

การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย  
ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ปริญญาานิพนธ์

ของ

จงกล ทำสวน

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

เมษายน 2553

การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย  
ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ปริญญาานิพนธ์

ของ

จงกล ทำสวน

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาดุษฐ์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

เมษายน 2553

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย  
ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

บทคัดย่อ  
ของ  
จงกล ทำสวน

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
เมษายน 2553

จกกล ทำสวน. (2553). การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา).  
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม:  
ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นน้อม, รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ,  
รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมัลย์.

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาและศึกษาประสิทธิภาพของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และศึกษา เจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังจากสิ้นสุดการทดลองใช้หลักสูตร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์สูง โรงเรียนมหิตลวิทยานุสรณ์ จังหวัดนครปฐม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 7 คน ได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์สูง เป็นหลักสูตรที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและ เน้นการเรียนแบบร่วมมือ รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีทั้งการเรียนรวมทั้งชั้นโดยครูผู้สอนซึ่ง ใช้แนวทางการสอนแบบใช้ปัญหามาเข้าสู่บทเรียน และการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มที่ส่งเสริม ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง แบบประเมินความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบ อิงเกณฑ์ แบบรายงานผลการปฏิบัติงาน แบบสำรวจรายการ และแบบวัดเจตคติของนักเรียน ต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยแบบแผนการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังเรียนเท่านั้น (One-Group Posttest-Only Design) หลังจากประเมินประสิทธิภาพของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ โดย ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านแล้ว นำหลักสูตรไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างเป็นเวลา 15 วัน วันละ 3 ชั่วโมง ทดสอบความสามารถด้านเนื้อหา 2 ครั้ง ครั้งละ 2 ชั่วโมง 30 นาที ใช้เวลารวมทั้งสิ้น 50 ชั่วโมง และวัดเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังจากสิ้นสุดการทดลองใช้หลักสูตร จากนั้น วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทวินาม(Binomial Test)

ผลการวิจัยพบว่า

1. หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่สร้างขึ้น มีประสิทธิภาพตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
2. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียน หลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

3. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

4. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

5. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

THE DEVELOPMENT OF GRAPH THEORY CURRICULUM  
FOR UPPER SECONDARY STUDENTS WITH HIGH MATHEMATICS ACHIEVEMENT

AN ABSTRACT  
BY  
JONGKOL THAMSUAN

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the  
Doctor of Education Degree in Mathematics Education  
at Srinakharinwirot University

April 2010

Jongkol Thamsuan. (2010). *The Development of Graph Theory Curriculum for Upper Secondary Students with High Mathematics Achievement*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Prof. Dr. Narong Punnim, Assoc. Prof. Dr. Suwattana Eamoraphan, Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya.

The purposes of this research were to develop a graph theory curriculum for the upper secondary students with high mathematics achievement, to study its efficiency, and to study students' attitude towards mathematics after learning graph theory curriculum.

The seven subjects of this study were chosen from twelve upper secondary students with high mathematics achievement who had enrolled in the second semester of the 2009 academic year from Mahidol Wittayanusorn School (Public Organization), Nakhonprathom. They were selected by using the purposive sampling technique.

Graph theory curriculum for upper secondary students with high mathematics achievement was designed for the classroom activity model which would facilitate student-centered and cooperative learning. The classroom activities included both methods one of lecturing with problem approach and group activities to promote students' ability in mathematical problem solving and reasoning.

All research instruments comprised graph theory curriculum for upper secondary students with high mathematics achievement, questionnaire for specialists to review the structures of the curriculum, criterion-referenced achievement test, student performance report, checklist, and attitude test. The design of this study was One-Group Posttest-Only Design. Three specialists evaluated the curriculum, and it was implemented for the experimental group for 15 days with three hours per day. There are two tests, each test took two and a half hours, total spending time 50 hours. At the end of experiment, the attitude test was administered. The data were then analyzed by using the mean, standard deviation, and Binomial Test.

The results of the study revealed that:

1. The graph theory curriculum developed for upper secondary students with high mathematics achievement was efficient according to specialists' opinions.
2. The upper secondary students with high mathematics achievement who studied the graph theory curriculum achieved content ability at the 86% level of confidence.

3. The upper secondary students with high mathematics achievement who studied the graph theory curriculum had mathematical problem solving and reasoning ability at the 86% level of confidence.

4. The mathematical problem solving and reasoning behavior of upper secondary students with high mathematics achievement who studied the graph theory curriculum were good at the 86% level of confidence.

5. The attitude towards mathematics of upper secondary students with high mathematics achievement who studied the graph theory curriculum were good at the 86% level of confidence.



ปริญญานิพนธ์  
เรื่อง

การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย  
ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ของ  
จงกล ทำสวน

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาการศึกษาดุษฐ์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา  
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย สันติวัฒนกุล)  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2553

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน  
(ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นนึ่ง)

..... ประธาน  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไชยสังข์)

..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ)

..... กรรมการ  
(ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ ปั้นนึ่ง)

..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ)

..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียรพะงษ์)

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์  
จาก

งบประมาณแผ่นดิน ประจำปีงบประมาณ 2553  
ระดับปริญญาเอก ปีการศึกษา 2552  
กองกิจการนิสิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความอนุเคราะห์จากหลายท่าน หลายฝ่าย ขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร. ณรงค์ บั้นนี่ม ที่กรุณารับเป็นประธาน คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และสละเวลาอันมีค่าในการให้คำปรึกษา คำแนะนำและความรู้ อันเป็นส่วนสำคัญยิ่งในการทำปริญญานิพนธ์ ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา เอี่ยมมอรรถพร และรองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมมาลย์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาเป็นอย่างมากในการให้คำปรึกษา คำแนะนำแก่ผู้วิจัยด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี จนทำให้ปริญญานิพนธ์สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไชยสังข์ ที่กรุณารับเป็นประธาน คณะกรรมการสอบปากเปล่า และรองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียรพะพงษ์ ที่รับเป็นกรรมการสอบ ปากเปล่า ซึ่งท่านทั้งสองได้ให้ข้อเสนอแนะ และคำแนะนำอันเป็นประโยชน์ยิ่ง ทำให้ปริญญานิพนธ์ นี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วราภรณ์ แสนพลพัฒน์ อาจารย์ ดร. จินดิษฐ์ ละออบักษิณ และอาจารย์จำเริญ เจียวหวาน ที่กรุณารับเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งท่านทั้งสามได้ให้ความช่วยเหลือและให้ข้อคิดเห็น ตลอดจนช่วยแก้ไข ข้อบกพร่องต่างๆ จนทำให้ได้เครื่องมือที่มีประสิทธิภาพและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณโรงเรียนสุวรรณภูมิพิทยไพศาล และอาจารย์สุเทพ ชัชวาลย์ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือ และอำนวยความสะดวกในการทดลองนำร่องเพื่อพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มทดลองนำร่องที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณโรงเรียนมหิตลวิทยานุสรณ์ และอาจารย์จำเริญ เจียวหวาน ที่ได้ให้ความช่วยเหลือ และอำนวยความสะดวกในการทดลองเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย และขอขอบใจ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อประมวล – คุณแม่วันทอง ทำสวน ที่ได้ให้กำลังใจอันมีค่ายิ่ง และสนับสนุนผู้วิจัยมาโดยตลอด ขอขอบคุณจำสิบเอกเกรียงไกร ทำสวน และทุกคนในครอบครัว สำหรับกำลังใจที่ดีเสมอมา

ขอขอบคุณพี่ น้อง คณาจารย์ทุกคน ที่เป็นแรงใจให้แกกันและกันด้วยดีเสมอมา

ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่า งานวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์ ของประเทศไทย คุณค่าและประโยชน์อันเกิดจากงานวิจัยนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณบิดา มารดา ตลอดจนครูผู้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัยตั้งแต่มือถือต้นจวบจนปัจจุบัน

จกกล ทำสวน

# สารบัญ

บทที่	หน้า
<b>1 บทนำ</b> .....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
ความสำคัญของการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	7
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	7
ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง.....	7
ตัวแปรที่ศึกษา.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
สมมติฐานในการวิจัย.....	11
<b>2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b> .....	13
ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรและ การประเมินหลักสูตร.....	14
ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ.....	33
ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล.....	42
ตอนที่ 4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์.....	78
<b>3 วิธีดำเนินการวิจัย</b> .....	83
การกำหนดกลุ่มตัวอย่าง.....	83
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	83
วิธีดำเนินการวิจัย.....	83
การศึกษา สํารวจและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน.....	86
การสร้างและการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง....	86
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้จัดเก็บข้อมูลในการวิจัย.....	92
การทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล.....	98
การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้.....	99

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
<b>4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....</b>	<b>101</b>
ตอนที่ 1 ผลของการศึกษาประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับ นักเรียนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ.....	102
ตอนที่ 2 ผลของการศึกษาประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตร.....	107
ตอนที่ 3 ผลของการศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังสิ้นสุด การใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.....	121
ตอนที่ 4 ข้อค้นพบด้านผลการใช้หลักสูตรที่ได้จากการศึกษาหลักสูตร ทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.....	122
<b>5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....</b>	<b>130</b>
ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย.....	130
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	130
สมมติฐานของการวิจัย.....	130
วิธีดำเนินการวิจัย.....	131
สรุปผลการวิจัย.....	139
การอภิปรายผล.....	141
ข้อเสนอแนะ.....	145
ข้อเสนอแนะทั่วไป.....	145
ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป.....	146
<b>บรรณานุกรม.....</b>	<b>147</b>

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก.....	166
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ.....	167
ภาคผนวก ข แบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ.....	169
ภาคผนวก ค แบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	179
ภาคผนวก ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเกณฑ์การให้คะแนน แบบรูปรีด.....	188
ภาคผนวก จ แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม กิจกรรมที่ 5.1 และเกณฑ์ การให้คะแนนแบบรูปรีด.....	199
ภาคผนวก ฉ แบบสำรวจรายการ.....	212
ภาคผนวก ช แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์.....	218
ภาคผนวก ซ หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และเอกสารประกอบหลักสูตร.....	222
ภาคผนวก ฌ การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	282
ภาคผนวก ญ ผลคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง และการทดสอบทวินาม.....	293
ภาคผนวก ฎ ตัวอย่างผลงานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	310
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	336

## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ผลการประเมินความเหมาะสมของโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.....	103
2 ผลการประเมินความสอดคล้องของโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.....	104
3 ผลการประเมินความสอดคล้ององค์ประกอบแต่ละหน่วยเนื้อหาของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.....	105
4 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถด้านเนื้อหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	108
5 ผลการทดสอบความสามารถด้านเนื้อหา ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัด 36 คะแนน.....	109
6 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	110
7 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์คะแนนเฉลี่ย 1.5.....	111
8 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	113
9 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์คะแนนเฉลี่ย 1.5.....	115

## บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
10 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	116
11 ผลการทดสอบพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียน หลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์.....	117
12 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	119
13 ผลการทดสอบพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับ มัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียน หลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์.....	120
14 ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังสิ้นสุด การใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.....	121
15 ผลการทดสอบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตร ทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์ 3.5.....	122
16 ผลการประเมินความสอดคล้องของข้อคำถามกับเนื้อหา และการกำหนด คะแนนเกณฑ์จุดตัด โดยผู้เชี่ยวชาญของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน.....	285
17 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมกับ จุดมุ่งหมายของหลักสูตร.....	286
18 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรม แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	286
19 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรม ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	287



## บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
20 ค่าความยาก ( $p$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) และความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	291
21 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านความสามารถด้านเนื้อหา.....	295
22 ผลการทดสอบความสามารถด้านเนื้อหา โดยการทดสอบทวินาม.....	295
23 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์.....	298
24 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการ ทดสอบทวินาม.....	298
25 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์.....	300
26 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการ ทดสอบทวินาม.....	300
27 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	303
28 ผลการทดสอบพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบ ทวินาม.....	304
29 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	305
30 ผลการทดสอบพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบ ทวินาม.....	306
31 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์.....	308
32 ผลการทดสอบเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบ ทวินาม.....	309

## บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของไทเลอร์.....	17
2 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของทาบา.....	19
3 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของกรมวิชาการ.....	21
4 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของวิชัย วงษ์ใหญ่.....	23
5 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง.....	24
6 ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบการจัดการศึกษาตามแนวคิดของไทเลอร์.....	26
7 รูปแบบการประเมินหลักสูตรของทาบา.....	28
8 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในมิติต่างๆ.....	29
9 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสัน และคณะ.....	51
10 แผนภาพแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัย.....	85
11 ขั้นตอนในการปฏิบัติกิจกรรม.....	90
12 การแสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์.....	312
13 การแสดงวิธีการหาคำตอบโดยการแจกแจงคำตอบ แต่ให้เหตุผลไม่เพียงพอ.....	313
14 การตีความโจทย์ไม่ถูกต้อง.....	314
15 การแสดงวิธีการหาคำตอบไม่ครบถ้วนทุกกรณี.....	315
16 การเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบที่บกพร่องบางประการ.....	316
17 การนำทฤษฎีบทมาใช้โดยขาดความเข้าใจ.....	317
18 การเขียนบทพิสูจน์ที่ไม่ครบทุกกรณี.....	318
19 การตีความไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์.....	319
20 การเขียนแสดงเหตุผลที่ขาดความครบถ้วนบางประการ.....	320
21 การขาดความครบถ้วนในการตรวจสอบเงื่อนไขของทฤษฎีบท.....	321
22 การเขียนแสดงการนำขั้นตอนวิธีการค้นตามแนวคิดมาใช้ได้อย่างดีเยี่ยม.....	322
23 การนำแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีบทมาใช้ไม่ถูกต้อง.....	323
24 การเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบที่ยังขาดความครบถ้วนบางประการใน การให้เหตุผล.....	324
25 การเขียนแสดงวิธีการและให้เหตุผลของคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์.....	325
26 การเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์.....	326

## บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
27 การนำขั้นตอนวิธีที่เคยเรียนมาใช้แต่ขาดความเข้าใจและบกพร่องบางประการ.....	327
28 การใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังคงมีความบกพร่อง หรือไม่เหมาะสม บางประการ.....	329
29 การขาดความรอบคอบ หรือบกพร่องบางประการในการตรวจสอบความ ถูกต้องของขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา.....	330
30 การแสดงการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างดีเยี่ยม.....	331
31 การบกพร่องในการเขียนแสดงรายละเอียด นำไปสู่การสร้างข้อสรุปหรือ ข้อความคาดการณ์ที่ไม่ถูกต้อง.....	332
32 การเขียนแสดงการประเมินข้อสรุปได้อย่างดีเยี่ยม.....	333
33 การเขียนแสดงการประเมินข้อสรุปโดยไม่สมเหตุสมผล.....	334
34 การขยายปัญหาเดิมให้เป็นปัญหาที่น่าสนใจหรือเป็นกรณีทั่วไปมากยิ่งขึ้น....	335

# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

ปัจจุบันเทคโนโลยีเจริญก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว มนุษย์สามารถรับข้อมูลข่าวสารตลอดจนสามารถที่จะส่งข่าวถึงกันได้ในช่วงพริบตา โลกในยุคปัจจุบันจึงเปรียบเสมือนโลกไร้พรมแดน (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543: 14-19) ซึ่งความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการด้านต่างๆ นั้น มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงทางสังคมและเศรษฐกิจของทุกประเทศรวมทั้งประเทศไทยด้วย (กรมวิชาการ. 2545ก: 1) การที่จะพัฒนาประเทศชาติให้มีความเจริญก้าวหน้าและทัดเทียมอารยประเทศนั้น สิ่งสำคัญคือ การสร้างและพัฒนาคนให้มีความรู้ ความสามารถ และทักษะทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และคณิตศาสตร์ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542: 1-13) และด้วยวิสัยทัศน์ของรัฐที่เชื่อมั่นว่า นโยบายการศึกษาในการสร้างคน สร้างงาน เพื่อช่วยกอบกู้วิกฤติเศรษฐกิจและสังคมของประเทศ เป็นการสร้างชาติให้มั่นคงได้อย่างยั่งยืน ดังนั้นการพัฒนาคุณภาพการศึกษาของประเทศจึงเป็นการทำเพื่อสร้างคนไทยให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข มีศักยภาพพร้อมที่จะแข่งขันและร่วมมืออย่างสร้างสรรค์ในเวทีโลก (กรมวิชาการ. 2545ก: 1-3) ซึ่งพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 กำหนดให้การศึกษา เป็นกระบวนการเรียนรู้ เพื่อความเจริญงอกงามของบุคคลและสังคม การจัดการศึกษาต้องเป็นไปเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิต และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542: 2-5) ดังนั้นการจัดการศึกษาจึงต้องสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 หมวด 4 แนวการจัดการศึกษา มาตรา 22 ที่ระบุว่า “การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้ และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตามธรรมชาติและเต็มศักยภาพ ” นั่นคือ จะต้องเน้นให้ผู้เรียนมีความรู้ และทักษะด้านคณิตศาสตร์ รวมถึงการจัดกระบวนการเรียนรู้จะต้องเน้นการฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ปัญหา (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2542: 12-13)

คณิตศาสตร์นับเป็นวิชาหนึ่งที่สำคัญอย่างยิ่งในการจัดการศึกษา เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดที่สร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ

ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น (กรมวิชาการ. 2545ข: 1)

วิยัตคณิต (Discrete Mathematics) เป็นคณิตศาสตร์สาขาหนึ่งของการจัดการวัตถุเต็มหน่วย รวมถึงหลักเกณฑ์ และเทคนิคที่หลากหลาย ที่สามารถพบเห็น และเกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน มีบทประยุกต์มากมาย ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเห็นความเกี่ยวข้องกันของคณิตศาสตร์กับโลกจริง (Rosenstein. 1997A: 441) ในปี ค.ศ. 1989 สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM: The National Council of Teachers of Mathematics) ได้จัดทำ “มาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน” (The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) ขึ้น โดยวิยัตคณิตเป็นมาตรฐานของหลักสูตรที่แยกไว้สำหรับนักเรียนในเกรด 9 – เกรด 12 (Dossey. 1991: 4-8; NCTM. 1989: 176) โดยมีเนื้อหากระเป๋ยบวิธีดำเนินการตัดสินใจ (Social Decision Making) ทฤษฎีกราฟ (Graph Theory) เทคนิคการนับ (Counting Techniques) แบบจำลองทางเมทริกซ์ (Matrix models) และคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับวิธีทำซ้ำ (Mathematics of Iteration) แต่ในปี ค.ศ. 2000 สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้ตีพิมพ์มาตรฐานใหม่ที่ชื่อว่า “หลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ในโรงเรียน” (Principles and Standards for School Mathematics) ได้ให้ข้อแนะนำว่า วิยัตคณิต ซึ่งในอดีตเคยแยกไว้เป็นมาตรฐานหนึ่งสำหรับนักเรียนเกรด 9 – เกรด 12 นั้น ควรแทรกไว้ในมาตรฐานอื่นๆ ของคณิตศาสตร์ตลอดหลักสูตร และขยายช่วงอายุของนักเรียนที่ควรศึกษาวิยัตคณิต เป็นจากระดับอนุบาลถึงเกรด 12 โดยได้กำหนดหัวข้อที่สำคัญของวิยัตคณิตไว้เป็นมาตรฐานว่าควรประกอบด้วย คณิตศาสตร์เชิงการจัด (Combinatorics) วิธีทำซ้ำและการเวียนเกิด (Iteration and Recursion) และกราฟแบบจุด – เส้น (Vertex-edge Graphs) และอาจเพิ่มเมทริกซ์ (Matrices) เข้ามาช่วงเกรด 9 – เกรด 12 ได้อีกด้วย (NCTM. 2000: 31; Rosenstein. 1997B: 1)

สำหรับประเทศไทยนั้น วิยัตคณิตเป็นรายวิชาที่เปิดสอนในระดับอุดมศึกษา โดยเป็นวิชาพื้นฐานสำหรับหลักสูตรวิทยาการคอมพิวเตอร์ เนื้อหาที่ควรครอบคลุมตามคำแนะนำของสมาคมการคำนวณเชิงจักรกลร่วมกับสถาบันไฟฟ้าและวิศวกรรมไฟฟ้า (ACM/IEEE: Association for Computing Machinery / The Institute of Electrical and Electronics Engineers) ฉบับปี ค.ศ. 1991 และ ค.ศ. 2001 มีเรื่องเซต ฟังก์ชัน ตรรกะ พีชคณิตบูลีน ทฤษฎีกราฟ เมทริกซ์ กลวิธีการพิสูจน์ คณิตศาสตร์เชิงการจัด ความน่าจะเป็น และจำนวนสุ่ม นอกจากนี้วิยัตคณิต ยังบรรจุเนื้อหาที่จำเป็นเพื่อปูพื้นฐานความรู้ให้นักเรียนสามารถสร้างตัวแบบ ออกแบบ วิเคราะห์ แก้ไขปัญหา และพิสูจน์ผลที่ได้ ดังนั้นวิยัตคณิตเป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลได้เป็นอย่างดี (Hart. 1991: 68; Milkova. 2007: Online; Rosenstein. 1997A: 444; สมชาย ประสิทธิ์จตุระกุล. 2546: คำนำ) และปัญหาทางวิยัตคณิตสามารถจำแนกตามประเภทของการหาคำตอบได้ 3 ลักษณะคือ การพิจารณาว่าปัญหานั้นมีคำตอบหรือไม่ คำตอบที่เป็นไปได้มีทั้งหมดกี่แบบและคำตอบใดที่เหมาะสมที่สุด (Dossey. 1991: 1-2) เนื้อหาวิยัตคณิตที่นิยมนำไปประยุกต์และเสริมในการจัดการเรียนการสอนคือ ทฤษฎีเซตและหัวข้อที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์เชิงการจัด

ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ตรรกศาสตร์พื้นฐาน และเทคโนโลยีทางคอมพิวเตอร์ โดยนำไปใช้ในการออกแบบและวิเคราะห์ขั้นตอนวิธีเพื่อแก้ปัญหาและพัฒนาทฤษฎี (Kenneth. 1991: 80-81)

ทฤษฎีกราฟ (Graph Theory) เป็นคณิตศาสตร์สาขาหนึ่งในวิทยุคณิตที่ศึกษาเกี่ยวกับกราฟ ซึ่งเป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้จำลองรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุกับการรวบรวมที่แน่นอน (Certain Collection) ในที่นี้หมายถึง การรวบรวมของจุด และการรวบรวมของเส้นซึ่งเกิดจากเชื่อมโยงของจุด (Wikipedia Encyclopedia. 2007: Online) โดยออยเลอร์ (Leonard Euler: 1707-1783) นักคณิตศาสตร์ชาวสวิส ได้รับการยกย่องว่าเป็นบิดาของคณิตศาสตร์สาขาใหม่ที่เรียกว่า “ทฤษฎีกราฟ” หลังจากออยเลอร์ได้ใช้ตัวแบบที่ประกอบด้วยจุดและเส้นในการแก้ปัญหาการเดินทางสะพานที่เมืองเคอนิกส์เบิร์ก (Königsberg Bridge Problem) เมื่อปี ค.ศ. 1736 (ณรงค์ ปันน้อม. 2548: คำนำ) จากนั้นเป็นต้นมาทฤษฎีกราฟได้ถูกพัฒนาเรื่อยมาจนถึงปัจจุบัน

ทฤษฎีกราฟได้รับการศึกษาและพัฒนาอย่างกว้างขวางมีสาเหตุมาจากปัจจัยสำคัญ 2 ประการ ปัจจัยแรกคือ ทฤษฎีที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในหลากหลายสาขาวิชา เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาต่างๆ มักจะเกี่ยวข้องกับการจัดวัตถุ และความสัมพัทธ์ระหว่างวัตถุ จึงสามารถนำกราฟไปใช้ในการจำลองสถานการณ์นั้นให้อยู่ในรูป ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) แล้วแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ เช่น การใช้ความรู้เรื่องการให้สีกราฟ (Graph Coloring) แก้ปัญหาในการจัดการประชุม การจัดตารางสอบ การจัดเก็บสารเคมี การจัดสัญญาณไฟจราจร และการออกแบบบริเวณสำหรับสัตว์แต่ละชนิดในสวนสัตว์ การใช้ความรู้เรื่องทรีแผ่ทั่วน้อยสุด (Minimal Spanning Trees) ในการแก้ปัญหาการส่งข้อมูลข่าวสารทางโทรคมนาคม และการบริหารจัดการขนส่งที่ต้องการให้เกิดค่าใช้จ่ายน้อยสุด การใช้ความรู้เรื่อง กราฟมีทิศทางและการไหลในข่ายงาน (Directed Graph and Network Flow) ในการออกแบบการไหลของน้ำมันดิบ การวางระบบท่อน้ำ การจัดการแข่งขันต่างๆ และการจัดเส้นทางจราจร การใช้ความรู้เรื่องกราฟไบพาร์ไทต์ (Bipartite Graph) ในการจัดสรรตำแหน่งงานให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด การใช้ความรู้เรื่องทรี (Trees) ในการเขียนลำดับของสิ่งมีชีวิตต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์กันในลักษณะเป็นลำดับชั้น (Hierachies) การเขียนจำลองโครงสร้างโมเลกุล และการจัดรายวิชาที่ต้องเรียนก่อน – หลัง ในระดับมหาวิทยาลัย การใช้ความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน (Eulerian and Hamiltonian Graphs) ในการวางแผนเส้นทางในการขนส่ง และการเดินทางต่างๆ การใช้ความรู้การปกคลุม (Covering) ในการวางแผนในการสร้างจุดเชื่อมต่อต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นของคมนาคมขนส่งทั้งทางบกและทางอากาศ สถานการณ์ส่งสัญญาณโทรคมนาคม (วิทยุ โทรศัพท์) เป็นต้น และยังมีด้านอื่นๆ อีกมากมาย (Buckley; & Lewinter. 2002: ix; Chartrand; & Zhang. 2005: x; Kleinberg; & Tardos. 2006; Niman. 1975: 352; Rosen. 1999: 438; Rosenstein. 1997A: 482; Stoffel. 2005: 21-24 วิทยา วัชรวิทยากุล; และ สมชาย ประสิทธิ์จตุระกุล. 2536: 4) ปัจจัยที่สองคือ โครงสร้างเนื้อหาวิชาที่มีความน่าสนใจ มีความสวยงาม เป็นธรรมชาติและมีเสน่ห์เป็นอย่างมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาทฤษฎีกราฟ จะใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นที่ใช้ศึกษา

ทฤษฎีกราฟคือ เซตของจุดยอดและเซตของเส้นเชื่อม ซึ่งมีความสะดวกและค่อนข้างง่ายในการศึกษาแนวคิดเบื้องต้น โดยไม่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับเทคนิควิธีและเครื่องมือที่ซับซ้อนมากนัก (Hazzan; & Hadar. 2005: 257; Niman. 1975: 353) แต่ในการศึกษาแนวคิดที่สูงขึ้น ต้องใช้ความรู้พื้นฐานหลายเรื่องเช่น ระเบียบวิธีการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในขั้นตอนการตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ทฤษฎีบท การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย รวมถึงความรู้เกี่ยวกับเซต ตรรกศาสตร์ ระบบจำนวนจริง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ หลักการนับ และเมทริกซ์ เป็นต้น (Buckley; & Lewinter. 2002: x; ฅรงค์ ปั้นนี่ม. 2548: คำนำ) และแม้ว่าส่วนใหญ่แล้วทฤษฎีกราฟจะได้รับการศึกษาและพัฒนาในระดับอุดมศึกษา แต่มีบางหัวข้อที่นำมาศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยจัดให้เป็นสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม คือ ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับสมบัติเบื้องต้นของกราฟและการประยุกต์ใช้บางประการ แต่ด้วยข้อจำกัดด้านขอบเขตเนื้อหาและการนำไปประยุกต์ใช้ นักเรียนจึงได้แต่เพียงศึกษาเฉพาะแนวคิดพื้นฐานของเนื้อหา ทำให้เห็นประโยชน์ของการนำความรู้ทฤษฎีกราฟไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงค่อนข้างน้อย ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ซึ่งหลักสูตรประกอบด้วยการศึกษาเนื้อหาทฤษฎีกราฟที่กว้างขึ้น ลึกขึ้น และฝึกทักษะกระบวนการมากขึ้น รวมถึงสถานการณ์ปัญหาที่แสดงให้เห็นถึงการนำความรู้ทฤษฎีกราฟไปประยุกต์ใช้ในหลายหลายสาขาวิชา ทั้งนี้จะดำเนินการปูพื้นฐานความรู้ที่จำเป็น เช่น การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น เพื่อนำไปใช้ในขั้นตอนการตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และทฤษฎีบท ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development) ในขั้นที่ 4 คือ ขั้นการดำเนินการอย่างเป็นนามธรรม (Formal Operation) ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 12 ปี ถึงวัยรุ่นใหญ่ ในขั้นนี้เด็กสามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากเหตุผลที่มีอยู่ สามารถที่จะคิดอย่างนักวิทยาศาสตร์ สนใจที่จะสร้างสมมติฐานและทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง และมีความพอใจที่จะคิดและพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นนามธรรม (สุรางค์ ไคว์ตระกูล. 2544: 57) ซึ่งนักเรียนที่มีความพร้อมสำหรับขั้นการดำเนินการอย่างเป็นนามธรรมอย่างเต็มที่ คือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (นฤมล แซ่เตี๋ย. 2532: 26-27; วัลลภา แนวจำปา. 2528: 17-18) และเมื่อพิจารณาเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและเพียงพอ ตลอดจนความพร้อมของผู้เรียนสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ทฤษฎีกราฟที่พัฒนาขึ้นจึงเหมาะสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

สำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ในประเทศไทยนั้น ยังเป็นการสอนด้วยการบอกหรืออธิบาย เน้นเนื้อหาในหลักสูตร เน้นความจำในเรื่องสูตร นิยาม และวิธีการคำตอบที่ถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการที่แน่นอนวิธีเดียว แต่ไม่ค่อยให้ความสำคัญกับการได้มาซึ่งคำตอบนั้นมากนัก และนักเรียนยังรู้สึกว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องไกลตัว ไม่สนุกและไม่มีความหมาย นอกจากนี้ในการจัดการเรียนการสอนยังขาดการปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่มีใจรักสังเกต ค้นคว้า สืบค้น ตั้งข้อคาดการณ์ พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง และสถานการณ์

ปัญหาส่วนใหญ่มีความเกี่ยวข้องกับตัวนักเรียนค่อนข้างน้อย ทำให้นักเรียนส่วนมากไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างไปจากที่เรียนในห้องเรียน และสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2546: 54-58; จรรยา ภูอุดม. 2545: 23-24; ประทีป โกมลมาศ. 2536: 13-14; สุรสาล ผาสุข. 2546: 3; สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2541: 8) ซึ่งสอดคล้องกับรายงานผลการศึกษาระดับ การวิจัยนานาชาติเพื่อประเมินผลการศึกษาวិทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Third International Mathematics Science Study (TIMSS-R)) ในปี พ.ศ. 2542 ที่ได้วิเคราะห์และสรุปเกี่ยวกับจุดเน้น ในการจัดการเรียนการสอนของไทยว่า การจัดการเรียนการสอนเน้นการนำไปใช้ในชีวิตจริงในระดับ ปานกลาง และเน้นการแก้ปัญหาโจทย์ที่ไม่คุ้นเคยหรือไม่ใช้ตัวอย่างในหนังสือในระดับที่น้อยหรือไม่ เน้นเลย (สุนีย์ คล้ายนิล. 2546: 6) จากแนวคิดคณิตศาสตร์คือ การให้เหตุผล (NCTM. 1989: 29) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ ช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความหมาย และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สาขาวิชาอื่นๆ ได้อีก ด้วย (Baroody. 1993: 2-53-2-60) ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นกระบวนการที่สำคัญที่ถูกระบุในการ จัดการเรียนรู้ และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ช่วยให้เกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์ (NCTM. 2000: 56; Russell. 1999: 1) ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความเข้าใจ เชื่อว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ สามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ๆ ได้ ด้วยตนเอง (สสวท. 2547: 3) ซึ่งความมั่งงามของคณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งคือ การมีเหตุผลที่ดีเพื่อยืนยัน สนับสนุนสิ่งต่างๆ ที่เกิดขึ้นซึ่งนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ควรจะต้องเข้าใจเป็นอย่างดี (NCTM. 2000: 56) การแสดงเหตุผลที่ดีนั้นมีคุณค่ามากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง (NCTM. 1989: 6) และอีกด้านของคณิตศาสตร์คือ การแก้ปัญหา (Baroody. 1993: 1-2) ซึ่งการแก้ปัญหาก็เป็นเป้าหมายที่สำคัญและเป็นกิจกรรมหลักในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากทำให้นักเรียนเกิดการ เรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ แนวคิด และพัฒนาความเข้าใจใหม่ๆ ทางด้านคณิตศาสตร์ โดย สถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ควรเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง เพื่อจะทำให้นักเรียนเห็น การประยุกต์ใช้ของคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับศาสตร์สาขาอื่น (Bell. 1978: 311; Kennedy; & Tipps. 1994: 135; NCTM. 2000: 52; Okubo. 2007) เพราะการเรียนรู้ในสิ่งต่างๆ และการแก้ สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงจะต้องใช้การพิจารณาและตัดสินใจด้วยตนเองอย่างมีเหตุมีผล (Lappan; & Schram. 1989: 18) ดังนั้นการที่นักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอ เข้าใจปัญหาและมี แรงจูงใจในการแก้ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและวางแผนในการแก้ปัญหาได้ และการให้เหตุผลที่ดีจะทำให้การแก้ปัญหามีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น (Artzt; & Shirel. 1999: 114; Kilpatrick; Swafford; & Findel. 2001; Perdikaris. 1993: 423)

สำหรับการจัดการเรียนการสอนของหลักสูตรทฤษฎีกราฟที่ผู้วิจัยสนใจพัฒนาขึ้น เน้น ผู้เรียนเป็นสำคัญ การเรียนรู้แบบร่วมมือ และการสืบสวนสอบสวนความรู้ ทางคณิตศาสตร์ กิจกรรม การเรียนรู้ประกอบด้วย การแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงที่มีความน่าสนใจ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การจัดการเรียนรู้หัวข้อขั้นตอนวิธีของกราฟ (Graph Algorithms) ที่เกี่ยวข้องกับ



ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุด (Optimization Problems) และปัญหาทรีแอฟที่น้อยสุด (Minimal Spanning Tree Problems) ในลักษณะปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problem) ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถส่งเสริมและพัฒนาการคิดเชิงตรรกะ ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงความรู้ด้านต่างๆ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง ตลอดจนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นและเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น (NCTM. 2000: 7; Milkova. 2007: Online; Rosenstein; & DeBellis. 2004: 49; Usiskin. 2001: 8; Wilson; & Rivera-Marrero. 2004: Online)

จากการศึกษาเอกสาร งานวิจัย และเหตุผลที่ได้กล่าวมาข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เกิดทักษะกระบวนการการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยในครั้งนี้คือ

1. เพื่อพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
2. เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
3. เพื่อศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ หลังจากสิ้นสุดการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

### ความสำคัญของการวิจัย

ผลที่ได้จากวิจัยในครั้งนี้คือ

1. ได้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
2. ได้หลักสูตรที่อาจทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
3. เป็นแนวทางในการพัฒนาหลักสูตร หรือการจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงในสาขาอื่นๆ ต่อไป

## ขอบเขตของการวิจัย

### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และผ่านการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานตามที่หลักสูตรกำหนดมาก่อน จำนวน 7 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

### ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ผู้วิจัยทดลองสอนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยดำเนินการสอนในเวลาเรียนปกติ สัปดาห์ละหนึ่งครั้ง ครั้งละ 3 ชั่วโมง เป็นเวลา 15 สัปดาห์ และทดสอบ 2 ครั้ง ครั้งละ 2 ชั่วโมง 30 นาที รวมใช้เวลาทั้งสิ้น 50 ชั่วโมง

### ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ ได้แก่ หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

2. ตัวแปรตาม ได้แก่

2.1 ประสิทธิภาพของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ประกอบด้วย

2.1.1 ประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ โดยพิจารณาจากความเหมาะสมของโครงสร้างหลักสูตร และด้านความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตร

2.1.2 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตร โดยพิจารณาความสามารถด้านเนื้อหา ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.2 เจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หรือชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลการเรียนเฉลี่ยรายวิชาคณิตศาสตร์สองรายวิชาดังนี้ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีผลการเรียนเฉลี่ยรายวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สองรายวิชาไม่ต่ำกว่า 3 หรือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีผลการเรียนเฉลี่ยรายวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สองรายวิชาไม่ต่ำกว่า 3

2. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ผ่านการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐาน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หรือชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้ผ่านการเรียนเนื้อหาเรื่องเซต ระบบจำนวนจริง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เรขาคณิตวิเคราะห์ และเมทริกซ์

**3. หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง** หมายถึง หลักสูตรที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น เพื่อใช้สอนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง เป็นการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และเน้นการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีทั้งการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้นโดยครูผู้สอนซึ่งใช้แนวทางสอนแบบใช้ปัญหำนำเข้าสู่บทเรียน และการปฏิบัติกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการทำงานเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-4 คน ใช้วิธีการสอนแบบค้นพบและวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน และแนวทางการสอนการแก้ปัญหาผสมผสานกันทั้ง 3 แนวทาง โดยอาศัยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ครูลิขิต และรุذنิก ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ ใช้เวลา 50 ชั่วโมง หลักสูตรทฤษฎีกราฟประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด ได้แก่

1. เอกสารหลักสูตร ประกอบด้วย จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล

2. เอกสารประกอบหลักสูตร จำนวน 3 เล่มคือ เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ และคู่มือครู มีรายละเอียดดังนี้

2.1 เอกสารประกอบการเรียน ประกอบด้วยเนื้อหา 7 หน่วย คือ ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ ทรีและกราฟไพบาร์ไทต์ กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน การให้สีกราฟ ขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบ ไตกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน และในตอนท้ายแต่ละหน่วยมีโจทย์ปัญหาสำหรับฝึกทักษะ

2.2 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีกราฟจำนวน 15 แผน แผนละ 3 ชั่วโมง ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย เวลา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผล

2.3 คู่มือครู เป็นเอกสารสำหรับใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ประกอบด้วย กำหนดเวลาการสอนทฤษฎีกราฟ และกรอบแนวการจัดการเรียนการสอนซึ่งประกอบด้วยข้อเสนอแนะ บทบาทครู ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู และแนวการตอบการปฏิบัติกิจกรรม

**4. คะแนนจุดตัด** หมายถึง เกณฑ์ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำสุดที่ยอมรับได้ว่า นักเรียนที่สอบได้คะแนนถึงระดับเกณฑ์เป็นผู้มีความรอบรู้ในเนื้อหา นั้น

**5. ประสิทธิภาพของหลักสูตร** หมายถึง องค์ประกอบ 2 ประการดังนี้

1. ประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ เป็นประสิทธิภาพที่ได้จากการประเมินความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ด้วยแบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ โดยวัดจาก 2 ด้านคือ

1.1 ด้านความเหมาะสมของโครงสร้างหลักสูตร วัดจากแบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยวัดความเหมาะสม 7 ด้านคือ จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล แผนการจัดการเรียนรู้และคู่มือครู เอกสารประกอบหลักสูตร โดยมีสเกลการวัดแบบอันดับ 5 อันดับ ดังนี้ 1 : เหมาะสมน้อยที่สุด 2 : เหมาะสมน้อย 3 : เหมาะสมปานกลาง 4 : เหมาะสมมาก 5 : เหมาะสมมากที่สุด โดยถ้ามีดัชนีความเหมาะสม ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) มีค่าตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) ไม่เกิน 1 แสดงว่าโครงสร้างหลักสูตรมีความเหมาะสม

1.2 ด้านความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตร วัดจากแบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยวัดความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตรในประเด็นดังนี้

1.2.1 ความสอดคล้องของจุดมุ่งหมายของหลักสูตรกับเนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1.2.2 ความสอดคล้องของเนื้อหาของหลักสูตรกับจำนวนหน่วยการเรียนรู้

1.2.3 ความสอดคล้องของการจัดการเรียนการสอน กับการวัดผลและการประเมินผล

1.2.4 ความสอดคล้องของเนื้อหาในแต่ละหน่วยกับเวลา การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและการประเมินผล

1.2.5 ความสอดคล้องของการจัดการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยกับสื่อการเรียนรู้

1.2.6 ความสอดคล้องของคู่มือครูในแต่ละหน่วยกับแผนการจัดการเรียนรู้

แบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีสเกลการวัดแบบแยกประเภท 3 ประเภทดังนี้ -1 : ไม่สอดคล้อง 0 : ไม่แน่ใจ 1 : สอดคล้อง โดยถ้ามีดัชนีความสอดคล้อง ( $IOC$ ) ของผู้เชี่ยวชาญ ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่าโครงสร้างหลักสูตรมีความสอดคล้อง

**เกณฑ์ตัดสิน** ถ้าโครงสร้างหลักสูตรมีความเหมาะสม และมีความสอดคล้อง แสดงว่าหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

2. ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตร เป็นประสิทธิภาพที่ได้จากวัดนักเรียน 5 ด้าน คือ

2.1 ด้านความสามารถด้านเนื้อหา หมายถึงความรอบรู้ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟวัดด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งเป็นแบบอัตนัยแสดงวิธีคิด จำนวน 2 ฉบับ คะแนนเต็มฉบับละ 30 คะแนน ฉบับที่ 1 วัดความสามารถด้านเนื้อหาเรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ ทรีและไบพาร์ไทต์

กราฟ กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน ส่วนฉบับที่ 2 วัดความสามารถด้านเนื้อหา เรื่อง การให้สีกราฟ ขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบ ไคกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน รวมคะแนนเต็มทั้ง 2 ฉบับ 60 คะแนน ใช้เวลาสอบฉบับละ 2 ชั่วโมง 30 นาที มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด 6 ระดับ คือ 0 : ต้องปรับปรุง 1 : ควรแก้ไข 2 : พอใช้ 3 : ดี 4 : ดีมาก 5 : ดีเยี่ยม

**เกณฑ์ตัดสิน** ถ้านักเรียนได้คะแนนรวมทั้ง 2 ฉบับ ไม่น้อยกว่าคะแนนจุดตัด แสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถด้านเนื้อหา และถ้ามีนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์ความสามารถด้านเนื้อหา มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด แสดงว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีความสามารถด้านเนื้อหา

2.2 ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และค้นหาคำตอบ วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ซึ่งเป็นแบบรายงานที่ให้นักเรียนใช้เขียนแสดงผลของการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด 4 ระดับดังนี้ 0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี 3 : ดีมาก

**เกณฑ์ตัดสิน** ถ้านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 1.5 ขึ้นไป แสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และถ้ามีนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด แสดงว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด 4 ระดับดังนี้ 0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี 3 : ดีมาก

**เกณฑ์ตัดสิน** ถ้านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 1.5 ขึ้นไป แสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และถ้ามีนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด แสดงว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.4 ด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงพฤติกรรมที่แสดงออกโดยเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้านคือ การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และการค้นหาคำตอบ วัดด้วยแบบสำรวจรายการที่ครูใช้บันทึกข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกระหว่างปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม

**เกณฑ์ตัดสิน** ในแต่ละกิจกรรม ถ้ามีจำนวนรายการที่นักเรียนแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งของจำนวนรายการทั้งหมด แสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และถ้ามีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มากกว่าร้อยละ

75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด แสดงว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีพฤติกรรม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

2.5 ด้านพฤติกรรมกรการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงที่แสดงออกโดย เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้านคือ การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การสร้าง ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ วัดด้วยแบบสำรวจ รายการที่ครูใช้บันทึกข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกระหว่างปฏิบัติกิจกรรม กลุ่ม

**เกณฑ์ตัดสิน** ในแต่ละกิจกรรม ถ้ามีจำนวนรายการที่นักเรียนแสดงออกเกิน ครึ่งหนึ่งของจำนวนรายการทั้งหมด แสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ และถ้ามีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด แสดงว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีพฤติกรรมกรการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

**6. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์** หมายถึง ความรู้สึก ความคิดเห็น และท่าทีของนักเรียน ที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยจะถูกกระตุ้นให้แสดงออกในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง หลังจากมี ประสบการณ์จากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ วัดด้วยแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ มี สเกลการวัดแบบอันดับ 5 อันดับ จำนวน 30 ข้อ โดยแบ่งประเด็นคำถามเป็น 3 กลุ่มคือ การเห็น ประโยชน์และคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้สึกมั่นใจและมีความสุขในการเรียนรู้อคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้และความกระตือรือร้นในการเรียนรู้อคณิตศาสตร์

**เกณฑ์ตัดสิน** ถ้านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไปแสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และถ้ามีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด แสดงว่านักเรียนที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีเจตคติต่อวิชา คณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

## สมมติฐานในการวิจัย

1. หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่สร้างขึ้น มีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ โดยโครงสร้าง หลักสูตรมีความเหมาะสมและความสอดคล้อง

2. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียน หลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา โดยสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัดมากกว่า ร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

3. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียน หลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยได้ คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

4. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

5. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 3.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานในการสร้างและพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง นำเสนอเป็น 4 ตอน ตามลำดับหัวข้อต่อไปนี้

#### ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรและการประเมินหลักสูตร

- 1.1 ความหมายของหลักสูตรและการพัฒนาหลักสูตร
- 1.2 รูปแบบของการพัฒนาหลักสูตร
- 1.3 ความหมายของการประเมินหลักสูตร
- 1.4 รูปแบบของการประเมินหลักสูตร
- 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรและการประเมินหลักสูตร

#### ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ

- 2.1 เนื้อหาทฤษฎีกราฟ
- 2.2 การประเมินความสามารถในด้านเนื้อหาทฤษฎีกราฟ
- 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ

#### ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล

- 3.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.2 ความหมายของปัญหา และปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.3 ความหมายของการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3.5 กระบวนการแก้ปัญหา
- 3.6 กลยุทธ์ในแก้ปัญหา
- 3.7 แนวทางในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา
- 3.8 ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.9 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.10 แนวทางในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล
- 3.11 การจัดการเรียนการสอน
- 3.12 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 3.13 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



#### ตอนที่ 4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

- 4.1 ความหมายของเจตคติ
- 4.2 การวัดเจตคติ
- 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

#### ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรและการประเมินหลักสูตร

##### 1.1 ความหมายของหลักสูตรและการพัฒนาหลักสูตร

ทาบ (Taba, 1962: 10) ได้ให้ความหมายของหลักสูตรว่า หมายถึง แผนการเรียนรู้ ซึ่งโดยทั่วไปจะประกอบด้วยวัตถุประสงค์และจุดหมายเฉพาะ การเลือกและการจัดเนื้อหา วิธีการจัดการเรียนการสอน และการประเมินผล

เซย์เลอร์ และอเล็กซานเดอร์ (Saylor; & Alexander. 1974: 6) ได้กล่าวว่า หลักสูตร คือ แผนสำหรับจัดโอกาสการเรียนรู้ให้แก่บุคคลกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เพื่อบรรลุเป้าหมายหรือจุดหมายที่วางไว้โดยมีโรงเรียนเป็นผู้รับผิดชอบ

วีลเลอร์ (Wheeler. 1974: 11) ให้ความหมายของหลักสูตรว่า หมายถึง มวลประสบการณ์การเรียนรู้ซึ่งโรงเรียนหรือสถานศึกษาจัดให้แก่ผู้เรียน

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2521: 1) ได้ให้ความหมายของหลักสูตรว่า หลักสูตร คือ ข้อกำหนดว่าด้วยจุดหมาย แนวทาง วิธีการและเนื้อหาสาระ ในการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ ความสามารถ ทักษะ และพฤติกรรมตามที่กำหนดในจุดมุ่งหมายของการศึกษา

สวัสดิ์ ประทุมราช และคณะ (2521: 1) กล่าวว่า หลักสูตร คือ แผนหรือแนวทางการจัดการศึกษาทั้งในระบบและนอกระบบโรงเรียนที่ชี้แนะให้ผู้บริหารการศึกษา ครู อาจารย์ ตลอดจนผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาได้จัดประสบการณ์ทั้งมวลตามที่หลักสูตรกำหนด เพื่อให้เยาวชนหรือพลเมืองของประเทศได้พัฒนาตนเองทั้งในด้านความรู้ ทักษะ และคุณสมบัติอันพึงประสงค์ตามความมุ่งหมายของการจัดการศึกษาชาติ

โครว์ (Crow. 1980: 250) ได้ให้ความหมายของหลักสูตรว่า เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน เพื่อให้ให้นักเรียนมีการพัฒนาด้านร่างกาย สังคม ปัญญา และจิตใจ

ช้าง บัวศรี (2532: 7) ได้ให้ความหมายของหลักสูตรว่า เป็นแผนที่ได้ออกแบบจัดทำขึ้น เพื่อแสดงถึงจุดหมาย การจัดเนื้อหาสาระ กิจกรรม และมวลประสบการณ์ในแต่ละโปรแกรมการศึกษา เพื่อให้ผู้เรียนมีพัฒนาการในด้านต่างๆ ตามจุดหมายที่กำหนดไว้

จากความหมายของหลักสูตรที่ได้ให้ไว้โดยนักการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยให้ความหมายของหลักสูตรสำหรับงานวิจัยครั้งนี้ว่า หลักสูตร หมายถึงแผนสำหรับจัดโอกาส หรือประสบการณ์การเรียนรู้ที่คาดหวังแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ ความสามารถ ทักษะและพฤติกรรมตามจุดมุ่งหมายกำหนดไว้

ทาบา (Taba. 1962: 454) ได้กล่าวว่า การพัฒนาหลักสูตรหมายถึง การเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงหลักสูตรเดิมให้ได้ผลดียิ่งขึ้น ทั้งในด้านการวางจุดมุ่งหมาย การจัดเนื้อหาวิชาการเรียนการสอน การวัดและการประเมินผลอื่นๆ เพื่อให้บรรลุถึงจุดมุ่งหมายอันใหม่ที่วางไว้ การเปลี่ยนแปลงหลักสูตรเป็นการเปลี่ยนแปลงทั้งระบบ หรือเปลี่ยนแปลงทั้งหมดตั้งแต่จุดมุ่งหมายและวิธีการ และการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรนี้จะมีผลกระทบทางด้านความคิด และความรู้สึกของผู้ที่เกี่ยวข้องทุกฝ่าย ส่วนการปรับปรุงหลักสูตร หมายถึงการเปลี่ยนแปลงหลักสูตรเพียงบางส่วนโดยไม่เปลี่ยนแปลงแนวความคิดพื้นฐานหรือรูปแบบของหลักสูตร

เซย์เลอร์ และอเล็กซานเดอร์ (Saylor; & Alexander. 1974: 7) ได้ให้คำจำกัดความของการพัฒนาหลักสูตรว่า หมายถึงการจัดทำหลักสูตรเดิมที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้น หรือเป็นการจัดทำหลักสูตรใหม่โดยไม่มีหลักสูตรเดิมอยู่ก่อน การพัฒนาหลักสูตรอาจหมายถึงการสร้างเอกสารอื่นๆ สำหรับผู้เรียนด้วย

สงัด อุทรานันท์ (2532: 30-36) กล่าวว่า การพัฒนาหลักสูตรมีความหมายอยู่ 2 ลักษณะ ความหมายแรกหมายถึง การทำหลักสูตรที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้นหรือสมบูรณ์ยิ่งขึ้น และอีกความหมายหนึ่งคือเป็นการสร้างหลักสูตรขึ้นมาใหม่โดยไม่มีหลักสูตรเดิมเป็นพื้นฐานอยู่เลย โดยระบบการพัฒนาหลักสูตรจะประกอบด้วยระบบย่อยที่สำคัญ 3 ระบบคือ

1. ระบบการร่างหลักสูตร จะประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังนี้คือ วิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน กำหนดจุดมุ่งหมาย คัดเลือกและจัดเนื้อหาสาระ กำหนดวิธีการประเมินผล อาจจะมีการทดลองใช้หลักสูตร ทำการประเมินหลักสูตรที่สร้างเสร็จแล้ว และการปรับปรุงหลักสูตรก่อนที่จะนำไปใช้

2. ระบบการใช้หลักสูตร จะประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ คือจัดทำเอกสารประกอบหลักสูตร เตรียมบุคลากร บริหารและบริการหลักสูตร ดำเนินการสอนตามหลักสูตร และนิเทศการใช้หลักสูตร

3. ระบบการประเมินผลหลักสูตร จะประกอบด้วยกิจกรรมที่สำคัญ 2 ลักษณะ คือ การประเมินผลสัมฤทธิ์ของหลักสูตร และการประเมินระบบหลักสูตรทั้งหมด

ฉวีวรรณ เศรษฐมालย์ (2545: 26) ได้ให้ความหมายของการพัฒนาหลักสูตรว่า หมายถึงกระบวนการการวางแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกประเภท เพื่อให้นักเรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงตามจุดประสงค์ที่กำหนด โดยมีการวางแผนประเมินผลเพื่อให้ทราบแน่ชัดว่า การเปลี่ยนแปลงในตัวนักเรียนนั้นบรรลุจุดประสงค์จริงหรือไม่

การพัฒนาหลักสูตรในงานวิจัยนี้ เป็นการสร้างหลักสูตรที่เน้นการกำหนดจุดมุ่งหมายของหลักสูตร การจัดและคัดเลือกเนื้อหาสาระ และประสบการณ์การเรียนรู้ การนำหลักสูตรไปใช้และการประเมินผลหลักสูตร เพื่อเป็นแนวทางสำหรับผู้ที่ต้องการใช้หรือผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถนำไปใช้ได้

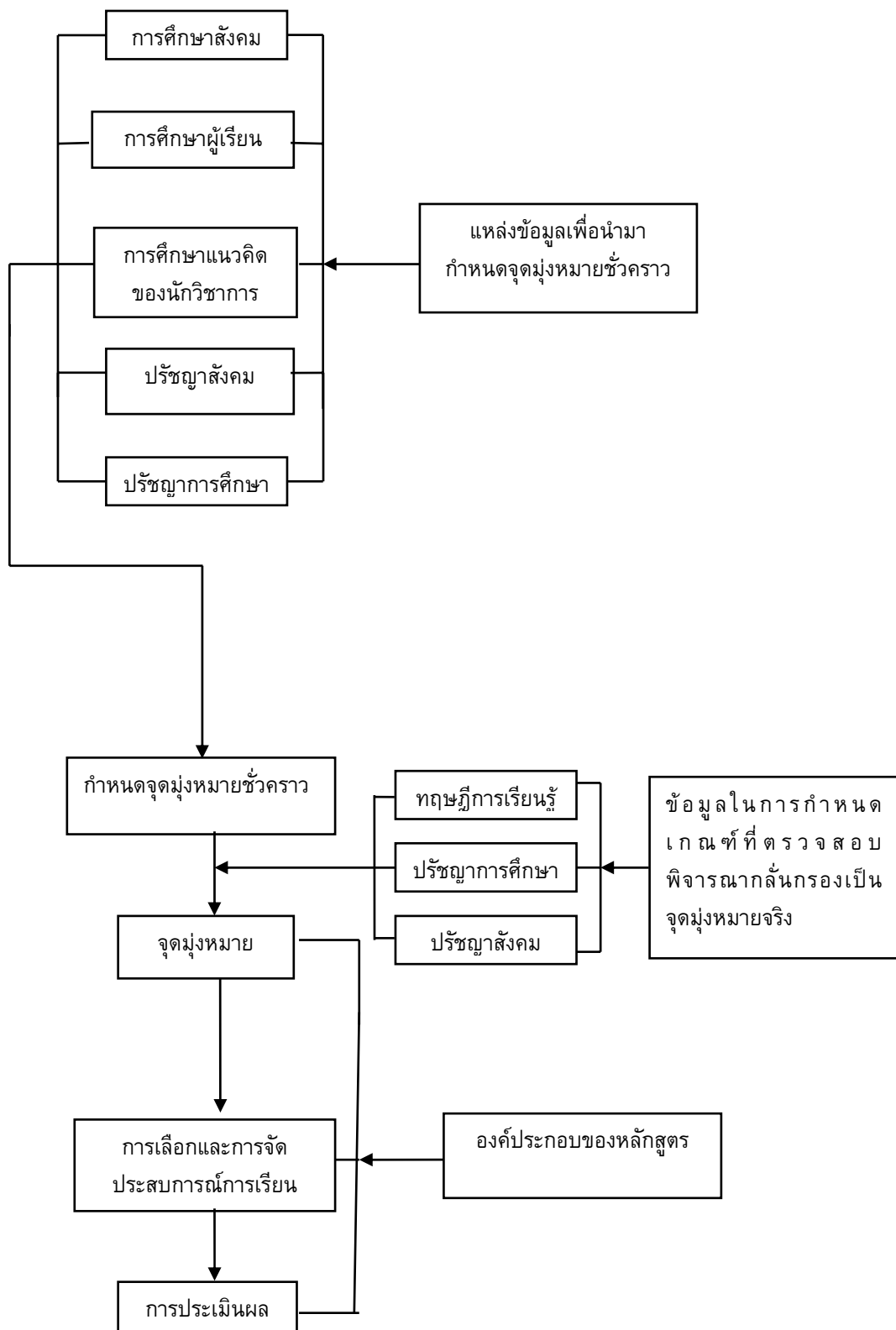
## 1.2 รูปแบบของการพัฒนาหลักสูตร

### 1.2.1 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของไทเลอร์

ไทเลอร์ (Tyler. 1949) ได้เขียนหนังสือเรื่อง Basic Principles of Curriculum and Instruction และเสนอแนวคิดพื้นฐานในการพัฒนาหลักสูตรที่รู้จักกันดีคือ หลักการและเหตุผลในการสร้างหลักสูตร (Tyler Rationale) ว่าในการจัดหลักสูตรและการสอนนั้น ควรจะตอบคำถามพื้นฐาน 4 ประการคือ

1. มีจุดมุ่งหมายทางการศึกษาอะไรบ้าง ที่โรงเรียนควรจะแสวงหา
2. มีประสบการณ์ทางการศึกษาอะไรบ้าง ที่โรงเรียนควรจัดขึ้นเพื่อช่วยให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้
3. จะจัดประสบการณ์ทางการศึกษาอย่างไร จึงจะทำให้การสอนมีประสิทธิภาพ
4. จะประเมินประสิทธิผลของประสบการณ์ทางการศึกษาอย่างไร จึงจะตัดสินได้ว่าบรรลุตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้

ไทเลอร์มีความเห็นว่าการพัฒนาหลักสูตรนั้น ควรจะตอบคำถามที่เป็นพื้นฐาน 4 ประการให้ได้เสียก่อน และจะต้องถามเรียงกันลงมาตามลำดับ ฉะนั้นการกำหนดจุดมุ่งหมายในข้อแรกจึงสำคัญที่สุด เนื่องจากคำถามอีก 3 ข้อนั้นขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายในข้อแรก นั่นคือทำให้เกิดการกำหนดประสบการณ์ทางการศึกษา การจัดประสบการณ์ทางการศึกษาให้ผู้เรียน และการประเมินผลของหลักสูตร ลักษณะเด่นของการพัฒนาหลักสูตรของไทเลอร์คือ การใช้จุดมุ่งหมายเป็นตัวกำหนด ควบคุมการเลือก และจัดประสบการณ์การเรียนรู้ ดังนั้นการกำหนดจุดมุ่งหมายจึงมี 2 ขั้นตอน ขั้นแรกคือ กำหนดจุดมุ่งหมายชั่วคราวขึ้นมาก่อน แล้วหาวิธีการและเกณฑ์จากทฤษฎีการเรียนรู้ ปรัชญาการศึกษาและปรัชญาสังคม มากั้นกรองจุดมุ่งหมายชั่วคราว เพื่อให้ได้เป็นจุดมุ่งหมายที่แท้จริงของหลักสูตร จากนั้นจึงเลือกและจัดประสบการณ์ทางการศึกษาหรือประสบการณ์การเรียนรู้สำหรับผู้เรียนเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่กำหนดขึ้น จากนั้นทำการประเมินหลักสูตร เพื่อที่จะตรวจสอบดูว่าการจัดการเรียนการสอนได้บรรลุตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้หรือไม่ สมควรมีการปรับแก้ในส่วนใดบ้าง ซึ่งรูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของไทเลอร์สามารถสรุปได้ดังภาพประกอบ 1

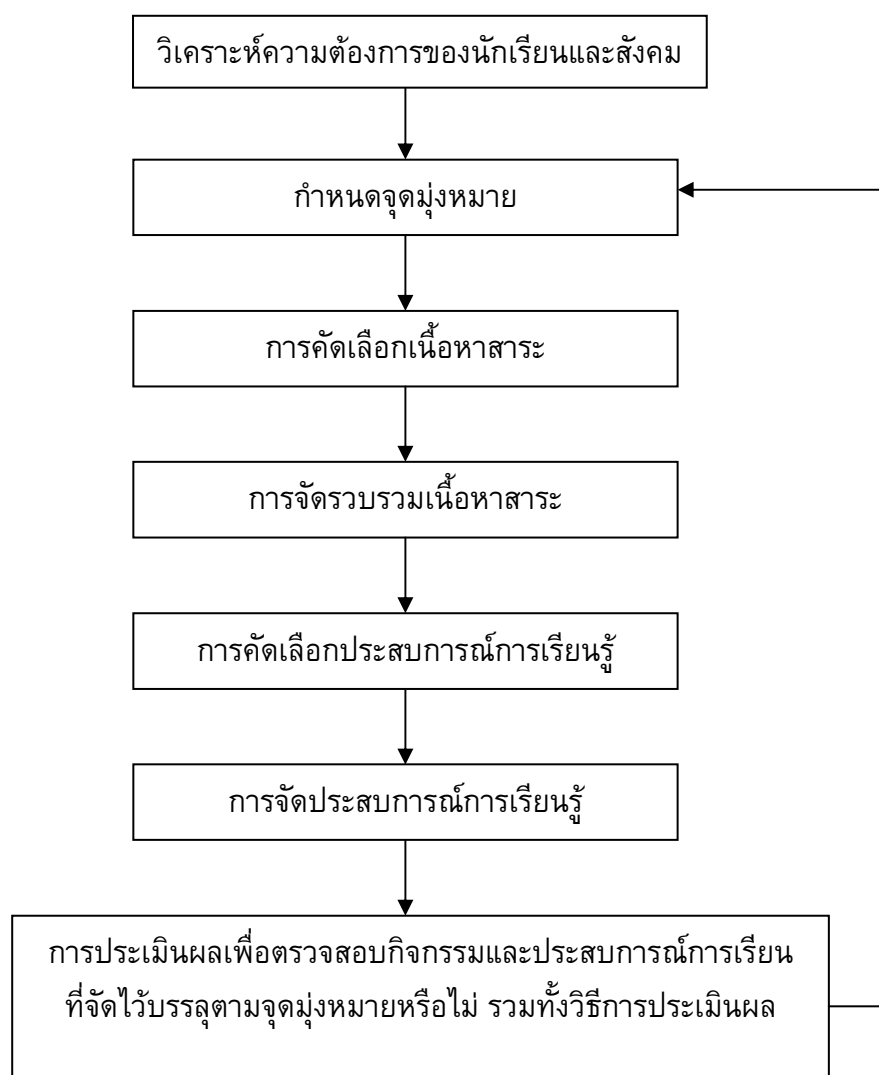


ภาพประกอบ 1 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของไทเลอร์ (Tyler. 1949)

## 1.2.2 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของทาบ

ทาบ (Taba. 1962) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาหลักสูตรคล้ายกับแนวคิดในการพัฒนาหลักสูตรของไทเลอร์ แต่ในขณะที่ไทเลอร์ให้ความสำคัญต่อการกำหนดจุดมุ่งหมายของหลักสูตรซึ่งจะเป็นหลักในการเลือกและจัดประสบการณ์การเรียนรู้และประเมินผล ทาบกลับให้ความสำคัญต่อการคัดเลือกและการจัดเนื้อหาสาระและประสบการณ์ และเชื่อว่าหลักสูตรควรได้รับการออกแบบและพัฒนาโดยผู้ใช้ ซึ่งคือครูผู้สอน โดยครูจะค่อยๆ สร้างหลักสูตรจากหน่วยการเรียนการสอนย่อยๆ สำหรับการสอนในโรงเรียน แล้วค่อยๆ ขยายเป็นหลักสูตร ซึ่งเป็นการพัฒนาจากสิ่งที่เฉพาะเจาะจง แล้วขยายสู่สิ่งที่กว้างขึ้น ทาบเสนอกระบวนการพัฒนาหลักสูตร โดยประกอบด้วยกระบวนการ 7 ขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์ความต้องการ (Diagnosis of Needs) โดยการวิเคราะห์หาช่องว่าง จุดบกพร่อง ตลอดจนสภาพปัญหา ความต้องการ และความจำเป็นต่างๆ ของสังคม และนักเรียน
2. กำหนดจุดมุ่งหมาย (Formulation of Objectives) หรือเป้าหมายหรือจุดหมายของหลักสูตรหลังจากวิเคราะห์ความต้องการของนักเรียนแล้ว
3. คัดเลือกเนื้อหาสาระ (Selection of Content) โดยให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่กำหนด วัย ความสามารถของนักเรียน โดยเนื้อหาสาระต้องมีความเชื่อถือได้ และสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย
4. การจัดรวบรวมเนื้อหาสาระ (Organization of Content) หรือการเรียงลำดับเนื้อหา ต้องคำนึงถึงความต่อเนื่อง ความยากง่ายของเนื้อหา ภูมิภาค ความพร้อมและความสนใจของนักเรียน
5. คัดเลือกประสบการณ์การเรียนรู้ (Selection of Learning Experiences) เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาที่กำหนด ครูผู้สอนหรือผู้ที่เกี่ยวข้องต้องเป็นผู้กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา และจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
6. จัดประสบการณ์การเรียนรู้ (Organization of Learning Experiences) ต้องคำนึงถึงเนื้อหาสาระ ลำดับขั้นตอน ความต่อเนื่อง โดยบูรณาการมวลความรู้ต่างๆ เพื่อให้เกิดประสิทธิผลแก่นักเรียนมากที่สุด
7. กำหนดรูปแบบการประเมินผลตามจุดมุ่งหมาย (Determination of What to Evaluate and of the Ways and Means of Doing it) โดยต้องตัดสินใจว่าต้องการประเมินอะไร เพื่อตรวจสอบว่าหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นบรรลุตามจุดมุ่งหมายหรือไม่ และกำหนดด้วยว่าจะใช้วิธีประเมินผลอย่างไร ใช้เครื่องมืออะไรในการประเมิน



ภาพประกอบ 2 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของทาบ่า (Taba. 1962)

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2537: 15) ยังได้กล่าวถึงการพัฒนาหลักสูตรตามแนวคิดของทาบ่าว่า จะเริ่มที่จุดใดจุดหนึ่งก่อนก็ได้ตามที่ถนัดและสนใจ แต่เมื่อเริ่มที่จุดใดแล้วจะต้องทำการศึกษาให้ครบ กระบวนการทั้ง 7 ขั้นตอนของแนวคิดที่เสนอไว้ และจุดเด่นของการพัฒนาหลักสูตรของทาบ่าคือ เรื่องกลยุทธ์การสอน (Teaching Strategies) และประสบการณ์การเรียนรู้ (Learning Experiences) เป็นกระบวนการที่ต้องคำนึงถึงอยู่ 2 ประการคือ

1. กลยุทธ์การสอนและประสบการณ์การเรียนรู้ จำเป็นเครื่องกำหนดสถานการณ์เงื่อนไขการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแต่ละครั้ง จะมีวัตถุประสงค์เกี่ยวกับการเรียนรู้ที่

เกิดขึ้นเป็นผลผลิต ดังนั้นการจัดรูปแบบการเรียนการสอนก็ต้องแสดงลำดับขั้นตอนของการเรียนรู้ด้วย

2. หน้าที่ของกลยุทธ์การสอน เป็นสิ่งที่หลอมรวมหลายสิ่งหลายอย่างเข้ามาไว้ด้วยกันซึ่งเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน ดังนั้นการพิจารณาตัดสินใจเกี่ยวกับกลยุทธ์การสอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

การจัดเนื้อหา จะต้องกำหนดให้ชัดเจนว่ารายวิชานั้นๆ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้แบบใด กว้างหรือลึกมากน้อยเพียงใด และได้เรียงลำดับเนื้อหาวิชาไว้อย่างไร การกำหนดโครงสร้างได้กระทำชัดเจน สอดคล้องกับโครงสร้างในระดับใด เพราะแต่ละระดับจะมีจุดประสงค์เนื้อหาสาระที่มีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน เช่น ระดับใหญ่ (ส่วนรวมจะสัมพันธ์กับหมวดวิชา ระดับกลางมีความสัมพันธ์ในระดับรายวิชา และระดับย่อยจะสัมพันธ์กันกับบทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้)

หน่วยการเรียนรู้จะมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ที่บ่งชี้ถึงการวัดและประเมินได้ชัดเจน มีการวางแผนการเรียนและทำกิจกรรมตามความต้องการและความสนใจตามลักษณะเฉพาะ นอกจากนั้นการตรวจสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียน จะช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในการพัฒนาทักษะกระบวนการเรียนได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนเพื่อนำไปสู่ข้อค้นพบ ข้อสรุป ที่เป็นหลักการที่มุ่งเน้นความคาดหวังเกี่ยวกับการเรียนรู้ที่จะเกิดขึ้นกับผู้เรียน และการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการทางความคิดที่ต่อเนื่องรวมทั้งการสืบเสาะหาความรู้ได้ด้วยตนเอง

### 1.2.3 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของกรมวิชาการ

ในปีพ.ศ.2533 กรมวิชาการได้เสนอวิธีการพัฒนาหลักสูตรในลักษณะการทำงานร่วมกัน (Cooperative Approach) ระหว่างบุคลากรที่เกี่ยวข้องในทุกฝ่าย โดยแบ่งเป็น 6 ขั้นตอน (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2538: 75) คือ

1. การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน ได้แก่การสำรวจสภาพปัญหา การศึกษา เศรษฐกิจ สังคมการเมืองวัฒนธรรม รวมทั้งวิเคราะห์แนวคิด ทฤษฎีใหม่ๆ เกี่ยวกับการพัฒนาหลักสูตร

2. การร่างหลักสูตร จัดทำเอกสารหลักสูตร กรมวิชาการได้แต่งตั้งคณะกรรมการพัฒนาหลักสูตร ซึ่งมีองค์ประกอบของคณะกรรมการพัฒนาหลักสูตรมีหลากหลายมีบทบาทหน้าที่ กำหนดจุดมุ่งหมาย หลักการโครงสร้างของหลักสูตร กำหนดจุดประสงค์และรายละเอียดของเนื้อหา รายวิชา จัดทำคู่มือหลักสูตร คู่มือครู และหนังสือเรียน

3. การตรวจสอบคุณภาพของหลักสูตร คณะกรรมการอำนวยการพัฒนาหลักสูตรและผู้เชี่ยวชาญประเมินร่างหลักสูตรและเอกสารต่างๆ แล้วปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองใช้

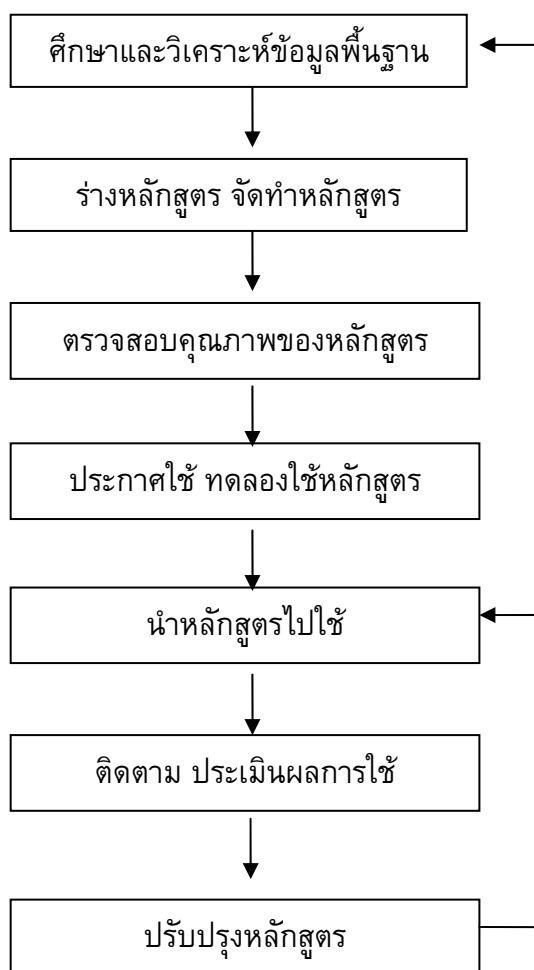
4. การประกาศใช้หลักสูตรและทดลองใช้หลักสูตร คณะกรรมการพัฒนาหลักสูตรได้นำหลักสูตรที่ผ่านการประเมินคุณภาพในขั้นตอนที่ 3 แล้วมาปรับปรุงเพื่อนำไปทดลองใน

โรงเรียนร่วมพัฒนาการใช้หลักสูตรพร้อมติดตามผลการทดลองใช้เป็นระยะๆ เพื่อตรวจสอบคุณภาพของหลักสูตร และประกาศการใช้หลักสูตร

5. การนำหลักสูตรไปใช้ คณะกรรมการพัฒนาหลักสูตรได้วางแผนการใช้หลักสูตรเตรียมการประชาสัมพันธ์หลักสูตร อบรมชี้แจง ประชุมสัมมนา ศึกษานิตยเทศก์ ครู ผู้บริหาร และบุคลากรที่เกี่ยวข้องกับการใช้หลักสูตร

6. การติดตามประเมินผล การใช้หลักสูตร การบริการและสนับสนุนการใช้หลักสูตร และให้โรงเรียนประเมินตนเองเกี่ยวกับการใช้หลักสูตร ส่งเสริมให้กรมเจ้าสังกัดประเมินผลของการใช้หลักสูตรเพื่อปรับปรุงคุณภาพการศึกษา ส่วนกรมวิชาการร่วมมือกับโรงเรียนและกรมเจ้าสังกัดประเมินหลักสูตรในภาพรวม

รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของกรมวิชาการสามารถสรุปได้ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของกรมวิชาการ (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2538: 75)

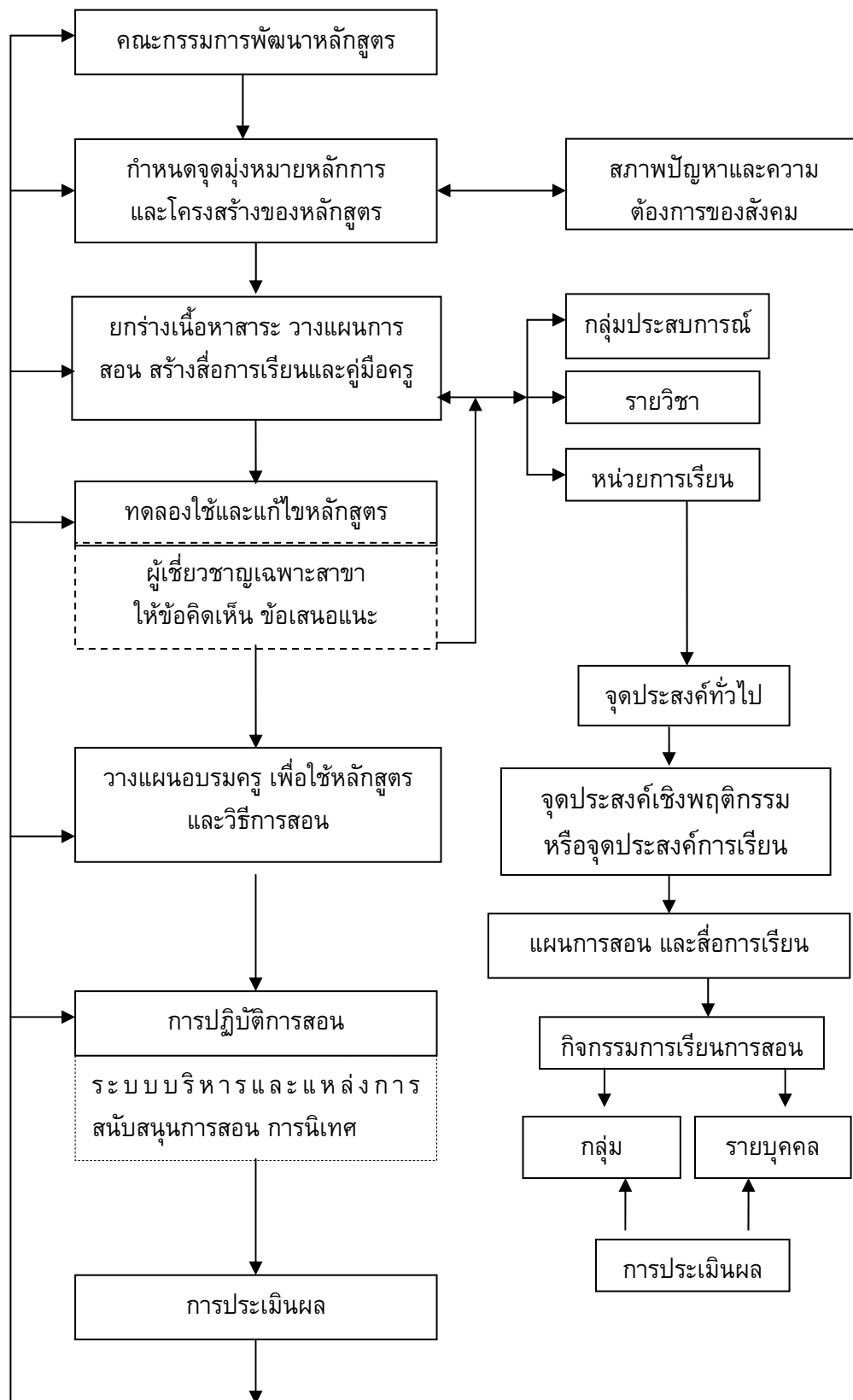


### 1.2.4 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของวิชัย วงษ์ใหญ่

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2538: 77) ได้สรุปแนวคิดและขั้นตอนกระบวนการพัฒนาหลักสูตร ดังนี้

1. คณะกรรมการพัฒนาหลักสูตร กำหนดจุดมุ่งหมาย หลักการและโครงสร้าง และความต้องการออกแบบหลักสูตรขึ้นมา โดยอาศัยข้อมูลจากสภาพปัญหาและความต้องการของสังคมปัจจุบันโดยปรึกษาหารือกับผู้เชี่ยวชาญแต่ละสาขาวิชาอย่างสม่ำเสมอ
2. ยกร่างเนื้อหาสาระ แต่ละกลุ่มประสบการณ์ แต่ละหน่วยการเรียนรู้และแต่ละรายวิชาโดยปรึกษาหารือกับผู้เชี่ยวชาญแต่ละสาขาวิชา คณะกรรมการพัฒนาหลักสูตรร่วมกับผู้เชี่ยวชาญแต่ละสาขาวิชาเป็นผู้กำหนดจุดมุ่งหมาย จุดประสงค์ทั่วไป จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม หรือจุดประสงค์การเรียนรู้ วางแผนการสอน ทำบันทึกการสอน ผลิตส์ื่อการเรียน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล
3. นำหลักสูตรที่พัฒนาแล้วไปทดลองใช้ในโรงเรียนนาร่อง (โรงเรียนทดลองใช้หลักสูตรใหม่) โดยคณะกรรมการพัฒนาหลักสูตรได้กำหนดไว้ ถ้ามีข้อบกพร่องก็ทำการแก้ไขปรับปรุง โดยปรึกษาหารือกับผู้เชี่ยวชาญเฉพาะสาขาอยู่ตลอดเวลา
4. อบรมครู ผู้บริหารทุกระดับ และบุคลากรทางการศึกษาให้เข้าใจหลักสูตรใหม่ เพื่อจะได้ใช้หลักสูตรใหม่ให้ถูกต้องเหมาะสม ตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร รวมทั้งการประชาสัมพันธ์หลักสูตรให้ผู้ที่เกี่ยวข้องทราบ
5. นำหลักสูตรไปใช้ปฏิบัติการสอนในโรงเรียน ประกาศใช้หลักสูตร สนับสนุนให้ผู้บริหารและครูนำหลักสูตรไปปฏิบัติให้เกิดประโยชน์ในโรงเรียนต่อไป ซึ่งกิจกรรมการใช้หลักสูตรใหม่มี 4 ประการ คือ 1. การแปลงหลักสูตรไปสู่การสอน 2. ผู้บริหารจัดเตรียมสิ่งต่างๆ เช่น บุคลากร วัสดุหลักสูตร 3. การสอน 4. การประเมินผล

รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของวิชัย วงษ์ใหญ่ สามารถสรุปได้ดังภาพประกอบ 4

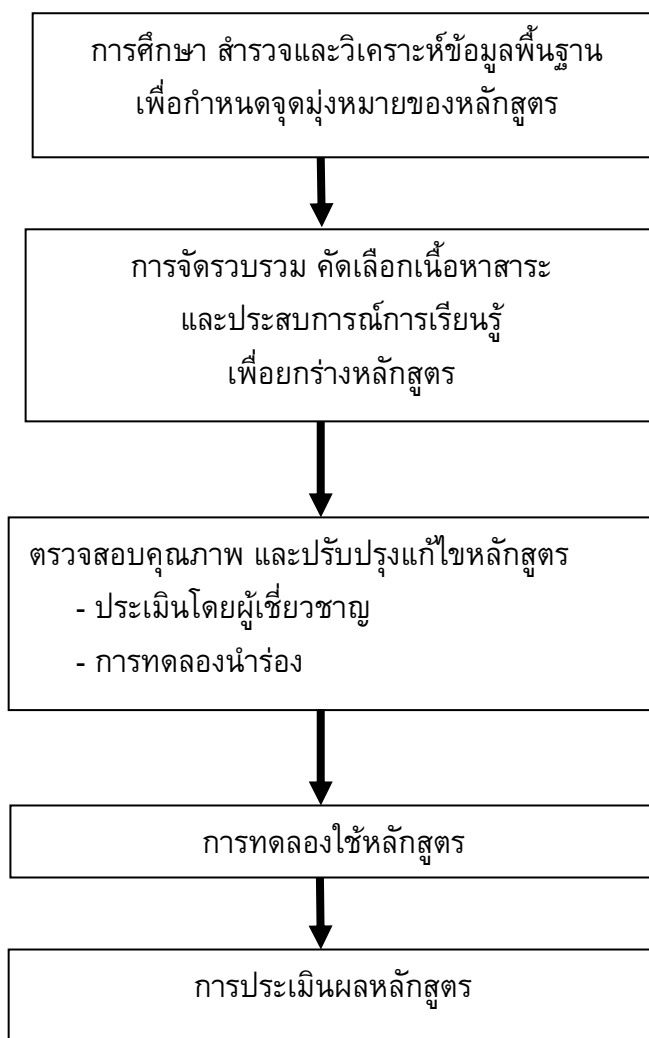


ภาพประกอบ 4 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรของวิชัย วงษ์ใหญ่ (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2538: 77)

จากการศึกษารูปแบบของการพัฒนาหลักสูตรตามที่กล่าวมา ผู้วิจัยได้ประมวลเป็นขั้นตอนเพื่อใช้เป็นรูปแบบการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอนคือ

1. การศึกษา สืบค้น และวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน เพื่อกำหนดจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
2. การจัดรวบรวม คัดเลือกเนื้อหาสาระและประสบการณ์การเรียนรู้ เพื่อยกร่างหลักสูตร
3. ตรวจสอบคุณภาพและปรับปรุงแก้ไขหลักสูตร โดยการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ และทดลองนำร่อง
4. การทดลองใช้หลักสูตร
5. การประเมินผลหลักสูตร

โดยขั้นตอนทั้งหมดของการพัฒนาหลักสูตร สามารถสรุปได้ดังภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 รูปแบบการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

### 1.3 ความหมายของการประเมินหลักสูตร

ครอนบัค (Cronbach. 1970: 231) ให้ความหมายของการประเมินหลักสูตรว่า คือการรวบรวมข้อมูลและการใช้ข้อมูลเพื่อตัดสินใจในเรื่องโปรแกรมหรือหลักสูตรการศึกษา

สตัฟเฟิลบีม และคณะ (Stufflebeam; et al. 1971: 128) ได้ให้ความหมายของการประเมินหลักสูตรว่า เป็นกระบวนการการหาข้อมูล เก็บข้อมูล เพื่อนำมาใช้ในการตัดสินใจทางเลือกที่ดีกว่าเดิม

กู๊ด (Good. 1973: 209) ได้ให้ความหมายว่า การประเมินหลักสูตร คือการประเมินผลของกิจกรรมการเรียนภายในขอบข่ายของการสอน ที่เน้นเฉพาะจุดประสงค์ของการตัดสินใจในความถูกต้องของจุดมุ่งหมาย ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหา และผลสัมฤทธิ์ของวัตถุประสงค์เฉพาะ ซึ่งนำไปสู่การตัดสินใจในการวางแผน การจัดโครงการต่อเนื่องและการหมุนเวียนของกิจกรรมโครงการต่าง ๆ ที่จะจัดให้มีขึ้น

ทิตนา แชมมณี (2528: 113 – 114) กล่าวว่า โดยทั่วไปการประเมินหลักสูตรใดๆ จะมีจุดมุ่งหมายอยู่ 3 ประการ คือ

1. เพื่อหาคูณค่าของหลักสูตรนั้น โดยดูว่า หลักสูตรที่จัดขึ้นสามารถสนองตามจุดมุ่งหมายหลักตามที่หลักสูตรนั้นต้องการหรือไม่
2. เพื่อตัดสินใจว่า การวางแผนและรูปแบบของหลักสูตร ตลอดจนการบริหารงานและการสอนตามหลักสูตร เป็นไปในทางที่ถูกต้องแล้วหรือไม่
3. เพื่อวัดผลดูว่า ผลผลิตคือนักเรียนนั้นเป็นอย่างไร

การประเมินหลักสูตรที่ดีควรประเมินเป็นระยะๆ ซึ่งโดยทั่วไปแบ่งออกเป็น 3 ระยะคือ

1. การประเมินหลักสูตรก่อนนำหลักสูตรไปใช้ เป็นการประเมินเพื่อหาความเป็นไปได้ของการใช้หลักสูตรตรวจสอบคุณภาพของหลักสูตรเพื่อปรับปรุงก่อนนำไปใช้จริง การประเมินหลักสูตรในระยะนี้ต้องอาศัยความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญทางด้านพัฒนาหลักสูตรด้านเนื้อหาวิชา ด้านวิชาชีพครู ด้านการวัดผล เป็นต้น

2. การประเมินหลักสูตรระหว่างการดำเนินการใช้หลักสูตรเป็นการประเมินเพื่อตรวจสอบว่าหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปใช้จริงได้ดีเพียงใด มีจุดบกพร่องที่ใด เพื่อจะได้แก้ไขปรับปรุงให้เหมาะสม

3. การประเมินหลักสูตรหลังการใช้หลักสูตร เป็นการประเมินองค์ประกอบด้านต่างๆ ของหลักสูตรทั้งหมด เพื่อสรุปผลของการใช้หลักสูตรและตัดสินใจว่าหลักสูตรนั้นบรรลุตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้หรือไม่ ควรดำเนินการใช้ต่อไป ควรปรับปรุงแก้ไข หรือควรยกเลิก

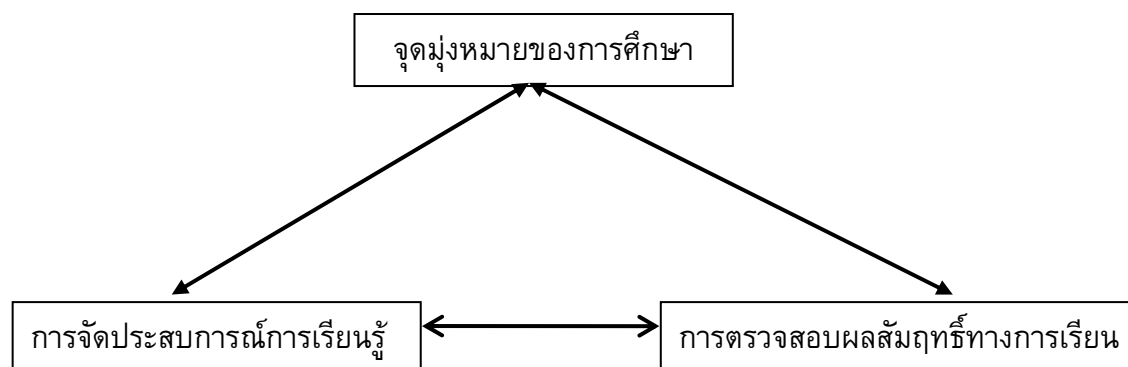
บุญชม ศรีสะอาด (2546. 95) ได้ให้ความหมายของประเมินหลักสูตรว่า การประเมินหลักสูตรหมายถึง การพิจารณา เปรียบเทียบ และตัดสินใจเกี่ยวกับองค์ประกอบต่างๆ ในระบบหลักสูตรว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร มีความสอดคล้องระหว่างมาตรฐาน ความมุ่งหวัง และการปฏิบัติจริงเพียงใด หลักสูตรนั้นมีประสิทธิภาพเพียงใด มีผลกระทบอย่างไร ทั้งนี้เพื่อนำข้อมูลดังกล่าวมาใช้ปรับปรุงหลักสูตรให้ดีขึ้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับการประเมินหลักสูตรที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยได้พอสรุปได้ว่าการประเมินหลักสูตร หมายถึง การพิจารณา ตัดสิน เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบต่างๆ ในหลักสูตรว่า มีความสัมพันธ์กันอย่างไร มีความสอดคล้องระหว่างมาตรฐาน จุดมุ่งหมาย ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาและการปฏิบัติจริงเพียงใด เพื่อนำข้อมูลดังกล่าวมาใช้ในการปรับปรุงต่อไป

#### 1.4 รูปแบบของการประเมินหลักสูตร

##### 1.4.1 รูปแบบการประเมินหลักสูตรของไทเลอร์

ไทเลอร์ (Tyler. 1949: 110-125) เป็นผู้ที่ย่างรากฐานการประเมินหลักสูตร โดยเสนอแนะแนวคิดว่าการประเมินหลักสูตรเป็นการเปรียบเทียบว่าพฤติกรรมของผู้เรียนที่เปลี่ยนแปลงไปเป็นไปตามจุดมุ่งหมายที่ได้ตั้งไว้หรือไม่ โดยการศึกษารายละเอียดขององค์ประกอบของกระบวนการจัดการศึกษา 3 ส่วนคือ จุดมุ่งหมายทางการศึกษา การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ และการตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน แสดงได้ดังภาพประกอบ 6



