve contextualized proportion Problems. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 8(8): 432 - 440.
- Shin, Hyun Sung. (1984). A study of effects of two programs of instruction on achievement in solving ratio and proportion problems. Doctoral Dissertation. Iowa: The university of Iowa. Photocopies.

- Singh, P. (1998). *Understanding the Concepts of Proportion and Ratio among Students in Malaysia*. Doctoral Dissertation. Florida: The Florida State University.
Photocopies.
- Slovin, H. (2000). Moving to Proportional Reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 6(1): 58 – 60.
- Steinthorsdottir, O. B. (2003). *Making Meaning of Proportion: A Study of Girls in Two Icelandic Classrooms*. Doctoral Dissertation. Madison: University of Wisconsin Madison. Photocopies.
- (2006). Proportional reasoning: variable influencing the problems difficulty level and one's use of problem solving strategies. In *Proceedings of the 30th PME International Conference*, 5: 169 -176.
- Steinthorsdottir, O. B. and Sriraman, B. (2007). Gender and strategy use in proportional situations: an Icelandic study. *Nordic Studies in Mathematics Education*. 12(3): 1 – 32.
- Thiessen, D. et al. (1989). *Elementary Mathematical Method*. New York: Mocomillan.
- Thompson, C.S. and Bush, W.S. (2003). Improving middle school teachers' reasoning about proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 8(8): 398 – 403.
- Thornton, M.C. and Fuller, R.G. (1981). How do college students solve proportion problems?. *Journal of Research in Science Teaching*. 18: 335 - 339.
- Tourniaire, F. (1986). Proportion in elementary school. *Educational Studies in Mathematics*. 17(4): 401– 412.
- Tourniaire, F. and Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*. 16: 181 – 204.
- Van de Walle, J.A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Boston: Allyn & Bacon.
- Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. 6th ed. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Vergnaud, G. (1988). "Multiplicative structures". In *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston: NCTM.
- Wong, Khoo Yoong. (2007). Enhancing Mathematical Reasoning at Secondary School Level. *Maths Buzz*. 8(1): 1 – 11.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ตรวจสอบความสอดคล้องของ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (ค่า IOC)

1. ดร.มารุต พัฒนาผล

อาจารย์ภาควิชาวิจัยและพัฒนาหลักสูตร บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ

2. ดร.เวชฤทธิ์ อังกะภักทขจร

อาจารย์ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

3. อ.ไพศาล จรรยา

อาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ภาคผนวก ข
การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถ
ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

การหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของโรวินेलลีและแอมเบลตันซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1.1 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่านเพื่อ ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน หรือไม่

โดยจะใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

1.2 คำนวณค่า IOC เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

สูตรการคำนวณค่า IOC คือ
$$\frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 13 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
10	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
11	+1	0	+1	2	0.67	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
17	+1	+1	0	2	0.67	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

2. ค่าความยากง่าย p ค่าอำนาจจำแนก r และค่าความเชื่อมั่น α ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.1 ค่าความยากง่าย p ของแบบทดสอบวัดนี้หาได้จากสูตร

$$p = \frac{S_U + S_L - 2(NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p คือ ค่าความยากง่าย
 S_U คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
 S_L คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
 $X_{\max}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 $X_{\min}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
 N คือ จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.2 ค่าอำนาจจำแนก r ของแบบทดสอบวัดนี้หาได้จากสูตร

$$r = \frac{S_U + S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r คือ ค่าอำนาจจำแนก
 S_U คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มเก่ง
 S_L คือ ผลรวมของคะแนนของนักเรียนกลุ่มอ่อน
 $X_{\max}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 $X_{\min}$ คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
 N คือ จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

ตาราง 14 ค่าความยากง่าย p ค่าอำนาจจำแนก r และค่าความเชื่อมั่น α ของแบบทดสอบ
วัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.67	0.75	13	0.58	0.83
2	0.63	0.92	14	0.54	0.58
3	0.67	1.00	15	0.50	0.67
4	0.58	0.83	16	0.71	0.58
5	0.50	1.00	17	0.63	0.75
6	0.58	0.92	18	0.67	0.67
7	0.50	1.00	19	0.50	1.00
8	0.54	0.92	20	0.36	0.75
9	0.50	1.00	21	0.41	0.75
10	0.54	0.92	22	0.54	0.75
11	0.50	1.00	23	0.50	1.00
12	0.67	0.75	24	0.63	0.75

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (α) = 0.928

ภาคผนวก ค
การทดสอบสมมุติฐานของการวิจัย

ตาราง 15 ความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสถิติส่วนซึ่งพิจารณาคะแนนจากการทำใบกิจกรรม
ร้อยละ 30 ของคะแนนรวม และคะแนนจากการทำแบบทดสอบร้อยละ 70 ของคะแนนรวม

คนที่	คะแนนจากการทำใบกิจกรรม คิดเป็นร้อยละ 30	คะแนนจากการทำ แบบทดสอบ คิดเป็นร้อยละ 70	คะแนนความสามารถในการ ให้เหตุผลเชิงสถิติส่วนคิดเป็น 100 คะแนน
1	24.59	53.47	78.06
2	24.75	52.50	77.25
3	24.43	54.44	78.87
4	25.90	61.25	87.15
5	27.05	61.25	88.30
6	28.20	65.14	93.34
7	26.39	59.31	85.70
8	24.59	61.25	85.84
9	26.72	69.03	95.75
10	25.08	37.92	63.00
11	25.41	62.22	87.63
12	26.23	68.06	94.29
13	27.05	60.28	87.33
14	25.74	49.58	75.32
15	21.97	58.33	80.30
16	27.38	67.08	94.46
17	27.05	67.08	94.13
18	25.57	51.53	77.10
19	21.80	36.94	58.74
20	23.11	47.64	70.75
21	26.72	57.36	84.08
22	16.89	34.03	50.92
23	24.92	65.14	90.06
24	26.89	70.00	96.89
25	26.39	56.39	82.78
26	25.41	59.31	84.72
27	27.21	62.22	89.43
28	28.36	68.06	96.42
29	27.87	70.00	97.87
30	23.44	55.42	78.86