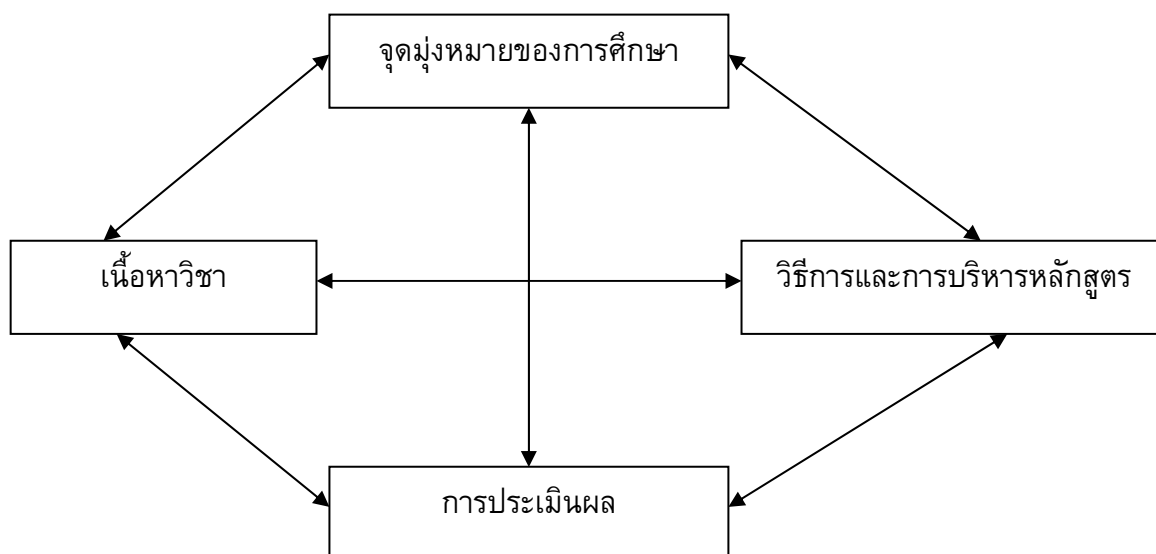
ภาพประกอบ 6 ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบการจัดการศึกษาตามแนวคิดของไทเลอร์

ไทเลอร์มีความเชื่อว่า จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้อย่างชัดเจนรัดกุม และจำเพาะเจาะจง จะเป็นแนวทางในการประเมินผลภายหลัง บทบาทของการประเมินหลักสูตรจึงอยู่ที่การดูผลผลิตของหลักสูตรว่าตรงตามจุดมุ่งหมายทางการศึกษาที่กำหนดหรือไม่ แนวคิดเกี่ยวกับการประเมินหลักสูตรตามรูปแบบของไทเลอร์จึงยึดความสำเร็จของจุดมุ่งหมายเป็นหลัก (Goal Attainment Model) และถือว่าการประเมินหลักสูตรเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน และเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินคุณค่าของหลักสูตรด้วย โดยไทเลอร์ได้จัดลำดับขั้นตอนการเรียนการสอนและการประเมินผลดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายอย่างกว้างๆ โดยการวิเคราะห์ปัจจัยต่างๆ ในการกำหนดจุดมุ่งหมาย (Goal Sources) คือ นักเรียน สังคม และเนื้อหาสาระ ส่วนปัจจัยที่กำหนดขอบเขตของจุดมุ่งหมาย (Goal Screens) คือ จิตวิทยาการเรียนรู้ และปรัชญาการศึกษา
  2. กำหนดจุดประสงค์เฉพาะหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมอย่างชัดเจน ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่ต้องการวัดหลังจากจัดประสบการณ์การเรียนรู้
  3. กำหนดเนื้อหาหรือประสบการณ์การเรียนรู้ เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้
  4. เลือกวิธีการเรียนการสอนที่เหมาะสม ที่จะทำให้อุณหภูมิหรือประสบการณ์ที่วางไว้ประสบความสำเร็จ
  5. ประเมินผลโดยการตัดสินด้วยการวัดผลทางการศึกษา หรือการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
  6. หากหลักสูตรไม่บรรลุตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้ จะต้องมีการตัดสินที่จะยกเลิกหรือปรับปรุงแก้ไขหลักสูตรนั้น แต่ถ้าบรรลุตามจุดมุ่งหมายก็อาจจะใช้เป็นข้อมูลย้อนกลับ (Feedback) เพื่อปรับปรุงการกำหนดจุดมุ่งหมายให้สอดคล้องกับสังคมที่เปลี่ยนแปลง หรือใช้เป็นข้อมูลในการพัฒนาคุณภาพของหลักสูตร
- การประเมินหลักสูตรตามแนวคิดของไทเลอร์ จะเห็นว่าเป็นการยึดความสำเร็จของผู้เรียนส่วนใหญ่เป็นเกณฑ์ในการตัดสิน และมีการกำหนดเกณฑ์ไว้ล่วงหน้าว่า ความสำเร็จระดับใดจึงจะประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้ การประเมินผลในลักษณะนี้จึงเป็นการประเมินผลสรุป (Summative Evaluation) มากกว่าการประเมินผลความก้าวหน้า (Formative Evaluation)

#### 1.4.2 รูปแบบการประเมินหลักสูตรของทาบา

ทาบา (Taba. 1962: 413 - 444) ได้เสนอรูปแบบการพัฒนาหลักสูตร ชื่อว่า "A Conceptual Framework for Curriculum Design" ซึ่งอธิบายการประเมินผลว่าเป็นการพิจารณาขั้นตอนต่างๆ ของการพัฒนาหลักสูตรว่าสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้หรือไม่ เช่นเดียวกับรูปแบบของไทเลอร์ แต่มีส่วนที่แตกต่างคือ การแยกพิจารณาองค์ประกอบต่างๆ ของการจัดการศึกษา 4 ส่วนคือ จุดมุ่งหมายของการศึกษา วิธีการและการบริหารหลักสูตร เนื้อหาวิชา และการประเมินผล ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบจัดการศึกษาทั้ง 4 ส่วน แสดงได้ดังภาพประกอบ 7

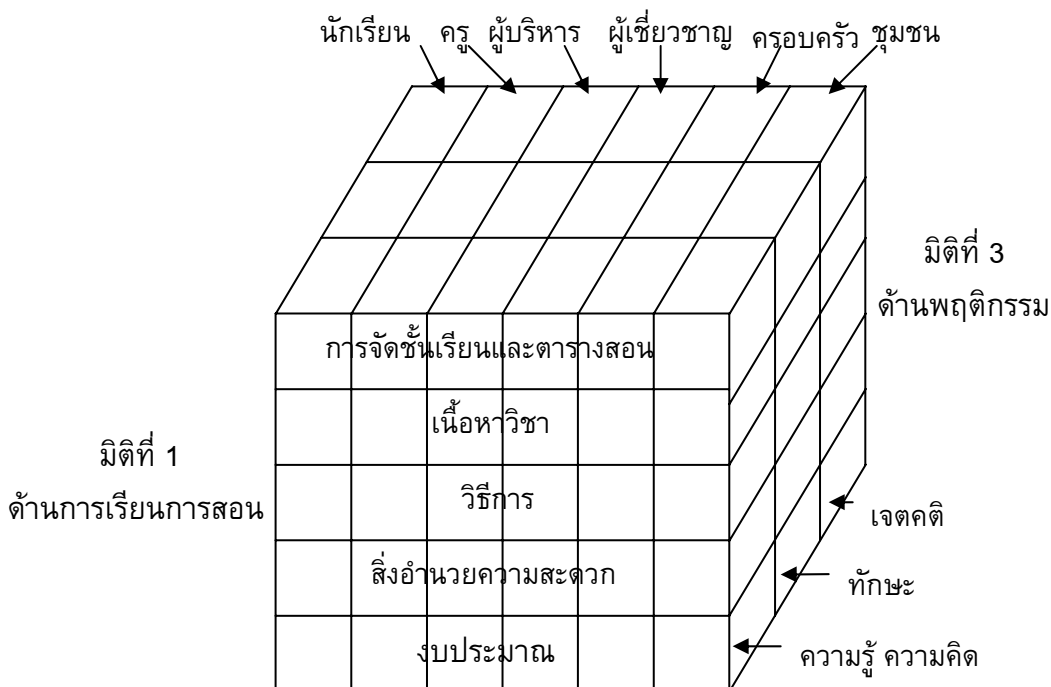


ภาพประกอบ 7 รูปแบบการประเมินหลักสูตรของทาบา (Taba. 1962: 413-444)

### 1.4.3 รูปแบบการประเมินหลักสูตรของแฮมมอนด์

โรเบิร์ต แฮมมอนด์ (Robert Hammond) (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2538: 21 - 28) ได้เสนอรูปแบบการประเมินหลักสูตรที่ยึดจุดมุ่งหมายเป็นหลัก ซึ่งคล้ายกับรูปแบบของไทเลอร์ โดยจุดเน้นของรูปแบบการประเมินนี้คือ แนวคิดที่ว่าความสำเร็จของหลักสูตรจะขึ้นอยู่กับปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ของตัวแปรในมิติต่างๆ ที่อยู่ในสภาวะแวดล้อมทางการศึกษา ซึ่งประกอบด้วย 3 มิติ ได้แก่ มิติด้านการสอน (Instructional Dimension) มิติด้านสถาบัน (Institutional Dimension) และ มิติด้านพฤติกรรม (Behavioral Dimension) ดังภาพประกอบ 8

## มิติที่ 2 ด้านสถาบัน



ภาพประกอบ 8 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในมิติต่างๆ (วิชัย วงษ์ใหญ่. 2538: 21-28)

### 1. มิติด้านการเรียนการสอน ประกอบด้วยตัวแปรสำคัญ 5 ตัวแปรคือ

1.1 การจัดชั้นเรียนและตารางสอน หมายถึง การจัดครูและนักเรียนให้พบกัน และดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งต้องคำนึงถึงเวลาและสถานที่ (Time and Space) ด้วย

1.2 เนื้อหาวิชา หมายถึง เนื้อหาวิชาที่จะนำมาจัดการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วยโครงสร้างความรู้ ความคิดรวบยอด และวิธีการแสวงหาความรู้ตามลักษณะเฉพาะของแต่ละวิชา การจัดลำดับเนื้อหาให้เหมาะสมกับระดับวุฒิภาวะของผู้เรียนและชั้นเรียนแต่ละระดับ

1.3 วิธีการ หมายถึง หลักการเรียนรู้ การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน ทั้งปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน และระหว่างนักเรียนด้วยกันเอง หลักการเรียนรู้ควรคำนึงถึงองค์ประกอบ 4 ประการ คือ การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม (Active Participation) การให้ข้อมูลย้อนกลับทันที (Immediate Feedback) การให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์แห่งความสำเร็จ (Successful Experiences) การแบ่งและการจัดลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ที่ละน้อย (Gradual Approximation) การออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงธรรมชาติของผู้เรียน ลักษณะของวิชา รวมทั้งวิธีสอน ทั้งสามส่วนนี้จะมีอิทธิพลและส่งผลซึ่งกันและกัน



1.4 สิ่งอำนวยความสะดวกต่างๆ หมายถึง สถานที่ อุปกรณ์ เครื่องมือและอุปกรณ์พิเศษ ห้องปฏิบัติการ วัสดุสิ้นเปลืองต่างๆ รวมถึงสิ่งที่มีผลต่อการใช้หลักสูตรและการสอนด้านอื่นๆ

1.5 งบประมาณ หมายถึง เงินที่ใช้เพื่ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนการสอน การซ่อมแซม เงินเดือนครู ค่าจ้างบุคลากรซึ่งจะทำให้งานการใช้หลักสูตรประสบความสำเร็จ

## 2. มิติด้านสถาบัน ประกอบด้วยตัวแปรสำคัญ 6 ตัวแปรคือ

2.1 นักเรียน มีองค์ประกอบที่ต้องคำนึงถึงในการประเมินหลักสูตร คือ อายุ เพศ ระดับชั้นที่กำลังศึกษา ความสนใจ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สุขภาพกาย สุขภาพจิต และภูมิหลังทางครอบครัว

2.2 ครู มีองค์ประกอบที่ต้องคำนึงถึงในการประเมินหลักสูตร คือ อายุ เพศ วุฒิการศึกษา ประสบการณ์การสอน เงินเดือน กิจกรรมยามว่าง การฝึกอบรมเพิ่มเติมเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรใน 1 -3 ปี และความพึงพอใจในการปฏิบัติการ

2.3 ผู้บริหาร มีองค์ประกอบที่ต้องคำนึงถึงในการประเมินหลักสูตร คือ อายุ เพศ วุฒิการศึกษา ประสบการณ์การบริหาร เงินเดือน ความพึงพอใจในการปฏิบัติงานด้านวิชาการ ลักษณะทางบุคลิกภาพ การฝึกอบรมเพิ่มเติมในช่วง 1 – 3 ปี

2.4 ผู้เชี่ยวชาญ มีองค์ประกอบที่ต้องคำนึงถึงในการประเมินหลักสูตร คือ อายุ เพศ ความเชี่ยวชาญเฉพาะด้าน ลักษณะของการให้คำปรึกษา การให้ความช่วยเหลือ ลักษณะทางบุคลิกภาพ และความพึงพอใจในการปฏิบัติงาน

2.5 ครอบครัว มีองค์ประกอบที่ต้องคำนึงถึงในการประเมินหลักสูตร คือ สถานภาพทางครอบครัว สมรสแล้ว อยู่ร่วมกัน หย่าร้าง แยกกันอยู่ ขนาดของครัวครัว รายได้ สถานที่อยู่ การศึกษา การเป็นสมาชิกของสมาคม การโยกย้าย ระยะเวลาที่อยู่ในชุมชน การโยกย้าย จำนวนลูกและญาติที่อยู่ร่วมโรงเรียน

2.6 ชุมชน มีองค์ประกอบที่ต้องคำนึงถึงในการประเมินหลักสูตร คือ สภาพชุมชน จำนวนประชากร ความแตกต่างของอายุสมาชิกในชุมชน ความเชื่อ ค่านิยม ประเพณี ศาสนา เศรษฐกิจ สภาพการให้บริการทางสุขภาพอนามัย การรับนวัตกรรมเทคโนโลยี

## 3. มิติด้านพฤติกรรม ประกอบด้วยพฤติกรรม 3 ด้าน คือ

3.1 พฤติกรรมด้านความรู้ (Cognitive Domain) คือ พฤติกรรมเกี่ยวกับความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า การตรวจสอบผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนในด้านองค์ประกอบย่อยของพฤติกรรม ซึ่งอาจใช้แบบทดสอบมาตรฐานเป็นเครื่องมือในการประเมิน

3.2 พฤติกรรมด้านทักษะ (Psychomotor Domain) คือ การกระทำทั้งหลายที่ใช้การประสานงานของประสาทกล้ามเนื้อ หรือพฤติกรรมที่เกี่ยวข้องกับการใช้มือปฏิบัติงานต่างๆ

3.3 พฤติกรรมด้านเจตคติ (Affective Domain) คือ พฤติกรรมที่เกี่ยวกับ ความสนใจ ความชอบ ไม่ชอบ ทศนคติ ความซาบซึ้ง และค่านิยม

แนวคิดในการประเมินหลักสูตรของแฮมมอนต์ใช้แนวคิดของไทเลอร์เป็นพื้นฐานในการกำหนดจุดมุ่งหมายและใช้ข้อมูลที่ได้จากการประเมินผลในการปรับปรุงจุดมุ่งหมายของหลักสูตรนั้น นอกจากนี้ยังให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์ตัวแปรของมิติด้านการสอน และมิติด้านสถาบันซึ่งมีผลต่อความสำเร็จของหลักสูตรนั้นด้วย

จากประเด็นและรูปแบบการประเมินหลักสูตรต่าง ๆ ผู้วิจัยมีแนวคิดในการประเมินหลักสูตรทฤษฎีกราฟที่ได้พัฒนาขึ้น โดยแบ่งออกเป็นสองขั้นตอน คือ ประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญด้วยแบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ซึ่งมีมาตรวจวัดตามจุดประสงค์ และการประเมินโดยการนำหลักสูตรไปทดลองใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง โดยในขั้นตอนนี้จะมีการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และวัดพฤติกรรมการแก้ปัญหาและพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากแบบสำรวจรายการ ซึ่งเป็นการประเมินระหว่างการใช้หลักสูตร และวัดความรอบรู้ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้พัฒนาขึ้น และวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นการประเมินหลังการใช้หลักสูตร

### 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรและการประเมินหลักสูตร

#### งานวิจัยต่างประเทศ

คลีออน (Cleon. 1983: Online) ได้ศึกษาผลของโครงการพัฒนาหลักสูตรเชิงทดลองเพื่อศึกษาเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในไอร์แลนด์ เนื่องจากปัญหาที่พบในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาส่วนใหญ่คือ การจัดการเรียนการสอน โดยมีประเด็นสำคัญคือ การสร้างสื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและการประเมินผลที่สอดคล้องกับหลักสูตร กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยครู 8 คน และนักเรียน 339 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น และมีเจตคติที่ดีต่อการสอนสถิติ

แกดดิส (Gaddis. 1997: Online) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์ โดยทำเป็นกรณีศึกษาที่ ควาซูลูนาทาล ประเทศแอฟริกาใต้ เป็นระยะเวลา 1 ปี โดยมีครู นักเรียน และตัวแทนชุมชน มาเข้าร่วมในกระบวนการพัฒนาหลักสูตรแบบร่วมมือที่สอดคล้องกับบริบทสิ่งแวดล้อมของชุมชน โดยมีประเด็นสำคัญ 3 ประการในกระบวนการวิจัยคือ การพัฒนากระบวนการเรียนรู้เป็นกลุ่ม การระบุสถานการณ์ปัญหาและตัวอย่าง และการเรียงลำดับสาระการเรียนรู้ที่สอดคล้องกัน ผลจากการวิจัยได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับลักษณะ บทบาทของครูและนักการศึกษาในการพัฒนาหลักสูตร ซึ่งประเด็นต่างๆ เหล่านี้จะเป็นประโยชน์ต่อหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนที่ทำให้เกิดการพัฒนาค่อยเป็นค่อยไปในกระบวนการพัฒนาหลักสูตร

เจนเซน (Jensen. 2006: Online) ได้ทำการศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติ การเรียนแบบร่วมมือ ความวิตกกังวลในการเรียนคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของรายวิชาทางอาชีวศึกษาที่ในนำเพิ่มเติมในรายวิชาคณิตศาสตร์ นั่นคือการออกแบบหลักสูตรคณิตศาสตร์ โดยการปรับให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัจจุบันมากขึ้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ในหลายวิธี อาจเพิ่มสิ่งที่เป็นสถานการณ์ปัจจุบันที่สอดคล้องกับบริบทของท้องถิ่นเข้าไปในหลักสูตร เพราะจะช่วยให้นักเรียนลดความวิตกกังวลในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ การเรียนที่มีแข่งขันและการเรียนรายบุคคล ที่นำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนของหลักสูตร มีส่วนช่วยให้นักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

นอร์แมน (Norman. 2008: Online) ได้ศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในด้านกระบวนการและความถูกต้องของการเรียงลำดับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เข้ามาศึกษาสาขาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ที่สถาบันวิจัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เข้าเรียนในช่วงปี 2002-2003 จำนวน 1,000 คน โดยสำเร็จการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากรัฐมิสซิสซิปปี จำนวน 103 โรงเรียน ผู้วิจัยทำการสำรวจความสัมพันธ์ระหว่างหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักเรียนแต่ละคนกับคะแนนผลสอบในรายวิชาแคลคูลัส สัมภาษณ์เชิงลึกกับนักเรียนจำนวน 24 คน นักวิชาการและอาจารย์ที่ปรึกษาจำนวน 6 คน ผลการศึกษาพบว่า นักวิชาการและอาจารย์ที่ปรึกษาที่ให้คำแนะนำช่วงปีแรกในระดับมหาวิทยาลัย มีแนวคิดที่คลาดเคลื่อนและมีความเข้าใจเกี่ยวกับหลักสูตรในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายบางหลักสูตรค่อนข้างน้อย จากผลการวิจัยนี้อาจชี้ให้เห็นว่ามีความไม่ต่อเนื่องกันของระบบการจัดการการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และระดับมหาวิทยาลัย ในแง่ของหลักสูตร และการจัดการในห้องเรียน

มินนิช (Minnich. 2008: Online) ได้ทำการวิจัยเพื่อสำรวจว่ามีการเปลี่ยนแปลงด้านความเชื่อของครูและกลยุทธ์ในการสอนคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร เมื่อนำโปรแกรมคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงใหม่ ชื่อ คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน เป้าหมายคือการพยายามผลักดันและกระตุ้นให้ครูมีความเข้าใจ และมีความสามารถในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในหลายวิธี ผลการวิจัยพบว่า ครูที่นำโปรแกรมคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันไปใช้ มีความสามารถด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น และนักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ดีขึ้น ทำให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

### งานวิจัยในประเทศ

นิตยา ปภาพจน์ (2540: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเลือกสรรเนื้อหา วิธีการจัดกิจกรรม และประสบการณ์การเรียนรู้ และการวัดประเมินผลบนพื้นฐานความต้องการ ความสนใจ ลักษณะนิสัยและศักยภาพของผู้เรียน หลักสูตรประกอบด้วยเนื้อหา 8 หน่วย แต่ละหน่วยจะมีเนื้อหา

โจทย์ปัญหาเสริมแบบฝึกการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แบบฝึกการคิด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านกระบวนการคัดเลือกจำนวน 17 คน ผลปรากฏว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนและหลังเรียนหลักสูตรมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.0005

ยุพร ริมชลการ (2543: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาและศึกษาประสิทธิภาพของหลักสูตรพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรจะเน้นใช้รูปแบบการเรียนการสอนการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ของ ซิดนีย์ ปาร์น ซึ่งเอื้อต่อความมีอิสระของความคิด การสื่อความหมาย ตนเองเป็นผู้นำตนเองและเป็นการจัดกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผลการวิจัยพบว่าโครงสร้างหลักสูตรมีความเหมาะสมและมีความสอดคล้องด้านความคิดเห็นเห็นผู้เชี่ยวชาญ และคะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนหลักสูตรพีชคณิต มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยคะแนนหลังเรียนสูงกว่าคะแนนก่อนเรียน และคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนหลักสูตรพีชคณิตมีค่าเท่ากับ 59.11 ซึ่งมีค่ามากกว่าคะแนนจุดตัด

จินดิษฐ์ ละออบักษิณ (2550: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนาและศึกษาประสิทธิภาพของหลักสูตรเรขาคณิตวิยุค สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังสิ้นสุดการใช้หลักสูตรเรขาคณิตวิยุค สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง หลักสูตรที่พัฒนาขึ้นเป็นหลักสูตรที่มีกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญโดยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง ผลการวิจัยพบว่า (1) หลักสูตรเรขาคณิตวิยุค สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพด้านความสามารถด้านเนื้อหา และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยความเชื่อมั่น 95 % และ (2) นักเรียนที่เรียนหลักสูตรเรขาคณิตวิยุค สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีพฤติกรรมการให้เหตุผลและมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดีด้วยความเชื่อมั่น 95 %

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้น พบว่าในการพัฒนาหลักสูตรประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญคือ การคัดเลือกเนื้อหาสาระ ความถูกต้องในการจัดเรียงลำดับเนื้อหา การจัดการเรียนการสอน การเลือกสื่อการเรียนรู้อ และการวัดผลและการประเมินผล รวมถึงการประเมินประสิทธิภาพหลักสูตร

## ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ

### 2.1 เนื้อหาทฤษฎีกราฟ

ทฤษฎีกราฟ (Graph Theory) เป็นคณิตศาสตร์สาขาหนึ่งที่ศึกษาเกี่ยวกับกราฟ ซึ่งเป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้จำลองรูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุกับการรวบรวมที่แน่นอน

(Certain Collection) ในที่นี้หมายถึง การรวบรวมของจุด และการรวบรวมของเส้นซึ่งเกิดจากเชื่อมโยงของจุด (Wikipedia Encyclopedia. 2007: Online)

ในปี ค.ศ. 1989 สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) ได้กำหนดมาตรฐานการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ดีสครีต สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งทฤษฎีกราฟเป็นหัวข้อหนึ่งในการศึกษาวิชานี้ โดยกำหนดว่าควรมีเนื้อหา (Dossey. 1991: 4-8) ดังต่อไปนี้

1. เทคนิคของการกำหนดเวลาโครงการ (Program Evaluation and Review Technique: PERT Methods)

2. ทรีแผ่ที่น้อยสุด (Minimal Spanning Trees) ได้แก่ ขั้นตอนวิธีของพริมและขั้นตอนวิธีของครุสกาล (Prim's and Kruskal's Algorithms)

3. โครงสร้างของกราฟ (Structure of a Graph) ได้แก่ ความรู้พื้นฐาน (Basic Concepts) แผนภาพตัวแทน (Diagrams Representation) เมทริกซ์ประชิด (Adjacency Matrix) การค้นหาตามแนวกว้างและการค้นหาตามแนวลึก (Breadth and Depth-First Searches)

4. วงจรและวิถี (Circuits and Paths) ได้แก่ ขั้นตอนวิธีวงจรรอยเลอร์ (Euler Circuit Algorithm) วงจรและวิถีแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian Circuits and Paths) ปัญหาการเดินทางของเซลแมน (Traveling Salesman Problem) ขั้นตอนวิธีไดคัสตราในการหาวิถีที่สั้นที่สุด (Dijkstra's Algorithm for Shortest Paths)

5. การให้สีกราฟ (Graph Coloring)

6. โครงสร้างของทรี (Structure of Trees)

สำหรับเนื้อหาทฤษฎีกราฟที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยศึกษาจากตำรา และเอกสาร เช่น

1. การแก้ปัญหาโดยการจำลองปัญหาด้วยกราฟ (ณรงค์ บัณฑิต. 2537)
2. ทฤษฎี และโจทย์ตัวอย่างคณิตศาสตร์ดีสครีต (สมพร สุนันทน์โอภาส. 2539)
3. ทฤษฎีกราฟ (ณรงค์ บัณฑิต. 2548)
4. ทฤษฎีกราฟ I (นวรรตน์ อนันต์ชื่น. 2540)
5. เอกสารเสริมความรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น (สสวท. 2545ข)
6. กิณฑคณิตศาสตร์ (สมชาย ประสิทธิ์จตุระกุล. 2546)
7. Basic Graph Theory (Parthasarathy. 1994)
8. Introduction to Graph Theory (Wilson. 1996)
9. Discrete Mathematics with Graph Theory (Goodaire; & Parmenter. 1998)
10. Discrete Mathematics and Its Applications (Rosen. 1999)
11. Graph Theory (Merris. 2001)
12. A Friendly Introduction to Graph Theory (Buckley; & Lewinter. 2002)
13. Discrete Mathematics (Dossey; et al. 2002)

14. Mathematics Standards of Learning Curriculum Framework: Discrete Mathematics (Virginia Board of Education. 2002)
15. Discrete Mathematics with Applications (Epp. 2004)
16. Handbook of Graph Theory (Gross; & Yellen. 2004)
17. Proofs from the Book (Aigner; & Ziegler. 2004)
18. Basic Concept in Graph Theory (Bender; & William. 2005)
19. Introduction to Graph Theory (Chartrand; & Zhang. 2005)
20. Using and Understanding Mathematics: A Quantitative Reasoning Approach (Bennett; & Briggs. 2005)
21. A Research Framework for Graph Theory in Routing Applications (Stoffel. 2005)
22. Thinking Mathematically (Blitzer. 2005)
23. Graph Theory: Modeling, Applications, and Algorithms (Agnarsson; & Greenlaw. 2007)
24. 2007 Mississippi Mathematics Framework (Mississippi Department of Education. 2007: Online)

นอกจากการศึกษาตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างๆ แล้ว ผู้วิจัยยังได้นำผลจากการปรึกษาผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาทฤษฎีกราฟ พร้อมทั้งสัมภาษณ์ผู้ที่เกี่ยวข้องหรือผู้รู้ด้านเนื้อหาทฤษฎีกราฟมาพิจารณาร่วมกัน ทำให้ผู้วิจัยมีแนวคิดเกี่ยวกับการคัดเลือกเนื้อหาทฤษฎีกราฟว่า ควรเป็นเนื้อหาที่เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และเป็นเนื้อหาที่สามารถพบเห็นการนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และเอื้อต่อการใช้สื่อ เพื่อให้นักเรียนได้เกิดความเข้าใจในเนื้อหา เห็นกระบวนการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เห็นการประยุกต์ของเนื้อหานั้น และสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้ ซึ่งพอสรุปได้ว่า หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง เนื้อหา ควรประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (Basic Concepts about Reasoning and Proof Methods in Mathematics) และส่วนที่ สองคือ เนื้อหาทฤษฎีกราฟ ประกอบด้วยความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ (Basic Concepts in Graph Theory) ทรีและกราฟไบบาร์ไทต์ (Trees and Bipartite Graphs) กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน (Eulerian and Hamiltonian Graphs) การให้สีกราฟ (Graph Coloring) ขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบ (Graph Algorithms and Planar Graphs) ไดกราฟ ข่ายงาน และโดมิเนชัน (Digraphs, Networks and Domination)

## 2.2 การประเมินความสามารถในด้านเนื้อหาทฤษฎีกราฟ

สำหรับหลักสูตรทฤษฎีกราฟที่พัฒนาขึ้น การประเมินความสามารถในด้านเนื้อหาทฤษฎีกราฟ จะใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางเรียนซึ่งเป็นการทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion-Referenced Testing) ในการวัดความรู้ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ นำเสนอรายละเอียดดังนี้

### 2.2.1 ความหมายและประเภทของแบบทดสอบอิงเกณฑ์

กลาเซอร์และเคลาส์ (Glaser; & Klaus. 1962: 519-521) กล่าวว่า แบบทดสอบอิงเกณฑ์ หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นอย่างพิถีพิถัน เพื่อการวัดผลซึ่งสามารถที่จะแปลความหมายได้โดยตรงตามมาตรฐานของความสามารถที่กำหนดไว้

พอแฟมและฮูเซค (Popham; & Husek. 1969: 1-9) กล่าวว่า แบบทดสอบอิงเกณฑ์ คือ แบบทดสอบที่ใช้เพื่อวัดสภาพที่แน่นอนของแต่ละบุคคล โดยอาศัยเกณฑ์บางอย่างเช่น มาตรฐานของความสามารถ หรือพฤติกรรมที่ได้นิยามไว้อย่างดีแล้ว

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์ (2542: 49) ได้ให้ความหมายของการวัดแบบอิงเกณฑ์ (Criterion-Referenced Measurement) ว่าเป็นการวัดผลทางการศึกษาที่มุ่งค้นหาว่านักเรียนมีหรือไม่มีความสามารถในเรื่องใด โดยอาศัยเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นมาโดยเฉพาะ พร้อมทั้งกำหนดคะแนนเกณฑ์หรือคะแนนจุดตัด (Cut-off) ที่บ่งชี้มาตรฐานการปฏิบัติในเรื่องนั้น และแปลความหมายโดยนำเอาคะแนนผลการปฏิบัตินั้นไปเทียบกับคะแนนจุดตัดที่กำหนดไว้

แบบทดสอบอิงเกณฑ์ (Criterion-Referenced Test) เป็นแบบทดสอบที่บรรจุเนื้อหาสาระของข้อสอบที่เฉพาะเจาะจงสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนการสอน และมีคะแนนจุดตัดหรือเกณฑ์ที่ใช้ตัดสินว่าผู้ทดสอบมีความรอบรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนดหรือไม่ สำหรับการสร้างแบบทดสอบอิงเกณฑ์ สามารถจำแนกตามแนวคิดได้ 2 ชนิด (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2542: 50-51) คือ

1. แบบทดสอบอิงมวลพฤติกรรม (Objective-Referenced Test) การสร้างข้อสอบอิงมวลพฤติกรรม จะเขียนจากกฎเกณฑ์ที่กำหนดขอบข่ายของมวลเนื้อหาโดยอาศัยวิธีการต่างๆ เช่น ใช้จุดประสงค์ขยายความ (Amplified Objectives) ใช้การออกแบบลักษณะเฉพาะของแบบทดสอบ (Test Specification) เป็นต้น แบบทดสอบอิงพฤติกรรมเป็นแบบทดสอบที่ตรวจสอบความรู้ ความสามารถของนักเรียนโดยยึดมวลพฤติกรรมความรู้ ความสามารถที่นิยามไว้อย่างชัดเจน
2. แบบทดสอบอิงมวลเนื้อหา (Domain-Referenced Test) การสร้างข้อสอบอิงมวลเนื้อหา จะเขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมกับจุดประสงค์การสอน แบบทดสอบอิงมวลเนื้อหาเป็นแบบทดสอบที่ใช้จำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มรอบรู้กับกลุ่มไม่รอบรู้ในแต่ละจุดประสงค์หลัก

### 2.2.2 การวิเคราะห์แบบทดสอบอิงเกณฑ์

การวิเคราะห์แบบทดสอบอิงเกณฑ์ เป็นการประเมินคุณภาพของข้อสอบเป็น รายข้อ และคุณภาพที่สำคัญของแบบทดสอบคือ ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) และ ความ

เที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) ของแบบทดสอบมีรายละเอียด (บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์. 2527: 67-81) ดังนี้

1. การประเมินความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความสอดคล้องระหว่างพฤติกรรมที่ข้อสอบวัดได้กับพฤติกรรมที่ระบุไว้ในจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม หรือข้อสอบสามารถวัดพฤติกรรมได้ตรงตามที่ระบุไว้ในจุดประสงค์ สำหรับการวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของข้อสอบแบบอิงเกณฑ์มี 2 วิธีคือ

1.1 อาศัยดุลยพินิจของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา เป็นการพิจารณาว่าข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม หรือลักษณะเฉพาะของมวลความรู้ที่ต้องการวัด มีความสอดคล้องกันหรือไม่ การพิจารณาเช่นนี้ต้องมั่นใจก่อนว่า จุดประสงค์หรือลักษณะเฉพาะของมวลความรู้เขียนไว้อย่างชัดเจน โดยใช้การตรวจสอบกับตารางเฉพาะที่ได้มาจากการวิเคราะห์เนื้อหาวิชาและจุดประสงค์ซึ่งจะระบุไว้ว่าหัวข้อเนื้อหาวิชาและพฤติกรรมที่ต้องการทดสอบมีอะไรบ้าง การวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาโดยอาศัยดุลยพินิจของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชาตัดสินนี้ โรวีเนลลีและแอมเบลตัน ได้เสนอไว้ 3 วิธีคือ ใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ ใช้ดัชนีความเหมาะสมระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ และใช้ดัชนีการจับคู่ระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

1.2 อาศัยเทคนิคการตรวจสอบจากการทดลองหรือเทคนิคเชิงประจักษ์ เป็นวิธีพิจารณาว่าข้อสอบที่สร้างขึ้นเป็นตัวแทนของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือมวลความรู้หรือไม่ โดยใช้การตรวจสอบกับนักเรียนแล้วนำผลที่ได้มาตัดสิน การวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาโดยอาศัยเทคนิคการตรวจสอบจากการทดลองได้แก่ วิธีของครอนบาค (Cronbach) และวิธีของสตอลูโรว์ (Stolurow)

2. การประเมินความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง เป็นการตรวจสอบคุณภาพภายในตัวผู้สอบที่แสดงถึงการมีความสามารถครบถ้วนตามจุดประสงค์ และข้อสอบสามารถวัดออกมาได้ว่าเป็นผู้มีความรอบรู้ หรือคุณลักษณะภายในตัวผู้สอบที่แสดงถึงการไม่มีความสามารถครบถ้วนตามจุดประสงค์ และข้อสอบวัดออกมาได้ว่าเป็นผู้ไม่มีความรอบรู้ สำหรับการวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง ต้องอาศัยเทคนิคการทดลองหรือเทคนิคเชิงประจักษ์ ซึ่งได้แก่ การหาค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบ 2 ค่าคือ ค่าความยาก (Difficulty Index) ของข้อสอบ และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination Index) ของข้อสอบ

คุณภาพที่สำคัญของข้อสอบอิงเกณฑ์คือความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และข้อสอบทุกข้อต้องสามารถวัดพฤติกรรมที่ต้องการวัดซึ่งระบุไว้ในจุดประสงค์ ดังนั้นการวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อตรวจความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาจึงจำเป็นต้องทำทุกครั้งที่สร้างข้อสอบอิงเกณฑ์ ลักษณะที่สำคัญของข้อสอบแบบอิงเกณฑ์อีกประการหนึ่งคือคะแนนที่สอบได้นั้นต้องสามารถบ่งชี้ความรอบรู้หรือไม่รอบรู้ได้ ดังนั้นในการสร้างแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ต้องวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง หลังจากวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาแล้ว



### 2.2.3 การกำหนดคะแนนจุดตัดของแบบทดสอบอิงเกณฑ์

บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์ (2527: 113) ได้ให้ความหมายของคะแนนจุดตัดว่า หมายถึง เกณฑ์ซึ่งเป็นมาตรฐานขั้นต่ำสุดที่ยอมรับได้ว่า ผู้ที่สอบได้คะแนนถึงระดับเกณฑ์เป็นผู้มีความรอบรู้ในเนื้อหา นั้น

สำหรับการกำหนดคะแนนจุดตัดแบ่งได้เป็น 2 วิธี (บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์. 2527: 117-147) คือ

1. การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยใช้ดุลยพินิจของผู้เชี่ยวชาญ นักวัดผลหลายท่าน ได้เสนอไว้ในหลายวิธี และหนึ่งในวิธีนั้น (บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์. 2527: 123-129; อ้างอิงจาก Glass, G. V. (1978). Standards and Criteria. *Journal of Education Measurement*. 15(4): 237-261.) คือ การกำหนดคะแนนจุดตัดจากสมรรถภาพขั้นต่ำ ซึ่งเป็นวิธีการที่ได้จากการให้ผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา หรือครูประจำวิชาศึกษาข้อสอบ แล้วระบุว่านักเรียนที่มีสมรรถภาพขั้นต่ำต้องมีคะแนนผ่านเท่ากับเท่าไร ซึ่งเทคนิคที่มีความเหมาะสมและน่าเชื่อถือได้คือ เทคนิคแองกอฟ (Angoff) โดยอาศัยหลักการคือ นำแบบทดสอบไปให้ผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา หรือครูผู้สอนพิจารณาค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบถูก ซึ่งจะนำมาใช้เป็นคะแนนจุดตัด อย่างไรก็ตามการกำหนดคะแนนจุดตัดโดยวิธีนี้ควรอาศัยความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญหลายๆ คนมาพิจารณา จะช่วยให้ผลที่ได้มีความน่าเชื่อถือและถูกต้องยิ่งขึ้น

2. การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยพิจารณาจากการทดสอบ เป็นการกำหนดคะแนนจุดตัดโดยนำแบบทดสอบไปทดลองสอบกับนักเรียน แล้วพิจารณาเลือกจุดตัดที่เหมาะสม ซึ่งส่วนใหญ่แล้วใช้หลักการทางสถิติเป็นเครื่องมือในการตัดสินใจว่าคะแนนจุดตัดที่กำหนดนั้นมีความสัมพันธ์ สอดคล้องตามเกณฑ์ภายนอกที่กำหนดขึ้นมาอย่างน้อยเพียงใด และเทคนิคที่คำนวณง่ายและมีความน่าเชื่อถือคือ เทคนิคของกลาส (Glass) และเทคนิคของเบิร์ก (Berk)

### 2.2.4 การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์

ความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการสร้างแบบทดสอบ เพราะค่าความเชื่อมั่นเป็นดัชนีที่บ่งชี้ว่าแบบทดสอบนั้นมีคุณภาพหรือไม่ สำหรับความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์นั้น มีลักษณะที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ คะแนนเกณฑ์หรือคะแนนจุดตัด เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการแปลความหมายว่า ผู้สอบมีความรอบรู้เมื่อสอบได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับคะแนนเกณฑ์ ซึ่งนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ไว้ในทำนองเดียวกันว่า เป็นความสอดคล้องหรือความคงที่ในการตัดสิน จำแนกผู้รอบรู้และไม่รอบรู้จากการสอบด้วยแบบทดสอบฉบับเดียวกัน หลายๆ ครั้ง (บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์. 2527: 150; อ้างอิงจาก Berk, R. A. (1980). A Consumers' Guide to Criterion-Referenced Test Reliability. *Journal of Educational Measurement*. 17(4): 323-346; พวงรัตน์ ทวีรัตน์.