ตาราง 15 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากการทำใบกิจกรรม คิดเป็นร้อยละ 30	คะแนนจากการทำ แบบทดสอบ คิดเป็นร้อยละ 70	คะแนนความสามารถในการ ให้เหตุผลเชิงสัจส่วนคิดเป็น 100 คะแนน
31	26.72	52.50	79.22
32	26.23	59.31	85.54

การทดสอบสมมุติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งใช้สถิติการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z – test for population proportion)

สมมุติฐาน คือ $H_0 : p \leq 0.75$

$H_1 : p > 0.75$

$$\text{สถิติทดสอบ } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนตั้งแต่ร้อยละ 75 ขึ้นไปของคะแนนรวม

p_0 คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เพราะว่า $\hat{p} = \frac{29}{32} = 0.9063$, $p_0 = 0.75$ และ $n = 32$

$$\text{ดังนั้น } \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.9063 - 0.75}{\sqrt{\frac{0.75(0.25)}{32}}} = 2.042$$

เพราะว่า $Z_{.05} = 1.645$

และ $2.042 > 1.645$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน ที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

ภาคผนวก ง
ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

อัตราส่วน

จำนวน 1 คาบ

สาระสำคัญ

อัตราส่วน ใช้แสดงความสัมพันธ์หรือแสดงการเปรียบเทียบของปริมาณสองปริมาณในสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดของอัตราส่วนในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
2. นักเรียนสามารถเขียนอัตราส่วนแสดงความสัมพันธ์หรือแสดงการเปรียบเทียบของปริมาณสอง ปริมาณในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ขั้นนำเข้าสู่กิจกรรมการเรียนรู้

1.1 ครูกระตุ้นและสร้างความสนใจเกี่ยวกับเรื่อง อัตราส่วน โดยการเล่าถึงประวัติความเป็นมาอย่างคร่าวๆ ให้นักเรียนฟัง

1.2 ครูสนทนากับนักเรียนถึงสถานการณ์ที่แสดงความเกี่ยวข้องกันของปริมาณสองปริมาณ ที่นักเรียนเคยได้ยิน หรือพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน เช่น ร้านค้าแห่งหนึ่งขายดินสอ 2 แท่ง ราคา 4 บาท อัตราค่าโดยสารขึ้นรถมาโรงเรียนคนละ 5 บาท และให้นักเรียนยกตัวอย่างในสถานการณ์จริง

2. ขั้นดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้

2.1 ครูใช้การถามตอบกับนักเรียนในสถานการณ์ต่อไปนี้ สมมติว่านักเรียนไปซื้อดินสอที่ร้านค้าแห่งหนึ่งในหมู่บ้านคนขายบอกว่า ดินสอ 2 แท่ง ราคา 4 บาท ครูถามว่า ถ้าซื้อดินสอ 4 แท่ง ราคากี่บาท (8 บาท) ถ้าซื้อดินสอ 6 แท่ง ราคากี่บาท (12 บาท) ถ้าซื้อดินสอ 8 แท่ง ราคากี่บาท (16 บาท) หรือถ้าซื้อดินสอ 1 แท่ง ราคากี่บาท (2 บาท) นั่นคือดินสอแท่งละเท่าไร (แท่งละ 2 บาท)

2.2 จากข้อ 2.1 ครูบันทึกคำตอบของนักเรียนลงในตารางและนำเสนอบนกระดานดำ ดังนี้

จำนวนดินสอ (แท่ง)	ราคา (บาท)
1	2
2	4
4	8
6	12
8	16

ครูให้ข้อสังเกตกับนักเรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างสองปริมาณ โดยให้นักเรียนดูจากตารางแล้วใช้การถามตอบ เช่น ถ้าซื้อดินสอจำนวน (แท่ง) มากขึ้น ราคาหรือเงินที่ต้องจ่ายค่าดินสอเพิ่มขึ้นหรือลดลง หรือถ้าซื้อดินสอจำนวน (แท่ง) น้อยลง ราคาหรือเงินที่ต้องจ่ายค่าดินสอเพิ่มขึ้นหรือลดลง จนกระทั่งนักเรียนรู้ได้ว่าการเปลี่ยนแปลงจำนวนดินสอ มีผล ต่อการเปลี่ยนแปลงของราคาหรือเงินที่ต้องจ่าย

2.3 จากตารางข้อ 2.2 ครูนำนักเรียนไปสู่การเขียนอัตราส่วนในรูปของสัญลักษณ์ดังแสดงตารางต่อไปนี้

จำนวนดินสอ (แท่ง)	ราคา (บาท)	อัตราส่วนของจำนวนดินสอ เป็นแท่งต่อราคาเป็นบาท
1	2	1 : 2 หรือ $\frac{1}{2}$
2	4	2 : 4 หรือ $\frac{2}{4}$
4	8	4 : 8 หรือ $\frac{4}{8}$
6	12	6 : 12 หรือ $\frac{6}{12}$
8	16	8 : 16 หรือ $\frac{8}{16}$

จากตาราง สัญลักษณ์ 1 : 2 แทน อัตราส่วนของจำนวนดินสอเป็นแท่งต่อราคาเป็นบาท เป็น 1 : 2 โดยเรียก 1 ว่าจำนวนแรกหรือจำนวนที่หนึ่งของอัตราส่วน และเรียก 2 ว่าจำนวนหลังหรือจำนวนที่สองของอัตราส่วน ส่วนสัญลักษณ์ $\frac{1}{2}$ ครูเห็นว่าไม่ใช่เศษหนึ่งส่วนสอง แต่มีความหมายเช่นเดียวกับสัญลักษณ์ 1 : 2

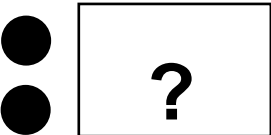
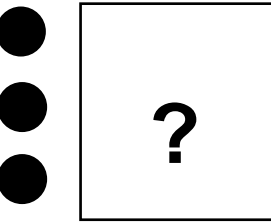
2.4 ครูสนทนากับนักเรียนในสถานการณ์ต่อไปนี้

“โรงสีข้าวในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง ข้าวเปลือก 1 กระสอบ สามารถสีเป็นข้าวสารได้ 3 ถัง เมื่อนำข้าวเปลือกไปสีที่โรงสีข้าวดังกล่าวตามจำนวนที่แสดงในตารางข้างล่าง”

กำหนดให้  แทน ข้าวเปลือก 1 กระสอบ

และให้  แทน ข้าวสาร 1 ถัง

จากสถานการณ์ดังกล่าว ครูใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อเติมช่องว่างให้สมบูรณ์ในตารางต่อไปนี้

จำนวนข้าวเปลือก และจำนวนข้าวสาร	จำนวน ข้าวเปลือก (กระสอบ)	จำนวนข้าวสาร (ถัง)	อัตราส่วนของ จำนวนข้าวเปลือก ต่อจำนวนข้าวสาร	อัตราส่วนของ จำนวนข้าวสารต่อ จำนวนข้าวเปลือก
	1	3	1 : 3	3 : 1
				
				

จากสถานการณ์ข้างต้น แสดงการเปรียบเทียบจำนวนข้าวเปลือกเป็นกระสอบและข้าวสารเป็นถัง ครูกล่าวว่า การเปรียบเทียบจำนวนข้าวเปลือกเป็นกระสอบกับจำนวนข้าวสารเป็นถัง ดังกล่าว จะเรียกว่า อัตราส่วนของจำนวนข้าวเปลือกเป็นกระสอบต่อจำนวนข้าวสารเป็นถัง เป็น 1 : 3

ครูถามนักเรียนว่าอัตราส่วน 1 : 3 และอัตราส่วน 3 : 1 ที่แสดงในตารางข้อ 2.4 เป็นอัตราส่วนเดียวกันหรือไม่ เพราะเหตุใด ให้นักเรียนอธิบาย

2.5 ครูกำหนดสถานการณ์ต่อไปนี้

“นักเรียนห้องหนึ่งมีอัตราส่วนของจำนวนนักเรียนหญิงต่อนักเรียนชายเป็น 2 : 5 ”

ครูใช้การถามตอบกับนักเรียนในสถานการณ์ดังกล่าวนี้ เพื่อเติมช่องว่างในตารางให้สมบูรณ์

จำนวน นักเรียนหญิง (คน)	จำนวน นักเรียนชาย (คน)	จำนวนนักเรียน ทั้งหมด (คน)	อัตราส่วนของ จำนวนนักเรียนหญิง ต่อจำนวนนักเรียน ชาย	อัตราส่วนของ จำนวนนักเรียนหญิง ต่อจำนวนนักเรียน ทั้งหมด	อัตราส่วนของ จำนวนนักเรียนชาย ต่อจำนวนนักเรียน ทั้งหมด
2	5	7	2 : 5	2 : 7	5 : 7
4					
8					

2.6 ครูให้นักเรียนจับคู่ทำใบกิจกรรมที่ 1 แล้วสุ่มนักเรียนบางคู่ออกมาเฉลยบนกระดาน โดยมีเพื่อนนักเรียนและครูคอยตรวจสอบความถูกต้องไปพร้อมกัน

2.7 ครูให้นักเรียนจับคู่ (คู่เดิม) ทำใบกิจกรรมที่ 2 แล้วสุ่มนักเรียนบางคู่ (ที่ไม่ซ้ำกับคู่เดิม)ออกมาเฉลยบนกระดาน โดยมีเพื่อนนักเรียนและครูคอยตรวจสอบความถูกต้องไปพร้อมกัน

3. ขั้นสรุปกิจกรรมการเรียนรู้

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปแนวคิดของอัตราส่วนที่ใช้ในสถานการณ์ใด สถานการณ์หนึ่ง โดยครูใช้แนวคิดของนักเรียนเป็นตัวนำไปสู่การอภิปราย จนกระทั่งได้ข้อสรุปเกี่ยวกับอัตราส่วนในประเด็นต่อไปนี้

- อัตราส่วนใช้แสดงความสัมพันธ์หรือแสดงการเปรียบเทียบของปริมาณสองปริมาณในสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง

- การเขียนอัตราส่วนในรูปของสัญลักษณ์ เช่น อัตราส่วนของจำนวนดินสอ 1 แท่ง ต่อราคา 2 บาท แทนด้วย สัญลักษณ์ 1 : 2 หรือ $\frac{1}{2}$ แต่สัญลักษณ์ $\frac{1}{2}$ เน้นว่าไม่ใช่เศษหนึ่งส่วนสอง แต่เป็นการเขียนอัตราส่วนในรูปของเศษส่วน หรือสถานการณ์เกี่ยวกับอัตราส่วนใดๆ

อัตราส่วนของปริมาณ a ต่อปริมาณ b เขียนแทนด้วย $a : b$ หรือ $\frac{a}{b}$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ

สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1
2. ใบกิจกรรมที่ 2

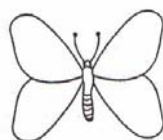
การวัดและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกันสนทนา การอภิปราย และการถามตอบในชั้นเรียน
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 1
3. ตรวจใบกิจกรรมที่ 2