2530: 324; อ้างอิงจาก อารมณฺ์ เพชรชื่น. (2525). *เทคนิคการวัดและประเมินผลการศึกษาในระดับประถมศึกษา*. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน)

สำหรับการประมาณค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์มี 2 วิธี (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527: 188) คือ วิธีของลิฟวิงสตัน (Livingston) และวิธีของเบรนแนนและเคน (Brennan; & Kane)

จากข้อมูลเกี่ยวกับแบบทดสอบอิงเกณฑ์ที่ได้ศึกษาข้างต้น ทำให้ได้แนวคิดในการประเมินความรอบรู้ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งจะสร้างตามแนวคิดของแบบทดสอบอิงเกณฑ์แบบอิงมวลเนื้อหา โดยเป็นแบบอัตนัยแสดงวิธีคิด มีแนวทางและขั้นตอนในการพัฒนาดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ประเมินความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยอาศัยการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ ด้วยแบบประเมินความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ นำผลที่ได้จากการประเมินมาวิเคราะห์โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ ซึ่งคำนวณจากค่า  $IOC$  และดัชนีความเหมาะสมระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) โดยพิจารณาจากเกณฑ์ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527: 69-72; อ้างอิงจาก Hambleton; et al. (1978). "Criterion-Referenced Testing and Measurement: A Review of Technical Issues and Development," *Review of Educational Research*. 48(1): 34-37) ดังนี้ ถ้าค่าดัชนีความสอดคล้อง ( $IOC$ ) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจะถือว่า ข้อสอบข้อนั้นกับจุดประสงค์มีความสอดคล้องกัน และถ้าค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) มีค่าตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไปและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) ไม่เกิน 1 จะถือว่า ข้อสอบข้อนั้นกับจุดประสงค์มีความเหมาะสม จะเลือกข้อสอบข้อนั้นไว้เป็นข้อสอบในแบบทดสอบอิงเกณฑ์ แต่ถ้าไม่สอดคล้องกับเกณฑ์ใดเกณฑ์หนึ่งที่กล่าวมา จะถือว่าข้อสอบข้อนั้นไม่ได้เป็นตัวแทนของการวัดในจุดประสงค์ข้อนั้น อาจจะนำข้อสอบข้อนั้นไปปรับปรุงใหม่หรืออาจตัดทิ้งก็ได้

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดคะแนนเกณฑ์หรือคะแนนจุดตัด โดยใช้เทคนิคแองกอฟ ซึ่งได้มาจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ ด้วยแบบประเมินความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

ขั้นตอนที่ 3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปทดสอบกับนักเรียนนำร่อง แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อประเมินความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง โดยพิจารณาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบโดยใช้ดัชนีเบรนแนน (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527: 81-84; อ้างอิงจาก Crehan, K. D. (1974). Item Analysis for Teacher-Made Mastery Tests. *Journal of Educational Measurement*. 11: 255-262) และค่าความยากของข้อสอบ ดังนี้ ถ้าค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 เลือกข้อสอบข้อนั้นไว้

ขั้นตอนที่ 4 หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับ โดยใช้วิธีการหาความเชื่อมั่นตามวิธีของลิฟวิงสตัน (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527: 189-193; อ้างอิงจาก Livingston, S. A. (1972). A Criterion-Referenced Application of Classical Test

Theory. *Journal of Educational Measurement*. 9: 13-29) จากนั้นนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

## 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ

### งานวิจัยต่างประเทศ

ดรัมมอนด์ (Drummond. 1989: 641-A) ได้ทำการวิจัยโดยนำเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ดิสครีต มาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดิสครีต

บอยด์ (Boyd. 2002: Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง หัวข้อในวิทยุคณิศรสำหรับหลักสูตรในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่าหัวข้อหนึ่งที่น่าสนใจคือ สถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับ Traveling Salesman Problems

วิลสัน และริเวรา-มาริโร (Wilson; & Rivera-Marrero. 2004: Online) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ทฤษฎีกราฟ สำหรับครูในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กลุ่มตัวอย่างคือ นักศึกษาคู จำนวน 15 คน ที่เรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครู ซึ่งจะมีการให้ความรู้ในเรื่องการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ โดยใช้ซอฟต์แวร์การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling Software) จากนั้นให้นักศึกษาคูออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟโดยใช้ซอฟต์แวร์ดังกล่าว ผลการวิจัยพบว่าทฤษฎีกราฟ เป็นหัวข้อที่น่าสนใจเป็นอย่างมากสาขาหนึ่งของวิทยุคณิศร เนื่องจากเป็นหัวข้อที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และการใช้การเรียนแบบร่วมมือในการจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟ ช่วยให้ครูและนักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ ช่วยทำให้นักเรียนเกิดการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และสามารถเชื่อมโยงและทำงานร่วมกันผู้อื่นได้

สมิทเทอร์ส (Smithers. 2005: Online) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ทฤษฎีกราฟสำหรับการจัดการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยพัฒนาบทเรียนที่มีความเหมาะสมกับประสบการณ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่าหัวข้อทฤษฎีกราฟที่เหมาะสมคือ Vertex Coloring, Minimum Spanning Tree , Domination และ Hamiltonian Paths and Cycle

โรบินสัน (Robinson. 2006: Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ทฤษฎีกราฟสำหรับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยพัฒนาบทเรียนที่มีความเหมาะสมกับประสบการณ์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ใน 4 หัวข้อคือ Introduction to Terms and Definitions, Graph Families, Graph Operations และ Graph Coloring

มิลโควา (Milkova. 2007: Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสอนขั้นตอนวิธีของกราฟ โดยในการงานวิจัยนี้นำเสนอขั้นตอนวิธีของกราฟที่เกี่ยวข้องกับ Optimization Problems และ Minimum Spanning Tree Problems ผลการวิจัยพบว่า การมีความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีของกราฟ จะช่วยส่งเสริมและพัฒนาการคิดเชิงตรรกะ (logical thinking) ของนักเรียน

### งานวิจัยในประเทศ

พุตักดี ชิวสุวิทย์ (2536. ก-12) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การลดข้อมูลภาพทฤษฎีกราฟสำหรับระบบโทรศัพท์ภาพ ซึ่งการลดข้อมูลภาพเป็นเทคนิคในการลดจำนวนข้อมูลให้มีขนาดเล็กกลง แต่จะพยายามรักษาความละเอียดและความคมชัดของภาพเอาไว้ให้มากที่สุด ผลการวิจัยพบว่าการลดข้อมูลภาพสามารถกระทำได้โดยการเข้ารหัสพื้นที่ของภาพนั้น และภาพที่จะนำมาเข้ารหัสจะต้องทำการแบ่งเป็นพื้นที่ส่วนย่อย ซึ่งอาศัยความรู้พื้นฐานทางทฤษฎีกราฟคือ ทรี (Trees) และขั้นตอนวิธีของครุสกาล (Kruscal's Algorithm)

ศรีสุรางค์ ทีนะกุล และคณะ (2543. บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การกำหนดเส้นทางการเก็บ – ขนขยะ ในเขตเทศบาลนครอุดรธานี โดยทฤษฎีกราฟ ซึ่งขั้นตอนในการดำเนินการวิจัยคือการสำรวจเส้นทางการเก็บ – ขนขยะ ในเขตเทศบาลนครอุดรธานี และศึกษาแผนผังที่มีอยู่ของเทศบาลและสำรวจพื้นที่จริง เขียนแผนผังเส้นทางการเก็บขยะ แล้วจำลองเป็นตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์โดยเขียนเป็นกราฟของเส้นทางในเขตเทศบาลนครอุดรธานี ให้นำหนักเป็นความยาวของเส้นทางแต่ละเส้นทาง จากนั้นใช้ความรู้ทางทฤษฎีกราฟเรื่อง การหาวงจรรอยเลอร์ โดยใช้ขั้นตอนวิธีของฟลูรี (Fleury's Algorithm) ผลการวิจัยพบว่า ได้เส้นทางการเก็บ – ขนขยะ จำนวน 15 เส้นทาง ที่มีทางเดินไม่ซ้ำกัน หรือถ้าซ้ำจะซ้ำเส้นทางที่สั้นที่สุด และไม่ขัดกฎจราจร

ขวัญตา พันธุ์บ้านแหลม (2546. บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกราฟและการประยุกต์ของกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ โรงเรียนศึกษานารี จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 45 คน และสอนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้บทเรียนและคู่มือครูที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น หลังจากเรียนครบตามเนื้อหาที่กำหนด ทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง กราฟและการประยุกต์ของกราฟ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถทางการเรียนเรื่อง กราฟและการประยุกต์ของกราฟ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

สุรางคณา ยาหิย (2549. บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านนานายก "นายกพิทยากร" จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 44 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนแบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้น พบว่าการเลือกหัวข้อในการศึกษาทฤษฎีกราฟที่เหมาะสมกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ส่วนใหญ่เป็นหัวข้อที่แสดงให้เห็นถึงการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ชีวิตจริง ส่วนการจัดการเรียนการสอนเน้นที่การเรียนแบบร่วมมือ เพื่อให้ให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถแก้ปัญหา สามารถ

เชื่อมโยงแนวคิด และทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ นอกจากนี้การจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีของกราฟ (Graph Algorithm) สามารถส่งเสริมและพัฒนาการคิดเชิงตรรกะ (logical thinking) ของนักเรียนได้

### ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล

#### 3.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาและการให้เหตุผลเป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ ดังหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 (สสวท. 2550: 2-3) ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ 6 สาระดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

โดยสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนดมาตรฐานที่สำคัญไว้ 5 มาตรฐานดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

มาตรฐาน ค 6.5 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

คณิตศาสตร์คือ การให้เหตุผล (NCTM. 1989: 29) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ ช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความหมาย และเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สาขาวิชาอื่นๆ ได้อีกด้วย (Baroody. 1993: 2-53-2-60) ดังนั้นการให้เหตุผลจึงเป็นกระบวนการที่สำคัญที่ถูกเน้นในการจัดการเรียนรู้ และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่ช่วยให้เกิดความเข้าใจคณิตศาสตร์ (NCTM. 2000: 56; Russell. 1999: 1) ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความเข้าใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ สามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ๆ ได้ด้วยตนเอง (สสวท. 2547: 3) ซึ่งความมั่งคั่งของคณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งคือ การมีเหตุผลที่ดี เพื่อยืนยัน สนับสนุนสิ่งต่างๆ ที่

เกิดขึ้นซึ่งนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ควรจะต้องเข้าใจเป็นอย่างดี (NCTM. 2000: 56) การแสดงเหตุผลที่ดีนั้นมีคุณค่ามากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง (NCTM. 1989: 6) และอีกด้านของคณิตศาสตร์คือ การแก้ปัญหา (Baroody. 1993: 1-2) ซึ่งการแก้ปัญหานั้นเป็นเป้าหมายที่สำคัญและเป็นกิจกรรมหลักในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะแนวคิด และพัฒนาความเข้าใจใหม่ๆ ทางด้านคณิตศาสตร์ โดยการประยุกต์ใช้ของคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับศาสตร์สาขาอื่น (Bell. 1978: 311; Kennedy; & Tipps. 1994: 135; NCTM. 2000: 52) เพราะการเรียนรู้ในสิ่งต่างๆ และการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงจะต้องใช้การพิจารณาและตัดสินใจด้วยตนเองอย่างมีเหตุมีผล (Lappan; & Schram. 1989: 18) ดังนั้นการที่นักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอ เข้าใจปัญหาและมีแรงจูงใจในการแก้ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและวางแผนในการแก้ปัญหาได้ และการให้เหตุผลที่ดีจะทำให้การแก้ปัญหามีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น (Artzt; & Shirel. 1999: 114; Kilpatrick; Swafford; & Findel. 2001; Perdikaris. 1993: 423)

จากความสำคัญของการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลที่ได้กล่าวสรุปไว้ข้างต้น การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผล เป็นสิ่งสำคัญและควรทำให้เกิดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะจะทำให้นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดได้อย่างมีเหตุมีผล นำแนวคิดนั้นไปใช้ในการพิจารณาและตัดสินใจในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้

### 3.2 ความหมายของปัญหา และปัญหาทางคณิตศาสตร์

อดัมส์ เอลลิส และบีสัน (Adams; Ellis; & Beeson. 1977: 173-174) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุ วิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหามust ค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาจะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

เลสเทอร์ (ยุพิน พิพิธกุล. 2530: 131; อ้างอิงจาก F. K. Lester. 1978. *Mathematical Problem Solving in the Elementary School*) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า ปัญหาเป็นสภาพซึ่งแต่ละบุคคลหรือกลุ่มได้กระทำงานอย่างหนึ่ง ซึ่งไม่มีวิธีการง่ายๆ ที่จะนำมากำหนดวิธีการแก้ปัญหานั้น

รีส์ ซุยแดม และลินควิสต์ (Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 27) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า หมายถึง สถานการณ์ที่บุคคลต้องการจะได้รับบางสิ่งบางอย่าง แต่ยังไม่ทราบในทันทีว่าจะต้องทำอะไร จึงจะได้รับสิ่งนั้น

ครูลิค และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 6) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ หรือเกี่ยวข้องกับสิ่งอื่นๆ ซึ่งบุคคลหรือกลุ่มบุคคลเผชิญอยู่ และต้องการค้นหาคำตอบแต่ยังไม่รู้วิธีค้นหาคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2550: 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า หมายถึงสถานการณ์ที่เผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากความหมายของปัญหาที่ได้ไว้โดยนักการศึกษาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาหมายถึงสถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มเผชิญอยู่ และต้องการค้นหาคำตอบ แต่ยังไม่ทราบวิธีการหรือขั้นตอนในการค้นหาคำตอบในทันที

สำหรับปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

ครุอิกแซงก์ และเซฟฟิลด์ (Cruikshank; & Sheffield. 1992) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที หรือไม่รู้จักวิธีการหาคำตอบในทันที ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น แต่อาจจะเกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537ก: 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงสามารถหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 2) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2550: 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากแนวคิดของนักการศึกษาที่ได้ไว้ข้างต้น พอสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งบุคคลหรือกลุ่มเผชิญอยู่ และต้องการค้นหาคำตอบ แต่ยังไม่ทราบวิธีการหรือขั้นตอนในการค้นหาคำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

### 3.3 ความหมายของการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวผู้เรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอก

ห้องเรียน ตลอดจนจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ (สสวท. 2550: 6)

สำหรับการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอความหมายไว้ดังนี้

กู๊ด (Good. 1973) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหว่า เป็นกระบวนการที่เราใช้เพื่อค้นหาหรือทำให้เกิดความสัมพันธ์ใหม่ๆ จากสิ่งต่างๆ ที่เรากำลังสังเกตหรือรับรู้ กระบวนการดังกล่าวนี้ประกอบด้วย การตั้งสมมติฐานทั้งแบบเปิดเผยและไม่เปิดเผย โดยใช้ความคิดและความเข้าใจในรูปแบบอย่างง่ายหรือซับซ้อน เพื่อตรวจสอบสมมติฐานนั้น

ครูลิค และ รูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 6) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหว่า การแก้ปัญหเป็นกระบวนการ ซึ่งแต่ละบุคคลได้ใช้ความรู้ ทักษะ และความเข้าใจ เพื่อให้เกิดความสอดคล้องกับความต้องการของสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน ซึ่งกระบวนการจะเริ่มต้นด้วยการเผชิญกับปัญหา และสิ้นสุดเมื่อบรรลุถึงคำตอบ และคำตอบนั้นได้รับการพิจารณาแล้วว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาและสามารถนำสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

อุษณีย์ โพธิสุข (2537: 117) กล่าวว่า การแก้ปัญหเป็นกระบวนการที่ต้องใช้ความรู้ ทักษะ ความเข้าใจ และการใช้กลยุทธ์ทางปัญญาที่จะสังเคราะห์ความรู้ ความเข้าใจ นำมาปรับใช้กับสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

สำหรับการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ครูลิค และ เรย์ส (Krulik; & Reys. 1980: 3-4) ได้ให้ความหมายไว้ สรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหเป็นเป้าหมาย (Problem Solving as a Goal) มักมีคำถามหนึ่งว่าทำไมจึงต้องสอนคณิตศาสตร์ และอะไรคือเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้ง นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์และบุคคลที่เกี่ยวข้องเข้าใจว่า การแก้ปัญหเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหเป็นเป้าหมายที่สำคัญอันหนึ่ง การแก้ปัญหจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่สิ่งที่สำคัญคือจะแก้ปัญหายังไง โดยข้อนี้เป็นสิ่งที่มีอิทธิพลต่อหลักสูตรและการนำไปฝึกปฏิบัติในการจัดการเรียนการสอนในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหเป็นกระบวนการอันหนึ่ง (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้ได้ชัดเจนจากการตอบปัญหาของนักเรียน ตลอดจนกระบวนการหรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ สิ่งที่สำคัญที่ต้องพิจารณาคือ วิธีการ กระบวนการ และกลยุทธ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญห ซึ่งเป็นสิ่งที่สำคัญในกระบวนการแก้ปัญหและเป็นจุดที่สำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหเป็นทักษะพื้นฐานอันหนึ่ง (Problem Solving as a Basic Skill) การตีความในลักษณะนี้ พิจารณาเฉพาะเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนี้ถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญห การพิจารณาการแก้ปัญหว่าเป็นทักษะพื้นฐานจึงมีส่วนช่วยในการจัดการเรียนการสอน



นั่นคือ ควรจะประกอบการด้วยการสอนเกี่ยวกับทักษะ (Skill) แนวคิดสำคัญ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving)

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537ก: 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2550: 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ การแก้ปัญหา หมายถึงกระบวนการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอนหรือกระบวนการ กลยุทธ์ และประสบการณ์เดิมที่มีเพื่อใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหานั้น และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์การแก้ปัญหาเดิมที่มีอยู่ ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึงความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และค้นหาคำตอบ

### 3.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น นักการศึกษาได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นหลายประเภท โดยขึ้นกับเกณฑ์ที่ใช้ในการแบ่ง ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท (Polya. 1957: 154) ได้แก่

1.1 ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ (Problem to Find an Answer) ปัญหาประเภทนี้มุ่งเน้นให้ผู้แก้ปัญหาค้นหาคำตอบที่แน่นอน ซึ่งปัญหาอาจเป็นทฤษฎี หรือแบบฝึกหัด ปัญหารูปธรรมหรือปัญหนามธรรมก็ได้

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) ปัญหาประเภทนี้มุ่งเน้นให้ผู้แก้ปัญหาค้นหาข้อสรุปและยืนยันแต่ละขั้นตอนได้อย่างชัดเจน หรือหาตัวอย่างค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท (Baroody. 1993: 2-34–2-36; Lester. 2001: 570) ได้แก่

2.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาค้นเคยในวิธีการหรือในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาจะทราบในทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอ

ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาประเภทนี้จะมุ่งเน้นการฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง และปัญหาประเภทนี้มักพบได้ในหนังสือเรียนทั่วไป

2.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-Routine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยและไม่เคยพบเจอมาก่อน แต่เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าปัญหาประเภทแรก ข้อมูลของปัญหาที่กำหนดให้มีทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ ดังนั้นผู้แก้ปัญหาต้องคิดแบบยืดหยุ่น ต้องนำความรู้ ความสามารถและประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมมาปรับใช้ในการแก้ปัญหา และเนื่องจากปัญหาลักษณะนี้ไม่มีวิธีการที่แน่นอนในการแก้ปัญหา ดังนั้นปัญหาประเภทนี้จึงเหมาะสำหรับการใช้ในการวัดและประเมินกระบวนการแก้ปัญหา

**3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา** สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 7 ประเภทได้แก่

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียว (One-Step Problem) ปัญหาประเภทนี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องแปลงปัญหาจากประโยคภาษาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มุ่งเน้นให้มีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดคำนวณกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเบื้องต้นที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาประเภทนี้ได้แก่ การเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Charles; & Lester. 1982: 6-10; Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 11; Hyde; & Hyde. 1991: 17)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอน (Multiple-Step Problem) ปัญหาประเภทนี้จะคล้ายกับปัญหาประเภทแรก แต่ผู้แก้ปัญหาจะต้องแปลงปัญหาจากประโยคภาษาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และต้องใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์มากกว่า 1 การดำเนินการกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาประเภทนี้ก็คือ การเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 12; Hyde; & Hyde. 1991: 17)

3.3 ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problem) ปัญหาประเภทนี้มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ และมีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกันได้หลายๆ วิธี ปัญหาประเภทนี้ให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบที่ได้ ดังนั้นจึงส่งเสริมให้ผู้แก้ปัญหาสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) พัฒนาคำตอบที่สร้างสรรค์ และสื่อสารความคิดตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในการตอบคำถามของปัญหาประเภทนี้ไม่เพียงแต่ผู้แก้ปัญหาจะต้องแสดงผลงานของพวกเขาเท่านั้น แต่จะต้องอธิบายถึงขั้นตอนและวิธีการในการได้มาซึ่งคำตอบนั้นด้วย ปัญหาประเภทนี้จึงเปิดกว้างให้ผู้แก้ปัญหาเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย (Hatfield; Edwards; & Bitter. 1993: 37; NCTM. 1995: 89)

3.4 ปัญหากระบวนการ (Process Problem) ปัญหาประเภทนี้เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ผู้แก้ปัญหาไม่สามารถแปลงปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปทั่วไปของปัญหา ดังนั้น

ผู้แก้ปัญหาก็ต้องสร้างกระบวนการหาคำตอบขึ้นมาเอง สำหรับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาก็เลือกใช้ได้ มีหลายกลยุทธ์ เช่น การค้นหาแบบรูป การคาดเดาและตรวจสอบ และการคิดแบบย้อนกลับ เป็นต้น (Charles; & Lester. 1982: 6-10; Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 12; Hyde; & Hyde. 1991: 17)

3.5 ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) ปัญหาประเภทนี้ผู้แก้ปัญหาก็ต้อง ค้นหาข้อมูลเพิ่มเติมก่อน แล้วค่อยนำข้อมูลที่ได้มาแก้ปัญหาก็อาจจะต้องแบ่งปัญหาออกเป็น ปัญหาย่อยๆ หลังจากนั้นสร้างข้อความคาดการณ์และหาข้อมูลที่เป็นเพิ่มเติมก่อนที่จะลงมือ แก้ปัญหา ในการผลเฉลยของปัญหาประเภทนี้ผู้แก้ปัญหาก็สามารถเลือกใช้ทักษะ ความรู้ การ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาก็ได้ตามต้องการ และมักมีคำตอบที่ถูกต้องได้ มากกว่า 1 คำตอบ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้ผู้แก้ปัญหาก็ เห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ รวมทั้งเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย (Charles; & Lester. 1982: 6-10; Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 13)

3.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) ปัญหาประเภทนี้มีชื่อนกลเม็ด (Trick) บางอย่างไว้ เพื่อเปิดโอกาสให้ผู้แก้ปัญหาก็ได้ใช้ความคิดอย่างมีวิจารณญาณในการแก้ปัญหาก็ มีความ ยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาก็ ปัญหาประเภทนี้ไม่ได้จำเพาะเจาะจงอยู่เพียงแค่นี้อาคณิตศาสตร์เท่านั้น ในบางครั้งการคำตอบของปัญหาประเภทนี้ ผู้แก้ปัญหาก็อาจจะต้องเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อปัญหาใน หลายมุมมอง และคำตอบที่ได้ในบางครั้งก็มาจากการเดาสุ่มก็เป็นได้ (Charles; & Lester. 1982: 6-10; Billstein; Libeskind; & Lott. 1997: 36)

3.7 ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery Problem) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอน สุดท้ายของการแก้ปัญหาก็ และสามารถแก้ปัญหาก็ปัญหาประเภทนี้ได้ด้วยกลยุทธ์ หรือวิธีการที่ หลากหลาย (Hatfield; Edwards; & Bitter. 1993: 37)

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับงานวิจัย ในครั้งนี้ว่า เป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย มีโครงสร้างที่ซับซ้อน ซึ่งในการแก้ปัญหาก็ต้องใช้การคิด วิเคราะห์ ประยุกต์ใช้ความรู้ หลักการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งเลือกใช้กลยุทธ์ ในการแก้ปัญหาก็กับประสบการณ์เดิมที่มีอยู่ในการแก้ปัญหาก็

### 3.5 กระบวนการแก้ปัญหาก็

กระบวนการแก้ปัญหาก็มีความสำคัญอย่างยิ่งในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาก็จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ และตระหนักถึงคุณค่าของ คณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น กระบวนการแก้ปัญหาก็ที่ได้รับการยอมรับและใช้อย่างแพร่หลายคือ กระบวนการแก้ปัญหาก็ตามแนวคิดของโพลยา(Polya. 1957: 5-19) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

### ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูล และเงื่อนไขต่าง ๆ ในการทำความเข้าใจปัญหานักเรียนอาจต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา และพิจารณาในหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีการเขียนรูปหรือเขียนด้วยถ้อยคำของตนเอง เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาด้วยก็ได้

### ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์ที่ได้มาพิจารณาร่วมกับประสบการณ์การแก้ปัญหาเดิมที่มีอยู่เพื่อกำหนดแนวทางและแผนในการแก้ปัญหา และท้ายที่สุดจะต้องเลือกกลยุทธ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

### ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทาง หรือแผนที่วางไว้ ซึ่งนักเรียนจะต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของแผนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา อาจจะใช้วิธีการตรวจสอบแบบสัญชาตญาณ (Intuitive Checking) หรือพิสูจน์อย่างเป็นทางการ หากแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้ นักเรียนจะต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง ซึ่งการวางแผนและการค้นหากกลยุทธ์ใหม่ในการแก้ปัญหานี้เป็นทักษะสำคัญในการพัฒนาความสามารถของผู้แก้ปัญหาด้วยเช่นกัน

### ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (Looking Back)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ สำหรับนักเรียนที่ทำนายคำตอบของปัญหาไว้ก่อนลงมือปฏิบัติตามแผน ควรเปรียบเทียบระหว่างคำตอบที่ทำนายไว้กับคำตอบที่แท้จริงว่า มีความสมเหตุสมผลมากน้อยเพียงใด

ครูลิลิค และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 39-57) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้น ดังนี้

### ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและการคิด (Read and Think)

ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องอ่านปัญหา ดีความจากประโยคภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกัน อาจทำให้เกิดการไขว่ไขว่ได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ สามารถบอกสิ่งที่กำหนดให้ สิ่งที่ต้องการ และอธิบายสถานการณ์ปัญหาด้วยภาษาของตนเองได้

### ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan)

ในขั้นนี้นักเรียนจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา เริ่มจากการรวบรวมข้อมูล และพิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม แล้ววางแผนการแก้ปัญหา อาจใช้แผนภาพ ตาราง กราฟหรือวาดภาพประกอบเพื่อช่วยในการวางแผนด้วยก็ได้

### ขั้นที่ 3 ขั้นการเลือกกลยุทธ์การแก้ปัญหา (Select a Strategy)

ในขั้นนี้นักเรียนต้องเลือกกลยุทธ์ที่เหมาะสมที่สุดในการการแก้ปัญหา ซึ่งแต่ละบุคคลก็อาจจะเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งอาจจะมีกรนำเอาหลายกลยุทธ์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหานั้นก็ได้

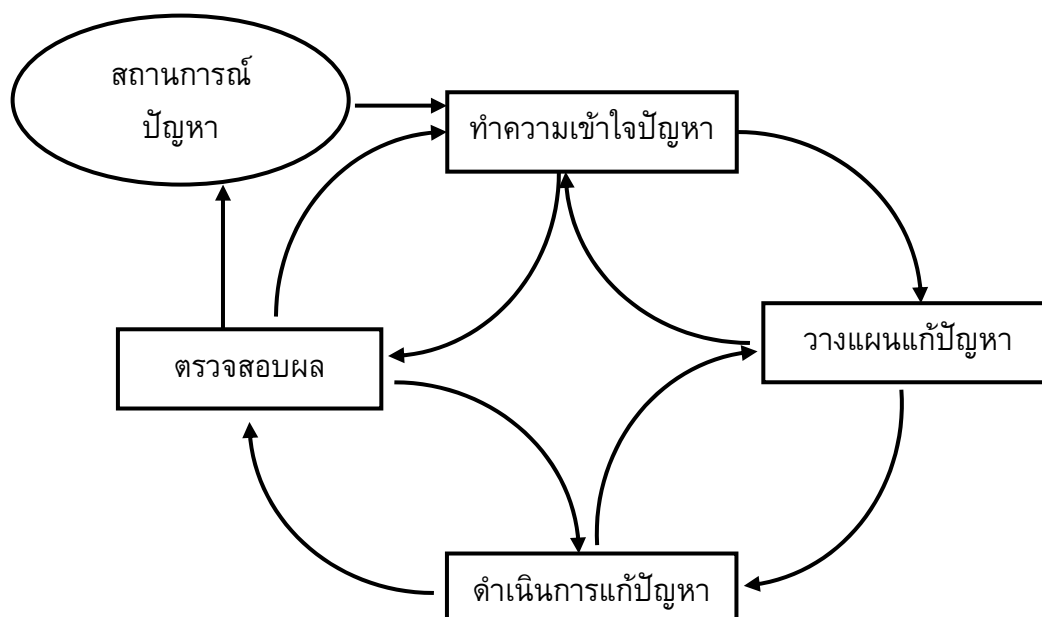
### ขั้นที่ 4 ขั้นการค้นหาคำตอบ (Find an Answer)

เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาและเลือกกลยุทธ์ที่จะใช้ในการแก้ปัญหาแล้ว ก็ลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งอาจจะต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ทักษะทางเรขาคณิตร่วมด้วย

### ขั้นที่ 5 ขั้นการสะท้อนและขยายผล (Reflect and Extend)

ในขั้นนี้หากไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ ต้องมองย้อนกลับไปยังแนวทาง หรือแผนที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อค้นหาแนวทาง กลยุทธ์ และวางแผนในการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง จากนั้นนำไปประยุกต์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบวิธีการ กลยุทธ์ที่ใช้ในการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง การพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาใหม่ที่ น่าสนใจจากปัญหาเดิม

นอกจากนี้วิลสัน และคณะ (Wilson; et al. 1993: 60) ได้เสนอกรอบแนวคิดของกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความเป็นพลวัต และเป็นวงจรธรรมชาติของการแก้ปัญหา ซึ่งมีลักษณะดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ที่มา: Wilson; et al. (1993). *Mathematical Problem Solving*. p. 60.

จากภาพประกอบ 9 เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนต้องเริ่มต้นด้วยการทำความเข้าใจปัญหา จากนั้นวางแผนแก้ปัญหาพร้อมทั้งเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับปัญหา แล้วดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งได้คำตอบของปัญหานั้น และขั้นสุดท้ายคือการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา สำหรับทิศทางของลูกศรนั้นเป็นการแสดงการพิจารณา การตัดสินใจในการเคลื่อนการกระทำจากขั้นหนึ่งไปสู่อีกขั้นหนึ่ง หรืออาจเป็นการพิจารณาย้อนกลับไปยังขั้นก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 คือทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจแล้วก็เคลื่อนไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือไปเริ่มทำความเข้าใจในขั้นที่ 1 ก็ได้

ในการดำเนินการแก้ปัญหาทุกครั้ง นักเรียนไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป สามารถเริ่มที่ขั้นใดก็ได้

สำหรับการวิจัยนี้ จะใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามคิดของโพลยา ครูลิติก และรุตนิค ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ นั่นคือ กระบวนการแก้ปัญหาจะดำเนินการตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้น ประกอบด้วย ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล ซึ่งในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหาในขั้นใดขั้นหนึ่งหากไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ สามารถย้อนกลับไปขั้นก่อนหน้าได้ และสำหรับในขั้น

ตรวจสอบผลจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำการขยายปัญหา นั่นคือ การเสนอปัญหาใหม่ที่โครงสร้างของปัญหาเดิมหรือมีโครงสร้างคล้ายปัญหาเดิม รวมถึงการหาหน้ทัวไปของคำตอบของปัญหาด้วย

### 3.6 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนไม่เพียงแต่จะต้องมีข้อมูล ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาเท่านั้น แต่ต้องสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมอีกด้วย และถือเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้ นักเรียนมีความเข้าใจต่อปัญหาหรือทำให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น (Schoenfeld. 1985: 23) และกลยุทธ์ที่ใช้กันส่วนใหญ่ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป (Looking for a Pattern) เป็นการวิเคราะห์ปัญหา และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบ หรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น แล้วคาดเดาคำตอบซึ่งอาจเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องก็ได้ และคำตอบที่ได้จะถือว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยันแล้วเท่านั้น การค้นหาแบบรูปไม่เพียงแต่เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาเท่านั้น หากแต่ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหาได้พัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณ และคาดคะเนคำตอบก่อนที่จะคิดคำนวณจริง ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการคิดของตนเองได้ (Billstein; Libeskind; & Lott. 1997: 4; Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156; Posamentier; & Krulik. 1998: 41; Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 34; ปรีชา เหว่เย็นผล. 2537ข: 25-79; สสวท. 2550: 12)

2. การสร้างตาราง (Making a Table) เป็นการนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาสรุปลงในตาราง เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล นำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือประเด็นอื่นๆ นอกจากนี้ยังช่วยทำให้ไม่หลงลืมกรณีใดกรณีหนึ่งของปัญหาเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Billstein; Libeskind; & Lott. 1997: 23; Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156; Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 34; สสวท. 2550: 13)

3. การเขียนภาพ แผนภาพ หรือแบบจำลอง (Making a Drawing, Diagram or Modeling) เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพ แผนภาพ หรือแบบจำลอง ซึ่งจะช่วยให้มองเห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรม ทำให้ผู้แก้ปัญหาเกิดความรู้สึกว่าได้สัมผัสกับตัวปัญหานั้นอย่างแท้จริง ทำให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหานั้น ซึ่งจะทำให้สามารถกำหนดแนวทางและวางแผนแก้ปัญหานั้นได้อย่างชัดเจน (Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156; Posamentier; & Krulik. 1998: 139; Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 34; ปรีชา เหว่เย็นผล. 2537ข: 25-79; สสวท. 2550: 15)

4. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Accounting for all Possibilities) เป็นการพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทุกกรณีอย่างมีระบบ โดยอาจแบ่งออกเป็นกรณีย่อยๆ แล้วค่อยๆ จัดบาง

กรณีที่เป็นไปไม่ได้มาก่อน หลังจากนั้นค่อยพิจารณากรณีที่เหลือ บางครั้งอาจใช้กลยุทธ์นี้ร่วมกับกลยุทธ์การค้นหาแบบรูปและกลยุทธ์การสร้างตาราง แต่มักเหมาะสำหรับปัญหาที่มีกรณีที่เป็นไปได้ไม่มากนัก (Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156; Posamentier; & Krulik. 1998: 187; Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 35; สสวท. 2550: 17)

5. การคาดเดาและการตรวจสอบ (Guessing and Checking) เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดมาให้ เพื่อคาดเดาคำตอบของปัญหา แล้วตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่คาดเดานั้นว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่ การคาดเดานั้นควรกระทำอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้อง ก็ควรคาดเดาใหม่โดยใช้ประโยชน์จากข้อมูลที่ได้จากการคาดเดาในครั้งก่อนมาเป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาในครั้งต่อไป (Billstein; Libeskind; & Lott. 1997: 33; Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156; Posamentier; & Krulik. 1998: 165; Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 36; ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537ข: 25-79; สสวท. 2550: 20)

6. การทำแบบย้อนกลับ (Working Backward) เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่เริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนกลับไปหาข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาเริ่มต้นอย่างมีขั้นตอน การทำแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการการอธิบายถึงขั้นตอนในการได้มาซึ่งคำตอบซึ่งนับว่าเป็นกลยุทธ์ที่สำคัญที่ช่วยในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลได้เป็นอย่างดี ในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่มักจะเริ่มต้นด้วยการนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ มาวิเคราะห์ความสัมพันธ์แล้วดำเนินการแก้ปัญหาไปจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา แต่การทำแบบย้อนกลับจะเริ่มต้นด้วยการพิจารณาปัญหาโดยภาพรวมจากการทำย้อนกลับ ซึ่งต้องใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์ และหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ กลยุทธ์นี้จะใช้เมื่อทราบผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหาแต่ไม่ทราบจุดเริ่มต้นของสถานการณ์ปัญหา (Billstein; Libeskind; & Lott. 1997: 33; Herr; & Johnson. 1994: 294; Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156; Posamentier; & Krulik. 1998: 17; Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 36; ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537ข: 25-79; สสวท. 2550: 23)

7. การปรับเปลี่ยนมุมมอง (Adapting a Different Point of View) เป็นการเปลี่ยนการคิด หรือมุมมองที่มีต่อปัญหาให้แตกต่างไปจากเดิม เพื่อให้การแก้ปัญหาสามารถทำให้ง่ายขึ้น กลยุทธ์นี้มักใช้ในกรณีที่ปัญหามีความยุ่งยากซับซ้อน และการแก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์อื่นทำได้ยาก ซึ่งอาจทำได้โดยการเปลี่ยนมุมมองจากสิ่งที่โจทย์ต้องการ ให้เป็นภาพสถานการณ์อื่นที่มีอยู่ในปัญหา เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาที่นั้น แล้วเชื่อมโยงไปยังสิ่งที่โจทย์ต้องการจริงๆ (Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156; Posamentier; & Krulik. 1998: 70; Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 38; สสวท. 2550: 27)

8. การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นปัญหาเป็นส่วน (Simplify or Break into Parts) เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่ หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย หรือเป็นส่วนๆ ทำให้ผู้แก้ปัญหาสามารถลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคย



และไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย นอกจากนี้การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ ที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมจะช่วยให้สามารถกำหนดแนวทางและเลือกกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา มาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ได้ (Billstein; Libeskind; & Lott. 1997: 24; Kennedy; & Tipps. 1994: 139-156; Posamentier; & Krulik. 1998: 97; Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 37; ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537ข: 25-79; สสวท. 2550: 29)

9. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ (Using Logical Reasoning) เป็นการอธิบาย ข้อความ หรือข้อมูลที่ปรากฏนั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาต้องให้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบหรือกลยุทธ์อื่น บางครั้งอาจไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้อย่างชัดเจน (O'Connell. 2000: 49-50; Posamentier; & Krulik. 1998: 97; สสวท. 2550: 31)

10. การให้เหตุผลทางตรง (Using Direct Reasoning) เป็นกลยุทธ์ที่มักพบอยู่เสมอในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามักใช้ร่วมกับกลยุทธ์อื่น การให้เหตุผลทางตรงเป็นการใช้ข้อมูลที่ปัญหา กำหนดมาให้ ประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์การแก้ปัญหาที่มีอยู่แล้วให้เหตุผล เพื่อนำไปสู่ คำตอบของปัญหาที่ต้องการ ซึ่งการใช้กลยุทธ์นี้ในการแก้ปัญหาอาจไม่ต้องการคำนวณเลย แต่จะ เน้นที่การให้เหตุผล (ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537ข: 25-79)

11. การให้เหตุผลทางอ้อม (Using Indirect Reasoning) เป็นกลยุทธ์หนึ่งที่จะนำมาใช้ ในการแก้ปัญหาบางปัญหา เมื่อไม่สามารถแก้ปัญหาได้โดยการให้เหตุผลทางตรง โดยมากจะเป็น ปัญหาเกี่ยวกับการพิสูจน์ เช่น ต้องการแสดงว่า เป็นไปไม่ได้ที่ข้อความจะเป็นจริง ก็สามารถทำได้ โดยการสมมติว่าข้อความดังกล่าวเป็นเท็จ แล้วทำให้เกิดข้อขัดแย้งหรือนำไปสู่สิ่งที่เป็นไปไม่ได้ ซึ่ง สามารถทำให้สรุปได้ว่า ข้อความดังกล่าวเป็นจริง (Billstein; Libeskind; & Lott. 1997: 35; ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2537ข: 25-37)

การเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม จะช่วยให้การ แก้ปัญหาประสบความสำเร็จ และทำให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจในปัญหามากยิ่งขึ้น จากการศึกษา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้ได้แนวคิดที่ว่า กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์สำหรับงานวิจัยนี้ เป็นกลยุทธ์ที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

### 3.7 แนวทางในการพัฒนา และส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา

สำหรับแนวทางในการพัฒนา และส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ได้มีนักการ ศึกษา เสนอแนวทางไว้ในหลายลักษณะ ดังนี้

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-31) ได้เสนอแนวทางการสอนไว้ดังนี้

1. การสอนเพื่อแก้ปัญหา (Teaching for Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นการ นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง และในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้

โดยอาจเป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งมีความเชื่อว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนจะเกิดขึ้นได้ ถ้านักเรียนได้นำความรู้และทักษะที่เรียนรู้มาไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

2. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via Problem Solving) เป็นการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิด พัฒนาทักษะและความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ กล่าวคือ ใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์กับโลกที่เป็นจริง ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งก็ใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

3. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยทั่วไปมักใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

อาร์ทซ์และนิวแมน (Artzt; & Newman. 1990: 19) และครอลและมิลเลอร์ (Kroll; & Miller. 1993: 68-70) ได้แนะนำเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาไว้ 4 ประการดังนี้

1. ครูเป็นผู้ชี้แนะ (Teacher a Guide) ในการสอนการแก้ปัญหา บทบาทในการชี้แนะแก่นักเรียนเป็นสิ่งที่ทำได้ไม่่ง่ายนัก เนื่องจากหากครูให้ข้อมูลแก่นักเรียนมากเกินไป นักเรียนอาจคิดว่าความรู้ทุกอย่างต้องมาจากครู ในทางกลับกันหากครูให้ข้อมูลแก่นักเรียนน้อยไป อาจจะทำให้ นักเรียนพบกับอุปสรรคในการเรียน ทำให้รู้สึกเบื่อและไม่อยากเรียน ดังนั้นครูควรให้ข้อมูล และชี้แนะอย่างเหมาะสม และรู้ว่าควรให้คำแนะนำและให้นักเรียนลองสำรวจเองเวลาใด นอกจากนี้การเลือกปัญหาและกิจกรรม ควรเลือกให้เหมาะสมกับสื่อการเรียนรู้อีกด้วย

2. ครูเป็นผู้นำในการอภิปราย (Teacher as a Leader of Discussion) ก่อนที่นักเรียนจะลงมือแก้ปัญหา ครูควรนำนักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับปัญหานั้นๆ เพื่อช่วยให้นักเรียนรู้ว่าปัญหาคืออะไร มีสมมติฐานอะไรบ้างที่ต้องพิจารณา ครูควรให้ความช่วยเหลือนักเรียน โดยการนำนักเรียนอภิปรายด้วยคำถามปลายเปิดเกี่ยวกับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ในชั้นวางแผนแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูควรนำนักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพราะจะทำให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาและสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาในครั้งต่อไปได้ดียิ่งขึ้น นำอภิปรายเกี่ยวกับประสบการณ์ที่ได้จากการแก้ปัญหา และความยากของปัญหา เป็นต้น

3. ครูเป็นผู้ตรวจตรา (Teacher as a Monitor) ในขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหา ไม่จะเป็นแบบรายบุคคลหรือกลุ่ม ครูควรเดินสำรวจรอบๆ ห้องเรียน คอยสังเกตและถามคำถามนักเรียนเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่นักเรียนกำลังทำ ให้คำแนะนำอย่างระมัดระวัง และขยายปัญหาตามความเหมาะสม

4. ครูเป็นผู้สร้างโอกาสทางการเรียนรู้ (Teacher as a Facilitator) โดยการเปิดโอกาสในทุกๆ ด้านแก่นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น

สล็อตดา ลอยฟ้า (เฉลิมศักดิ์ ภูมิ. 2538: 40-42; อ้างอิงจาก สล็อตดา ลอยฟ้า. ม.ป.ป.) ได้เสนอแนะบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การสร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา เช่นครูอาจเริ่มต้นด้วยการแก้ปัญหาที่ง่าย ๆ เนื่องจากหากว่านักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาในระยะแรก จะทำให้มีความมั่นใจในตนเองและมีความอยากที่จะแก้ปัญหาด้วยตนเองต่อไป

2. สนับสนุนให้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยการวาดภาพหรือแผนภาพประกอบปัญหา เพราะจะทำให้ให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในปัญหาที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

3. ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มและมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา

4. สนับสนุนและกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันคิด อภิปราย สืบค้น คิดค้น หาวิธีแก้ปัญหา เพื่อเป็นการสร้างบรรยากาศเชิงสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา

5. สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนเลือกใช้กลยุทธ์ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

6. ควรใช้คำถามในลักษณะที่สร้างสรรค์ เปิดกว้างและกระตุ้นให้นักเรียนคิด พร้อมทั้งให้เวลาในการคิดอย่างเหมาะสม

7. เสนอปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน

8. เปิดโอกาสให้นักเรียนสร้างปัญหาด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิดและจินตนาการ

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1991: 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน

2. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดการณ์

5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

กอนซาเลส (Gonzales. 1994: 84) ได้กล่าวว่าบรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาก็ต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิด ไม่เข้มนวดเอาใจจริงเอาใจจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้านักเรียนรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อน นักเรียนจะไม่กล้าซักถามหรือแสดงความคิดเห็น ดังนั้นต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537ก: 81-89) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

### 1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปใจความสำคัญ สามารถวิเคราะห์ได้ว่าข้อมูลส่วนใดสำคัญบ้าง โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกอ่านและทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาก่อน อาจฝึกเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความเพียงพอหรือมากเกินไปจนจำเป็นของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น การเขียนภาพ แบบจำลองเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหา สำหรับปัญหาการพิสูจน์อาจใช้การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหาหรือข้อความที่ต้องการพิสูจน์ เป็นต้น

1.3 การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ เพราะปัญหาในชีวิตจริงมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องมากมาย ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักเลือกเฉพาะปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหามาพิจารณา

### 2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีแนวทางดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาให้นักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถาม เป็นต้น

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถบอกให้คนอื่นทราบว่าตนเองคิดอะไร โดยการเขียน และอธิบายลำดับขั้นตอนการคิดของตน จะทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพื่อจะได้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา

2.4 จัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อยๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ทำหาย น่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด การพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนแก้ปัญหาใหม่ นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน มีแนวทางคือนักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอน ความสามารถนี้สร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างช้าๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหา โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อนแล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

#### 4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ มีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความของคำตอบว่ามีความสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเหมาะสมมากน้อยเพียงใด

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี จากนั้นพิจารณาว่าวิธีการเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ วิธีการใดสั้นและกะทัดรัดกว่ากันให้นักเรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 26) กล่าวถึง องค์ประกอบที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2 ประการดังนี้

##### 1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ประกอบด้วย

1.1 ความรู้ ความคิดและประสบการณ์

1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ

1.3 การรับรู้และการระดมความคิด

1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่างๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์

1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.6 ความมั่นใจในตนเองที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

##### 2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ประกอบด้วย

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่างๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ควรเริ่มจากการจัดบรรยากาศสนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดและอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหามีเหตุมีผล กระตุ้นให้เกิดการอภิปราย และแลกเปลี่ยนแนวคิด สำหรับการวิจัยนี้ จะใช้แนวทางการสอนการแก้ปัญหาผสมผสานกันทั้ง 3 แนวทาง โดยอาศัยกระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของโพลยา ครูลิขิต และ รุดนิก ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และค้นหาคำตอบ

### 3.8 ความหมายของการให้เหตุผล และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กรีนวูด (Greenwood. 1993: 144) ได้ให้ความหมายของการคิดทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเน้นเพียงคำตอบหรือผลลัพธ์ ถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิด และการให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

ครูลิคและรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 3) กล่าวว่า การคิด หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุป ที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลและอธิบายข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือ แนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ

โอดแดฟเฟอร์ และธอร์นควิสท์ (O' Daffer; & Thornquist. 1993: 43) ได้ให้ทัศนะว่า การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างมากมาย และหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด นำไปแก้ปัญหาก็เกี่ยวกับแนวคิดนั้นได้

เมสัน (Mason. 1994: 158) กล่าวว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking) เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์แบบพลวัต ซึ่งสามารถทำให้เราแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนเกี่ยวกับแนวคิด (Ideas) และทำให้ขยายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้

สมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Education Achievement (IEA). 2003: 32) ได้กำหนดนิยามของการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยความสามารถในการคิดอย่างมีระบบและมีเหตุผล เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย (Non-routine Problem) ซึ่งอาจเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือปัญหาในชีวิตประจำวันที่ผู้เรียนต้องแปลงความรู้และทักษะที่มีอยู่เพื่อใช้กับสถานการณ์ใหม่

เลห์ตัน (Leighton. 2004: 11) กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึงกระบวนการในการสร้างข้อสรุปในทุกการกระทำ ไม่ว่าจะเป็นการเรียนรู้ วิเคราะห์ ตัดสิน สรุปอ้างอิง ฯลฯ จะต้องมีการสร้างข้อสรุปจากข้อมูลและความเชื่อของผู้ให้เหตุผล

คิม (Kim. 2005: 59) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการคิดหรือการดำเนินการภายในจิตใจในการใช้ความรู้ เพื่อทำความเข้าใจ หรือสร้างข้อสรุปจากหลักฐาน กระบวนการในการให้เหตุผลจะเป็นการใช้ความรู้ที่มีในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจ หรือเกี่ยวข้องกับการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นกรณีทั่วไป

สสวท. (2550: 49-50) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการ การคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

จากความหมายของการคิดและการให้เหตุผลข้างต้น ทำให้พอสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

### 3.9 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาแบ่งประเภทของการให้เหตุผลไว้ในหลายลักษณะดังนี้

โอดแดฟเฟอร์ (O' Daffer. 1990: 378) ได้แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหาแบบรูปทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ อธิบายสมบัติและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการให้เหตุผลที่ใช้การสังเกตจากกรณีเฉพาะหลายๆ ตัวอย่างแล้วนำมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ต่างๆ ไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้การพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลในการสรุปจากสิ่งที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลในลักษณะนี้ เป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยโครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท กล่าวคือ การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ว่าผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์เป็นจริงเสมอ

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-59) ได้แบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นลักษณะการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่มีข้อมูลที่จำเป็นประกอบการตัดสินใจ ซึ่งอาจตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจนหรือตัดสินจากความรู้สึกข้างใน ส่วนอีก 2 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย ให้ความหมายไว้ในทำนองเดียวกันกับโอดแดฟเฟอร์ และการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภทนี้มีความสัมพันธ์กันในแง่ที่ว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์ มักเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสัญชาตญาณ หรือแบบอุปนัย ที่เรียกว่า การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

นอกจากนี้ บารูตี ยังแนะนำว่าในการจัดหลักสูตรเพื่อเน้นการพัฒนาให้ผู้เรียนมีทักษะในการให้เหตุผลนั้น ควรเน้นในเรื่องของการแยกแยะและจำแนกประเภทต่างๆ การสำรวจแบบรูปซึ่งส่งเสริมความสามารถในการวิเคราะห์ และการประเมินการให้เหตุผล ข้อคาตเดาและข้อสรุป ว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่