ใบกิจกรรมที่ 1

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

“โรงเรียนแห่งหนึ่งพานักเรียนไปทัศนศึกษาที่พิพิธภัณฑ์ผีเสื้อแห่งหนึ่งในจังหวัดชลบุรี แต่
ละห้องในพิพิธภัณฑ์แสดงแบบจำลองของผีเสื้อ ซึ่งแบบจำลองแสดงให้เห็นว่าผีเสื้อที่สมบูรณ์ 1 ตัว
ประกอบด้วยอวัยวะได้แก่ ตัว 1 ตัว ปีก 4 ปีก และหนวด 2 หนวด ดังภาพประกอบข้างล่าง



ผีเสื้อที่สมบูรณ์ 1 ตัว



1 ตัว



4 ปีก



2 หนวด

จากสถานการณ์ดังกล่าว ให้นักเรียนเติมช่องว่างในตารางต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

จำนวนผีเสื้อ ที่สมบูรณ์ (ตัว)	จำนวนตัว ของผีเสื้อ (ตัว)	จำนวนปีก ของผีเสื้อ (ปีก)	จำนวนหนวด ของผีเสื้อ (หนวด)	อัตราส่วนของ จำนวนตัวผีเสื้อ ต่อจำนวนปีก ผีเสื้อ	อัตราส่วนของ จำนวนปีกผีเสื้อ ต่อจำนวนหนวด ผีเสื้อ	อัตราส่วนของ จำนวนหนวด ผีเสื้อต่อจำนวน ตัวผีเสื้อ
1	1	4	2	1 : 4	4 : 2	2 : 1
3						
6						

ใบกิจกรรมที่ 2

ตั๋มยำกึ่งเป็นอาหารประเภทแกงที่รับประทานกับข้าวสวย รับประทานกันทั่วทุกภาคในประเทศไทย เน้นรสชาติเปรี้ยวและเผ็ดเป็นหลัก จะออกเค็มและหวานเล็กน้อย เครื่องปรุงหลักของตั๋มยำประกอบด้วย กุ้งก้ามกราม ข้าวอ่อน ใบมะกรูดอ่อน ตะไคร้ เห็ดฟาง พริกขี้หนูสด และน้ำมะนาว ซึ่งการผสมเครื่องปรุงมีอัตราส่วนดังกรอบต่อไปนี้

กุ้งก้ามกราม	12	ตัว
ข้าวอ่อน	19	ชิ้น
ใบมะกรูดอ่อน	4	ใบ
ตะไคร้	9	ท่อน
เห็ดฟาง	40	ลูก
พริกขี้หนูสด	25	เม็ด
น้ำมะนาว	5	ซัอนโต๊ะ

อัตราส่วนของจำนวนกุ้งก้ามกรามต่อจำนวนใบมะกรูดอ่อน	12 : 4
อัตราส่วนของจำนวนเห็ดฟางต่อจำนวนข้าวอ่อน	
อัตราส่วนของจำนวนน้ำมะนาวต่อจำนวนตะไคร้	
อัตราส่วนของจำนวนเห็ดฟางต่อจำนวนพริกขี้หนูสด	
อัตราส่วนของจำนวนกุ้งก้ามกรามต่อจำนวน.....	 : 5
อัตราส่วนของจำนวน.....ต่อจำนวนข้าวอ่อน	9 :
อัตราส่วนของจำนวน.....ต่อจำนวน.....	25 : 19
อัตราส่วนของจำนวน.....ต่อจำนวน.....	5 : 40
.....	19 : 12
.....	4 : 25

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 13

สถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

จำนวน 1 คาบ

สาระสำคัญ

สถานการณ์ที่ไม่แสดงถึงการเท่ากันของอัตราส่วน เรียกว่า สถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

สองสถานการณ์ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนและสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

สถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วน

ร้านอยู่ในประเทศอังกฤษ ต้องการแลกเงินบาทของไทยเป็นเงินปอนด์ของอังกฤษ โดยอัตราแลกเปลี่ยนเงินคือ 1 ปอนด์ เท่ากับ 60 บาท โดยร้านนี้ได้นำเงินบาทของไทยมาแลกเป็นเงินปอนด์ของอังกฤษตามจำนวนในตารางดังนี้

เงินปอนด์ของอังกฤษ (ปอนด์)	1	2	3	4
เงินบาทของไทย (บาท)	60	120	180	240

จากตารางจะพบว่าอัตราส่วนในสถานการณ์ดังกล่าว ได้แก่ 1 : 60 หรือ 2 : 120 หรือ 3 : 180 หรือ 4 : 240 ทั้งหมดเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน ดังนั้นสถานการณ์ดังกล่าวเป็นสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วน

สถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

อรุณและวัชระกำลังวิ่งรอบสนามด้วยอัตราเร็วเท่ากันไปตามลู่วิ่ง โดยอรุณเริ่มวิ่งก่อนขณะที่อรุณวิ่งได้ 9 รอบ วัชระวิ่งได้ 3 รอบ ซึ่งระยะทางการวิ่งของทั้งสองคนเป็นไปตามจำนวนในตารางดังนี้

ระยะทางที่วัชระวิ่งได้ (รอบ)	3	4	5	6	7	8
ระยะทางที่อรุณวิ่งได้ (รอบ)	9	10	11	12	13	14

จากตารางจะพบว่าอัตราส่วนในสถานการณ์ดังกล่าว ได้แก่ 3 : 9 หรือ 4 : 10 หรือ 5 : 11 หรือ 6 : 12 หรือ 7 : 13 หรือ 8 : 14 ทั้งหมดเป็นอัตราส่วนที่ไม่เท่ากัน ดังนั้นสถานการณ์ดังกล่าวเป็นสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อกำหนดสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่งมาให้ นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่า สถานการณ์ดังกล่าวนั้นเป็นสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนหรือเป็นสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 ครูเสนอสถานการณ์

ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มๆ ละ 4 คน ทำใบกิจกรรมที่ 16 ซึ่งกำหนดสถานการณ์ให้

ดังนี้

สถานการณ์ที่ 1

“ร้านป่าแก้ว ขายส้มตำ 1 ครก ราคา 15 บาท สมใจไปซื้อส้มตำร้านดังกล่าว ตามจำนวน (ครก) ดังตารางต่อไปนี้”

จำนวนครก (ครก)	1	2	3	4	5
ราคา (บาท)	15	30	45	60	75

สถานการณ์ที่ 2

“วิรัตน์กับวินัยกำลังวิ่งรอบสนามด้วยอัตราเร็วเท่ากันไปตามลู่วิ่ง การวิ่งรอบสนามทั้งสองคนพบว่า เมื่อวิรัตน์วิ่ง 4 รอบ วินัยจะวิ่งได้ 2 รอบ ให้ระยะการวิ่งของวิรัตน์และวินัยเป็นไปตามจำนวนดังตารางต่อไปนี้”

ระยะทางที่วิรัตน์วิ่งได้ (รอบ)	4	8	12	16	18
ระยะทางที่วินัยวิ่งได้ (รอบ)	2	6	10	14	16

สถานการณ์ที่ 3

“การแข่งขันเทนนิสแต่ละครั้งของภราดร ป๋อยครั้งภราดรมักจะชนะคู่แข่ง 3 เซต จากการเล่น 5 เซต และการแข่งขันในครั้งต่อไป มาผลการแข่งเป็นไปตามตารางต่อไปนี้”

จำนวนเซตที่ชนะ (เซต)	3	9	15	21	27
จำนวนเซตทั้งหมดที่เล่น (เซต)	5	11	17	23	29

สถานการณ์ที่ 4

“โรงงานผลิตหลอดไฟแห่งหนึ่ง พบว่าหลอดไฟที่ผลิตออกมาทุกๆ 52 หลอด จะมีหลอดไฟชำรุดอยู่ 4 หลอด และการผลิตหลอดไฟต่อไปๆ มาจำนวนหลอดไฟชำรุด มีข้อมูลดังตารางต่อไปนี้”

จำนวนหลอดไฟชำรุด (หลอด)	4	12	16	17
จำนวนหลอดไฟที่ผลิตได้ (หลอด)	52	156	208	221

ขั้นที่ 2 นักเรียนลงมือคิดแก้ปัญหา

ครูให้นักเรียนทำความเข้าใจในประเด็นต่างๆ ของสถานการณ์ที่กำหนดให้ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วางแผน วิเคราะห์ ช่วยกันระดมความคิด พร้อมแลกเปลี่ยนความรู้กันภายในกลุ่มเพื่อหาวิธีการมาช่วยในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

ขั้นที่ 3 ครูคอยสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน

ครูดูแลและคอยสังเกตพฤติกรรมในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน ให้คำชี้แนะกับนักเรียนกลุ่มที่มีประเด็นข้อสงสัยหรือเกิดปัญหา แต่เน้นให้นักเรียนรู้จักคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน นอกจากนี้ครูให้กำลังใจพร้อมกับสร้างบรรยากาศที่ดีในการทำกิจกรรมของนักเรียน

ขั้นที่ 4 นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา

เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 16 เสร็จ ครูสุ่มเลือกนักเรียนที่เป็นตัวแทนของกลุ่ม 2 – 3 กลุ่มให้ออกมานำเสนอแนวคิดการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยมีครูและเพื่อนนักเรียนร่วมห้องมีโอกาสได้ซักถามและแสดงความคิดเห็นเพื่อให้เกิดประเด็นหรือมุมมองหรือแนวคิดใหม่ๆ ที่แตกต่างจากสิ่งที่ตัวแทนกลุ่มที่สุ่มเลือกได้ออกมานำเสนอ นอกจากนี้อาจมีการขยายประเด็นของสถานการณ์ปัญหาออกไป เพื่อให้เกิดการอภิปราย รวมทั้งเป็นการขยายแนวคิดของนักเรียนด้วย

ขั้นที่ 5 นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิดที่ได้

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปเกี่ยวกับสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนโดยครูใช้แนวคิดของนักเรียนเป็นตัวนำไปสู่การอภิปราย จนกระทั่งได้ข้อสรุปเกี่ยวกับสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วนดังนี้

- สถานการณ์ที่ไม่แสดงถึงการเท่ากันของอัตราส่วน เรียกว่า สถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน

- ถ้าเป็นสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วน อัตราส่วนทุกอัตราส่วนที่กำหนดให้ในตารางเท่ากันทั้งหมด ถ้าเป็นสถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วน จะมีบางอัตราส่วนที่ไม่เท่ากัน

- ข้อสังเกตของสถานการณ์เกี่ยวกับสัดส่วนจะเกี่ยวข้องกับการคูณหรือการหารของจำนวน แต่สถานการณ์ที่ไม่เกี่ยวกับสัดส่วนจะเกี่ยวข้องกับการบวกหรือผลต่างของจำนวน

สื่อการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 16

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตจากการร่วมกันสนทนา การอภิปราย และการถามตอบในชั้นเรียน
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 16

ใบกิจกรรมที่ 16

1. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ในกรอบต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 1

“ร้านป่าแก้ว ขายส้มตำ 1 ครก ราคา 15 บาท สมใจไปซื้อส้มตำร้านดังกล่าวตามจำนวน (ครก) ดังตารางต่อไปนี้”

จำนวนครก (ครก)	1	2	3	4	5
ราคา (บาท)	15	30	45	60	75

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 1 เป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....เพราะว่า.....

2. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ในกรอบต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 2

“วิรัตน์กับวินิชกำลังวิ่งรอบสนามด้วยอัตราเร็วเท่ากันไปตามลู่วิ่ง การวิ่งรอบสนามทั้งสองคนพบว่า เมื่อวิรัตน์วิ่ง 4 รอบ วินิชจะวิ่งได้ 2 รอบ ให้ระยะการวิ่งของวิรัตน์และวินิชเป็นไปตามจำนวนดังตารางต่อไปนี้”

ระยะทางที่วิรัตน์วิ่งได้ (รอบ)	4	8	12	16	18
ระยะทางที่วินิชวิ่งได้ (รอบ)	2	6	10	14	16

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 2 เป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....เพราะว่า.....

.....

.....

.....

3. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ในกรอบต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 3

“การแข่งขันเทนนิสแต่ละครั้งของภราดร ป๋อยครั้งภราดรมักจะชนะคู่แข่ง 3 เซตจากการเล่น 5 เซต และการแข่งขันในครั้งต่อๆ มาผลการแข่งเป็นไปตามตารางต่อไปนี้”

จำนวนเซตที่ชนะ (เซต)	3	9	15	21	27
จำนวนเซตทั้งหมดที่เล่น (เซต)	5	11	17	23	29

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 3 เป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....เพราะว่า.....

.....

.....

.....

4. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ในกรอบต่อไปนี้

สถานการณ์ที่ 4

“โรงงานผลิตหลอดไฟแห่งหนึ่ง พบว่าหลอดไฟที่ผลิตออกมาทุกๆ 52 หลอด จะมีหลอดไฟชำรุดอยู่ 4 หลอด และการผลิตหลอดไฟต่อๆ มาจำนวนหลอดไฟชำรุดมีข้อมูลดังตารางต่อไปนี้”

จำนวนหลอดไฟชำรุด (หลอด)	4	12	16	17
จำนวนหลอดไฟที่ผลิตได้ (หลอด)	52	156	208	221

จากข้อมูลในตาราง สถานการณ์ที่ 4 เป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....เพราะว่า.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก จ
แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน
และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

ชื่อ – นามสกุล.....เลขที่.....

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

คำชี้แจง : แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที คะแนนเต็ม 72 คะแนน

1. ลัตดาทำขนมไทยชนิดหนึ่งใช้แป้ง 4 ถ้วย ต่อ น้ำตาล 5 ถ้วย ด้วยอัตราส่วนดังกล่าว ถ้าลัตดาใช้แป้ง 28 ถ้วย จงหาว่าลัตดาต้องใช้น้ำตาลกี่ถ้วย

.....

.....

.....

2. ในการสำรวจสินค้าชนิดหนึ่ง พบว่า สินค้าทุกๆ 200 ชิ้น จะมีสินค้าชำรุด 6 ชิ้น ถ้าสำรวจสินค้าชนิดดังกล่าวพบว่ามีสินค้าชำรุด 42 ชิ้น จงหาว่าสินค้าที่สำรวจทั้งหมดมีจำนวนกี่ชิ้น

.....

.....

.....

3. หลังจากฝึกซ้อมตระกร้อเสร็จ ชีพจรของสปีดักดีเต้น 90 ครั้ง ต่อเวลา 75 วินาที ด้วยอัตราส่วนดังกล่าวจงหาว่าชีพจรของสปีดักดีเต้นกี่ครั้งในเวลา 15 วินาที

.....

.....

.....

.....

4. พ่อซื้อเชือกเส้นหนึ่งยาว 6 เมตร ราคา 30 บาท จากร้านค้าหน้าปากซอย ส่วนลุงซื้อเชือกชนิดเดียวกันจากอีกร้านหนึ่งโดยซื้อเชือกยาว 18 เมตร ราคา 100 บาท จงหาว่าราคาเชือกทั้งสองร้านนี้เท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

5. สมหมายขับรถเก่งไปทำงานด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 80 กิโลเมตรต่อ 60 นาที ส่วนโอภาสขับรถเก่งไปทำงานเหมือนกันด้วยอัตราเร็วเฉลี่ย 60 กิโลเมตรต่อ 40 นาที อยากทราบว่าใครขับรถเก่งเร็วกว่ากัน หรือทั้งสองคนขับรถเก่งด้วยอัตราเร็วเฉลี่ยเท่ากัน

.....

.....

.....

.....

6. เครื่องพรีนเตอร์เลเซอร์ยี่ห้อหนึ่ง มีอัตราเร็วในการพิมพ์ 60 แผ่น ต่อ 2 นาที ที่อัตราเร็วดังกล่าวนี้ เป็นไปได้หรือไม่ ถ้าต้องการพิมพ์งาน 90 แผ่นให้เสร็จภายใน 3 นาที เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

7. รถจักรยานยนต์คันหนึ่งใช้น้ำมัน 15 ลิตร แล่นได้ไกลเป็นระยะทาง 135 กิโลเมตร ด้วยอัตราส่วนดังกล่าว ถ้าใช้น้ำมัน 4 ลิตร รถจักรยานยนต์คันดังกล่าวจะแล่นได้ไกลกี่กิโลเมตร

.....

.....

.....

8. ในการผสมคอนกรีต อัตราส่วนของปูนต่อทราย เป็น 3 : 4 ด้วยอัตราส่วนดังกล่าว ถ้าในงานก่อสร้างแห่งหนึ่ง ใช้ทรายไป 48 ถัง จงหาว่าต้องใช้ปูนกี่ถัง

.....

.....

.....

.....

9. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีครู 35 คน ต่อนักเรียน 700 คน จำนวนครูคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

.....

.....

.....

10. บ้านของปามีเครื่องสูบน้ำอยู่สองเครื่อง เครื่องแรกใช้น้ำมัน 10 ลิตร สูบน้ำได้นาน 25 ชั่วโมง อีกเครื่องหนึ่งใช้น้ำมัน 6 ลิตร สูบน้ำได้นาน 20 ชั่วโมง อยากทราบว่าควรจะใช้เครื่องสูบน้ำเครื่องใด ถึงจะประหยัดน้ำมัน

.....