สติกกินส์ (Stiggins. 1997: 260-262) ได้เสนอว่าการให้เหตุผลมี 6 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบเป็นสิ่งนั้นๆ เป็นการศึกษาลึกลงในส่วนย่อย ๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหาเหล่านั้นๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่มุ่งพิจารณาว่าสิ่งนั้นๆ มีอะไรที่เหมือนกัน และมีอะไรที่แตกต่างกัน

3. การให้เหตุผลแบบประเมิน (Evaluative Reasoning) เป็นการให้เหตุผลเมื่อต้องการตัดสินคุณค่า หรือพิจารณาว่าสิ่งใดมีความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสม โดยอาศัยความสมเหตุสมผลในการตัดสิน

4. การให้เหตุผลแบบสังเคราะห์ (Synthesizing Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้วิธีการรวบรวมข้อมูลต่างๆ มาหลอมรวมกันเพื่อสร้างเป็นข้อสรุป

5. การให้เหตุผลแบบจำแนก (Classifying Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในกรณีที่ต้องการแยกประเภทของสิ่งของต่างๆ ว่าสิ่งใดควรถูกจัดอยู่ในกลุ่มไหน เพราะเหตุใด

6. การให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง (Inferential Reasoning) เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น การให้เหตุผลที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ จะใช้การให้เหตุผลทุกแบบประกอบกัน แต่จะเน้นการให้เหตุผลแบบสรุปอ้างอิง การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ และการให้เหตุผลแบบประเมิน เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

### 3.10 แนวทางในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล

นักการศึกษาได้ให้ความสำคัญกับการจัดการเรียนการสอนที่จะส่งเสริมความสามารถในการเหตุผลให้ผู้เรียนตั้งจะกล่าวต่อไปนี้

แบรนท์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540: 39; อ้างอิงจาก Brandt, R. (1984, September). Teaching of Thinking, for Thinking, about Thinking. *Educational Leadership*. 42(1): 3)



ได้กล่าวสรุปถึงแนวทางการสอนที่ทำให้เกิดการคิดที่เป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล แบ่งเป็น 3 แนวทางคือ

1. แนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for Thinking) เป็นการสอนที่เน้นด้านเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน
2. แนวทางการสอนการคิด (Teaching of Thinking) เป็นการสอนที่เน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทางตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดแนวทางการสอน
3. แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching about Thinking) เป็นการสอนที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นการคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนเองกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเอง

แลพแพนและสแควม (Lappan; & Schram. 1989: 18-19) ได้กล่าวว่า ในการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ซึ่งแจ้งเหตุผลของแนวคิด โดยการอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพหรือแบบจำลองและตอบคำถามต่างๆ การสร้างข้อความคาดการณ์ การกำหนดแบบจำลอง (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับเหตุการณ์

โรแวนและมอร์โรว์ (Rowan; & Morrow. 1993: 16-18) ได้กล่าวว่าบรรยากาศในชั้นเรียนเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้ผู้เรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่า การได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

เมสัน (Mason. 1994: 158) กล่าวว่า การคิดทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาได้ โดยผ่านการทำกิจกรรมที่มี การสะท้อนกลับ (Practice with reflection) การเชื่อมโยงความรู้สึกโดยการลงมือปฏิบัติ (Linking feelings with action) และศึกษากระบวนการแก้ปัญหาแบบย้อนกลับ (Studying the process of resolving problems)

สิริพร ทิพย์คง (2545: 99) และ สสวท. (2545ก: 195) ได้สรุปเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลดังนี้

1. ครูควรให้ผู้เรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ครูควรให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง

3. ครูควรให้ผู้เรียนช่วยกันสรุป แล้วครูช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ไหน อย่างไร

นอกจากนี้ครูควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ และได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติ คำถามที่ใช้ควรกระตุ้นผู้เรียนด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น กระตุ้นให้ผู้เรียนได้มีการเรียนรู้ร่วมกัน และควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

สสวท. (2547: 15) ได้สรุปว่าปัจจัยที่สำคัญอย่างหนึ่งที่มีส่วนช่วยในการให้เหตุผลคือ ครูและการจัดการเรียนการสอน บทบาทของครู ที่จะส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลดังนี้

1. ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนตระหนักว่า การเรียนคณิตศาสตร์ต้องเรียนด้วยความเข้าใจและเรียนรู้อย่างมีเหตุมีผล และคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถเข้าใจได้ โดยครูจะต้องประเมินความเข้าใจและการให้เหตุผลของนักเรียนอยู่เสมอ และให้เสริมแรงทันทีเมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดีได้

2. ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและให้เหตุผลยืนยันแนวคิดนั้นๆ การให้เหตุผลอาจทำด้วยวาจา ด้วยการเขียนโดยภาษาต่างๆ หรืออุปกรณ์แสดงให้เห็นจริง

3. ควรถามบ่อยๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิดและแสดงเหตุผล

4. สนับสนุนให้นักเรียนสร้างข้อคาดเดาบนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล

5. เปิดโอกาสให้ทดสอบและปรับแต่งข้อคาดเดาโดยอาศัยเหตุผล

6. ให้นักเรียนได้วิเคราะห์แบบรูป รวมทั้งสร้างแบบรูปเอง

7. วิธีแสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนได้สรุปแนวคิดนั้น

8. ใช้ปัญหาปลายเปิด

9. ให้มีการอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อหากรณีทั่วไป

10. ทำทนายให้นักเรียนคิดและทำกิจกรรม

11. ให้ความสำคัญในการฟังความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึกการรับฟังทำความเข้าใจเหตุผลของผู้อื่น

12. มีความยืดหยุ่น สามารถปรับแนวการอภิปรายให้เข้ากับวิธีคิดของนักเรียน

13. มีความอดทน ใจเวลาและให้โอกาสแก่นักเรียน

14. เน้นความเป็นเหตุเป็นผลมากกว่ากฎเกณฑ์หรือการอาศัยคำที่ใช้เป็นกุญแจไปสู่

การบอกวิธีการ

15. ครูควรใช้ภาษาที่เหมาะสมรัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ ครูไม่ควรตำหนิเมื่อนักเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม ไม่รัดกุม ครูไม่ควรติติง แต่ควรช่วยสรุปอีกครั้ง

16. ครูควรใช้ภาษาตรรกศาสตร์ในเหตุการณ์ต่างๆ ไป ให้นักเรียนคุ้นเคย

17. ครูจะต้องสร้างความเข้าใจว่าครูให้ความสำคัญกับการให้เหตุผล ในการประเมิน จะต้องมีการประเมินการให้เหตุผลจากงานที่ให้นักเรียนทำ หรือในข้อสอบจะต้องมีส่วนที่ให้นักเรียนแสดงเหตุผล

จากการศึกษาแนวทางการส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลที่กล่าวมา พอสรุปได้ว่า ในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จัดบรรยากาศการเรียนรู้ที่สนับสนุน ส่งเสริมให้มีการอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิด อภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาาร่วมกัน สำหรับการวิจัยนี้ การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล จะใช้แนวทางการสอนเพื่อให้คิด ผ่านการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

### 3.11 การจัดการเรียนการสอน

สำหรับการจัดการเรียนการสอนที่นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ช่วยในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดของแต่ละประเภทดังต่อไปนี้

#### 1. การจัดการเรียนการสอนที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือ

อาร์ทซ์และนิวแมน (Artzt; & Newman. 1990: 448-449) ได้กล่าวถึง การเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นแนวทางการจัดการเรียนการสอนที่กำหนดให้ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ เพื่อให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จและบรรลุเป้าหมายร่วมกัน ซึ่งสมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องแสดงความคิดเห็นและช่วยเหลือซึ่งกันและกันเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาวัสดุอุปกรณ์และแหล่งข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน นักเรียนเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 54-55) ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่าเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ต้องการเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบ และช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและแนวคิดที่หลากหลาย ฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น นั่นคือมุ่งพัฒนาทั้งเจตคติ ค่านิยม พฤติกรรมการแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์ และการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวจะมีผลต่อผู้เรียน 3 ประการคือ

1. มีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา (Academic Learning)
2. มีทักษะทางสังคม (Social Skills) โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการทำงานร่วมกัน
3. รู้จักตนเองและตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self-esteem)

ลักษณะการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Davidson. 1990:4-5; Johnson; & Johnson. 1989: 235-237) มีดังนี้

1. เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนโดยนักเรียนเป็นกระทำกิจกรรมมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ ทำให้เกิดการอยากรู้ อยากเห็น และช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น

2. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดผ่านการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับเพื่อน จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่า จะแก้ปัญหาให้สำเร็จและถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายแนวคิดและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนได้ตรวจสอบ ปรับปรุงแนวคิดและกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา รวมถึงคำตอบที่ได้โดยการโน้มน้าวเพื่อนให้ยอมรับได้ด้วยคำอธิบายที่สมเหตุสมผล

3. ส่งเสริมให้ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากความสำเร็จที่เกิดจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหา จะทำให้เกิดการเรียนรู้แนวคิด และมีความสามารถในการวิเคราะห์มากขึ้น นอกจากนี้ยังส่งเสริมการค้นพบ การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ สร้างแนวคิดใหม่ การเลือกกระบวนการและกลยุทธ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

4. ทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจ ยอมรับในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง พร้อมทั้งเห็นคุณค่าและยอมรับในความสามารถของคนอื่นด้วยเช่นกัน

พรรณรัตน์ เ่งธรรมสาร (2533: 37) และอัญชนา โพธิ์พลากร (2545: 22) กล่าวในลักษณะที่สอดคล้องกันว่า บทบาทของครูตามแนวการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการเรียนรู้แบบร่วมมือ นั้น ครูควรวางแผน จัดเตรียมสภาพแวดล้อมในห้องเรียนให้มีความเหมาะสม มีการอธิบายขั้นตอนและวิธีการเรียนให้นักเรียนเข้าใจ บอกจุดมุ่งหมายในการเรียนและเกณฑ์ในการประเมินผลให้นักเรียนทราบ เพื่อให้นักเรียนทุกคนเข้าใจในการทำงานร่วมกันจนบรรลุจุดมุ่งหมายร่วมกัน ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงความคิดหรือแนวคิดของตน และนำการอภิปรายเพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้รับความรู้ในเนื้อหาวิชา มีเจตคติที่ดีต่อการเรียน มีระเบียบวินัย และมีความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

## 2. การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2543: 20) กล่าวว่า กระบวนการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด หมายถึง การกำหนดจุดหมาย สาระ กิจกรรม แหล่งเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการประเมินผลที่มุ่งพัฒนา “คน” และ “ชีวิต” ให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้เต็มความสามารถ สอดคล้องกับความถนัด ความสนใจและความต้องการของผู้เรียน

สิริพร ทิพย์คง (2545: 17) ได้กล่าวถึงแนวทางการจัดการเรียนที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญว่าหมายถึง กระบวนการที่พัฒนาร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้และคุณธรรมของผู้เรียนให้เจริญงอกงาม โดยการสร้างให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมรู้ ร่วมคิด ร่วมกระทำ

ลักษณะการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (กรมวิชาการ. 2541: 1-5) มีลักษณะดังนี้

1. เป็นการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและมีบทบาทในการเรียนการสอนตามความสนใจ ความสามารถ ตั้งแต่การร่วมกำหนดจุดประสงค์ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อ การประเมินผล

2. เป็นการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกฝนทักษะต่างๆ เช่น ทักษะการคิด วิเคราะห์ การสังเกต การทดลอง การค้นคว้า การจดบันทึก การสังเคราะห์ การสรุปข้อความรู้ต่างๆ ของตนเอง

3. เป็นการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการลงมือทำกิจกรรม การปฏิบัติ การแก้ปัญหา การศึกษาด้วยตนเอง จากสื่อ เพื่อนและครู

4. เป็นการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้มีโอกาสสร้างความสัมพันธ์ แลกเปลี่ยนความรู้ และความคิดกับเพื่อนจากการทำกิจกรรมต่างๆ

นอกจากนี้ กรมวิชาการ (2541: 1-5) ได้แบ่งประเภทของการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. แบบเน้นกิจกรรมการสอนเป็นหลัก ได้แก่การสอนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก การสอนแบบร่วมมือ การสอนแบบเน้นกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ การสอนแบบเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การสอนแบบคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น

2. แบบเน้นสื่อ เป็นประเภทการสอนที่มีลักษณะดังเช่น การสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม สอนโดยใช้ชุดการสอนรายบุคคล สอนแบบศูนย์การเรียนรู้ สอนโดยใช้โปรแกรม CAI เป็นต้น

กรมวิชาการ (2541: 1-5) และสิริพร ทิพย์คง (2545: 3) กล่าวในลักษณะที่สอดคล้องกันเกี่ยวกับบทบาทของครูตามแนวการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญว่า ครูเป็นผู้ส่งเสริมและเอื้ออำนวยความสะดวก จัดสถานการณ์ แหล่งความรู้ และสื่อที่เหมาะสม ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมและได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมต่างๆ ที่สอดคล้องกับความสนใจ ความต้องการ และศักยภาพในการเรียนรู้ของนักเรียน

### 3. วิธีสอนแบบค้นพบ และวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน

ยูพิน พิพิธกุล (2520: 1-7) กล่าวว่า วิธีการสอนโดยการค้นพบ (Discovery Method) เป็นการสอนให้เกิดความสัมพันธ์มองเห็นโครงสร้าง เกิดความคิดรวบยอด แล้วนำไปสู่ข้อสรุปหรือ

กฎเกณฑ์ การสอนแบบนี้เน้นไปที่ตัวนักเรียน โดยนักเรียนเป็นผู้ค้นพบด้วยตนเอง บทบาทของครู เป็นเพียงผู้กระตุ้นให้นักเรียนคิดหรือทำเท่านั้น

สิริพร ทิพย์คง (2545: 138-148) กล่าวว่า วิธีการสอนแบบค้นพบ เป็นวิธีการสอนที่ต้องการให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์ ข้อสรุปนัยทั่วไปได้ด้วยตนเอง โดยวิธีการสอนแบบค้นพบมี 3 ลักษณะคือ

1. การค้นพบด้วยตนเองของนักเรียนรายบุคคล โดยครูยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่างแล้วให้นักเรียนสังเกตจากตัวอย่างเหล่านั้นจนมองเห็นแบบรูป (Pattern) และสามารถสรุปเป็นนัยทั่วไป (Generalization) ได้ด้วยตนเอง

2. การค้นพบโดยการแนะนำ (Guide Discovery) ของครู หรือวิธีการสอนแบบโซเครติก (Socratic Method) เป็นการสอนที่ใช้การโต้ตอบ ชักถามระหว่างครูกับนักเรียน และการแนะนำแนวทางของครูผู้สอนจนนักเรียนสามารถสรุปกฎเกณฑ์ได้

3. การค้นพบโดยกลุ่มหรือคณะหรือทีม (Team Discovery) โดยนักเรียนร่วมมือกับปรึกษาหารือช่วยกันค้นหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งอาจใช้การลงมือปฏิบัติหรือทดลอง

คูนีย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney; Davis; & Henderson. 1975) ได้แบ่งวิธีการสอนแบบค้นพบตามแนวทางการสอนเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. การค้นพบแบบอุปนัย (Induction Discovery) เป็นกระบวนการสอนที่เริ่มจากการยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง ซึ่งอาจเป็นตัวอย่างที่เฉพาะเจาะจง ตัวอย่างที่ถูกต้อง และตัวอย่างที่ผิด แล้วให้นักเรียนได้สังเกต ทดลองหาคำตอบด้วยคาดเดา (Guess) อย่างมีระบบ มีเหตุผลเกี่ยวกับตัวอย่างนั้นๆ แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์ตั้งเป็นสมมติฐานขึ้น

2. การค้นพบแบบนิรนัย (Deductive Discovery) เป็นกระบวนการสอนที่เริ่มต้นด้วยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ข้อสรุป กฎเกณฑ์ หรือสมมติฐานที่ตั้งขึ้น แล้วกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาคำความจริงเหล่านั้น โดยใช้ความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว

สสวท. (2546: 183) ให้ความหมายของการเรียนรู้ด้วยการค้นพบ (Discovery Learning) ว่าเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นเมื่อผู้เรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ผู้เรียนจะประมวลข้อมูลข่าวสารจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนจะมีประสบการณ์และพื้นความรู้ที่แตกต่างกัน การเรียนรู้เกิดจากการที่ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ค้นพบใหม่กับความรู้เกิด แล้วนำมาสร้างเป็นความหมายใหม่ทำให้เกิดการเรียนรู้โดยการค้นพบ

ซัชแมน (Suchman. 1962) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน (Inquiry) มุ่งเน้นการสอนให้นักเรียนมีทักษะ สอบสวนความรู้ และอธิบายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนรู้จักการแสวงหาวิธีอธิบายความเป็นไปต่างๆ อย่างมีหลักการ ได้พัฒนาความสามารถทางสติปัญญา ทักษะต่างๆ ที่จำเป็นในการเสาะแสวงหาความรู้ที่เกิดมาจากความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียนเอง โดยเริ่มจากการรวบรวมข้อมูลและสรุปความเป็นหลักการเพื่ออธิบายเหตุการณ์นั้นๆ การสอนรูปแบบนี้ ครูจะมีบทบาทเป็นเพียงผู้จัดเตรียมการเรียนการสอนและผู้ติดตามตรวจสอบ (Instruction Manager and Monitor) เท่านั้น และซัชแมนเชื่อว่า

- สงสัย
1. มนุษย์ต้องการสืบสวนสอบสวนโดยธรรมชาติอยู่แล้วเมื่อพบกับเหตุการณ์ที่
  2. มนุษย์สามารถตระหนัก และเรียนรู้ที่จะวิเคราะห์กลยุทธ์การคิดของตนเองได้
  3. กลยุทธ์การคิดแบบใหม่ๆ สามารถสอนได้โดยตรงเพิ่มเติมจากที่มีมาแต่เดิม
  4. การสืบสวนสอบสวนโดยใช้วิธีร่วมมือกัน จะช่วยส่งเสริมความคิดที่กว้างขวาง และช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ความรู้ต่างๆ จากการทดลอง ทดสอบและพิสูจน์ โดยความรู้ที่ได้มานั้น สามารถอธิบายได้หลายวิธี

ลาสเลย์ แมทซินสกี และโรเลย์ (Lasley; Matczynski; & Rowley. 2002) ให้ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนว่า เป็นการสอนเพื่อให้นักเรียนได้ตั้งคำถาม สร้างสมมติฐานและตรวจสอบทฤษฎี โดยใช้เหตุการณ์ที่ขัดแย้งหรือสถานการณ์ที่ซับซ้อนเป็นพื้นฐานในการอภิปรายของนักเรียน การสอนแบบสืบสวนสอบสวนจะช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผล การตั้งสมมติฐาน การประเมิน และการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ เพราะนักเรียนจะสามารถใช้ความรู้เดิมที่มีอยู่ก่อนในการสำรวจเพื่อให้เหตุผลรองรับสิ่งที่คาดว่าจะเป็น ซึ่งลักษณะการสอนแบบสืบสวนสอบสวนมีลักษณะเด่นคือ

1. เป็นการสร้างความรู้บนความอยากรู้อยากเห็นตามธรรมชาติของนักเรียน
2. ช่วยให้นักเรียนได้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างการตั้งคำถามและการหาคำตอบ เพราะนักเรียนที่มีความสามารถสูงส่วนใหญ่จะมีความสามารถในการหาคำตอบได้ในระดับดี แต่ขาดการใส่ใจต่อการตั้งคำถาม

ลาสเลย์ และออร์นสไตน์ (Lasley; & Ornstein. 2000) ได้เสนอแนะว่า เทคนิคการสอนแบบสืบสวนสอบสวน – ค้นพบ (Inquiry – Discovery Techniques) สามารถปรับเพื่อใช้สอนได้กับนักเรียนในทุกช่วงอายุ และกล่าวถึงบทบาทของครูที่ควรกระทำในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน - ค้นพบ ดังนี้

1. ยอมรับความคิดเห็นของนักเรียน
2. ต่อยอดความสนใจและความสร้างสรรค์ของนักเรียน
3. คำหนึ่งถึงข้อจำกัดส่วนบุคคลของนักเรียน
4. จัดสิ่งแวดล้อมให้เป็นที่ยอมรับของนักเรียนและช่วยกระตุ้นนักเรียนในการเรียน
5. มีความคาดหวังสูงในตัวของนักเรียน
6. มีมุมมองทางการศึกษาที่กว้างขวาง
7. ควรพัฒนาทักษะการสื่อสารให้แก่นักเรียน
8. ต้องให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้
9. ให้ความสำคัญกับกระบวนการการเรียนรู้มากกว่าผลลัพธ์
10. ส่งเสริมการเรียนรู้เชิงลึก
11. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมต่อไปจนจบ

12. ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง
13. ควรให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเลือกและตัดสินใจเกี่ยวกับกิจกรรมในชั้นเรียน
14. ออกแบบประสบการณ์การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความต้องการ และความสนใจของนักเรียนรวมถึงมีส่วนเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง
15. สนับสนุนให้นักเรียนได้ทดลอง และใช้คำถามที่เสริมสร้างเจตคติที่ดี
16. ลดความกังวลและสร้างบรรยากาศที่ดีในชั้นเรียน
17. สนับสนุนแนวคิดที่แปลกใหม่
18. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินตนเองอยู่เสมอ
19. จัดหาองค์ประกอบที่สำคัญเพื่อเสริมสร้างความเข้าใจในจุดมุ่งหมายในการเรียนของนักเรียน โดยจะต้องไม่ส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมที่สร้างสรรค์ของนักเรียน
20. ช่วยให้นักเรียนได้ตระหนักถึงความสัมพันธ์ของวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและสังคมศาสตร์

จากข้อมูลข้างต้น ผู้วิจัยมีแนวคิดในการกำหนดกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟ โดยเป็นการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และเน้นการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีทั้งการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้นและการปฏิบัติกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผล นั่นคือมีการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้นโดยครูผู้สอน และใช้แนวทางสอนแบบใช้ปัญหานำเข้าสู่บทเรียน มีการยกตัวอย่างผ่านสื่อประกอบการเรียนการสอน และการปฏิบัติกิจกรรม จะเน้นที่การทำงานเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-4 คน ใช้แนวทางการสอนการแก้ปัญหามผสมผสานกันทั้ง 3 แนวทาง โดยอาศัยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ครูลิต และรุตนิค ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และค้นหาคำตอบ และใช้วิธีการสอนแบบค้นพบและวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน มุ่งเน้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

การฝึกการให้เหตุผลจะดำเนินไปพร้อม ๆ กับการดำเนินกิจกรรมการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนอธิบาย อภิปรายแนวคิด และแสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

### 3.12 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สำหรับการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษา และนักวิชาการ หลายท่าน ได้นำเสนอวิธีการประเมินไว้ในหลายวิธีดังนี้

เบอร์ก์ (Begg. 1994:183-192) เสนอว่า ความสามารถในการเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ ควรประกอบด้วยความสามารถด้านต่าง ๆ ดังนี้



1. การจำแนกและการอธิบาย ประกอบด้วย การจำแนกของสิ่งต่างๆ การอธิบายถึงสิ่งต่างๆ และกระบวนการอย่างชัดเจน

2. การให้เหตุผล ประกอบด้วย การสร้างข้อสรุปที่มีเหตุผล ใช้แบบจำลอง ข้อมูลสมบัติและความสัมพันธ์ เพื่อสร้างเป็นเหตุผล การพิสูจน์คำตอบและกระบวนการ การใช้แบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ การให้เหตุผลโดยใช้กราฟและการนำเสนอด้วยกราฟ ติดตามการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ตัดสินความสมเหตุสมผล สร้างการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลแบบง่ายๆ เข้าใจและประยุกต์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัย เข้าใจและประยุกต์ใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย การยกตัวอย่างค้าน และการยอมรับว่าการให้เหตุผลคือส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์

3. การสรุปอ้างอิง ประกอบด้วย การสร้างและประเมินข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ การสร้างกรณีทั่วไป การตัดสินใจที่เหมาะสมและเชื่อถือได้

4. การพิสูจน์ ประกอบด้วย การยอมรับธรรมชาติของระบบสัจพจน์ในทางคณิตศาสตร์ การสร้างการพิสูจน์ ทั้งการพิสูจน์ทางอ้อมและการพิสูจน์โดยวิธีอุปนัย

สมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Education Achievement (IEA). 2003: 32) ได้เสนอกรอบแนวคิดในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนด้านต่างๆ ต่อไปนี้

1. การสร้างสมมติฐาน/ข้อความคาดการณ์ /การทำนาย (Hypothesize/Conjecture/Predict) คือความสามารถในการสร้างข้อความคาดการณ์ที่เหมาะสมจากการสำรวจแบบรูปอภิปรายแนวคิด สร้างแบบจำลอง หรือทดสอบเซตของข้อมูล เป็นต้น

2. การวิเคราะห์ (Analyze) คือความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหรือสิ่งต่างๆ ในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

3. การประเมิน (Evaluate) คือความสามารถในการวิจารณ์และประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ข้อความคาดการณ์ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการพิสูจน์ เป็นต้น

4. การสร้างกรณีทั่วไป (Generalize) คือความสามารถในการขยายผลของความคิดทางคณิตศาสตร์ และผลการแก้ปัญหาเดิมไปสู่การได้ผลลัพธ์ใหม่ที่มีความเป็นกรณีทั่วไปและใช้ได้อย่างกว้างขวางขึ้น

5. การเชื่อมโยง (Connect) คือความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เกิดที่มีอยู่กับความรู้ใหม่ เชื่อมโยงระหว่างความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ละเรื่อง เชื่อมโยงความรู้และรูปแบบการนำเสนอในลักษณะต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง

6. การสังเคราะห์/การบูรณาการ (Synthesize/Integrate) คือความสามารถในการประยุกต์ใช้แนวคิด ขั้นตอนและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการสร้างข้อสรุป และรวบรวมข้อสรุปที่ได้มาสร้างเป็นข้อสรุปใหม่ เช่น การใช้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ตารางเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา เป็นต้น

7. การแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Solve Non-routine Problems) คือความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือปัญหาในสถานการณ์จริงที่นักเรียนไม่เคยเผชิญมาก่อน และ

ความสามารถในการประยุกต์ใช้ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ในบริบทที่แตกต่างจากที่เคยใช้ (Unfamiliar Context)

8. การตรวจสอบ/พิสูจน์ (Justify/Prove) คือความสามารถในการใช้สมบัติทางคณิตศาสตร์ยืนยันว่าสิ่งใดเป็นจริงหรือเป็นเท็จภายใต้ข้อมูลที่กำหนดให้

ชาร์ลส์ เลสเตอร์ และโอแดฟเฟอร์ (Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 15-61) ได้กล่าวว่าโดยทั่วไปในการประเมินผลการแก้ปัญหาจะต้องประเมินความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของนักเรียน 2 ด้านคือ

1. พฤติกรรมการใช้ทักษะและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
2. เจตคติและความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหา

และได้เสนอวิธีการประเมินผลการแก้ปัญหาไว้ 4 วิธีคือ

1. การสังเกตและตั้งคำถาม (Observing and Questioning) เป็นการประเมินที่มีความสำคัญมาก สามารถประเมินขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาคนเดียว หรือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ข้อมูลที่ได้จากการประเมินจะทำให้ครูทราบถึงระดับความสามารถ ความเชื่อและเจตคติเกี่ยวกับการแก้ปัญหานักเรียน สำหรับการเลือกนักเรียนที่จะประเมิน ครูไม่ควรเลือกครั้งละหลายคน และทำการทำกิจกรรมครั้งหนึ่งไม่ควรเกิน 4 คน ในขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหา ครูสามารถสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา โดยการสังเกตและพูดคุยของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย และครูสามารถถามคำถามนักเรียนกลุ่มเป้าหมายในสิ่งที่ต้องการประเมินด้วยก็ได้ หลังจากได้ข้อมูลแล้วครูควรบันทึกข้อมูลย่อๆ หรือทำเครื่องหมายไว้ทันที ไม่ควรปล่อยไว้นานเพราะอาจลืมได้ เครื่องมือที่ครูใช้ในการประเมินประกอบด้วย แบบบันทึกผลการสังเกต (Comment Card) แบบตรวจสอบรายการ (Checklist) และมาตราการประเมิน (Rating Scale)

2. การใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของนักเรียน (Using Self-assessment Data from Students) เป็นการให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยหลังจากนักเรียนแก้ปัญหาแล้วเสร็จ ให้นักเรียนนึกถึงประสบการณ์ขณะที่กำลังแก้ปัญหา แล้วเขียนอธิบายว่าตนเองคิดอย่างไรในขณะนั้น

3. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากงานที่นักเรียนทำ หรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงาน หรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจน เนื่องจากในการแก้ปัญหา จะประเมินความก้าวหน้าจากงานเขียนของนักเรียนที่ต้องเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งเป็น 3 แบบคือ

3.1 การให้คะแนนแบบเน้นองค์รวม (Focused Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนที่มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงาน หรือพฤติกรรมของนักเรียน เป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่ต้องแยกเป็นด้านๆ ซึ่งมักนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อตัดสิน หรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน และเหมาะสำหรับการประเมินที่มีพิสัย

กว้างๆ และต้องการผลที่เป็นภาพรวม ซึ่งการประเมินโดยวิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม เป็นต้น

3.2 การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น หากต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาเป็น ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้านๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ซึ่งการให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักนำมาใช้ในการประเมินผลเพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่น หรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลการประเมินที่ได้ไปส่งเสริมจุดเด่น หรือปรับปรุงแก้ไขจุดด้อยเหล่านั้น ซึ่งการประเมินโดยวิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม เป็นต้น

3.3 การให้คะแนนจากความประทับใจทั่วไป (General Impression Scoring) เป็นการให้คะแนนที่มีประสิทธิภาพน้อยที่สุดในบรรดาการให้คะแนนแบบองค์รวม เนื่องจากไม่มีการเขียนเกณฑ์ใดๆ เตรียมไว้ ผู้ประเมินจะใช้เกณฑ์ที่ไม่ค่อยจะชัดเจนมากนักโดยมีพื้นฐานจากมุมมองเกี่ยวกับองค์ประกอบในการแก้ปัญหาและจากประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลายหลายของตน สิ่งที่ต้องตระหนักในการใช้การประเมินวิธีนี้คือ ครูจะต้องมีประสบการณ์ในการประเมินการแก้ปัญหาที่มากพอ

4. การใช้แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ และแบบเติมคำ (Multiple-Choice and Completion Tests)

4.1 แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple-Choice Test) เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อคำถาม ซึ่งแต่ละคำถามจะมีตัวเลือกหลายๆ ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกตัวเลือกที่คิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว ซึ่งมักจะใช้ได้กับการวัดพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหามากกว่าการใช้ในการวัดเจตคติ

4.2 แบบทดสอบแบบเติมคำ (Completion Test) เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบที่ต้องการคำตอบในลักษณะของวลีที่ทำให้ประโยคสมบูรณ์หรือชุดของสัญลักษณ์ที่สอดคล้องกับลักษณะของข้อสอบ แบบทดสอบประเภทนี้จะมีประโยชน์อย่างมากในกรณีที่ต้องการให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีการในการหาคำตอบของปัญหา เนื่องจากสามารถใช้ในการประเมินความสามารถในการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา และความสามารถในการใช้ทักษะการคิด และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหานั้น

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะใช้การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric Scoring) ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ ดังต่อไปนี้

กรมวิชาการ (2539: 54-59) ให้ความหมายของเกณฑ์การให้คะแนน ว่าหมายถึงเครื่องมือที่ใช้เป็นแนวทางประเมินการปฏิบัติงานของนักเรียน โดยการสร้างแนวทางการให้คะแนน (Scoring

Guide) ซึ่งจะต้องกำหนดมาตรวัด (Scale) และรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละจุดในมาตรวัดไว้อย่างชัดเจน และการให้คะแนนของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก จะเป็นการตอบคำถามว่านักเรียนทำอะไรได้สำเร็จ หรือมีระดับความสำเร็จในขั้นต่างๆ กันหรือมีผลงานเป็นอย่างไร มี 2 แบบคือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Score) คือการให้คะแนนงานชิ้นใดชิ้นหนึ่ง โดยดูภาพรวมของชิ้นงาน แล้วเขียนอธิบายคุณภาพของงานหรือความสำเร็จของงานเป็นขั้นๆ ซึ่งการให้คะแนนมีได้หลายวิธี เช่น

1.1 การให้คะแนนโดยแบ่งคุณภาพของงานเป็น 3 กอง

1.2 การให้คะแนนโดยการกำหนดระดับของความผิดพลาด ซึ่งพิจารณาจากความบกพร่องของคำตอบว่ามีมากน้อยเพียงใด แล้วหักจากระดับคะแนนสูงสุดลงมาที่ระดับ

1.3 การกำหนดระดับและคำอธิบาย

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เป็นการให้คะแนนเพื่อมองคุณภาพของงานหรือความสามารถของนักเรียนเป็นไปอย่างชัดเจน จึงได้มีการแยกองค์ประกอบของการให้คะแนนและอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบของงานเป็น 4 ด้านคือ

2.1 ความเข้าใจในความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริง

2.2 การสื่อความหมาย สื่อสาร

2.3 การใช้กระบวนการและยุทธวิธี

2.4 ผลสำเร็จของงาน

กูดริช (Goodrich, 1997: 14-17) กล่าวว่า รูบริก (Rubric) คือข้อความที่แสดงรายละเอียดของคุณภาพการเรียนรู้ จากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อใช้วัดผลกระบวนการในการทำงานของนักเรียน โดยรูบริกจะให้รายละเอียดข้อมูลย้อนกลับในการพัฒนาชิ้นงานและจะมีการประเมินผลในชิ้นงาน โดยกูดริชได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับครูและนักเรียนคือ

1. เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอน สามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนได้ปรับปรุงการทำงานอยู่เสมอเหมือนกับการให้การตรวจตราของครู โดยเกณฑ์ที่สร้างขึ้น จะช่วยให้นักเรียนได้มองเห็นแนวทางในการทำงานเพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายของการเรียนในเนื้อหา นั้นๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งสำคัญที่สุดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกก็คือ การนิยามระดับของคุณภาพ

2. ช่วยให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบในการตัดสินคุณภาพงานของตนเองและคนอื่น ๆ

3. ช่วยลดเวลาของครูในการประเมินชิ้นงานของนักเรียน เนื่องจากกาหนดเกณฑ์ที่ชัดเจนจะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ และประเมินชิ้นงานของตนเองและคนอื่น ได้อย่างเที่ยงตรง ยุติธรรมและเป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

4. เป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการอธิบาย

พอแฟม (Popham. 1997: 72-75) ได้ให้ความหมายของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคว่าหมายถึง การแนะนำการให้คะแนนเพื่อใช้ประเมินคุณภาพของการตอบสนองของนักเรียน โดยเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคมีลักษณะที่สำคัญคือ เกณฑ์ การนิยามคุณภาพ สำหรับยุทธวิธีในการให้คะแนนอาจเป็นวิธีการให้คะแนนแบบภาพรวมหรือแบบแยกองค์ประกอบได้อย่างใดอย่างหนึ่ง เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคมักใช้ในการตัดสินคำตอบของผู้เรียนในแบบทดสอบ หรือชิ้นงานที่มีการเขียนตอบบรรยาย อธิบาย หรือใช้ในการทดสอบการปฏิบัติเพื่อพิจารณาว่า ผู้เรียนมีทักษะ และมีความรอบรู้อยู่ในระดับใด นอกจากนี้พอบแฮมได้ให้ข้อสังเกตและคำแนะนำในการพัฒนาเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค ดังนี้

1. เกณฑ์ต่าง ๆ ควรเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสอน ซึ่งถือเป็นองค์ประกอบที่ตรงประเด็นที่สุดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค
2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคควรมีจำนวนเกณฑ์ประมาณ 3 -5 เกณฑ์ และต้องเป็นเกณฑ์ที่มีจุดหมายแน่นอน
3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคไม่ควรมีความยาวมากเกินไป
4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีคแต่ละเกณฑ์ต้องสามารถแสดงให้เห็นถึงคุณสมบัติที่สำคัญของทักษะที่ต้องการประเมิน
5. ผู้ประเมินต้องตระหนักว่าแบบทดสอบที่แสดงการกระทำนั้นเป็นเพียงตัวแทนของทักษะ ไม่ใช่ตัวของทักษะ ดังนั้นการสอนจึงมุ่งไปที่ทักษะไม่ใช่สอนเพื่อมุ่งไปสู่การทดสอบหรือการประเมิน

จากข้อมูลที่ได้ศึกษามาข้างต้น ทำให้ได้แนวคิดในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้คือ การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จะประเมินด้วยวิธีการให้คะแนนแบบรูบรีค โดยใช้รูปแบบการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ ผ่านชิ้นงานพิจารณาจากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม โดยพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในลักษณะการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ใน 3 ด้านคือ การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และการค้นหาคำตอบ และประเมินความสามารถในการให้เหตุผล โดยพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลในลักษณะการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้านคือ การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ นอกจากนี้จะมีการสัมภาษณ์เพิ่มเติม และประเมินพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบสำรวจรายการ ซึ่งเป็นแบบบันทึกข้อมูลที่ได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างเรียน ระหว่างปฏิบัติกิจกรรม โดยมีรายการประเมินเป็นพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงออกมาในแต่ละด้าน

### 3.13 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

#### งานวิจัยต่างประเทศ

วิลเลียม (William. 1981: 1605-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างเหตุผล ระหว่างการสอนสืบสวนสอบสวนหาความรู้กับการสอนแบบเดิมที่มีครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่สอนแบบสืบสวนสอบสวนความรู้ สูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่มีครูเป็นศูนย์กลาง

ดูเรน และเชอริงตัน (Duren; & Cherington. 1992: 80-83) ได้ทำการวิจัยกับนักเรียนเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 126 คน จาก 4 ห้องเรียน ในรายวิชา pre-algebra โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่ฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค 4 คน และอีกกลุ่มหนึ่งให้แก้ปัญหาคือเป็นรายบุคคล ทั้งสองกลุ่มได้รับการสอนกลยุทธ์การปัญหาก่อน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มที่ทำงานร่วมมือกัน สามารถจดจำและประยุกต์ใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่ฝึกแก้ปัญหาคือเป็นรายบุคคล

กูยา (Gooya. 1994: 2865-A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์ และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นสังเคราะห์ความคิดและการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหากับนิสิตรดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็น 3 ลักษณะคือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อยและการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น จากการศึกษาพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่างๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิมที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่างๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและสร้างความรู้ใหม่

ทัวกอร์ (Tougaw. 1994: 2934-A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิดกว้าง (Open Approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรมการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างหมายถึง การสร้างข้อคาดการณ์ การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์และการหารูปทั่วไป ผลการทดลองพบว่า นักเรียนที่ผ่านการสอนโดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียน

จอยซ์ (Joyce. 2004: Online) ได้ศึกษาการใช้กลุ่มย่อยเพื่อช่วยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานการศึกษาผู้ใหญ่ การศึกษานี้ได้ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือในการสอนพื้นฐานการศึกษาผู้ใหญ่โดยผ่านทางแผนการเรียนในวิทยาลัยชุมชน ซึ่งนักศึกษาในแผนการเรียนนั้นมาจากชุมชนที่ต่างกัน และมีความเข้าใจในคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่แตกต่างกัน จำนวน 23 คน เรียนในหลักสูตรครึ่งปี การเรียนแบบร่วมมือทำให้นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมทักษะทางสังคม การเสริมแรงด้วยคำพูดเป็นสิ่งที่ช่วยสร้างวิธีการเรียนให้เกิดการร่วมมือและการร่วมกันแก้ปัญหา ผลการศึกษาพบว่า จากการสำรวจความคิดเห็นของนักการศึกษาซึ่งได้

จากแบบสำรวจและแบบสังเกต แสดงให้เห็นว่าการใช้การเรียนแบบร่วมมือทำให้นักศึกษาเกิดการเรียนรู้

ผาติวิสันต์ (Pativisan. 2006: Online) ได้วิจัยเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนปัญญาเลิศในประเทศไทย กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนไทย ในโครงการคณิตศาสตร์โอลิมปิก จำนวน 5 คน โดยปัญหาคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็น ปัญหาเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวน คอมบินาทอริกและเรขาคณิต โดยให้กลุ่มตัวอย่างแก้ปัญหาเป็น รายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการแก้ปัญหาของเด็กปัญญาเลิศเกี่ยวกับพฤติกรรมในแต่ละ ขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นดังนี้ ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหานักเรียนรู้และเข้าใจว่าเมื่อไรจึงจะ นำความรู้ และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาแบบได้ออกมาใช้ในการแก้ปัญหา และรู้ว่าจะใช้สิ่งเหล่านี้ได้ อย่างไร นอกจากนั้นนักเรียนยังสามารถตรวจสอบและประเมินการแก้ปัญหาของตนเองได้อีกด้วย ผลจากการค้นพบทำให้สามารถจำแนกปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ปัญญาเลิศออกเป็น 5 กลุ่มได้แก่ ความรู้คณิตศาสตร์ขั้นสูง ความตั้งใจในการพิจารณาหาวิธีการหา คำตอบที่หลากหลาย การนำความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ ความเชื่อมั่นในตนเองและการ ส่งเสริมจากผู้ปกครองและครู

รูตเดอร์ (Rudder. 2006: Online) ได้วิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยศึกษากลยุทธ์ที่ นักเรียนมัธยมอเมริกันและนักเรียนสิงคโปร์ใช้ในการแก้ปัญหา การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ ค้นหากกลยุทธ์และกระบวนการคิดของนักเรียนในขณะที่กำลังแก้ปัญหาตามงานที่ได้รับมอบหมาย ผลการวิจัยพบว่า (1) การนำกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียวมาใช้แก้ปัญหตามงานที่ได้รับ มอบหมายนั้นไม่สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ จำเป็นต้องมีปัจจัยอย่างอื่นเกี่ยวข้องด้วย (2) ในการ แก้ปัญหาตามงานที่ได้รับมอบหมายนั้น นักเรียนมัธยมอเมริกันและนักเรียนมัธยมสิงคโปร์ ได้นำ ปัจจัยที่คล้ายคลึงกันมาใช้ในการแก้ปัญหา (3) มีปัจจัย 3 ประการที่ทำให้นักเรียนอเมริกันไม่ สามารถหาคำตอบให้กับปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และ (4) นักเรียนส่วนใหญ่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา หากพวกเขาใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา และเป็นผู้ แก้ปัญหาที่ดีตามแนวคิดของ ซอนฟิลด์

กริฟฟิน (Griffin. 2008: Online) ได้วิจัยเรื่องการใช้การแบบร่วมมือ และคอมพิวเตอร์ช่วย สอน (CAI) เพื่อสืบสวนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติที่มีต่อการเรียนแบบร่วมมือ และ ความเชื่อมั่นในการเรียนคณิตศาสตร์ กระบวนการวิจัยคือ สืบสวนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างที่ มอบหมายงานให้นักเรียน เปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือร่วมกับการใช้ คอมพิวเตอร์ช่วยสอน กับกลุ่มที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพียงอย่างเดียว กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียน จำนวน 51 คน ที่ลงเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน จัดนักเรียนเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม อย่างละ 2 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือร่วมกับการใช้คอมพิวเตอร์ ช่วยสอน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่า กลุ่มที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพียงอย่างเดียว และมีเจตคติต่อการเรียนแบบร่วมมือและเชื่อมั่นในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น

### งานวิจัยในประเทศ

สมเจตน์ ไวยากรณ์ (2530: 93) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ การวางแผน การสร้างแนวความคิดรวบยอด การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้และการประเมินผล ผลวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้น สามารถสอนให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมการคิดตามทัศนของบลูมและคนอื่นๆ ได้ในทุกๆระดับ แต่พฤติกรรมการคิดดังกล่าวต้องการเวลาสอนแตกต่างกัน โดยเฉพาะพฤติกรรมการคิดสังเคราะห์และการประเมินค่า ต้องการเวลาในการสอนมากกว่าพฤติกรรมด้านวิเคราะห์ เมื่อเปรียบเทียบกับการสอนตามปกติแล้วพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นช่วยให้นักเรียนทุกระดับการเรียนรู้ ทั้งที่มีผลการเรียนดี ปานกลาง และผลการเรียนต่ำ มีความสามารถในการให้เหตุผลทุกๆ ด้าน สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ส่วนการสอนตามปกติช่วยส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผลของผู้เรียนเฉพาะผู้ที่มีผลการเรียนระดับปานกลางเท่านั้น ข้อค้นพบดังกล่าวสรุปได้ว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นเหมาะสมที่จะนำไปใช้ประกอบการสอนในโรงเรียน เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผลของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

สมเดช บุญประจักษ์ (2540: 338) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในสามประการคือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ พัฒนาโดยผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนพระนารายณ์และโรงเรียนดงตาลวิทยา จังหวัดลพบุรี จำนวน 154 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 75 คน และกลุ่มควบคุม 79 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลของนักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จรรยา ภูอุดม (2544: 107-110) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ โดยรูปแบบดังกล่าวมีองค์ประกอบหลัก 7 ประการได้แก่ สถานการณ์ปัญหา ความรู้สึ้อยากปัญหา ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ความรู้ความสามารถเดิม กิจกรรมการแก้ปัญหา พัฒนาการทางปัญญา และเจตคติต่อการเรียน ส่วนเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้เป็นตัวอย่างในการทดลองรูปแบบที่พัฒนาขึ้นได้แก่ ปริมาตรและพื้นผิว ความคล้าย และการนำเสนอข้อมูล ผลการวิจัยพบว่ารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ที่สร้างขึ้นเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพอีกรูปแบบหนึ่ง ที่ช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผลดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ

พงศ์รัศม์ เฟื่องฟู (2545: 27-29) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านมากกว่าร้อยละ 50 มีจำนวนถึงร้อยละ 82.86 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด 35 คน ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียนรู้และการประยุกต์เรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์



จันทร์จารุภรณ์ (Janjaruporn. 2005: Abstract) ได้วิจัยเกี่ยวกับการพัฒนาโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาศักยภาพในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนมัธยฐานในด้านศักยภาพในการแก้ปัญหของกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนมัธยฐานของกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และระหว่างที่โปรแกรมนี้ดำเนินการอยู่ เมื่อนักศึกษาครุในกลุ่มทดลองมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากขึ้น นักศึกษาครุได้ใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา และอภิปรายกลุ่มก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา และในการปรับและเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหานักศึกษาครุสามารถสร้างแผนภาพประกอบ หรือแผนผังได้ชัดเจน มีระบบในการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด และมีการนิยามตัวแปรและสมการที่เหมาะสมมากขึ้น อีกทั้งยังมีการให้เหตุผลเชิงตรรกะมาสนับสนุนมากขึ้นด้วย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้นพบว่า รูปแบบการจัดการเรียนการสอนมีส่วนสำคัญอย่างยิ่งในการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นต้นว่า การจัดการเรียนสอนแบบสืบสวนสอบสวนความรู้ การเรียนแบบร่วมมือ การสอนการแก้ปัญหา และการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ซึ่งการจัดการเรียนการสอนที่เหมาะสมกับความพร้อมและศักยภาพของนักเรียน จะช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

## ตอนที่ 4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

### 4.1 ความหมายของเจตคติ

กู๊ด (Good. 1973: 1) ชนิทรชัย อินทிரารภรณ์ และสุวิทย์ หิรัญยกาณห์ (2548: 21) เทอร์สโตน (Thurstone. 1967: 77) และ ฮิลการ์ด (Hillgard. 1967: 583-594) ได้ให้ความหมายของเจตคติไว้ว่าหมายถึงความโน้มเอียงที่แสดงออกในลักษณะที่เอนเอียงไปในทางใดทางหนึ่งหลังจากที่บุคคลได้รับประสบการณ์ในสิ่งนั้น ซึ่งจะแสดงออกในลักษณะที่เอนเอียงไปในทางใดทางหนึ่งเช่น รัก เกลียด พอใจ หรือไม่พอใจ และพร้อมที่จะเอนเอียงไปในลักษณะเดิมเมื่อประสบกับสิ่งนั้นอีก

อนาสตาซี (Anastasi. 1969: 480) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึงความโน้มเอียงที่แสดงออกว่าชอบ หรือไม่ชอบต่อสิ่งต่างๆ เช่น เชื้อชาติ ขนบธรรมเนียมประเพณี หรือสถาบันต่างๆ เจตคติสามารถสังเกตได้โดยตรง แต่สามารถสรุปได้จากพฤติกรรมภายนอกทั้งที่ต้องใช้ภาษาหรือไม่ต้องใช้ภาษาก็ได้

เซลแมน และเซียร์ส (Zellman; & Sears. 1971: 27, 109-136) กล่าวว่า เจตคติเป็นสิ่งที่เกิดจากการเรียนรู้หรือได้รับประสบการณ์ เป็นสิ่งที่เปลี่ยนแปลงได้ง่าย โดยอาจเปลี่ยนแปลงจากบวกเป็นลบ หรือจากลบเป็นบวกก็ได้

ยุพิน พิพิธกุล (2527: 13) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึงความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้าอันเป็นสภาพแวดล้อมภายนอก เช่น บุคคล วัตถุ เหตุการณ์ ซึ่งความรู้สึกนั้นอาจเป็นไปได้ทั้งทางบวกหรือทางลบ

พรณี ข. เจนจิต (2538: 543) ได้กล่าวว่า เจตคติเป็นเรื่องของความรู้สึกทั้งที่พอใจและไม่พอใจ ที่บุคคลมีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งมีอิทธิพลทำให้แต่ละคนสนองตอบต่อสิ่งเร้าแตกต่างกันไป โดยเจตคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งอาจเกิดขึ้นได้จากสาเหตุหลายประการ เช่น เกิดจากประสบการณ์ของบุคคลนั้นโดยตรง หรืออาจเกิดจากการรับถ่ายทอดจากเจตคติเดิมที่มีอยู่แล้ว

สุรางค์ ไคว์ตระกูล (2544: 366) ได้ให้ความหมายของเจตคติไว้ว่า เจตคติเป็นอชฌาสัย (Disposition) หรือแนวโน้มที่มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมสนองตอบต่อสิ่งแวดล้อมหรือสิ่งเร้า ซึ่งอาจเป็นได้ทั้งคน วัตถุ สิ่งของหรือความคิด (Ideas) เจตคติอาจเป็นบวกหรือลบ ถ้าบุคคลมีเจตคติบวกต่อสิ่งใดก็จะมีพฤติกรรมที่จะเผชิญกับสิ่งนั้น ถ้ามีเจตคติลบก็จะหลีกเลี่ยง

จากแนวคิดของเจตคติที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า เจตคติ หมายถึง ความรู้สึก ความคิดเห็น และท่าทีของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยจะถูกกระตุ้นให้แสดงออกในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง หลังจากมีประสบการณ์จากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

## 4.2 การวัดเจตคติ

เซคอนด์ และแบคแมน (Second; & Backman. 1964: 103) กล่าวว่า แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แบบหนึ่งที่มีผู้นิยมใช้กันมากคือ แบบวัดการประเมินค่าจากผลรวม (The Method of Summated Rating) ซึ่งเป็นวิธีการของ ลิกเคอร์ต (Likert's Method) โดยมีหลักการว่า ถ้าผู้ตอบได้คะแนนรวมจากแบบวัดมากเท่าใดก็แสดงว่าผู้ตอบมีเจตคติที่ดี ซึ่งมีวิธีการคือ สร้างข้อคำถามให้มีคำตอบแบบมาตราวัด 5 อันดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง และกำหนดค่าคะแนนประจำข้อให้เป็น 5, 4, 3, 2 และ 1 ตามลำดับ

เทอร์สโตน (Thurstone. 1967: 77) ได้ให้ความเห็นว่า เจตคติจะวัดโดยตรงไม่ได้ หากต้องวัดจากการแสดงออกในรูปแบบของความคิดเห็น หรือภาษาพูด โดยการสร้างแบบวัดที่ตอบว่า เห็นด้วย หรือไม่เห็นด้วยกับข้อความในแบบวัดเจตคติ

สุภาพ วาดเขียน (2525: 193) กล่าวว่า แบบวัดเจตคติต่างก็มีจุดอ่อนอยู่ที่ ผู้ตอบสามารถบิดเบือนหรือหลอกลวงได้ จึงต้องการให้ผู้ตอบตอบคำถามอย่างจริงจัง ดังนั้นแบบวัดประเภทนี้ จึงสามารถวัดได้เฉพาะลักษณะซึ่งผู้ตอบสามารถจะให้คำตอบได้ หรือมีความประสงค์ที่จะให้คำตอบหรือเปิดเผยในสิ่งที่อยากจะเปิดเผย อนันต์ จันทร์ทวี (2526: 326) กล่าวว่า การสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป็นการวัดความสนใจและเจตคติที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด แต่ต้องอาศัยเวลาในการสังเกต ซึ่งครูผู้สอนควรสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนตลอดทั้งภาคเรียน

จากการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่าการวัดเจตคติให้ได้ผลที่ตรงตามความเป็นจริงนั้นเป็นไปได้ยาก เนื่องจากยังมีหลายปัจจัยที่เข้ามามีผลต่อเจตคติของนักเรียนที่มี

ต่อวิชาคณิตศาสตร์ เช่น ความพร้อมทั้งทางด้านร่างกาย และจิตใจในขณะนั้น แต่อย่างไรก็ตาม เจตคติก็เป็นข้อมูลพื้นฐานอย่างหนึ่งของครูผู้สอนสามารถนำข้อมูลไปใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีความเหมาะสมได้ เนื่องจากเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในทางบวก

### 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

#### งานวิจัยต่างประเทศ

มาร์แชลล์ (Marshall. 2000: Online) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การใช้ประวัติเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับประวัติทางคณิตศาสตร์ จำนวน 55 ข้อ ทำเป็นกรณีศึกษากับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 4 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีการรับรู้ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น รู้สึกสนุกสนานมากขึ้น และลดความวิตกกังวลในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การใช้ประวัติทางคณิตศาสตร์ในการเรียน ยังทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ และทำให้ครูผู้สอนรู้สึกสนุกสนานและมีความสุขกับการจัดการเรียนการสอนด้วย

เคอร์ทีส (Curtis. 2006: Online) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การพัฒนาเจตคติของนักเรียนโดยศึกษาเกี่ยวกับนวัตกรรมที่ใช้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อวัดเจตคติของนักศึกษาในระดับวิทยาลัย ที่เรียนวิชาพีชคณิตโดยการใช้วิธีการสอนหลายรูปแบบร่วมกัน เน้นที่ผลเกี่ยวกับการรับรู้ของนักศึกษาเกี่ยวกับลักษณะทางธรรมชาติของคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะทำการศึกษาในสภาพแวดล้อมที่มีอิทธิพลต่อการรับรู้ ได้แก่ สภาพที่นักศึกษามีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ มีความวิตกกังวล รู้สึกสนุกสนาน มีแรงจูงใจในการเรียน และความสอดคล้องกันของความรู้คณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคลกับประสบการณ์การเรียนรู้ ใช้เวลา 1 ภาคเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนวิชาพีชคณิต จำนวน 2 ตอนเรียน ซึ่งใช้วิธีการสอนแบบร่วมมือ การสอนการแก้ปัญหา การอภิปรายและเครื่องคำนวณเชิงตัวเลข วัดผลและประเมินผลโดยใช้แบบวัดเจตคติ แบบสอบถาม การสังเกต และวิเคราะห์เชิงลึก ผลการศึกษาพบว่า วิธีการสอนแบบร่วมมือ การสอนการแก้ปัญหา การอภิปรายและเครื่องคำนวณเชิงตัวเลข ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น เนื่องจากพวกเขาารู้สึกว่ามีความรู้และความสามารถมากพอสำหรับการแก้ปัญหาในแบบทดสอบ และนักเรียนยังพบว่า ในบรรยากาศห้องเรียนที่เต็มไปด้วยความสนุกสนาน จะทำให้ความวิตกกังวลในการเรียนลดน้อยลง ซึ่งจะทำให้นักเรียนรู้สึกคุ้นเคยกับกลยุทธ์ในการสอน และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้นในฐานะที่เป็นความรู้พื้นฐานและทักษะที่จำเป็นในการทำงานและดำเนินธุรกิจ

แบริมเลตต์ (Bramlett. 2007: Online) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาชาวแอฟริกัน-อเมริกันในระดับวิทยาลัย โดยทำการสำรวจปัจจัยที่ส่งผลต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาในระดับวิทยาลัยที่เรียนรายวิชาพีชคณิต จำนวน 224

คน โดยเก็บข้อมูลจากแบบวัดเจตคติ ใน 9 ด้านคือ เจตคติเกี่ยวกับความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติต่อเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เจตคติที่เกี่ยวกับกับพ่อ แม่ ครู เจตคติต่อความเชื่อมั่นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เจตคติเกี่ยวกับความวิตกกังวลในการเรียนคณิตศาสตร์เจตคติเกี่ยวกับแรงจูงใจในการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติเกี่ยวกับการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ผลการศึกษาพบว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มากที่สุดคือความเชื่อมั่นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กูดีคูนท์ (Goodykoontz. 2008: Online) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ปัจจัยที่ส่งผลต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาที่เรียนวิชาพีชคณิตจำนวน 99 คน ทำการสัมภาษณ์เชิงลึกนักศึกษา 23 คน ผลการวิจัยพบว่า ปัจจัยที่ส่งผลต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ปัจจัยภายนอก ได้แก่ ครูผู้สอน ลักษณะและวิธีการสอน สภาพแวดล้อมในห้องเรียน และ การวัดผลและการประเมินผล ส่วนปัจจัยภายใน ได้แก่ การรับรู้และลักษณะเฉพาะของแต่ละบุคคล

### งานวิจัยในประเทศ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยศึกษาผลที่เกิดขึ้นหลังจากใช้กิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาปลายเปิดที่พัฒนาขึ้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในด้านความสามารถในการแก้ปัญหา พฤติกรรมการคิดแก้ปัญหา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สำหรับกิจกรรมการเรียนการสอน ได้นำเสนอด้วยสถานการณ์ที่เป็นปัญหาปลายเปิดและสามารถหาคำตอบได้ด้วยการใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เกินกว่าที่มีในรายวิชา ค 101 โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา และการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต เป็นกรอบแนวคิดในการสร้างคำถามกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ผลการวิจัยพบว่า หลังเรียนนักเรียนกลุ่มทดลองเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

สุรสาล ผาสุข (2546: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น และ (2) ศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการปฏิบัติกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยประเมินความสามารถและการคิดในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่นักเรียนทำและสังเกตพฤติกรรม ผลการวิจัยพบว่า เจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองการใช้กิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

บุญญา แซ่หล่อ (2550: บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การบูรณาการแบบเชื่อมโยง เนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยศึกษาผลของการใช้การบูรณาการด้านความสามารถในการเชื่อมโยง ความลึกในการเข้าใจเนื้อหา การเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง และความสามารถในการเชื่อมโยงที่มีผลต่อความลึกในการเข้าใจเนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง และจากการสังเกตพฤติกรรมและการสัมภาษณ์พบว่านักเรียนทุกคนให้ความคิดเห็นที่ดีต่อคณิตศาสตร์และเห็นว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2551: บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อม สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จุดมุ่งหมายหนึ่งคือ การศึกษาผลของการใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นในด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และการมีสำนึกรักษ์สิ่งแวดล้อม ผลการทดลองพบว่า นักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองดีกว่าก่อนการทดลอง และแสดงพฤติกรรมด้านเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์จากการสังเกตระหว่างเรียน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องข้างต้นพบว่า ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีหลายประการ เช่น ครูผู้สอน สภาพบรรยากาศในห้องเรียน กลยุทธ์ในการสอน และการวัดผลและการประเมินผล เป็นต้น ดังนั้นครูผู้สอนควรต้องคำนึงเกี่ยวกับระดับความรู้ ความสามารถของนักเรียน และความเหมาะสม ความสอดคล้องของปัจจัยดังกล่าวในการจัดการเรียนการสอนเป็นอย่างยิ่ง

## บทที่ 3

### วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาเพื่อพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการตามกระบวนการวิจัยและพัฒนา (Research and Development) ซึ่งประกอบด้วยการพัฒนาหลักสูตรและการทดลองใช้หลักสูตร เพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตร ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และเจตคติของนักเรียนที่มีวิชาคณิตศาสตร์หลังจากที่ใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น โดยมีรายละเอียดและขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

#### การกำหนดกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมหิตลวิทยานุสรณ์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและผ่านการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานตามที่หลักสูตรกำหนดมาก่อน จำนวน 7 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

#### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
2. แบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
4. แบบรายงานผลการปฏิบัติการ
5. แบบสำรวจรายการ
6. แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

#### วิธีดำเนินการวิจัย

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 การศึกษา สํารวจและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน** โดยการศึกษาจากเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตลอดจนความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษา

**ขั้นตอนที่ 2 การสร้างและการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง** โดยการนำผลที่ได้จากการขั้นตอนที่ 1 มาดำเนินการร่างหลักสูตรให้สอดคล้องกับข้อมูลพื้นฐาน โดยหลักสูตรที่สร้างขึ้นประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด ได้แก่ เอกสารหลักสูตร ประกอบด้วย จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล และเอกสารประกอบหลักสูตร จำนวน 3 เล่มคือ เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ และคู่มือครู

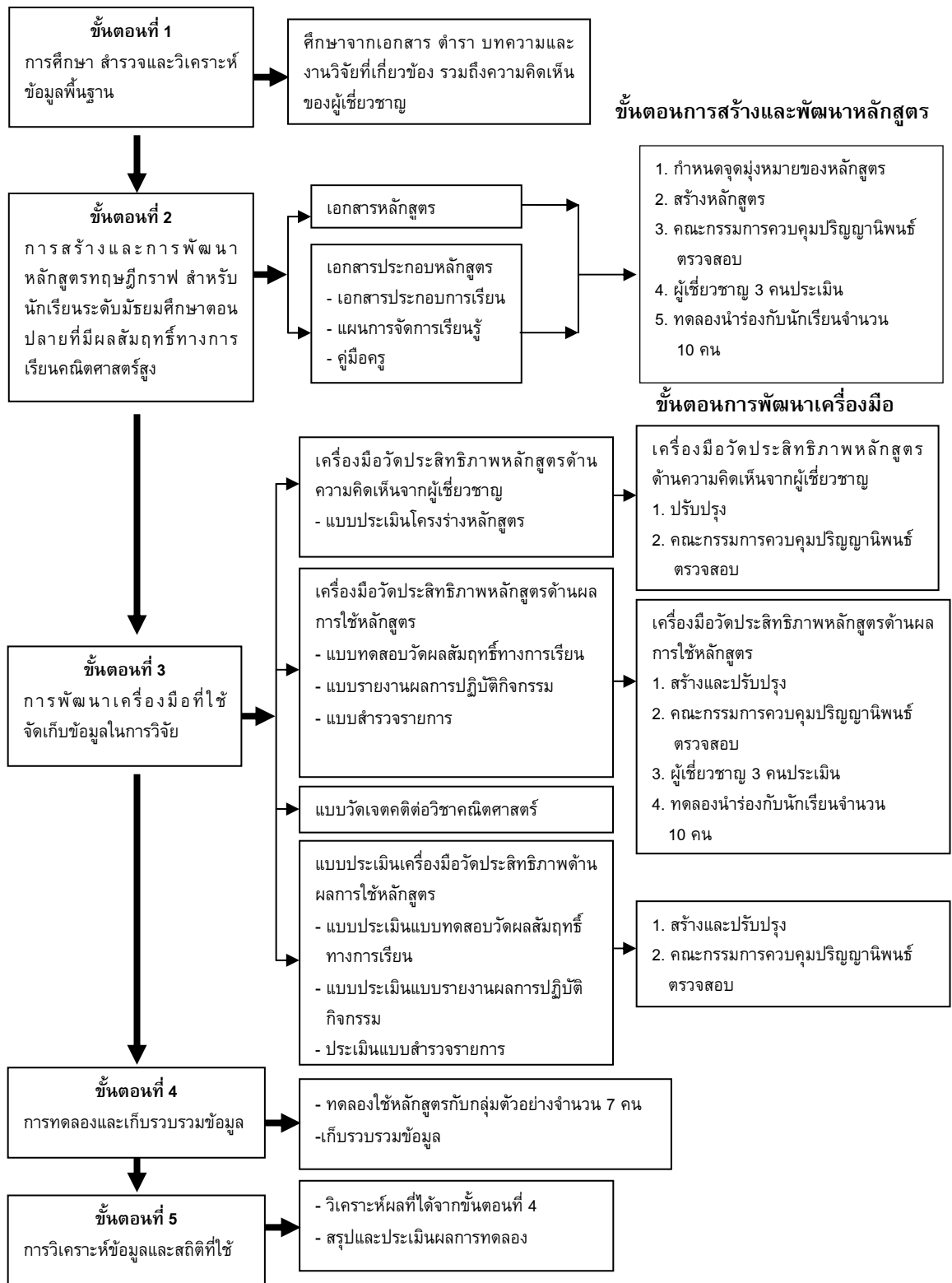
**ขั้นตอนที่ 3 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้จัดเก็บข้อมูลในการวิจัย** ในขั้นตอนนี้ มีการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้จัดเก็บข้อมูลในการวิจัย 3 ประเภทคือ เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ในด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ และด้านผลการใช้หลักสูตร แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และแบบประเมินเครื่องมือวัดประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตร ซึ่งได้มาจากการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญ และผลจากการทดลองนำร่อง

**ขั้นตอนที่ 4 การทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล** โดยการนำหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และเครื่องมือที่ได้พัฒนาแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปวิเคราะห์ในขั้นตอนต่อไป

**ขั้นตอนที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้** นำข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนที่ 4 ไปวิเคราะห์ผลตามสมมติฐานและความมุ่งหมายของการวิจัย และสรุปผลการวิจัย

สำหรับขั้นตอนของวิธีดำเนินการวิจัยและพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงนั้น สามารถสรุปเป็นภาพรวมของกระบวนการพัฒนาหลักสูตรทั้งหมดได้ดังภาพประกอบ 10

### ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย



ภาพประกอบ 10 แผนภาพแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัย



## ขั้นตอนที่ 1 การศึกษา สํารวจและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

การศึกษา สํารวจและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ได้ข้อมูลสํารวจนำมาสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยศึกษาจากเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตลอดจนความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษา รายละเอียดปรากฏใน บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งแบ่งการศึกษาออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

- ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรและการประเมินหลักสูตร
- ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ
- ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล
- ตอนที่ 4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

## ขั้นตอนที่ 2 การสร้างและการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

การดำเนินการในขั้นนี้เป็นลักษณะของการสร้างและพัฒนาโดยการนำผลที่ได้จากการศึกษา สํารวจและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในขั้นตอนที่ 1 มาดำเนินการร่างหลักสูตรให้สอดคล้องกับข้อมูลพื้นฐาน โดยหลักสูตรทฤษฎีกราฟประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด ได้แก่ เอกสารหลักสูตรประกอบด้วย จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล และเอกสารประกอบหลักสูตร จำนวน 3 เล่มคือ เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ และคู่มือครู มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**1. เอกสารหลักสูตร** ประกอบด้วย จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล มีรายละเอียดดังนี้

### 1.1 จุดมุ่งหมายของหลักสูตร

หลักสูตรที่ผู้วิจัยที่สร้างขึ้นเป็นการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เน้นการเรียนแบบร่วมมือ และการปฏิบัติกิจกรรมที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและสืบสวนสอบสวนความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดมุ่งหมายคือ

1. เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ
2. เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์

3. เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

4. เพื่อให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

**1.2 เนื้อหาของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ** ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (Basic Concepts about Reasoning and Proof Methods in Mathematics) และส่วนที่ สองคือ เนื้อหาทฤษฎีกราฟ ประกอบด้วยความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ (Basic Concepts in Graph Theory) ทรีและกราฟไบบิพาร์ไทต์ (Trees and Bipartite Graphs) กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน (Eulerian and Hamiltonian Graphs) การให้สีกราฟ (Graph Coloring) ขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบ (Graph Algorithms and Planar Graphs) ไดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน (Digraphs, Networks and Domination)

**1.3 การจัดการเรียนการสอน** ผู้วิจัยมีแนวคิดในการกำหนดกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟในแต่ละหน่วย เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และเน้นการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีทั้งการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้นโดยครูผู้สอนซึ่งใช้แนวทางสอนแบบใช้ปัญหามาเข้าสู่บทเรียน และการปฏิบัติกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นการทำงานเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-4 คน ใช้วิธีการสอนแบบค้นพบและวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน และแนวทางการสอนการแก้ปัญหาผสมผสานกันทั้ง 3 แนวทาง โดยอาศัยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ครูลิก และรูตินิค ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ

**1.4 สื่อการเรียนรู้** สำหรับการจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟ สื่อการเรียนรู้ประกอบด้วย เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ คู่มือครู แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบสำรวจรายการแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และอุปกรณ์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทฤษฎีกราฟ เช่น คอมพิวเตอร์ เครื่องฉายข้ามศีรษะ เป็นต้น

**1.5 การวัดผลและประเมินผล** ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มแต่ละครั้ง จะประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ประเมินพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบสำรวจรายการ ประเมินความสามารถด้านเนื้อหา ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งจะทดสอบเมื่อนักเรียนเรียนจบในหน่วยที่ 4 และจบในหน่วยที่ 7 ตามลำดับ และหลังจากเรียนจบในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ ประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

**2. เอกสารประกอบหลักสูตร** ประกอบด้วยเอกสารจำนวน 3 เล่ม คือ เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ทฤษฎีกราฟ และคู่มือครู มีรายละเอียดดังนี้

**2.1 เอกสารประกอบการเรียน** ประกอบด้วยเนื้อหา 7 หน่วย รวมใช้เวลาเรียน 50 ชั่วโมง โดยในตอนท้ายแต่ละหน่วยมีโจทย์ปัญหาสำหรับฝึกทักษะ แต่ละหน่วยประกอบด้วยเนื้อหาและเวลาที่ใช้ในการเรียนดังต่อไปนี้

หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์  
ใช้เวลาเรียน 6 ชั่วโมง

หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ ใช้เวลาเรียน 6 ชั่วโมง

หน่วยที่ 3 ทรีและกราฟไบนารีไทรต์ ใช้เวลาเรียน 6 ชั่วโมง

หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน ใช้เวลาเรียน 6 ชั่วโมง

หน่วยที่ 5 การให้สีกราฟ ใช้เวลาเรียน 6 ชั่วโมง

หน่วยที่ 6 ขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบ ใช้เวลาเรียน 6 ชั่วโมง

หน่วยที่ 7 ไคกราฟ ข่ายงาน และโดมิเนชัน ใช้เวลาเรียน 9 ชั่วโมง

**2.2 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีกราฟ** จำนวน 15 แผน แผนละ 3 ชั่วโมง  
โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ สาร  
การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและการประเมินผล

**2.3 คู่มือครู** ประกอบด้วย กำหนดเวลาการสอน และกรอบแนวการจัดการเรียนการสอน  
ซึ่งประกอบด้วยข้อเสนอแนะ บทบาทครู ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู และแนวการตอบการปฏิบัติ  
กิจกรรม

การจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟในแต่ละหน่วย เป็นการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียน  
เป็นสำคัญและเน้นการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีทั้งการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้นและการปฏิบัติกิจกรรม  
ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นั่นคือมีการสอน  
แบบเรียนรวมทั้งชั้นโดยครูผู้สอน และใช้แนวทางสอนแบบใช้ปัญหามาเข้าสู่บทเรียน มีการ  
ยกตัวอย่างผ่านสื่อประกอบการเรียนการสอน และการปฏิบัติกิจกรรม จะเน้นที่การทำงานเป็นกลุ่มย่อย  
กลุ่มละ 3-4 คน ใช้แนวทางการสอนการแก้ปัญหาผสมผสานกันทั้ง 3 แนวทาง โดยอาศัย  
กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ครูลึก และรุจนิค ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหาที่  
เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้  
กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบ และใช้วิธีการสอนแบบค้นพบและวิธีการสอน  
แบบสืบสวนสอบสวน มุ่งเน้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความ  
คาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ การฝึกการให้เหตุผลจะดำเนินไปพร้อม ๆ  
กับการดำเนินกิจกรรมการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนอธิบาย อภิปรายแนวคิด  
และแสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งอธิบายในแต่ละขั้นตอน ดังนี้

### ขั้นตอนที่ 1 การนำเข้าสู่การปฏิบัติกิจกรรม มีลำดับดังนี้

1. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา เกม หรือเสนอตัวอย่างที่น่าสนใจ โดยอาจใช้สื่อประกอบพร้อมทั้งแสดงให้เห็นถึงความสำคัญและความน่าสนใจของปัญหาหรือตัวอย่าง เพื่อสร้างแรงจูงใจและโน้มน้าวให้นักเรียนอยากเรียนรู้และอยากแก้ปัญหา
2. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับปัญหาและตัวอย่าง เพื่อสรุปแนวคิดเบื้องต้นในเรื่องนั้น ๆ

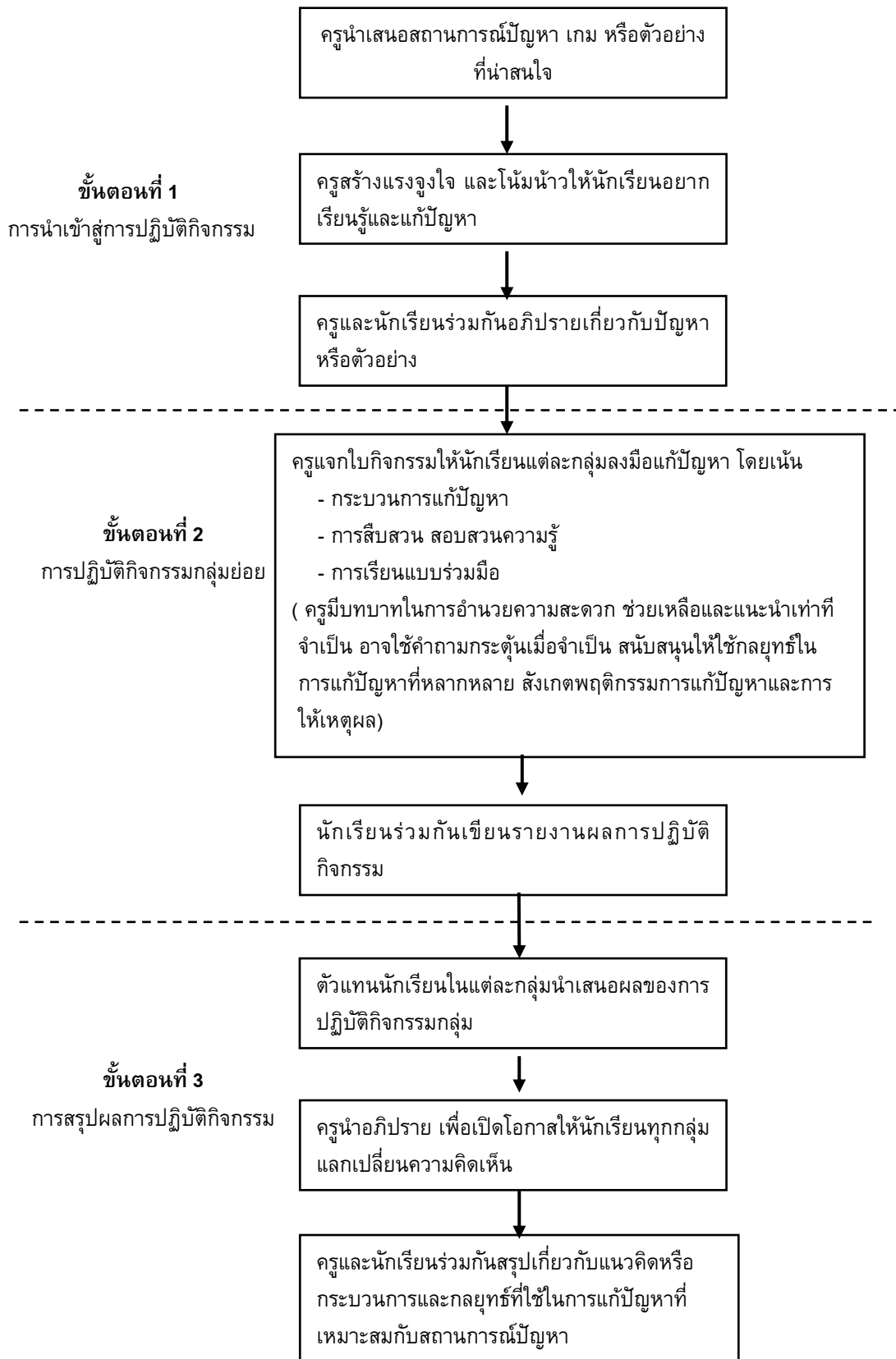
### ขั้นตอนที่ 2 การปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อย (เน้นการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นหลัก และสอนเพื่อแก้ปัญหา) มีลำดับดังนี้

1. ครูแจกใบกิจกรรมให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม โดยใบกิจกรรมจะมีคำชี้แจงสำหรับการทำกิจกรรมนั้นๆ
2. ในขณะที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มนั้น ครูมีหน้าที่อำนวยความสะดวก ช่วยเหลือ และแนะนำได้เท่าที่จำเป็น และอาจกระตุ้นถามให้นักเรียนตอบหากเห็นว่าการอภิปรายในกลุ่มหยุดชะงักไป
3. ในขณะที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ครูควรสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยสังเกตนักเรียน 1 กลุ่มต่อ 1 กิจกรรมหมุนเวียนกันไป
4. ในกรณีที่มึ้นักเรียนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง สามารถหาคำตอบของปัญหาหาได้สำเร็จก่อนกลุ่มอื่น ครูให้นักเรียนทบทวนคำตอบที่ได้ หาคำตอบโดยใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากเดิม ปรับเปลี่ยนเงื่อนไขในปัญหาหรือขยายผลการแก้ปัญหาไปสู่รูปทั่วไป หรือแก้ปัญหาที่เตรียมไว้
5. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเรียบร้อยแล้ว ให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

### ขั้นตอนที่ 3 การสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรม มีลำดับดังนี้

1. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมของกลุ่ม
2. ครูนำอภิปราย เพื่อเปิดให้นักเรียนทุกกลุ่มได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับกระบวนการและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแนวคิด หรือ กระบวนการและกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา

สำหรับขั้นตอนปฏิบัติกิจกรรม สามารถสรุปได้ดังภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 ขั้นตอนในการปฏิบัติกิจกรรม

**ขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีดังนี้**

**ขั้นตอนที่ 1** กำหนดจุดมุ่งหมายของหลักสูตร โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนมีความสามารถด้านเนื้อหาทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

**ขั้นตอนที่ 2** สร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ เป็นหลักสูตรที่การเรียนการสอนเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและเน้นการเรียนแบบร่วมมือ มีการปฏิบัติกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง ใช้เวลา 15 วัน วันละ 3 ชั่วโมง ทดสอบความสามารถด้านเนื้อหา 2 ครั้ง ครั้งละ 2 ชั่วโมง 30 นาที รวมใช้เวลาดลอดหลักสูตร 50 ชั่วโมง โดยหลักสูตรทฤษฎีกราฟประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด ได้แก่ เอกสารหลักสูตร ประกอบด้วย จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียน การวัดผล และการประเมินผล และเอกสารประกอบหลักสูตร จำนวน 3 เล่มคือ เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ และคู่มือครู

**ขั้นตอนที่ 3** นำหลักสูตรทฤษฎีกราฟที่สร้างขึ้นไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญา นินพณฑ์ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ทั้งในด้านเนื้อหา ลำดับขั้นตอน ความเป็นไปได้ ภาษาที่ใช้ และประเด็นอื่นๆ แล้วนำคำแนะนำและข้อเสนอแนะที่ได้มาแก้ไขปรับปรุงหลักสูตร เพื่อให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

**ขั้นตอนที่ 4** นำหลักสูตรที่ปรับปรุงแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 คน ในภาคผนวก ก ประเมินความเหมาะสมและความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตรโดยใช้แบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง แล้วนำคะแนนที่ได้มาหาค่าเฉลี่ย โดยพิจารณาจากเกณฑ์ (บุญเชิด ภิญญอนันตพงษ์. 2527: 69-72; อ้างอิงจากHambleton; et al. (1978). Criterion-Referenced Testing and Measurement: A Review of Technical Issues and Development. *Review of Educational Research*. 48(1): 34-37) ดังนี้ถ้าโครงสร้างหลักสูตรมีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป และดัชนีความเหมาะสม ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) มีค่าตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไปและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*s*) ไม่เกิน 1.00 แสดงว่าหลักสูตรที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

**ขั้นตอนที่ 5** นำหลักสูตรที่มีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โรงเรียนสุวรรณภูมิพิทยไพศาล จำนวน 10 คน โดยกำหนดคุณสมบัติเพิ่มเติมคือ มีผลการเรียนเฉลี่ยรายวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สองรายวิชาไม่ต่ำกว่า 3.25 ดังนั้นพอจะกล่าวได้ว่านักเรียนกลุ่มนำร่องนี้มีความสามารถในการเนื้อหาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในแง่การนำไปปฏิบัติจริง โดยพิจารณาความเหมาะสม

ของภาษาที่ใช้ เวลาที่ใช้ในการเรียน ความยากง่ายของเนื้อหา ความท้าทายของโจทย์ปัญหา และประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตร แล้วนำผลจากการทดลองนำร่องมาแก้ไขและปรับปรุงให้มีคุณภาพดียิ่งขึ้น จากนั้นนำหลักสูตรที่ปรับปรุงแล้วไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบเพื่อความถูกต้องสมบูรณ์ก่อนนำไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

**ขั้นตอนที่ 6** นำหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ที่ผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญและการทดลองนำร่องเรียบร้อยแล้ว ไปทดลองใช้เพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตร โดยกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และผ่านการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานตามที่กำหนดมาก่อนจำนวน 7 คน โดยกลุ่มตัวอย่างมาจากการเปิดรับสมัครนักเรียนเข้าร่วมโครงการ ผ่านการประชาสัมพันธ์ล่วงหน้าเกี่ยวกับหลักสูตร และคุณสมบัติของผู้เรียน ซึ่งดำเนินการโดยหัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์และอาจารย์ผู้ประสานงาน จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตรด้านผลการใช้หลักสูตร และทดสอบสมมติฐานในการวิจัยต่อไป

### **ขั้นตอนที่ 3 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้จัดเก็บข้อมูลในการวิจัย**

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
2. เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตร
3. แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
4. แบบประเมินเครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

สำหรับเครื่องมือแต่ละประเภท มีรายละเอียดในการพัฒนา ดังต่อไปนี้

**1. เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ** ได้แก่ แบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ซึ่งแบ่งเป็น 3 ตอนคือ

**ตอนที่ 1** แบบประเมินความเหมาะสมของโครงร่างหลักสูตร เป็นประเมินว่าองค์ประกอบแต่ละส่วนของหลักสูตรมีความเหมาะสมมากน้อยเพียงใดไม่ โดยพิจารณาความเหมาะสมของจุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล และเอกสารประกอบหลักสูตร แบบประเมินความเหมาะสมของโครงร่าง

หลักสูตรมีสเกลการวัดแบบอันดับ 5 อันดับ ดังนี้ 1 : เหมาะสมน้อยที่สุด 2 : เหมาะสมน้อย 3 : เหมาะสมปานกลาง 4 : เหมาะสมมาก 5 : เหมาะสมมากที่สุด

**ตอนที่ 2** แบบประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตร เป็นประเมินว่าองค์ประกอบแต่ละส่วนของหลักสูตรมีความสอดคล้องกันหรือไม่ โดยพิจารณาความสอดคล้องกันระหว่าง จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล และเอกสารประกอบหลักสูตร แบบประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตรมีสเกลการวัดแบบแยกประเภท 3 ประเภทดังนี้ -1 : ไม่สอดคล้อง 0 : ไม่แน่ใจ 1 : สอดคล้อง

**ตอนที่ 3** ความคิดเห็นเพิ่มเติม

**ขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ มีดังนี้**

**ขั้นตอนที่ 1** นำแบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีจำนวนที่พัฒนาโดย นิตยา ปภาพจน์ (2540: 140-151) แบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรพีคณิตที่พัฒนาโดย ยุพร ริมชลการ (2543: 259-267) แบบประเมินโครงร่างโปรแกรมคอมพิวเตอร์เบื้องต้นที่พัฒนาโดย จีรัตน์ สุวรรณ (2546: 71-78) และแบบประเมินโครงร่างหลักสูตรเขาคณิตวิद्यุตที่พัฒนาโดย จินดิษฐ์ ละออบักษิณ (2550: 118-126) มาปรับปรุงให้เป็นแบบประเมินโครงร่างของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

**ขั้นตอนที่ 2** นำแบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว ไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ในด้านภาษาที่ใช้และประเด็นอื่นๆ แล้วนำคำแนะนำหรือข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข เพื่อให้แบบประเมินโครงร่างมีความสมบูรณ์และนำไปใช้เป็นแบบประเมินโครงร่างหลักสูตรต่อไป

**2. เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตรประกอบด้วย**

1. เครื่องมือวัดความสามารถด้านเนื้อหา ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางเรียนเป็นแบบอัตนัยแสดงวิธีคิด จำนวน 2 ฉบับ ฉบับที่ 1 วัดความสามารถด้านเนื้อหาหน่วยที่ 1 ถึงหน่วยที่ 4 มี 6 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน ใช้ทดสอบเมื่อเรียนจบหน่วยที่ 4 แล้ว ส่วนฉบับที่ 2 วัดความสามารถด้านเนื้อหาหน่วยที่ 5 ถึงหน่วยที่ 7 มี 6 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน ใช้ทดสอบเมื่อเรียนจบหน่วยที่ 7 แล้ว รวมคะแนนเต็มทั้ง 2 ฉบับ 60 คะแนน ใช้เวลาสอบฉบับละ 2 ชั่วโมง 30



นาที่ โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด 6 ระดับ คือ 0 : ต้องปรับปรุง 1 : ควรแก้ไข 2 : พอใช้ 3 : ดี 4 : ดีมาก 5 : ดีเยี่ยม

2. เครื่องมือวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม เป็นแบบรายงานที่ให้นักเรียนเขียนแสดงผลของการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และการค้นหาคำตอบ และเขียนแสดงผลของการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยพฤติกรรมแต่ละด้านมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด 4 ระดับ ดังนี้ 0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี 3 : ดีมาก รวมทั้งหมดจำนวน 14 ฉบับ และในกรณีที่มีข้อสงสัยเกี่ยวกับแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มใด ผู้ตรวจให้คะแนนจะใช้วิธีการสัมภาษณ์เพิ่มเติม

3. เครื่องมือวัดพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ แบบสำรวจรายการ ซึ่งครูจะใช้บันทึกที่ระหว่างที่นักเรียนกำลังปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มในการแก้ปัญหาในพฤติกรรมการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และการค้นหาคำตอบ มีรายการประเมินพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกในแต่ละด้านรวม 12 รายการและพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ มีรายการประเมินพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกในแต่ละด้านรวม 14 รายการ

**ขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตร ประกอบด้วย**

#### **ขั้นตอนที่ 1** มีรายละเอียดดังนี้

1. ศึกษาจุดมุ่งหมายของหลักสูตร แนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอิงเกณฑ์ ตลอดจนเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แล้ววิเคราะห์หัวข้อเนื้อหา ให้ออกมาในรูปจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำนวน 2 ฉบับ เพื่อใช้วัดความสามารถด้านเนื้อหาหน่วยที่ 1 ถึงหน่วยที่ 4 และใช้วัดความสามารถด้านเนื้อหาหน่วยที่ 5 ถึงหน่วยที่ 7

2. สร้างแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมสำหรับแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 14 ฉบับ และนำแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาของ จันทร์จารุภรณ์ (Janjaruporn. 2005: 132-133) แบบสำรวจรายการของกรมวิชาการ (2539: 46-48) และแบบสำรวจรายการของ

จิตติษฐ์ ละออปักษิณ (2550: 147) มาปรับปรุงให้เป็นแบบสำรวจรายการเพื่อใช้บันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นำตัวอย่างเกณฑ์เกณฑ์การให้คะแนนผลการเรียนรู้โดยการสอบ เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลของกรมวิชาการ (2546: 121-123) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคของจิตติษฐ์ ละออปักษิณ (2550: 144-145) เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคด้านการแก้ปัญหของชอย และคณะ (Choi; et. al. 2000: 7-11) นิโคล และเซทีลา (Nicol; & Szetela. 1992: 42-45) ศูนย์การศึกษาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Mathematics and Science Education Center. 2008: Online) และภาควิชาการศึกษาแห่งรัฐโอเรกอน (Oregon Department of Education. 2008: Online) มาปรับเป็นเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคสำหรับประเมินความสามารถด้านเนื้อหาจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

**ขั้นตอนที่ 2** นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่สร้างขึ้น แบบสำรวจรายการ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคที่ปรับปรุงแล้วไปให้คณะกรรมการควบคุม ปริญญาโทตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมทั้งในด้านเนื้อหา ภาษาที่ใช้ เวลาที่ใช้และประเด็นอื่นๆ แล้วนำคำแนะนำและข้อเสนอแนะที่ได้มาแก้ไขปรับปรุง

**ขั้นตอนที่ 3** นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แบบสำรวจรายการ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคที่ได้ปรับปรุงแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 คนประเมิน ซึ่งจะประเมินด้วยแบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบประเมินแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบประเมินแบบสำรวจรายการ นำผลที่ได้มาพิจารณาเพื่อวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยพิจารณาจากเกณฑ์ (บุญเชิด ภิญญอนันตพงษ์. 2527: 69-72; อ้างอิงจาก Hambleton; et al. (1978). Criterion-Referenced Testing and Measurement: A Review of Technical Issues and Development. *Review of Educational Research*. 48(1): 34-37) ดังนี้

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ถ้าคำถามข้อใดมีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่าคำถามข้อนั้นมีความสอดคล้องกับเนื้อหา ผลปรากฏว่ามีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) เป็น 1.00 ในทุกข้อคำถาม ยกเว้นข้อคำถามที่ 1 และ 2 ที่มีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) เป็น 0.67

2. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ถ้าแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมฉบับใด มีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่าแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมฉบับนั้นมีความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ผลปรากฏว่ามีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) เป็น 1.00

3. แบบสำรวจรายการ ถ้ารายการพฤติกรรมใดมีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่ารายการพฤติกรรมข้อนั้นมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านนั้นๆ ผลปรากฏว่ามีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) เป็น 1.00 ในทุกรายการพฤติกรรม

4. กำหนดคะแนนจุดตัดสำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอิงเกณฑ์โดยใช้เทคนิคแองกอฟ ซึ่งได้มาจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ ด้วยแบบประเมินความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ผลปรากฏว่า คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ 36 คะแนน จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน

(รายละเอียดแสดงดัง ตาราง 16 ถึงตาราง 19 ภาคผนวก ฉ)