.....

.....

.....

11. สังขยาเป็นขนมไทยมีส่วนผสมสำคัญ คือ ไข่เป็ดและน้ำตาล การทำสังขยาของร้านป้าสมใจ ใช้ ไข่เป็ด 16 ฟองต่อน้ำตาล 12 ถ้วยตวง ส่วนร้านพี่แหม่มทำสังขยาแบบเดียวกัน แต่ใช้ไข่เป็ด 24 ฟองต่อน้ำตาล 18 ถ้วยตวง อยากทราบว่าทั้งสองร้านใช้ไข่เป็ดต่อน้ำตาลในอัตราส่วนที่เท่ากัน หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

12. ป้าสมศรีปลูกยางพาราบนพื้นที่ 6 ไร่ ซึ่งได้ผลผลิตโดยประมาณ 810 กิโลกรัม ด้วยอัตราส่วน ดังกล่าวถ้าป้าสมศรีลดพื้นที่ปลูกยางพาราเหลือ 5 ไร่ จงหาว่าป้าสมศรีจะได้ผลผลิตยางพารา โดยประมาณกี่กิโลกรัม

.....

.....

.....

.....

13. ร้านหนูแหม่มกับร้านหนูดีเป็นร้านขายส่งเสื้อผ้า ร้านหนูแหม่มขายกางเกงยีนส์ 9 ตัว ราคา 720 บาท ส่วนร้านหนูดีขายกางเกงยีนส์แบบเดียวกัน แต่ขายกางเกงยีนส์ 12 ตัว ราคา 900 บาท อยากทราบว่าร้านขายส่งเสื้อผ้าร้านใดขายถูกกว่า หรือทั้งสองร้านขายในราคาเท่ากัน

.....

.....

.....

.....

14. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

“สมชายซื้อขนมปัง 3 ชิ้น ราคา 15 บาท”

จำนวนปัง (ชิ้น)	3	4	5	x
ราคา (บาท)	15	20	25	y

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตาราง $x = \dots\dots\dots$ และ $y = \dots\dots\dots$ เพราะว่า.....

.....

.....

15. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

“มนตรีใช้สีกระป๋อง 14 กระป๋อง ทาสีเก้าอี้ได้ 49 ตัว”

จำนวนสีกระป๋อง (กระป๋อง)	14	x	6	2
จำนวนเก้าอี้ (ตัว)	49	y	21	7

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตาราง $x = \dots\dots\dots$ และ $y = \dots\dots\dots$ เพราะว่า.....

.....

.....

16. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

“รถคันหนึ่งใช้น้ำมัน 16 ลิตร แล่นไปได้ไกลเป็นระยะทาง 80 กิโลเมตร”

ปริมาณน้ำมัน (ลิตร)	16	8	4	x
ระยะทาง (กิโลเมตร)	80	40	20	y

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตาราง $x = \dots\dots\dots$ และ $y = \dots\dots\dots$ เพราะว่า.....

.....

.....

17. ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

“อัตราค่าโดยสารรถประจำทางคันหนึ่ง 6 บาทต่อคน”

จำนวนคน (คน)	1	3	x	9
ค่าโดยสาร (บาท)	6	18	y	54

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตาราง $x = \dots\dots\dots$ และ $y = \dots\dots\dots$ เพราะว่า.....

.....

.....

18. ผู้หญิงคนหนึ่งมีเงินเดือนๆ ละ 14,000 บาท เธอต้องผ่อนชำระค่าบ้านร้อยละ 10 ของเงินเดือน ผู้หญิงคนนี้ผ่อนชำระค่าบ้านเดือนละเท่าไร

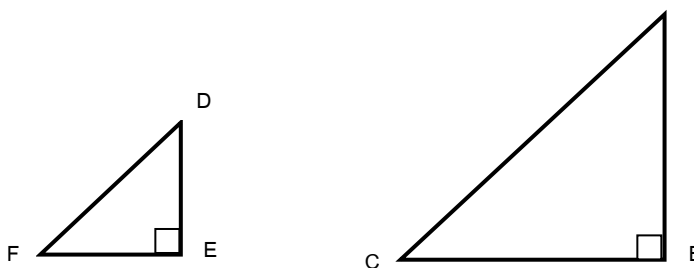
.....

.....

.....

.....

19. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มุม B และมุม E เป็นมุมฉาก จากรูปกำหนด $CB : FE = 5 : 2$ ด้วยอัตราส่วนดังกล่าวนี้ ถ้าวัดด้าน AC ยาว 30 เซนติเมตร แล้ววัดด้าน FE ยาวเท่าใด



.....

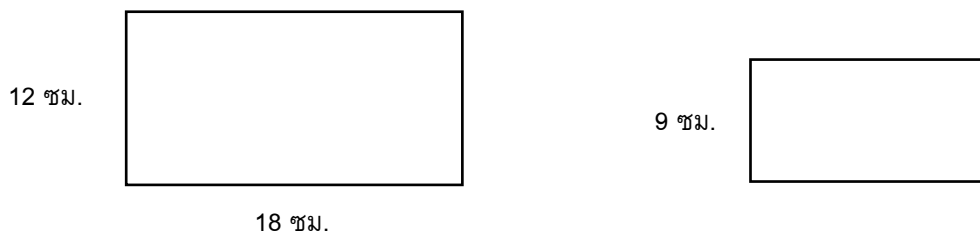
.....

.....

.....

.....

20. จากรูปกำหนดให้อัตราส่วนของความกว้างต่อความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปเท่ากัน จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปเล็กมีความยาวกี่เซนติเมตร



.....

.....

.....

.....

.....

21. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

“ปีนี้พ่อของแดงมีอายุ 30 ปี ขณะที่แดงมีอายุ 10 ปี ดังนั้นอายุของพ่อและอายุของแดง ในอีกสามปีข้างหน้าจะเป็นไปตามจำนวนดังตารางต่อไปนี้”

อายุของแดง (ปี)	10	11	12	13
อายุของพ่อ (ปี)	30	31	32	33

จากข้อมูลในตารางเป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....เพราะว่า.....

.....

.....

.....

.....

22. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

“ในแต่ละวันหนอน 2 ตัวจะกินใบไม้ 5 ใบ โดยการกินใบไม้ของหนอนมีข้อมูลดังตารางต่อไปนี้”

จำนวนหนอน (ตัว)	2	4	8	16
จำนวนใบไม้ (ใบ)	5	10	20	40

จากข้อมูลในตารางเป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....เพราะว่า.....

.....

.....

.....

.....

.....

23. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

“ไสวทอผ้าฝ้ายยาว 3 เมตร ใช้เวลาทอโดยประมาณ 4 วัน โดยการทอผ้าฝ้ายของไสวมีข้อมูลเป็นไปตาม

จำนวนดังตารางต่อไปนี้”

ความยาวผ้าฝ้าย (เมตร)	3	6	9	12
เวลาที่ใช้ทอ (วัน)	4	7	10	13

จากข้อมูลในตารางเป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....เพราะว่า.....

.....

.....

.....

.....

.....

24. ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้

“ร้านค้าแห่งหนึ่งขายยาสีฟัน 6 หลอด ราคา 40 บาท โดมซื้อยาสีฟันที่ร้านค้านี้ตามจำนวนดังตารางต่อไปนี้”

จำนวนยาสีฟัน (หลอด)	6	9	12	15
ราคา (บาท)	40	60	80	100

จากข้อมูลในตารางเป็นสถานการณ์เกี่ยวข้องกับสัดส่วนหรือไม่

ตอบ.....เพราะว่า.....

.....

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
3	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา เขียนอธิบายได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ ได้คำตอบถูกต้อง
2	แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในการแก้ปัญหาเป็นส่วนใหญ่ ใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมหรือยุทธวิธีที่เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ แต่อาจจะมี การเขียนอธิบายที่ไม่ค่อยสมบูรณ์หรือชัดเจนในบางส่วน หรือมีความ ผิดพลาดในการคำนวณทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง
1	มีความพยายามในการเขียนการอธิบายที่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจบ้าง ส่วน มีความผิดพลาดในยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหายอยู่ หรือได้คำตอบที่ไม่ สมบูรณ์ หรือคำตอบที่ถูกต้องอาจจะได้มาจากการเดา
0	ไม่มีความพยายามในการแก้ปัญหา ไม่รู้จะอธิบายอย่างไร หรือแสดง แนวคิดในการแก้ปัญหาไม่เกี่ยวข้องกับข้อคำถามเลย

ภาคผนวก จ
แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผล
เชิงสัดส่วนและแบบสัมภาษณ์

แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่.....เรื่อง.....ใบกิจกรรมที่.....

สังเกตพฤติกรรมด้าน.....

นักเรียนที่ถูกสังเกต.....ครั้งที่.....

ข้อคำถามที่ต้องการสังเกต	0	1	2	3	ข้อสังเกตเพิ่มเติม
1					
2					
3					
4					

รายละเอียดเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

.....

หมายเหตุ 3 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมระดับ 3

2 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมระดับ 2

1 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมระดับ 1

0 หมายถึง นักเรียนแสดงพฤติกรรมระดับ 0

แบบสัมภาษณ์เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงสัดส่วน

ชื่อ – นามสกุล.....ชั้น.....
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.เวลา.....

การอธิบายถึงสัดส่วนในลักษณะการเปลี่ยนแปลงร่วมกัน

ของสองปริมาณแต่ยังคงเป็นอัตราส่วนเดียวกัน

ข้อที่สัมภาษณ์.....

คำถามข้อนี้ให้หาอะไร.....

นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไรจึงคำตอบ.....

นักเรียนคิดว่าคำตอบและเหตุผลของนักเรียน.....

ถูกต้องและสมบูรณ์หรือไม่.....

การเปรียบเทียบอัตราส่วน

ข้อที่สัมภาษณ์.....

คำถามข้อนี้ให้หาอะไร.....

นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไรจึงคำตอบ.....

นักเรียนคิดว่าคำตอบและเหตุผลของนักเรียน.....

ถูกต้องและสมบูรณ์หรือไม่.....

การแยกแยะสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

และไม่เกี่ยวข้องกับสัดส่วน

ข้อที่สัมภาษณ์.....

คำถามข้อนี้ให้หาอะไร.....

นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไรจึงคำตอบ.....

นักเรียนคิดว่าคำตอบและเหตุผลของนักเรียน.....

ถูกต้องและสมบูรณ์หรือไม่.....

การหาค่าที่หายไปจากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วน

ข้อที่สัมภาษณ์.....

คำถามข้อนี้ให้หาอะไร.....

นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไรจึงคำตอบ.....

นักเรียนคิดว่าคำตอบและเหตุผลของนักเรียน.....

ถูกต้องและสมบูรณ์หรือไม่.....

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล

นายขวัญ เพียชัย

วันเดือนปีเกิด

26 พฤษภาคม 2521

สถานที่เกิด

อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา

สถานที่อยู่ปัจจุบัน

27/3 หมู่ 4 ตำบลกุดน้อย อำเภอสีคิ้ว
จังหวัดนครราชสีมา 30140

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2540

มัธยมศึกษาปีที่ 6

จากโรงเรียนห้วยลึกผดุงวิทยา จังหวัดนครราชสีมา

พ.ศ. 2543

การศึกษาระดับบัณฑิต (คณิตศาสตร์) เกียรตินิยมอันดับ 2

จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

พ.ศ. 2546

การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์)

จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

พ.ศ. 2553

การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)

จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