**ขั้นตอนที่ 4** นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แบบสำรวจรายการ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด ไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โรงเรียนสุรธรรมภูมิพิทยไพศาล จำนวน 10 คน แล้วนำผลที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ประเมินความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบ โดยพิจารณาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบโดยใช้ดัชนีแบรนแนน (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527: 81-84; อ้างอิงจาก Crehan, K. D. (1974). Item Analysis for Teacher-Made Mastery Tests. *Journal of Educational Measurement*. 11: 255-262) และค่าความยากของข้อสอบ ดังนี้ ถ้าค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 เลือกข้อสอบข้อนั้นไว้ ผลปรากฏว่าข้อสอบมีค่าความยากตั้งแต่ 0.40-0.70 และมีค่าอำนาจจำแนกหรือดัชนีบีตั้งแต่ 0.38-0.86

2. หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับ โดยใช้วิธีการหาความเชื่อมั่นตามวิธีของลิฟวิงสตัน (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527: 189-193; อ้างอิงจาก Livingston, S. A. (1972). A Criterion-Referenced Application of Classical Test Theory. *Journal of Educational Measurement*. 9: 13-29) ผลปรากฏว่า ความเชื่อมั่นตามวิธีของลิฟวิงสตันมีค่าเท่ากับ 0.878 จากนั้นนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

(รายละเอียดแสดงดัง ตาราง 20 ภาคผนวก ฉ)

### 3. แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

เป็นแบบวัดความรู้สึก ความคิดเห็น และท่าทีของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยจะถูกกระตุ้นให้แสดงออกในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง หลังจากมีประสบการณ์จากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นชอบ พอใจ เห็นด้วย หรือไม่ชอบ ไม่พอใจ ไม่เห็นด้วยจำนวน 30 ข้อ โดยข้อคำถามในแบบวัดเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ ข้อความเชิงนิมมาน (Favorable Statement) มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ 1 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2 : ไม่เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 4 : เห็นด้วย 5 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง และข้อความเชิงนิเสธ

(Unfavorable Statement) มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ 1 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2 : เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 4 : ไม่เห็นด้วย 5 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

สำหรับแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำมาจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของ จินดิษฐ์ ละออบักษิณ (2550: 149-151) ซึ่งหาคุณภาพโดยใช้นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 200 คน และหาความเชื่อมั่นของแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับด้วยวิธีสัมประสิทธิ์อัลฟาของครอนบาค มีค่าเท่ากับ 0.9177 และข้อคำถามมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.1949 – 0.7247

#### 4. แบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

##### 1. แบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบ่งเป็น 2 ตอนคือ

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับเนื้อหาในแต่ละหน่วย มีสเกลการวัดแบบแยกประเภท 3 ประเภทดังนี้ -1 : ไม่สอดคล้อง 0 : ไม่แน่ใจ 1 : สอดคล้อง

ตอนที่ 2 ความคิดเห็นเพิ่มเติม

##### 2. แบบประเมินแบบรายงานการปฏิบัติกิจกรรม แบ่งเป็น 2 ตอนคือ

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของแบบรายงานการปฏิบัติกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร มีสเกลการวัดแบบแยกประเภท 3 ประเภทดังนี้ -1 : ไม่สอดคล้อง 0 : ไม่แน่ใจ 1 : สอดคล้อง

ตอนที่ 2 ความคิดเห็นเพิ่มเติม

##### 3. แบบประเมินแบบสำรวจรายการ แบ่งเป็น 2 ตอนคือ

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล มีสเกลการวัดแบบแยกประเภท 3 ประเภทดังนี้ -1 : ไม่สอดคล้อง 0 : ไม่แน่ใจ 1 : สอดคล้อง

ตอนที่ 2 ความคิดเห็นเพิ่มเติม

#### ขั้นตอนการพัฒนาแบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นำแบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความรู้และความสามารถในเนื้อหาทฤษฎีจำนวนที่พัฒนาโดยนิตยา ปภาพจน์ (2540: 185-188) แบบประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบอิงเกณฑ์เพื่อวัดความรู้และความสามารถในเนื้อหาคอมบินาทอริกเบื้องต้นที่พัฒนาโดยจรัสพันธ์ สุวรรณ (2546: 79-81) และแบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบประเมินรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบประเมินแบบสำรวจรายการที่พัฒนาโดยจินดิษฐ์ ละออบักษิณ (2550: 132) มาปรับปรุงให้เป็นแบบประเมินแบบทดสอบ

วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบประเมินรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบประเมินแบบสำรวจรายการ

**ขั้นตอนที่ 2** นำแบบประเมินทั้ง 3 ฉบับ ไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม นำคำแนะนำ และข้อเสนอแนะที่ได้ไปปรับปรุงแบบประเมินเพื่อให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

#### **ขั้นตอนที่ 4 การทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล**

สำหรับแบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังเรียนเท่านั้น (One-Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว ดำเนินการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง แล้วทำการทดสอบหลังทดลอง ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยนำหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และเครื่องมือที่ได้พัฒนาแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แล้วเก็บรวบรวมข้อมูล โดยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

**ขั้นตอนที่ 1** ผู้วิจัยขอหนังสือขอความอนุเคราะห์เก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยเพื่อทำปริญญาบัตรจากบัณฑิตวิทยาลัย ไปขอความอนุเคราะห์จากโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์

**ขั้นตอนที่ 2** ผู้วิจัยนำหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ที่ผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญและการทดลองนำร่องเรียบร้อยแล้ว ไปทดลองใช้เพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตร โดยกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และผ่านการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานตามที่กำหนดมาก่อนจำนวน 7 คน โดยกลุ่มตัวอย่างมาจากการเปิดรับสมัครนักเรียนเข้าร่วมโครงการ ผ่านการประชาสัมพันธ์ล่วงหน้าเกี่ยวกับหลักสูตร และคุณสมบัติของผู้เรียน ซึ่งดำเนินการโดยหัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์และอาจารย์ผู้ประสานงาน

**ขั้นตอนที่ 3** ผู้วิจัยทดลองสอนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยดำเนินการสอนในเวลาเรียนปกติ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ดำเนินการสอนสัปดาห์ละหนึ่งครั้ง ครั้งละ 3 ชั่วโมง เป็นเวลา 15 สัปดาห์ และทดสอบความสามารถด้านเนื้อหาสองครั้ง ครั้งละ 2 ชั่วโมง 30 นาที รวมใช้เวลาทั้งสิ้น 50 ชั่วโมง ในการจัดการเรียนการสอนมีการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม วัดพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแบบสำรวจรายการ หลังจากสิ้นสุดการเรียนการสอนหน่วยที่ 4 ทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ฉบับที่ 1 และหลังจากสิ้นสุดการเรียนการสอนหน่วยที่ 7 ทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ฉบับที่ 2 พร้อมทั้งวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ จากนั้นนำข้อมูลทั้งหมดที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แบบสำรวจ

รายการ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ไปวิเคราะห์ ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตรด้านผลการใช้หลักสูตร และทดสอบสมมติฐานในการวิจัยต่อไป

## ขั้นตอนที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

### 5.1 การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ทดสอบสมมติฐานข้อ 1 ที่ว่าหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่สร้างขึ้น มีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ โดยโครงสร้างหลักสูตรมีความเหมาะสมและความสอดคล้อง

2. ทดสอบสมมติฐานข้อ 2 ที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา โดยสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัด (36 คะแนน) มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

3. ทดสอบสมมติฐานข้อ 3 ที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

4. ทดสอบสมมติฐานข้อ 4 ที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

5. ทดสอบสมมติฐานข้อ 5 ที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 3.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบ ทวินาม (Binomial Test)

### 5.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. กำหนดคะแนนเกณฑ์หรือคะแนนจุดตัด (Cut-off) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้เทคนิคแองกอฟ (Angoff)

2. ประเมินความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ของหลักสูตรและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติงานกิจกรรม และแบบสำรวจรายการ โดยอาศัย

ดุลยพินิจของผู้เชี่ยวชาญ พิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) และพิจารณาค่าดัชนีความเหมาะสม จากการคำนวณจากค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*s*)

3. ประเมินความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยการคำนวณหาค่าความยากของข้อสอบ (*p*) และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ (*r*) โดยใช้ดัชนีแบรนแนน หรือดัชนีบี (*B*)

4. หาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้การหาความเชื่อมั่น (Reliability) ตามวิธีของลิฟวิงสตัน (Livingston's Method)

5. ทดสอบสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับการทดสอบค่าสัดส่วนประชากร 1 กลุ่ม โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สำหรับการวิจัยและพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนที่ได้นำเสนอไว้ในบทที่ 3 และแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 4 ตอนตามความมุ่งหมายและสมมติฐานของการวิจัย มีรายละเอียดตามลำดับดังนี้

#### ตอนที่ 1 ผลของการศึกษาประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

1.1 ผลการประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

1.2 ผลการประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

1.3 ความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

#### ตอนที่ 2 ผลของการศึกษาประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตร

2.1 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถด้านเนื้อหา

2.2 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.4 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.5 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



**ตอนที่ 3** ผลของการศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ หลังสิ้นสุดการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

**ตอนที่ 4** ข้อค้นพบด้านผลการใช้หลักสูตรที่ได้จากการศึกษาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

- 4.1 ข้อค้นพบด้านความสามารถด้านเนื้อหา
- 4.2 ข้อค้นพบด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.3 ข้อค้นพบด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- 4.4 ข้อค้นพบด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.5 ข้อค้นพบด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**ตอนที่ 1** ผลของการศึกษาประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

ประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ เป็นประสิทธิภาพที่ได้จากการประเมินความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญด้วยแบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยวัดจาก 2 ด้านคือ ด้านความเหมาะสมของโครงร่างหลักสูตร และความสอดคล้องของโครงร่างหลักสูตร โดยเนื้อหาทฤษฎีกราฟประกอบด้วย

หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์  
(Basic Concepts about Reasoning and Proof Methods in Mathematics)

หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ (Basic Concepts in Graph Theory)

หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบพาร์ไทต์ (Trees and Bipartite Graphs)

หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน (Eulerian and Hamiltonian Graphs)

หน่วยที่ 5 การให้สีกราฟ (Graph Coloring)

หน่วยที่ 6 ขั้นตอนวิธีของกราฟ และกราฟเชิงระนาบ (Graph Algorithms and Planar Graphs)

หน่วยที่ 7 ไตกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน (Digraphs, Networks and Domination)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 1 ถึงตาราง 3

## 1.1 ผลการประเมินความเหมาะสมของโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 1

ตาราง 1 ผลการประเมินความเหมาะสมของโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ประเด็นการประเมิน	ค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ )	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ )	แปลผล
1. จุดมุ่งหมายของหลักสูตร	4.57	0.38	เหมาะสม
2. เนื้อหาของหลักสูตร	4.38	0.16	เหมาะสม
3. การจัดการเรียนการสอน	4.61	0.33	เหมาะสม
4. สื่อการเรียนรู้	4.58	0.52	เหมาะสม
5. การวัดผลและการประเมินผล	4.29	0.50	เหมาะสม
6. แผนการจัดการเรียนรู้	4.63	0.55	เหมาะสม
7. คู่มือครู	4.67	0.58	เหมาะสม
ภาพรวม	4.53	0.37	เหมาะสม

เกณฑ์ : คะแนนเฉลี่ยมีค่าตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าไม่เกิน 1.00 แสดงว่าโครงร่างหลักสูตรมีความเหมาะสม

จากตาราง 1 พบว่าโดยภาพรวมผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นว่าโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความเหมาะสม (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.53 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.37) และเมื่อพิจารณาในแต่ละด้านพบว่ามีความเหมาะสม (ค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 4.29 ถึง 4.67 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตั้งแต่ 0.16 ถึง 0.58) โดยด้านที่มีความเหมาะสมมากที่สุดคือ คู่มือครู (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.67) และด้านที่ผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นใกล้เคียงกันมากที่สุดคือ ด้านเนื้อหาของหลักสูตร (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.16)

## 1.2 ผลการประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 2 และ ตาราง 3

ตาราง 2 ผลการประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ประเด็นการประเมิน	ดัชนีความสอดคล้อง (IOC)	แปลผล
1. จุดมุ่งหมายของหลักสูตรกับเนื้อหาของหลักสูตร	1.00	สอดคล้อง
2. จุดมุ่งหมายของหลักสูตรกับการจัดการเรียนการสอน	1.00	สอดคล้อง
3. จุดมุ่งหมายของหลักสูตรกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	1.00	สอดคล้อง
4. เนื้อหาของหลักสูตรกับจำนวนหน่วยการเรียนรู้	1.00	สอดคล้อง
5. กิจกรรมการเรียนการสอนกับการวัดผลและการประเมินผล	1.00	สอดคล้อง
ภาพรวม	1.00	สอดคล้อง

เกณฑ์ : ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่าโครงสร้างหลักสูตรมีความสอดคล้อง

จากตาราง 2 พบว่าผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นว่า โดยภาพรวมโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสอดคล้องในทุกประเด็นของการประเมิน โดยผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นว่าสอดคล้องเหมือนกันทั้งหมด (ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00)

ตาราง 3 ผลการประเมินความสอดคล้ององค์ประกอบแต่ละหน่วยเนื้อหาของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ประเด็นการประเมิน	หน่วยที่ 1	หน่วยที่ 2	หน่วยที่ 3	หน่วยที่ 4	หน่วยที่ 5	หน่วยที่ 6	หน่วยที่ 7	ภาพรวม ทุกหน่วย
	<i>IOC</i> (แปลผล)	<i>IOC</i> (แปลผล)	<i>IOC</i> (แปลผล)	<i>IOC</i> (แปลผล)	<i>IOC</i> (แปลผล)	<i>IOC</i> (แปลผล)	<i>IOC</i> (แปลผล)	<i>IOC</i> (แปลผล)
1. เนื้อหากับเวลา	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)
2. เนื้อหากับกิจกรรมการเรียนการสอน	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)
3. เนื้อหากับสื่อการเรียนรู้	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)
4. เนื้อหากับการวัดผลและการประเมินผล	0.67 (สอดคล้อง)	0.67 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	0.91 (สอดคล้อง)
5. กิจกรรมการเรียนการสอนกับสื่อการเรียนรู้	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)
6. คู่มือครูกับแผนการจัดการเรียนรู้	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)	1.00 (สอดคล้อง)

เกณฑ์ : ดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่ามีความสอดคล้อง

จากตาราง 3 พบว่าผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นว่าโดยภาพรวมโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีเนื้อหาครอบคลุมหน่วยสอดคล้องกับเวลา กิจกรรมการเรียนการสอน และสื่อการเรียนรู้ และสื่อการเรียนรู้ทุกหน่วยสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนการสอน และแผนการจัดการเรียนรู้ทุกหน่วยสอดคล้องกับคู่มือครู โดยผู้เชี่ยวชาญทั้งสามท่านมีความเห็นว่าสอดคล้องเหมือนกันทั้งหมด (*IOC* เท่ากับ 1.00) แต่เนื้อหาเกี่ยวกับการวัดผลและการประเมินผลในหน่วยที่ 1 และ 2 ผู้เชี่ยวชาญทั้งสามท่านมีความเห็นว่าสอดคล้องเหมือนกันทั้งหมด (*IOC* เท่ากับ 0.67)

### 1.3 ความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

ผู้เชี่ยวชาญได้เสนอแนะประเด็นต่างๆ ก่อนนำไปทดลองใช้จริงดังนี้

1.3.1 จุดมุ่งหมายของหลักสูตร ผู้เชี่ยวชาญทุกท่านมีความเห็นว่า มีความชัดเจนและเหมาะสมดีแล้ว

1.3.2 เนื้อหาของหลักสูตร ผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่เห็นว่าเหมาะสมดีแล้ว มีบางท่านเห็นว่าเนื้อหาค่อนข้างมากและเน้นการพิสูจน์ เวลาที่นำไปใช้จริงอาจสอนได้ไม่ทันตามเวลาที่กำหนด

1.3.3 กิจกรรมการเรียนการสอน ผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่เห็นว่าเหมาะสมดีแล้ว มีบางท่านเสนอว่าควรเพิ่มเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม เพราะนักเรียนจำเป็นต้องอาศัยเวลาในการวิเคราะห์ และตรีกตรอง ดังนั้นจึงควรเผื่อเวลาสำหรับส่วนนี้ด้วย

1.3.4 สื่อการเรียนรู้ ผู้เชี่ยวชาญส่วนใหญ่เห็นว่าเหมาะสมดีแล้ว มีบางท่านเสนอว่าควรเพิ่มสื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม โมเดลที่สามารถจับต้องได้ให้มากยิ่งขึ้น

1.3.5 การวัดผลและการประเมินผล แผนการจัดการเรียนรู้ และคู่มือครู ผู้เชี่ยวชาญทุกท่านมีความเห็นว่าเหมาะสมดีแล้ว

จากตาราง 1 พบว่าโครงสร้างหลักสูตรหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ และจากตาราง 2 และตาราง 3 พบว่าโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสอดคล้องตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

## **ตอนที่ 2 ผลของการศึกษาประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตร**

ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง เป็นประสิทธิภาพที่ได้จากการวัดนักเรียน 5 ด้านคือ ด้านความสามารถด้านเนื้อหา วัดด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วัดด้วยแบบสำรวจรายการ

### **2.1 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถด้านเนื้อหา**

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 4 และตาราง 5

ตาราง 4 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถด้านเนื้อหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ )	ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
ฉบับที่ 1 ครอบคลุมเนื้อหาหน่วยที่ 1 ถึง 4				
หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	5.00	3.14	62.86	2.04
หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ	5.00	4.57	91.43	0.79
หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบพาร์ไทต์	10.00	8.00	80.00	2.16
หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน	10.00	8.14	81.43	2.64
ฉบับที่ 2 ครอบคลุมเนื้อหาหน่วยที่ 5 ถึง 7				
หน่วยที่ 5 การให้สีกราฟ	10.00	6.29	62.86	1.70
หน่วยที่ 6 ขั้นตอนวิธีของกราฟ และกราฟเชิงระนาบ	10.00	8.14	81.43	1.95
หน่วยที่ 7 ไตกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน	10.00	7.86	78.57	1.86
คะแนนรวมสองฉบับ	60.00	46.14	76.90	8.43

เกณฑ์ : เกณฑ์คะแนนจุดตัด 36 กล่าวคือถ้านักเรียนได้คะแนนรวมสองส่วนตั้งแต่ 36 คะแนนขึ้นไป จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถด้านเนื้อหา

จากตาราง 4 พบว่าโดยภาพรวมนักเรียนระดับระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถด้านเนื้อหา (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 46.14 คิดเป็นร้อยละ 76.90 ของคะแนนเต็ม) โดยมีความสามารถด้านเนื้อหาในหน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟมากที่สุด (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.57 คิดเป็นร้อยละ 91.43 ของคะแนนเต็ม) และนักเรียนมีความสามารถแตกต่างกันน้อยที่สุด (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.79) เมื่อเปรียบเทียบกับเนื้อหาหน่วยที่เหลือ

ตาราง 5 ผลการทดสอบความสามารถด้านเนื้อหาของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัด 36 คะแนน

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์ (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วน ทดสอบ (Test Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์สูง	7	7(1.00)	.75	.133

จากตาราง 5 พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา โดยสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัด 36 คะแนน มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

(รายละเอียดของการทดสอบแสดงดังตาราง 21 และ 22 ภาคผนวก ญ)

**2.2 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 6 และตาราง 7



ตาราง 6 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เนื้อหาหน่วยที่	การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)		การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)		การค้นหาคำตอบ (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)	
	$\bar{X}$	$s$	$\bar{X}$	$s$	$\bar{X}$	$s$
หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	3.00	0.00	2.93	0.19	2.29	0.76
หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ	3.00	0.00	3.00	0.00	2.50	0.00
หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบพาร์ไทต์	2.86	0.38	2.86	0.38	2.57	0.53
หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน	2.64	0.75	2.64	0.75	1.93	0.89
หน่วยที่ 5 การให้สีกราฟ	2.36	0.80	2.14	1.18	2.07	1.13
หน่วยที่ 6 ขั้นตอนวิธีของกราฟ และกราฟเชิงระนาบ	2.86	0.38	2.29	0.70	2.43	0.61
หน่วยที่ 7 ใดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน	2.71	0.57	2.21	0.57	1.50	0.82
ภาพรวมในแต่ละด้าน	2.78	0.36	2.58	0.40	2.18	0.50
แปลผล	ผ่านเกณฑ์		ผ่านเกณฑ์		ผ่านเกณฑ์	
ภาพรวมทั้งหมด	ค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 2.51 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) เท่ากับ 0.41					
แปลผล	ผ่านเกณฑ์					

เกณฑ์ : เกณฑ์ 1.5 กล่าวคือถ้านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 1.5 ขึ้นไป จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากตาราง 6 พบว่าโดยภาพรวมนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.51) โดยมีรายละเอียดในแต่ละด้านดังนี้

1. การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.78) โดยมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และหน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟมากที่สุด (คะแนนเฉลี่ย 3.00) และนักเรียนทุกคนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากัน (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.00)

2. การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.58) โดยมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟมากที่สุด (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.00) และนักเรียนทุกคนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากัน (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.00)

3. การค้นหาคำตอบ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.18) โดยมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบนารีไทด์กราฟมากที่สุด (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.57) และนักเรียนทุกคนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการค้นหาคำตอบในหน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟเท่ากัน (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.00)

ตาราง 7 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์คะแนนเฉลี่ย 1.5

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์ (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วน ทดสอบ (Test Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์สูง	7	7(1.00)	.75	.133

จากตาราง 7 พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

(รายละเอียดของการทดสอบแสดงดังตาราง 23 และ 24 ภาคผนวก ญ)

**2.3 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 8 และตาราง 9

ตาราง 8 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เนื้อหาหน่วยที่	การวิเคราะห์สถานการณ์ ปัญหา (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)		การสร้างข้อสรุปหรือข้อความ คาดการณ์ (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)		การประเมินข้อสรุปหรือ ข้อความคาดการณ์ (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)	
	$\bar{X}$	$s$	$\bar{X}$	$s$	$\bar{X}$	$s$
หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	3.00	0.00	3.00	0.00	2.43	0.76
หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ	3.00	0.00	3.00	0.00	2.57	0.19
หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบพาร์ไทต์	2.86	0.38	2.86	0.38	2.57	0.53
หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน	2.64	0.75	2.50	0.76	1.64	0.85
หน่วยที่ 5 การให้สีกราฟ	2.36	0.80	2.14	1.18	2.07	1.13
หน่วยที่ 6 ขั้นตอนวิธีของกราฟ และกราฟเชิงระนาบ	2.86	0.38	2.29	0.70	2.43	0.61
หน่วยที่ 7 ไตกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน	2.79	0.57	2.36	0.48	1.64	0.80
ภาพรวมในแต่ละด้าน	2.79	0.37	2.59	0.36	2.19	0.46
แปลผล	ผ่านเกณฑ์		ผ่านเกณฑ์		ผ่านเกณฑ์	
ภาพรวมทั้งหมด	ค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) เท่ากับ 2.52 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) เท่ากับ 0.38					
แปลผล	ผ่านเกณฑ์					

เกณฑ์ : เกณฑ์ 1.5 กล่าวคือถ้านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 1.5 ขึ้นไป จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากตาราง 8 พบว่าโดยภาพรวมนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.52) โดยมีรายละเอียดในแต่ละด้านดังนี้

1. การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.79) โดยมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และหน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟมากที่สุด (คะแนนเฉลี่ย 3.00) และนักเรียนทุกคนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่ากัน (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.00)

2. การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.59) โดยมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และหน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟมากที่สุด (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.00) และนักเรียนทุกคนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่ากัน (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.00)

3. การประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.19) โดยมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ และหน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบนารีไทด์กราฟมากที่สุด (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.57) และนักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในหน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟแตกต่างกันน้อยที่สุด (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.19)

ตาราง 9 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์คะแนนเฉลี่ย 1.5

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์ (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วน ทดสอบ (Test Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์สูง	7	7(1.00)	.75	.133

จากตาราง 9 พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

(รายละเอียดของการทดสอบแสดงดังตาราง 25 และ 26 ภาคผนวก ญ)

**2.4 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 10 และตาราง 11

ตาราง 10 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เนื้อหาหน่วยที่	การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา		การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา		การค้นหาคำตอบ	
	จำนวนรายการประเมินทั้งหมด	จำนวนรายการที่แสดงออก (ร้อยละ)	จำนวนรายการประเมินทั้งหมด	จำนวนรายการที่แสดงออก (ร้อยละ)	จำนวนรายการประเมินทั้งหมด	จำนวนรายการที่แสดงออก (ร้อยละ)
หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	8	8(100.00)	7	7(100.00)	7	7(100.00)
หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ	8	8(100.00)	7	6(85.71)	7	7(100.00)
หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบพาร์ไทต์	8	8(100.00)	8	6(75.00)	8	8(100.00)
หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน	8	8(100.00)	8	7(87.50)	8	7(87.50)
หน่วยที่ 5 การให้สีกราฟ	8	8(100.00)	8	7(87.50)	8	7(87.52)
หน่วยที่ 6 ขั้นตอนวิธีของกราฟ และกราฟเชิงระนาบ	8	8(100.00)	7	6(85.71)	8	7(87.50)
หน่วยที่ 7 ไดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน	8	8(100.00)	8	6(75.00)	8	7(87.50)
ภาพรวมในแต่ละด้าน	56	56(100.00)	53	45(84.91)	54	50(92.60)
แปลผล	ผ่านเกณฑ์		ผ่านเกณฑ์		ผ่านเกณฑ์	
ภาพรวมทั้งหมด	จำนวนรายการประเมินทั้งหมด / จำนวนรายการที่แสดงออก(ร้อยละ) เท่ากับ 163/151(92.64)					
แปลผล	ผ่านเกณฑ์					

เกณฑ์ : ถ้ามีจำนวนรายการที่นักเรียนแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งจำนวนรายการประเมินทั้งหมด จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากตาราง 10 พบว่าโดยภาพรวมนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 92.64 ของรายการประเมินทั้งหมด) โดยมีรายละเอียดในแต่ละด้านดังนี้

1. การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 100.00 ของรายการประเมินทั้งหมด) โดยนักเรียนแสดงพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทุกหน่วยเท่ากัน (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 100.00 ของรายการประเมินทั้งหมด)

2. การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 84.91 ของรายการประเมินทั้งหมด) โดยนักเรียนแสดงพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มากที่สุด (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 100.00 ของรายการประเมินทั้งหมด)

3. การค้นหาคำตอบ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 92.60 ของรายการประเมินทั้งหมด) โดยนักเรียนแสดงพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ และหน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบนารีไทรต์กราฟมากที่สุด (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 100.00 ของรายการประเมินทั้งหมด)

ตาราง 11 ผลการทดสอบพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์ (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วน ทดสอบ (Test Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์สูง	7	7(1.00)	.75	.133



จากตาราง 11 พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎี มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

(รายละเอียดของการทดสอบแสดงดังตาราง 27 และ 28 ภาคผนวก ญ)

**2.5 ประสิทธิภาพด้านผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 12 และตาราง 13

ตาราง 12 ผลการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เนื้อหาหน่วยที่	การวิเคราะห์สถานการณ์ ปัญหา		การสร้างข้อสรุปหรือข้อความ คาดการณ์		การประเมินข้อสรุปหรือ ข้อความคาดการณ์	
	จำนวนรายการ ประเมินทั้งหมด	จำนวนรายการ ที่แสดงออก (ร้อยละ)	จำนวนรายการ ประเมินทั้งหมด	จำนวนรายการ ที่แสดงออก (ร้อยละ)	จำนวนรายการ ประเมินทั้งหมด	จำนวนรายการ ที่แสดงออก (ร้อยละ)
หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	8	8(100.00)	10	9(90.00)	6	6(100.00)
หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ	8	8(100.00)	11	10(90.91)	6	5(83.33)
หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบพาร์ไทต์	8	8(100.00)	12	12(100.00)	6	6(100.00)
หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน	8	8(100.00)	11	11(100.00)	6	4(66.67)
หน่วยที่ 5 การให้สีกราฟ	8	8(100.00)	10	9(90.00)	6	3(50.00)
หน่วยที่ 6 ขั้นตอนวิธีของกราฟ และกราฟเชิงระนาบ	8	8(100.00)	11	11(100.00)	6	4(66.67)
หน่วยที่ 7 ไดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน	8	8(100.00)	11	10(90.91)	4	2(50.00)
ภาพรวมในแต่ละด้าน	56	56(100.00)	76	72(94.74)	40	30(75.00)
แปลผล	ผ่านเกณฑ์		ผ่านเกณฑ์		ผ่านเกณฑ์	
ภาพรวมทั้งหมด	จำนวนรายการประเมินทั้งหมด / จำนวนรายการที่แสดงออก(ร้อยละ) เท่ากับ 172/158 (91.86)					
แปลผล	ผ่านเกณฑ์					

เกณฑ์ : ถ้ามีจำนวนรายการที่นักเรียนแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งจำนวนรายการประเมินทั้งหมด จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากตาราง 12 พบว่าโดยภาพรวมนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 91.86 ของรายการประเมินทั้งหมด) โดยมีรายละเอียดในแต่ละด้านดังนี้

1. การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 100.00 ของรายการประเมินทั้งหมด) โดยนักเรียนแสดงพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในทุกหน่วยเท่ากัน (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 100.00 ของรายการประเมินทั้งหมด)

2. การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 94.74 ของรายการประเมินทั้งหมด) โดยนักเรียนแสดงพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 3 ทรีและกราฟไบพาร์ไทต์ หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เวียน และกราฟแฮมิลโทเนียน และหน่วยที่ 6 ชั้นตอนวิธีของกราฟ และกราฟเชิงระนาบมากที่สุด (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 100.00 ของรายการประเมินทั้งหมด)

3. การประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่างที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 75.00 ของรายการประเมินทั้งหมด) โดยนักเรียนแสดงพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และหน่วยที่ 3 ทรีและกราฟไบพาร์ไทต์กราฟมากที่สุด (จำนวนรายการที่แสดงออกคิดเป็นร้อยละ 100.00 ของรายการประเมินทั้งหมด)

ตาราง 13 ผลการทดสอบพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์ (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วน ทดสอบ (Test Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง	7	7(1.00)	.75	.133

จากตาราง 13 พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎี มีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยสอบผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

(รายละเอียดของการทดสอบแสดงดังตาราง 29 และ 30 ภาคผนวก ญ)

### ตอนที่ 3 ผลของการศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ หลังสิ้นสุดการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

เจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ วัดจากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกลุ่มตัวอย่าง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 14 และตาราง 15

ตาราง 14 ผลการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังสิ้นสุดการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

กลุ่มประเด็นคำถาม	ค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ )	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ )	แปลผล
1. การเห็นประโยชน์และคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์	4.41	0.37	ผ่านเกณฑ์
2. ความรู้สึกมั่นใจและมีความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์	3.95	0.64	ผ่านเกณฑ์
3. ความใฝ่รู้และกระตือรือร้นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์	3.61	0.59	ผ่านเกณฑ์
ภาพรวม	3.99	0.48	ผ่านเกณฑ์

เกณฑ์ : เกณฑ์ 3.5 กล่าวคือ ถ้านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป แสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

จากตาราง 14 พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟกลุ่มตัวอย่าง ผ่านเกณฑ์เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.99) โดยนักเรียนมีเจตคติต่อการเห็นประโยชน์และคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ดีที่สุด (ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.41) และมีระดับเจตคติใกล้เคียงกันมากที่สุด (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.37)

ตาราง 15 ผลการทดสอบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ซึ่งสอบผ่านเกณฑ์ 3.5

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียน ที่ผ่านเกณฑ์ (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วน ทดสอบ (Test Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์สูง	7	7(1.00)	.75	.133

จากตาราง 15 พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎี มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 3.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86% (รายละเอียดของการทดสอบแสดงดังตาราง 31 และ 32 ภาคผนวก ญ)

#### ตอนที่ 4 ข้อค้นพบด้านผลการใช้หลักสูตรที่ได้จากการศึกษาประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

สำหรับการศึกษาประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงนั้น ผู้วิจัยได้นำหลักสูตรไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 7 คน โดยการทดลองใช้หลักสูตรครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ข้อค้นพบด้านความสามารถด้านเนื้อหา ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 4.1 ข้อค้นพบด้านความสามารถด้านเนื้อหา

สำหรับข้อค้นพบด้านเนื้อหา แยกพิจารณาเป็นหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

##### หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผล และวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

จากโจทย์ข้อที่ 1 แบบทดสอบฉบับที่ 1

นักเรียนทั้งหมด 7 คน มีความเข้าใจในเรื่องการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ในจำนวนนักเรียนจำนวน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 3 คนที่สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างสมบูรณ์โดยใช้วิธีอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ และการพิสูจน์โดยแบ่งกรณี มีนักเรียนจำนวน 1 คน มีแนวคิดที่จะใช้อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ แต่ยังไม่พร้อมเรื่องวิธีการเขียนพิสูจน์ โดยเขียนแสดงไม่ครบทุกกรณี และมีนักเรียนจำนวน 1 คน ที่ใช้วิธีการอื่น แต่ยังไม่ชัดเจนสมบูรณ์ในการให้เหตุผลประกอบ แสดงดังภาพประกอบ 12 และ 13 ภาคผนวก ก ส่วนนักเรียนจำนวน 2 คน เข้าใจเรื่องการให้เหตุผล แต่ไม่สามารถเขียนพิสูจน์ได้อย่างสมบูรณ์ โดยเฉพาะอย่างวิธีการพิสูจน์โดยใช้วิธีอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

##### หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ

จากโจทย์ข้อที่ 2 แบบทดสอบฉบับที่ 1

นักเรียนทั้งหมด 7 คน มีความเข้าใจในบทนิยามเบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ ในนักเรียนจำนวน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 1 คน ที่ไม่สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้ โดยตีความโจทย์ไม่ถูกต้อง มีนักเรียนจำนวน 4 คน ที่สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และมีนักเรียนจำนวน 2 คน ที่สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้ แต่ขาดความครบถ้วนบางประการ แสดงดังภาพประกอบ 14 และ 15 ภาคผนวก ก

##### หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบนารีไทดัล

จากโจทย์ข้อที่ 3.1 และ 3.2 แบบทดสอบฉบับที่ 1

นักเรียนทั้งหมดจำนวน 7 คน มีความเข้าใจในขั้นตอนวิธีในการสร้างทรีแต่ทว่าน้อยสุด ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 2 คน สามารถนำทฤษฎีบทที่เคยพบมาแล้วมาใช้ในการแสดงวิธีการหาคำตอบและแสดงเหตุผลได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และมีนักเรียนจำนวน 5 คน มีแนวคิดในการนำทฤษฎีบทที่เคยพบมาแล้วมาใช้ในการแสดงวิธีการหาคำตอบและแสดงเหตุผลได้ แต่ยังไม่มีความพร้อมในบางขั้นตอน แสดงดังภาพประกอบ 16 ภาคผนวก ก

จากโจทย์ข้อที่ 4.1 และ 4.2 แบบทดสอบฉบับที่ 1

สำหรับข้อที่ 4.1 ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 3 คน ไม่สามารถแสดงวิธีการหาคำตอบได้ และนักเรียนจำนวน 4 คน สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

สำหรับข้อที่ 4.2 ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 6 คน ที่สามารถเขียนแสดงเหตุผลประกอบในแต่ละขั้นตอนของวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และมีนักเรียนจำนวน 1 คน ที่ไม่สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้

#### หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน

จากโจทย์ข้อที่ 5.1 และ 5.2 แบบทดสอบฉบับที่ 1

สำหรับข้อที่ 5.1 ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียน 2 คน ที่ไม่สามารถเขียนแสดงเหตุผลใดๆ ได้ มีนักเรียนจำนวน 4 คน ที่สามารถเขียนแสดงเหตุผลได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และมีนักเรียนจำนวน 1 คน ที่พยายามเขียนแสดงเหตุผลประกอบ แต่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการนำทฤษฎีบทที่เคยพบมาแล้ว มาใช้ในการแสดงเหตุผลดังกล่าว แสดงดังภาพประกอบ 17 ภาคผนวก ฎ

สำหรับข้อที่ 5.2 ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 5 คน มีความเข้าใจเกี่ยวกับกราฟแฮมิลโทเนียน แต่ยังไม่สามารถเขียนแสดงเหตุผลประกอบได้ทุกกรณี จึงทำให้ไม่สามารถสรุปได้ แสดงดังภาพประกอบ 18 ภาคผนวก ฎ

จากโจทย์ข้อที่ 6 แบบทดสอบฉบับที่ 1

ในนักเรียนจำนวน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 5 คน มีความเข้าใจและสามารถนำทฤษฎีบทที่เคยพบมาแล้ว มาใช้ในการแสดงวิธีการหาคำตอบและแสดงเหตุผลได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีนักเรียนจำนวน 1 คน เข้าใจโจทย์เขียนคำตอบได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้อง และมีนักเรียนจำนวน 1 คน ที่ตีความไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ จึงได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องและไม่แสดงเหตุผลประกอบในการได้มาซึ่งคำตอบดังกล่าว แสดงดังภาพประกอบ 19 ภาคผนวก ฎ

#### หน่วยที่ 5 การให้สีกราฟ

จากโจทย์ข้อที่ 1 แบบทดสอบฉบับที่ 2

ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 5 คน ที่สามารถเขียนแสดงเหตุผลได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และมีนักเรียนจำนวน 2 คน สามารถเขียนแสดงเหตุผลได้ แต่ขาดความครบถ้วนบางประการในการนำทฤษฎีบทที่เคยเรียนแล้วมาใช้ แสดงดังภาพประกอบ 20 ภาคผนวก ฎ

จากโจทย์ข้อที่ 2 แบบทดสอบฉบับที่ 2

ในจำนวนนักเรียนจำนวน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 2 คน ที่ตีความโจทย์ไม่ถูกต้อง จึงนำไปสู่การเลือกวิธีการและได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง และมีนักเรียนจำนวน 5 คน ที่สามารถเขียนแสดงเหตุผลได้ แต่ยังไม่พร้อมหรือขาดความครบถ้วนในการตรวจสอบเงื่อนไขของการนำทฤษฎีบทที่เคยเรียนมาประยุกต์ใช้ แสดงดังภาพประกอบ 21 ภาคผนวก ฎ

### หน่วยที่ 6 ชั้นตอนวิธีของกราฟ และกราฟเชิงระนาบ

จากโจทย์ข้อที่ 3.1 และ 3.2 แบบทดสอบฉบับที่ 2

สำหรับข้อที่ 3.1 นักเรียนทั้งหมดจำนวน 7 คน สามารถนำแนวคิดของชั้นตอนวิธีการค้นหาแนวลีกมาใช้ในการแสดงวิธีการหาคำตอบและแสดงเหตุผลได้อย่างดีเยี่ยม แสดงดังภาพประกอบ 22 ภาคผนวก ฎ

สำหรับข้อที่ 3.2 ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 4 คน ที่มีความเข้าใจ เขียนแสดงวิธีการหาคำตอบและแสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอนได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีนักเรียนจำนวน 2 คน ที่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องบางส่วน โดยมีการนำแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีบทมาใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเหตุผลประกอบคำตอบ แสดงดังภาพประกอบ 23 ภาคผนวก ฎ

จากโจทย์ข้อที่ 4 แบบทดสอบฉบับที่ 2

ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 2 คน สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีนักเรียนจำนวน 3 คน สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้ แต่ยังขาดความครบถ้วนบางประการในการแสดงเหตุผลประกอบ และมีนักเรียนจำนวน 2 คน แสดงวิธีการหาคำตอบได้ แต่ขาดความระมัดระวังและไม่รอบคอบในบางขั้นตอน แสดงภาพประกอบ 24 ภาคผนวก ฎ

### หน่วยที่ 7 ใดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน

จากโจทย์ข้อที่ 5.1 และ 5.2 แบบทดสอบฉบับที่ 2

สำหรับข้อที่ 5.1 ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 1 คน สามารถเขียนคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่แสดงขั้นตอนหรือวิธีการในการได้มาของคำตอบ และมีนักเรียนจำนวน 6 คน เขียนแสดงวิธีการและเหตุผลในการได้มาของคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ แสดงดังภาพประกอบ 25 ภาคผนวก ฎ

สำหรับข้อที่ 5.2 ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 3 คน ที่มีความเข้าใจในบทนิยามและชั้นตอนวิธีที่นำมาใช้ในการหาคำตอบ จึงสามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีนักเรียนจำนวน 1 คน เขียนคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่แสดงเหตุผลประกอบแต่อย่างใด มีนักเรียนจำนวน 1 คน ที่มีแนวคิดในการนำชั้นตอนวิธีที่เคยเรียนมาแล้วมาใช้แต่ขาดความเข้าใจและบกพร่องในบางประการ แสดงดังภาพประกอบ 26 และ 27 ภาคผนวก ฎ และมีนักเรียนจำนวน 2 คน ที่ไม่เขียนแสดงวิธีการใดๆ เลย

จากโจทย์ข้อที่ 6 แบบทดสอบฉบับที่ 2

ในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 6 สามารถแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องครบถ้วน และมีนักเรียนจำนวน 1คนมีแนวคิดในการนำความรู้เกี่ยวกับชั้นตอนวิธีที่เคยเรียนมาใช้ แต่ยังขาดความเข้าใจที่ถูกต้องและบกพร่องในบางขั้นตอน



#### 4.2 ข้อค้นพบด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับข้อค้นพบด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แยกพิจารณาเป็นแต่ละด้าน ดังนี้

##### การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

โดยภาพรวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 2 กลุ่ม สามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน

##### การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

โดยภาพรวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 2 กลุ่ม สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่มีบางกิจกรรมที่ยังแสดงให้เห็นถึงการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ยังมีความบกพร่องหรือไม่เหมาะสมบางประการ เช่น การเลือกใช้กลยุทธ์การเขียนภาพ ที่อาจทำให้การพิจารณาในกรณีทั่วไปทำได้ค่อนข้างยาก หรือไม่ชัดเจนมากนัก แสดงดังภาพประกอบ 28 ภาคผนวก ก

##### การค้นหาคำตอบ

โดยภาพรวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 2 กลุ่ม สามารถแสดงวิธีการค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่มีบางกิจกรรมที่นักเรียนยังขาดความรอบคอบและบกพร่องบางประการในการตรวจสอบความถูกต้องของขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา แสดงดังภาพประกอบ 29 ภาคผนวก ก

#### 4.3 ข้อค้นพบด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สำหรับข้อค้นพบด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แยกพิจารณาเป็นแต่ละด้าน ดังนี้

##### การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

โดยภาพรวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 2 กลุ่ม สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจนเกือบทุกกิจกรรม มีนักเรียนบางกลุ่มที่บกพร่องในการเขียนบรรยายในบางกิจกรรม เป็นต้นว่าการจำลองปัญหาโดยใช้กราฟ แต่ไม่ระบุความหมายของจุดยอดหรือเส้นเชื่อมในกราฟ และมีบางกิจกรรมที่สามารถแสดงการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างดีเยี่ยม แสดงดังภาพประกอบ 30 ภาคผนวก ก

### การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

โดยภาพรวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 2 กลุ่ม สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่มีบางกิจกรรมที่บางกลุ่มยังมีความบกพร่องเรื่องการเขียนแสดงรายละเอียด จึงนำไปสู่การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ที่ไม่ถูกต้อง แสดงดังภาพประกอบ 31 ภาคผนวก ก

### การประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

โดยภาพรวมนักเรียนทั้งหมดจำนวน 2 กลุ่ม สามารถเขียนการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยมีบางกิจกรรมที่บางกลุ่มสามารถเขียนแสดงการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างดีเยี่ยม แต่ยังมีบางกิจกรรมที่แสดงวิธีการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ในประเด็นสำคัญแต่ยังมีข้อบกพร่องบางประการ และมีบางกิจกรรมที่บางกลุ่มแสดงการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์โดยไม่สมเหตุสมผล แสดงดังภาพประกอบ 32 และ 33 ภาคผนวก ก ตามลำดับ

## 4.4 ข้อค้นพบด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับข้อค้นพบด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แยกพิจารณาเป็นแต่ละด้าน ดังนี้

### การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

โดยภาพรวมนักเรียนมีการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประเด็นหลักของสถานการณ์ปัญหา ระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์ปัญหา และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง พร้อมทั้งการอภิปรายเกี่ยวกับหลักการและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับปัญหา ทั้งนี้ ทั้ง 2 กลุ่มได้มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกลุ่ม เพื่อนำมาตรวจสอบความถูกต้องกับข้อมูลที่ได้ในกลุ่มของตน

### การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

โดยภาพรวมนักเรียนมีการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายไม่ว่าจะเป็น การเขียนภาพ แผนภาพ การเขียนสมการการคาดเดาและการตรวจสอบ รวมถึงการค้นหาแบบรูป การสร้างตารางและการปรับเปลี่ยนมุมมอง โดยระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมนักเรียนแต่ละกลุ่มจะแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างกลุ่มเพื่อนำมาตรวจสอบกับข้อมูลภายในกลุ่ม และในกรณีที่กลยุทธ์เดิมที่ใช้ไม่สามารถทำได้ นักเรียนจะพยายามหากกลยุทธ์ใหม่เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา แต่เป็นที่น่าสังเกตว่านักเรียนมักจะลบร่องรอยของกลยุทธ์เดิมที่ไม่สามารถใช้ได้ และเขียนตอบเฉพาะกลยุทธ์สุดท้ายที่เลือกใช้เท่านั้น หรือแม้แต่ว่าบางกรณีที่สมาชิกในกลุ่มเสนอกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาในหลาย

วิธีที่สามารถนำมาใช้ได้ ท้ายที่สุดก็จะเลือกเพียงหนึ่งกลยุทธ์เท่านั้น แต่เมื่อมีการนำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนจึงเสนอแนวคิดในการเลือกกลยุทธ์อื่นๆ ที่แตกต่าง พร้อมทั้งสามารถช่วยกันสรุปได้ว่าวิธีใด มีประสิทธิภาพมากที่สุด

#### *การค้นหาคำตอบ*

โดยภาพรวมนักเรียนมักค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน พร้อมทั้งเขียนคำอธิบาย และตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาได้ชัดเจนพอควร แม้จะมีข้อบกพร่องบางประการ เช่น ขาดการตรวจสอบความถูกต้องของเงื่อนไขของตัวแปรแสดงดังภาพประกอบ 29 ภาคผนวก ฎ แต่มีบางกิจกรรมที่นักเรียนบางกลุ่มสามารถขยายปัญหาที่มีอยู่ให้เป็นปัญหาที่น่าสนใจหรือเป็นกรณีทั่วไปมากยิ่งขึ้น แสดงดังภาพประกอบ 34 ภาคผนวก ฎ ตามลำดับ นอกจากนี้การเขียนตอบเป็นเช่นเดียวกับด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา นั่นคือ แม้จะมีแนวทางหรือแนวคิดในการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ที่สามารถใช้ได้หลายวิธี ส่วนใหญ่แยกกันคิด แต่มักจะเขียนตอบเพียงหนึ่งวิธีเท่านั้น

#### **4.5 ข้อค้นพบด้านพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**

สำหรับข้อค้นพบด้านพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แยกพิจารณาเป็นแต่ละด้าน ดังนี้

##### *การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา*

โดยภาพรวมนักเรียนแต่ละกลุ่มมีการอภิปรายร่วมกันเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประเด็นหลักของปัญหา ระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์ปัญหา และมีการแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างกลุ่มเพื่อนำมาตรวจสอบความถูกต้องกับข้อมูลที่ได้ในกลุ่มตนก่อนนำไปสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

##### *การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์*

โดยภาพรวมนักเรียนแต่ละกลุ่มจะมีการอภิปรายภายในกลุ่มค่อนข้างมาก เพื่อหาแนวทางในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อนำมาสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ในหลายหลายวิธี และในขณะเดียวกันระหว่างกลุ่มมีการแลกเปลี่ยนข้อมูลเพื่อตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ของอีกกลุ่ม แล้วนำมาอภิปรายร่วมกันอีกครั้งในกลุ่มของตนเพื่อให้ได้ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ของกลุ่มตน

##### *การประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์*

โดยภาพรวมนักเรียนมักประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์โดยใช้หลักการ บทนิยาม และทฤษฎีบทที่เชื่อมโยงกับความรู้เดิม แต่มีบางกิจกรรมที่นักเรียนใช้ความรู้ที่สูงกว่าในระดับ

มัธยมศึกษาตอนปลาย เช่นกิจกรรมที่ 1.2 ลูกแมวน้อยแสนซน นักเรียนประเมินข้อสรุปโดยใช้แนวคิดของการแก้ปัญหาความสัมพันธ์เวียนเกิด แสดงตั้งภาพประกอบ 34 ภาคผนวก ฐ ส่วนใหญ่แล้วในชั้นตอนนี้ นักเรียนมักแยกกันประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ แต่จะเขียนตอบเพียงแบบเดียว

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

#### ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

##### ความมุ่งหมายของการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยในครั้งนี้คือ

1. เพื่อพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
2. เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
3. เพื่อศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ หลังจากสิ้นสุดการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

##### สมมติฐานของการวิจัย

1. หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่สร้างขึ้น มีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ โดยโครงสร้างหลักสูตรมีความเหมาะสมและความสอดคล้อง
2. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา โดยสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัดมากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
3. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
4. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
5. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 3.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

## วิธีดำเนินการวิจัย

### การกำหนดกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและผ่านการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานตามที่หลักสูตรกำหนดมาก่อน จำนวน 7 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

**ขั้นตอนดำเนินการวิจัย มี 5 ขั้นตอน ดังนี้**

#### **ขั้นตอนที่ 1 การศึกษา สํารวจและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน**

การศึกษา สํารวจและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้ได้ข้อมูลสำหรับนำมาสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยศึกษาจากเอกสาร ตำรา บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตลอดจนความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษา รายละเอียดปรากฏใน บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งแบ่งการศึกษาออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

- ตอนที่ 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาหลักสูตรและการประเมินหลักสูตร
- ตอนที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ
- ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล
- ตอนที่ 4 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

#### **ขั้นตอนที่ 2 การสร้างและการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง**

การดำเนินการในขั้นนี้เป็นลักษณะของการสร้างและพัฒนาโดยการนำผลที่ได้จากการศึกษา สํารวจและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในขั้นตอนที่ 1 มาดำเนินการร่างหลักสูตรให้สอดคล้องกับข้อมูลพื้นฐาน โดยหลักสูตรทฤษฎีกราฟประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด ได้แก่

**1. เอกสารหลักสูตร** ประกอบด้วย จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล

**2. เอกสารประกอบหลักสูตร** ประกอบด้วยเอกสารจำนวน 3 เล่ม คือ เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ทฤษฎีกราฟ และคู่มือครู มีรายละเอียดดังนี้

**2.1 เอกสารประกอบการเรียน** ประกอบด้วยเนื้อหา 7 หน่วย คือ ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ ทรีและกราฟไพบาร์ไทด์ กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน การให้สีกราฟ ขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบ ไคกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน ในตอนท้ายแต่ละหน่วยมีโจทย์ปัญหาสำหรับฝึกทักษะ

**2.2 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีกราฟ** จำนวน 15 แผน แผนละ 3 ชั่วโมง ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย เวลา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผล

**2.3 คู่มือครู** เป็นเอกสารสำหรับใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนประกอบด้วย กำหนดเวลาการสอนทฤษฎีกราฟ และกรอบแนวการจัดการเรียนการสอนซึ่งประกอบด้วย ข้อเสนอแนะ บทบาทครู ความรู้เพิ่มเติมสำหรับครู และแนวการตอบการปฏิบัติกิจกรรม

**ขั้นตอนการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีดังนี้**

**ขั้นตอนที่ 1** กำหนดจุดมุ่งหมายของหลักสูตร โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนมีความสามารถด้านเนื้อหาทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

**ขั้นตอนที่ 2** สร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ ให้เป็นหลักสูตรที่การเรียนการสอนเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและเน้นการเรียนแบบร่วมมือ มีการปฏิบัติกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้จากการปฏิบัติจริง ใช้เวลา 15 วัน วันละ 3 ชั่วโมง ทดสอบความสามารถด้านเนื้อหา 2 ครั้ง ครั้งละ 2 ชั่วโมง 30 นาที รวมใช้เวลาตลอดหลักสูตร 50 ชั่วโมง โดยหลักสูตรทฤษฎีกราฟประกอบด้วยเอกสาร 2 ชุด ได้แก่ เอกสารหลักสูตร ประกอบด้วย จุดมุ่งหมายของหลักสูตร เนื้อหาของหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผล และการประเมินผล และเอกสารประกอบหลักสูตร จำนวน 3 เล่มคือ เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ และคู่มือครู

**ขั้นตอนที่ 3** นำหลักสูตรทฤษฎีกราฟที่สร้างขึ้นไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญา นิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ทั้งในด้านเนื้อหา ลำดับขั้นตอน ความเป็นไปได้ ภาษาที่ใช้ และประเด็นอื่นๆ แล้วนำคำแนะนำและข้อเสนอแนะที่ได้มาแก้ไขปรับปรุงหลักสูตร เพื่อให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

**ขั้นตอนที่ 4** นำหลักสูตรที่ปรับปรุงแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 คน ประเมินความเหมาะสมและความสอดคล้องของโครงสร้างหลักสูตรโดยใช้แบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง แล้วนำคะแนนที่ได้มาหาค่าเฉลี่ย โดยพิจารณาจากเกณฑ์ ดังนี้ถ้าโครงสร้างหลักสูตรมีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป และดัชนีความเหมาะสม ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) มีค่าตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไปและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*s*) ไม่เกิน 1.00 แสดงว่าหลักสูตรที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ผลปรากฏว่า คะแนนเฉลี่ยของ

ความเหมาะสม ( $\bar{X}$ ) มีค่าตั้งแต่ 4.29-4.67 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) มีค่าตั้งแต่ 0.16-0.58 และมีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.67-1.00

**ขั้นตอนที่ 5** นำหลักสูตรที่มีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โรงเรียนสุวรรณภูมิพิทยไพศาล จำนวน 10 คน โดยกำหนดคุณสมบัติเพิ่มเติมคือ มีผลการเรียนเฉลี่ยรายวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สองรายวิชา ไม่ต่ำกว่า 3.25 ดังนั้นพอจะกล่าวได้ว่านักเรียนกลุ่มนำร่องนี้มีความสามารถในเนื้อหาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในแง่การนำไปปฏิบัติจริง โดยพิจารณาความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ เวลาที่ใช้ในการเรียน ความยากง่ายของเนื้อหา ความท้าทายของโจทย์ปัญหา และประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตร แล้วนำผลจากการทดลองนำร่องมาแก้ไขและปรับปรุงให้มีคุณภาพดียิ่งขึ้น จากนั้นนำหลักสูตรที่ปรับปรุงแล้วไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญา นวัตกรรมตรวจสอบเพื่อความถูกต้องสมบูรณ์ก่อนนำไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

**ขั้นตอนที่ 6** นำหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ที่ผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญและการทดลองนำร่องเรียบร้อยแล้ว ไปทดลองใช้เพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตร โดยกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมหิตลวิद्याนุสรณ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และผ่านการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานตามที่กำหนดมาก่อนจำนวน 7 คน โดยกลุ่มตัวอย่างมาจากการเปิดรับสมัครนักเรียนเข้าร่วมโครงการ ผ่านการประชาสัมพันธ์ล่วงหน้าเกี่ยวกับหลักสูตร และคุณสมบัติของผู้เรียน ซึ่งดำเนินการโดยหัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์และอาจารย์ผู้ประสานงาน จากนั้นนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตรด้านผลการใช้หลักสูตร และทดสอบสมมติฐานในการวิจัยต่อไป

### **ขั้นตอนที่ 3 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้จัดเก็บข้อมูลในการวิจัย**

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
2. เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตร
3. แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
4. แบบประเมินเครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

สำหรับเครื่องมือแต่ละประเภท มีรายละเอียดในการพัฒนา ดังต่อไปนี้



1. เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ แบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ซึ่งแบ่งเป็น 3 ตอนคือ ประเมินความเหมาะสมของโครงร่างหลักสูตร ประเมินความสอดคล้องของโครงร่างหลักสูตร และความคิดเห็นเพิ่มเติม

ขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ คือ นำแบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้ว ไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาฯ ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ในด้านภาษาที่ใช้และประเด็นอื่นๆ แล้วนำคำแนะนำหรือข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข เพื่อให้แบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีความสมบูรณ์และนำไปใช้ได้ต่อไป

2. เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตรประกอบด้วย

1. เครื่องมือวัดความสามารถด้านเนื้อหา ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางเรียนเป็นแบบอัตนัยแสดงวิธีคิด จำนวน 2 ฉบับ ฉบับที่ 1 วัดความสามารถด้านเนื้อหาหน่วยที่ 1 ถึงหน่วยที่ 4 มี 6 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน ใช้ทดสอบเมื่อเรียนจบหน่วยที่ 4 แล้ว ส่วนฉบับที่ 2 วัดความสามารถด้านเนื้อหาหน่วยที่ 5 ถึงหน่วยที่ 7 มี 6 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน ใช้ทดสอบเมื่อเรียนจบหน่วยที่ 7 แล้ว รวมคะแนนเต็มทั้ง 2 ฉบับ 60 คะแนน ใช้เวลาสอบฉบับละ 2 ชั่วโมง 30 นาที โดยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด 6 ระดับ คือ 0 : ต้องปรับปรุง 1 : ควรแก้ไข 2 : พอใช้ 3 : ดี 4 : ดีมาก 5 : ดีเยี่ยม

2. เครื่องมือวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม เป็นแบบรายงานที่ให้นักเรียนเขียนแสดงผลของการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และการค้นหาคำตอบ และเขียนแสดงผลของการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยพฤติกรรมแต่ละด้านมีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด 4 ระดับ ดังนี้ 0 : ต้องแก้ไข 1 : พอใช้ 2 : ดี 3 : ดีมาก รวมทั้งหมดจำนวน 14 ฉบับ และในกรณีที่มีข้อสงสัยเกี่ยวกับแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มใด ผู้ตรวจให้คะแนนจะใช้วิธีการสัมภาษณ์เพิ่มเติม

3. เครื่องมือวัดพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ แบบสำรวจรายการ ซึ่งครูจะใช้บันทึกระหว่างที่นักเรียนกำลังปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มในการแก้ปัญหา ในพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และการค้นหาคำตอบ มีรายการประเมินพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกในแต่ละด้านรวม 12 รายการและพฤติกรรมกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ มีรายการประเมินพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกในแต่ละด้านรวม 14 รายการ

**ขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตร ประกอบด้วย**

**ขั้นตอนที่ 1** ศึกษาจุดมุ่งหมายของหลักสูตร แนวทางในการสร้างแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ ตลอดจนเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แล้ววิเคราะห์หัวข้อเนื้อหา ให้ออกมาในรูปจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจำนวน 2 ฉบับ เพื่อใช้วัดความสามารถด้านเนื้อหาหน่วยที่ 1 ถึงหน่วยที่ 4 และใช้วัดความสามารถด้านเนื้อหาหน่วยที่ 5 ถึงหน่วยที่ 7

**ขั้นตอนที่ 2** นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่สร้างขึ้น แบบสำรวจรายการ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีดที่ปรับปรุงแล้วไปให้คณะกรรมการควบคุม ปรินซิพัลตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมทั้งในด้านเนื้อหา ภาษาที่ใช้ เวลาที่ใช้ และประเด็นอื่นๆ แล้วนำคำแนะนำและข้อเสนอแนะที่ได้มาแก้ไขปรับปรุง

**ขั้นตอนที่ 3** นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แบบสำรวจรายการ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีดที่ได้ปรับปรุงแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 คนประเมิน ซึ่งจะประเมินด้วยแบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบประเมินแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบประเมินแบบสำรวจรายการ นำผลที่ได้มาพิจารณา เพื่อวิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ดังนี้

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ถ้าคำถามข้อใดมีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่าคำถามข้อนั้นมีความสอดคล้องกับเนื้อหา ผลปรากฏว่ามีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) เป็น 1.00 ในทุกข้อคำถาม ยกเว้นข้อคำถามที่ 1 และ 2 ที่มีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) เป็น 0.67

2. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ถ้าแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมฉบับใด มีดัชนีความสอดคล้อง (*IOC*) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่าแบบรายงาน

ผลการปฏิบัติกิจกรรมฉบับนั้นมีความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ผลปรากฏว่ามีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เป็น 1.00

3. แบบสำรวจรายการ ถ้ารายการพฤติกรรมใดมีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แสดงว่ารายการพฤติกรรมข้อนั้นมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านนั้นๆ ผลปรากฏว่ามีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เป็น 1.00 ในทุกรายการพฤติกรรม

4. กำหนดคะแนนจุดตัดสำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้เทคนิคแองกอฟ (Angoff) ซึ่งได้มาจากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ ด้วยแบบประเมินความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ผลปรากฏว่า คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ 36 คะแนน จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน

(รายละเอียดแสดงดัง ตาราง 16 ถึงตาราง 19 ภาคผนวก ฉ)

**ขั้นตอนที่ 4** นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แบบสำรวจรายการ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด ไปทดลองนำร่องกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โรงเรียนสุวรรณภูมิพิทยไพศาล จำนวน 10 คน แล้วนำผลที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ประเมินความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบ โดยพิจารณาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบโดยใช้ดัชนีแบรนแนน และค่าความยากของข้อสอบดังนี้ ถ้าค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 เลือกข้อสอบข้อนั้นไว้ ผลปรากฏว่าข้อสอบมีค่าความยากตั้งแต่ 0.40-0.70 และมีค่าอำนาจจำแนกหรือดัชนีบีตั้งแต่ 0.38-0.86

2. หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับ โดยใช้วิธีการหาความเชื่อมั่นตามวิธีของลิฟวิงสตัน ผลปรากฏว่าความเชื่อมั่นตามวิธีของลิฟวิงสตัน มีค่าเท่ากับ 0.878 จากนั้นนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

(รายละเอียดแสดงดัง ตาราง 20 ภาคผนวก ฉ)

### 3. แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

เป็นแบบวัดความรู้สึก ความคิดเห็น และท่าทีของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยจะถูกระตุ้นให้แสดงออกในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง หลังจากมีประสบการณ์จากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นชอบ พอใจ เห็นด้วย หรือไม่ชอบ ไม่พอใจ ไม่เห็นด้วยจำนวน 30 ข้อ โดยข้อคำถามในแบบวัดเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ ข้อความเชิงนิมมาน (Favorable Statement) มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ 1 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2 : ไม่เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 4 : เห็นด้วย 5 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง และข้อความเชิงนิเสธ (Unfavorable Statement) มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ 1 : เห็นด้วยอย่างยิ่ง 2 : เห็นด้วย 3 : ไม่แน่ใจ 4 : ไม่เห็นด้วย 5 : ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

สำหรับแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำมาจากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของ จินตนิษฐ์ ละออปักษิณ (2550: 149-151) ซึ่งหาคุณภาพโดยใช้นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 200 คน และหาความเชื่อมั่นของแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ทั้งฉบับด้วยวิธีสัมประสิทธิ์อัลฟาของครอนบาค มีค่าเท่ากับ 0.9177 และข้อคำถามมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.1949 – 0.7247

#### 4. แบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

4.1 แบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบ่งเป็น 2 ตอน คือ ประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับเนื้อหาในแต่ละหน่วย และความคิดเห็นเพิ่มเติม

4.2 แบบประเมินแบบรายงานการปฏิบัติกิจกรรม แบ่งเป็น 2 ตอนคือ ประเมินความสอดคล้องของแบบรายงานการปฏิบัติกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร และความคิดเห็นเพิ่มเติม

4.3 แบบประเมินแบบสำรวจรายการ แบ่งเป็น 2 ตอนคือ ประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความคิดเห็นเพิ่มเติม

**ขั้นตอนการพัฒนาแบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย** คือ นำแบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบประเมินรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบประเมินแบบสำรวจรายการที่ปรับปรุงแล้วทั้ง 3 ฉบับ ไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม นำคำแนะนำ และข้อเสนอแนะที่ได้ไปปรับปรุงแบบประเมินเพื่อให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

#### ขั้นตอนที่ 4 การทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

สำหรับแบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียวมีการทดสอบหลังเรียนเท่านั้น (One-Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว ดำเนินการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง แล้วทำการทดสอบหลังทดลอง ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยนำหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และเครื่องมือที่ได้พัฒนาแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แล้วเก็บรวบรวมข้อมูล โดยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

**ขั้นตอนที่ 1** ผู้วิจัยขอหนังสือขอความอนุเคราะห์เก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยเพื่อทำ  
 ปรวิญญาณินพนธ์จากบัณฑิตวิทยาลัย ไปขอความอนุเคราะห์จากโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์

**ขั้นตอนที่ 2** ผู้วิจัยนำหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอน  
 ปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ที่ผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญและการทดลอง  
 นำร่องเรียบร้อยแล้ว ไปทดลองใช้เพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตร โดยกลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียน  
 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และ  
 ผ่านการเรียนคณิตศาสตร์พื้นฐานตามที่กำหนดมาก่อนจำนวน 7 คน โดยกลุ่มตัวอย่างมาจากการ  
 เปิดรับสมัครนักเรียนเข้าร่วมโครงการ ผ่านการประชาสัมพันธ์ล่วงหน้าเกี่ยวกับหลักสูตรและ  
 คุณสมบัติของผู้เรียน ซึ่งดำเนินการโดยหัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์และอาจารย์ผู้ประสานงาน

**ขั้นตอนที่ 3** ผู้วิจัยทดลองสอนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยดำเนินการสอนในเวลา  
 เรียนปกติ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ดำเนินการสอนสัปดาห์ละหนึ่งครั้ง ครั้งละ 3 ชั่วโมง  
 เป็นเวลา 15 สัปดาห์ และทดสอบความสามารถด้านเนื้อหาสองครั้ง ครั้งละ 2 ชั่วโมง 30 นาที  
 รวมใช้เวลาทั้งสิ้น 50 ชั่วโมง ในการจัดการเรียนการสอนมีการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและวัดความ  
 สามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม  
 วัดพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วยแบบสำรวจรายการ  
 หลังจากสิ้นสุดการเรียนการสอนหน่วยที่ 4 ทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ  
 เรียน ฉบับที่ 1 และหลังจากสิ้นสุดการเรียนการสอนหน่วยที่ 7 ทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบ  
 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ฉบับที่ 2 พร้อมทั้งวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างด้วย  
 แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ จากนั้นนำข้อมูลทั้งหมดที่ได้จากแบบรายงานผลการปฏิบัติ  
 กิจกรรม แบบสำรวจรายการ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบวัดเจตคติต่อวิชา  
 คณิตศาสตร์ ไปวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาประสิทธิภาพของหลักสูตรด้านผลการใช้หลักสูตร และ  
 ทดสอบสมมติฐานในการวิจัยต่อไป

### **ขั้นตอนที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้**

นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ดังนี้

1. ทดสอบสมมติฐานข้อ 1 ที่ว่าหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับ  
 มัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่สร้างขึ้น มีประสิทธิภาพด้าน  
 ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ โดยโครงสร้างหลักสูตรมีความเหมาะสมและความสอดคล้อง
2. ทดสอบสมมติฐานข้อ 2 ที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์  
 ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา โดยสอบผ่าน  
 เกณฑ์คะแนนจุดตัด มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม  
 (Binomial Test)

3. ทดสอบสมมติฐานข้อ 3 ที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

4. ทดสอบสมมติฐานข้อ 4 ที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

5. ทดสอบสมมติฐานข้อ 5 ที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 3.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

## สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยพบว่าหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง อาจนำไปใช้ได้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โรงเรียนอื่นๆ ได้ โดยมีเหตุผลสนับสนุนดังนี้

1. ผลการหาประสิทธิภาพของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งได้จากการประเมินความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ด้วยแบบประเมินโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ พบว่าองค์ประกอบต่างๆ ของหลักสูตรมีคะแนนเฉลี่ยของความเหมาะสม ( $\bar{X}$ ) มีค่าตั้งแต่ 4.29-4.67 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) มีค่าตั้งแต่ 0.16-0.58 แสดงว่าโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญและมีดัชนีความสอดคล้อง ( $IOC$ ) ตั้งแต่ 0.67-1.00 แสดงว่าโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีความสอดคล้องตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

นั่นคือ หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง มีประสิทธิภาพด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

2. ผลการหาประสิทธิภาพของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ด้านผลการใช้หลักสูตร วัดจากนักเรียน 5 ด้านคือ ด้านความสามารถด้านเนื้อหา ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยมีดังนี้

2.1 ด้านความสามารถด้านเนื้อหา วัดด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา โดยสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัด 36 คะแนน มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

2.2. ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 86 %

2.3 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่า ร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 86 %

2.4 ด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วัดจากแบบสำรวจรายการ พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86 %

2.5 ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วัดจากแบบสำรวจรายการ พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการ

ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดีที่ระดับความเชื่อมั่น 86 %

3. ผลการประเมินเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ ได้จากการทำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 3.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัย

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86 %

## การอภิปรายผล

จากการวิจัยและพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง พบว่าหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีประสิทธิภาพทั้งในด้านความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญและด้านผลการใช้หลักสูตร และนักเรียนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ผลการวิจัยปรากฏเช่นนี้อาจเนื่องมาจาก

1. ด้านประสิทธิภาพของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

1.1 เนื้อหาของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และส่วนที่สองคือ เนื้อหาทฤษฎีกราฟ ประกอบด้วยความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎี ทรีและกราฟไบนารี ไทต์ กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน การให้สีกราฟ ขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบ และไดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน สำหรับการเลือกเนื้อหานั้น ผู้วิจัยคำนึงถึงความเหมาะสมของเนื้อหาในระดับความสามารถและพัฒนาการของนักเรียน ในที่นี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง นอกจากนี้ยังคำนึงถึงความยากง่าย การจัดเรียงลำดับของเนื้อหา และสถานการณ์ปัญหาที่นำมาประยุกต์ใช้กับเนื้อหานั้นๆ โดยเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงที่สามารถพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนอยากเรียนรู้ เห็นถึงความสอดคล้องกันของเนื้อหาและประโยชน์ของการศึกษาเนื้อหานั้นๆ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของทิสเซน และคณะ (Thiessen; et al. 1993: 38) และ วิลสัน และริเวรา –มารีโร (Wilson; & Rivera-Marrero. 2004: Online)



เกี่ยวกับแนวทางการเลือกสถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนที่ว่า ควรเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงที่ทำให้นักเรียนรู้สึกว่ามีประโยชน์ น่าสนใจ ทำท่าย มีความหลากหลาย มีคุณค่าในเชิงนั้นทนทานการและรู้สึกสนุกสนานกับการหาคำตอบ การจัดการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์ปัญหาจริงที่สอดคล้องกับเนื้อหาจะถือเป็นประสบการณ์ที่มีความหมาย และมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ ช่วยทำให้นักเรียนเกิดการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และสามารถแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (Reys; Suydam; & Lindquist. 1989: 44)

1.2 การจัดการเรียนการสอน เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและเน้นการเรียนแบบร่วมมือ มีทั้งการจัดการเรียนการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้น และการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อย

การจัดการเรียนการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้น ใช้แนวทางการสอนแบบใช้ปัญหา นำเข้าสู่บทเรียน มีการยกตัวอย่างผ่านสื่อประกอบการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจอยากเรียนรู้ เกิดการอภิปรายร่วมกัน และอยากแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งช่วยทำให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิด เกิดการเรียนรู้และเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับ กูยา (Gooya. 1994: 2865A) และมินนิช (Minnich. 2008: Online) ที่พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้มีการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น และมีการใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่าง ๆ จะทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแง่ของกระบวนการทำความเข้าใจปัญหา สร้างความรู้ใหม่ และสามารถเรียนรู้ได้ดีขึ้น

การปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เน้นการทำงานเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-4 คน ใช้แนวทางการสอนการแก้ปัญหาผสมผสานกันทั้ง 3 แนวทาง โดยอาศัยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ครูลิค และรุดนิค ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และค้นหาคำตอบ และใช้วิธีการสอนแบบค้นพบและวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน มุ่งเน้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

การฝึกการให้เหตุผลจะดำเนินไปพร้อม ๆ กับการดำเนินกิจกรรมการแก้ปัญหา ร่วมกันในกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนอธิบาย อภิปรายแนวคิด และแสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

สำหรับการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-4 คนนั้น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล อธิบาย แสดงเหตุผล อภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิด และแก้ปัญหาร่วมกัน ทำให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดของตน และมีความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับ ดูเรน และ เซอริงตัน (Duren; & Cherington. 1992: 80-83) จอยซ์ (Joyce. 2004: Online) และ อัดัมส์ และ แฮมม (Adams; & Hamm. 1990: 33) ที่พบว่าการฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ทำให้นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ทางคณิตศาสตร์ เกิดการแก้ปัญหาร่วมกัน จดจำ และ

ประยุกต์ใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาได้ดี นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของแลพแพน และสแควม (Lappan; & Schram. 1989: 18-19) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมให้นักเรียนให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม และแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาดการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป อธิบายเกี่ยวกับ เหตุผลของแนวคิด จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1.3 บทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอน มีหน้าที่ในการอำนวยความสะดวกช่วยเหลือ แนะนำและใช้คำถามกระตุ้นเท่าที่จำเป็น พร้อมทั้งให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน สนับสนุนและกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันคิด อภิปราย สืบค้น ค้นคว้า และหาวิธีแก้ปัญหา สนับสนุนให้ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และนำอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการให้เหตุผลมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจ อยากแก้ปัญหาได้ด้วยกลยุทธ์ที่หลากหลาย และพยายามค้นหาคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ อาร์ทซ์ และนิวแมน (Artzt; & Newman. 1990: 19) และซซ์แมน (Suchman. 1962) ที่กล่าวไว้ในทำนองเดียวกันว่า ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนในทุกๆ ด้าน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ให้คำแนะนำ ชี้แนะเท่าที่จำเป็น เนื่องจากการให้ข้อมูลน้อยไป จะทำให้นักเรียนเจออุปสรรค และเกิดความเบื่อหน่าย ไม่อยากเรียน สอดคล้องกับ เค็ททิน (Cattin. 1997: 3374A) ที่พบว่านักเรียนชอบบทบาทของครูในฐานะที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกให้เกิดการเรียนรู้ เป็นแหล่งข้อมูล และเป็นผู้ให้การสนับสนุนความพยายามของนักเรียน สำหรับการจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่ทำให้นักเรียนรู้สึกเป็นอิสระ ไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว สนับสนุน ส่งเสริมให้มีการ สืบค้น อธิบายแสดงเหตุผลของแนวคิด พร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Gonzales. 1994: 84; Rowan; & Morrow. 1993: 16-18)

1.4 หลักสูตรทฤษฎีกราฟที่พัฒนาขึ้น เป็นหลักสูตรสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ดำเนินการสอนโดยเปิดเป็นรายวิชาเพิ่มเติม จำนวน 1.5 หน่วยกิต ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยเริ่มดำเนินการประชาสัมพันธ์เกี่ยวกับหลักสูตรทฤษฎีกราฟ คุณสมบัติของผู้เรียน และเปิดรับสมัครนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงเข้าร่วมโครงการ ซึ่งมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และ 6 จำนวน 12 คน ที่สมัครเข้าร่วมโครงการ แต่ในสัปดาห์แรกของการทดลองใช้หลักสูตร มีนักเรียนจำนวนหนึ่งต้องลาเรียนวิชาที่ลงทะเบียนเรียนไว้แล้ว ด้วยความจำเป็นบางประการ จึงทำให้จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีเท่ากับ 7 คน และเนื่องจากโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์เป็นโรงเรียนที่มีดำเนินการจัดการเรียนสอนในระดับมัธยมศึกษาที่มุ่งเน้นความเป็นเลิศทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่มีศักยภาพสูงทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจึงเป็นนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยในจำนวนนักเรียน 7 คน มีนักเรียนจำนวน 2 คนที่มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดีมาก และได้รับการฝึกการเขียนพิสูจน์มาก่อน ดังนั้นจึงทำให้การเรียนเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

เป็นเหมือนการทบทวนความรู้ และนักเรียนอีกจำนวน 5 คน เมื่อได้เรียนเนื้อหาและทบทวนความรู้ โดยการทำแบบฝึกหัด ก็สามารถเรียนรู้ได้อยู่ในเกณฑ์ดีเช่นกัน และเนื่องจากวิธีการพิสูจน์เป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนเรื่องอื่นๆ จึงทำให้การจัดการเรียนการสอนในหน่วยต่อไป เป็นไปด้วยความเรียบร้อยและคล่องตัว ประกอบกับนักเรียนมีจำนวนไม่มากนัก ทำให้สามารถสังเกตพฤติกรรมนักเรียนแต่ละคนได้อย่างใกล้ชิด เมื่อมีนักเรียนคนใดสงสัยหรือไม่เข้าใจในระหว่างเรียน จึงสามารถอธิบายทำความเข้าใจได้ทันที ทำให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ไปพร้อมๆ กันได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ริตเซล และคณะ (Riedesel; et al. 1996: 43) ที่พบว่าเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาเป็นโอกาสที่นักเรียนจะได้นำแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาใช้ นอกจากนั้นนักเรียนจะได้เห็นการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แล้ว ยังช่วยให้นักเรียนมีความกระฉับกระเฉงเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จึงทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ และทบทวนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์พร้อมกับการนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหา

2. ด้านเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ หลังสิ้นสุดการใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

2.1 เนื้อหาในหลักสูตรทฤษฎีกราฟ เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่พบเห็นได้ในชีวิตจริง ส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับแนวคิดของ ทิเชน และคณะ (Thiessen; et al. 1993: 38) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนได้เผชิญกับสถานการณ์จริง จะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ รวมทั้งมองเห็นว่าคณิตศาสตร์สัมพันธ์กับการใช้ชีวิตประจำวันทั้งในทางตรงและทางอ้อมอย่างไร นอกจากนี้เนื้อหาทฤษฎีกราฟยังนำเสนอเกี่ยวกับประวัติความเป็นมาของการศึกษาในบางหัวข้อ ทำให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับประวัติความเป็นมาและสนใจในเนื้อหานั้นๆ มากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับ มาร์แชลล์ (Marshall. 2000: Online) ที่พบว่าการสอนโดยสอดแทรกประวัติของคณิตศาสตร์ ช่วยทำให้นักเรียนมีการรับรู้ในคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น รู้สึกสนุกสนาน และเห็นคุณค่าของของคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

2.2 การปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อย เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด แสดงเหตุผล อภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน เกิดการแก้ปัญหาร่วมกัน ทำให้นักเรียนแต่ละคนมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตน ซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดความมั่นใจ ภูมิใจในความสามารถของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ กริฟฟิน (Griffin. 2008: Online) เจนเซน (Jensen. 2006: Online) และอดัมส์ และแฮมม (Adams; & Hamm. 1990: 33) ที่ได้กล่าวไว้ในทำนองเดียวกันว่า การใช้กระบวนการกลุ่มในการปฏิบัติกิจกรรม จะทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา มากกว่าการให้นักเรียนแก้ปัญหาเพียงลำพัง และการประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา สามารถทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ได้

2.3 รูปแบบการจัดการเรียนการสอน เป็นการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และเน้นการเรียนแบบร่วมมือ สนับสนุน ส่งเสริมและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด แสดงเหตุผล สืบสวนสอบสวนความรู้ อภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิด ร่วมมือกันในการแก้ปัญหา ส่งเสริม

และจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้เป็นไปด้วยความสนุกสนาน ผ่อนคลายและพูดคุยอย่างเป็นกันเอง นักเรียนจึงรู้สึกผ่อนคลาย มีการรับรู้ดีขึ้น และเรียนด้วยความสนุกสนาน ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับทัวกอร์ (Tougaw. 1994: 2534-A) ที่พบว่า การสอนโดยผ่านการแก้ปัญหาที่เน้นให้นักเรียนสร้างข้อความคาดการณ์ สืบค้น อภิปราย พิสูจน์ และหารูปทั่วไป จะช่วยทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียน อีกทั้งยังสอดคล้องกับกริฟฟิน (Griffin. 2008: Online) และ เจนเซน (Jensen. 2006: Online) ที่พบว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือมีส่วนช่วยให้นักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น นอกจากนี้การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการสอนหลายรูปแบบร่วมกัน พร้อมทั้งการจัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่เต็มไปด้วยความสนุกสนาน จะทำให้นักเรียนมีความวิตกกังวลในการเรียนลดน้อยลง ส่งผลให้นักเรียนคุ้นเคยกับกลยุทธ์ในการจัดการเรียนการสอน และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น (Curtis. 2006: Online)

### ข้อเสนอแนะ

จากการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และการทดลองใช้หลักสูตร ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

#### ข้อเสนอแนะทั่วไป

เนื่องจากหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่พัฒนาขึ้น เป็นหลักสูตรที่มีประสิทธิภาพ โดยผ่านการประเมินโดยผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการทดลองใช้หลักสูตรมาแล้วว่าได้ผลจริง โดยสามารถพัฒนานักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ให้มีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง และเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ในการนำหลักสูตรทฤษฎีกราฟที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นไปใช้ มีข้อเสนอแนะดังนี้

1. ควรมีการทดลองใช้หลักสูตรทฤษฎีกราฟที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ในโรงเรียนอื่นๆ ที่มีความเหมาะสม
2. ควรศึกษาหลักสูตรทฤษฎีกราฟให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเนื้อหาของหลักสูตร เนื่องจากเป็นเนื้อหาสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง โดยอาจคัดเลือกเนื้อหาเพื่อให้ความเหมาะสมกับบริบทของนักเรียน และควรศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาทฤษฎีกราฟ ซึ่งจะทำให้การจัดการเรียนการสอนสามารถส่งเสริมและพัฒนาการนักเรียนได้เต็มตามศักยภาพ
3. แนวทางการจัดการเรียนการสอนที่นำเสนอไว้ เป็นเพียงแนวทางที่จะช่วยให้สามารถจัดประสบการณ์การเรียนรู้ต่างๆ ให้แก่นักเรียนได้ตรงกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตรที่กำหนดไว้เท่านั้น จึงสามารถปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนได้ และครูควรจัดกิจกรรมปู

พื้นฐานให้กับนักเรียนก่อน ในกรณีที่เห็นว่าความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังไม่เพียงพอสำหรับการปฏิบัติกิจกรรม

4. ในการปฏิบัติกิจกรรม อาจมีการปรับเปลี่ยนระยะเวลาเพื่อให้เกิดความยืดหยุ่น และสอดคล้องกับระดับความสามารถของนักเรียน ควรมีการเว้นระยะ หรือเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีเวลาในการปฏิบัติกิจกรรมให้มากขึ้น เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่

5. เนื่องจากเนื้อหาแต่ละหน่วยไม่ได้เป็นอิสระต่อกัน ในการคัดเลือกบางหัวข้อของเนื้อหาทฤษฎีกราฟไปใช้นั้น ควรคำนึงเกี่ยวกับลำดับของเนื้อหา และความรู้ที่จำเป็นเบื้องต้นให้มากขึ้น ทั้งนี้สามารถคัดเลือกเนื้อหา หรือกิจกรรมที่เหมาะสม เพื่อนำมาเป็นตัวอย่างหรือกิจกรรมที่แสดงให้เห็นถึงการนำความรู้ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาที่สามารถพบเห็นได้ในชีวิตจริง สามารถนำมาใช้ในการอบรม และใช้เป็นส่วนเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์แบบปกติได้

### ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับปกติ หรือสำหรับนักเรียนในช่วงชั้นอื่นๆ โดยการปรับและคัดเลือกเนื้อหา กิจกรรม ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและการประเมินผลให้เหมาะสม

2. ควรมีการพัฒนาหลักสูตรหลักสูตรทฤษฎีกราฟเพิ่มเติม โดยคัดเลือกเนื้อหาใหม่ และกิจกรรมที่น่าสนใจซึ่งสอดคล้องกับเนื้อหานั้นๆ โดยพิจารณาถึงความเหมาะสมกับความสามารถ และระดับช่วงชั้นของนักเรียน

3. ควรมีการวิจัยและพัฒนาโดยมีการศึกษาติดตามในระยะยาว (Longitudinal Studies) เพื่อศึกษาว่าความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังคงทนในระยะเวลาานเท่าใด และมีการพัฒนาเพิ่มขึ้นหรือไม่ อย่างไร

## บรรณานุกรม

## บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2521). *หลักสูตรใหม่ (เอกสารแนะนำหลักสูตร ฉบับปรับปรุง)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา กรมการศาสนา.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2539). *การประเมินผลตามสภาพจริง*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- (2541). *การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ*. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- (2545ก). *หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนโพธิสารพิทยากร พ.ศ. 2545*. กรุงเทพฯ: โรงเรียนโพธิสารพิทยากร.
- (2545ข). *คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2545-2546, พฤศจิกายน-ธันวาคม, มกราคม). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. คณิตศาสตร์. 46(530-532). 54-58.*
- ขวัญตา พันธุ์บ้านแหลม. (2546). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง กราฟและการประยุกต์ของกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จรรยา ภูอุดม. (2544). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- (2545, พฤษภาคม-กรกฎาคม). *แนวการจัดการเรียนการสอนและการประเมินผลที่สอดคล้องกับสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการ. คณิตศาสตร์. 46(524-526). 14-37.*
- จรีรัตน์ สุวรรณ. (2546). *การพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เบื้องต้น สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- จิตติษฐ์ ละออบปักษิน. (2550). การพัฒนาหลักสูตรเรขาคณิตวิยุด สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2545). การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- เฉลิมศักดิ์ ภูมิ. (2538). ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ ศ.ม. (การประถมศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ชนินทร์ชัย อินทிரารณ และสุวิทย์ หิรัณยกาณท์. (2548). ปทานุกรมศัพท์การศึกษา. กรุงเทพฯ: ไร่ไฟเพรส.
- ณรงค์ บัณฑิต. (2537). การแก้ปัญหาโดยการจำลองปัญหาด้วยกราฟ. ใน *ประมวลสาระชุดวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ หน่วยที่ 8-11*. หน้า67-133. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- . (2548). *ทฤษฎีกราฟ*. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ภูมิบัณฑิตการพิมพ์.
- ทิสนา แคมมณี. (2528). การประเมินผลหลักสูตร. ใน *รวมบทความทางการประเมินโครงการ. บรรณาธิการโดย สมหวัง พิธิยานุวัฒน์*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธำรง บัวศรี. (2532). *ทฤษฎีหลักสูตร : การออกแบบและพัฒนา*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- นฤมล แซ่เตี้ย. (2532). ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์และเหตุผลเชิงนามธรรม กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เขตการศึกษา 11. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถ่ายเอกสาร.
- นวรรตน์ อนันต์ชื่น. (2540). *ทฤษฎีกราฟ I*. นครปฐม: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- นิตยา ปภาพจน์. (2540). การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.



- นิตยา ชิงชัย. (ม.ป.ป.). *การประยุกต์ของทฤษฎีกราฟ*. เชียงใหม่: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2546). *การพัฒนาหลักสูตรและการวิจัยเกี่ยวกับหลักสูตร*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาสน์.
- บุญญา แซ่หล่อ. (2550). *การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริง สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์. (2527). *การทดสอบอิงเกณฑ์: แนวคิดและวิธีการ*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- . (2542). *การวัดแบบอิงเกณฑ์. สารานุกรมศึกษาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ประทีป โกมลมาศ. (2536, ตุลาคม-พฤศจิกายน). สัมภาษณ์. *การศึกษาแห่งชาติ*. 28(1): 13-14.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537ก). *ประมวลสาระชุดวิชา สาระตะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15*. พิมพ์ครั้งที่ 1. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- . (2537ข, พฤศจิกายน - ธันวาคม). *การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. คณิตศาสตร์*. 38(434-435): 62-74.
- . (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม - มีนาคม). *ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*. 28(108): 14-19.
- พงศ์ศรีมณี เฟื่องฟู. (2545). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรรณี ช. เจนจิต. (2538). *จิตวิทยาการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: ดันอ้อ แกรมมี.
- พรรณรัตน์ เ่งธรรมสาร. (2533, กุมภาพันธ์). *การเรียนแบบทำงานรับผิดชอบร่วมกัน. สารพัฒนาหลักสูตร*. 95: 35-37.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2530). *การสร้างและการพัฒนาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์*. กรุงเทพฯ: สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.

- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พุกศักดิ์ ชิวสุวิทย์. (2536). *รายงานโครงการวิจัยประจำปีงบประมาณ 2536 เรื่อง การลดข้อมูลภาพทฤษฎีกราฟสำหรับระบบโทรศัพท์ภาพ*. กรุงเทพฯ: คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- ยุพร ริมชลการ. (2543). *การพัฒนาหลักสูตรพีชคณิตสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2520, พฤศจิกายน-ธันวาคม). *วิธีสอนโดยการค้นพบ*. *คณิตศาสตร์*. 22(230-231). 1-7.
- . (2527). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- . (2528, มกราคม-กุมภาพันธ์). *แนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย*. *คณิตศาสตร์*. 28(316-317). 24-28.
- . (2530). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รุ่งฟ้า จันทจักรุภรณ์. (2539). *การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2537). *กระบวนการพัฒนาหลักสูตรและการเรียนการสอนภาคปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- . (2538). *ทฤษฎีและการพัฒนาหลักสูตร*. ใน *ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาระบบการสอน = Instructional System Development* หน่วยที่ 1 – 4 . กรุงเทพฯ: บัณฑิตศึกษา สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- วิทยา วัชรวิทยากุล และสมชาย ประสิทธิ์จตุระกุล. (2536). *คณิตศาสตร์ดีสครีตเชิงประยุกต์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- เวชฤทธิ์ อังณะภัทรขจร. (2551). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล กับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- วัลลภา แนวจำปา. (2528). ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางเหตุผลเชิงนามธรรม ความคิดสร้างสรรค์ และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เขตการศึกษา 10. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีสุรางค์ ทีนะกุล และอื่นๆ. (2543). รายงานการวิจัยการกำหนดเส้นทางการเก็บ – ขนขยะ ในเขตเทศบาลนครอุดรธานีโดยอาศัยทฤษฎีกราฟ. อุดรธานี: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันราชภัฏอุดรธานี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545ก). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คุรุสภา.
- (2545ข). เอกสารเสริมความรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น. กรุงเทพฯ: พราว เพลส จำกัด.
- (2546). คู่มือวัดผล ประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศรีเมืองการพิมพ์.
- (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: เอส พี เอน การพิมพ์.
- (2550). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมชาย ประสิทธิ์จตุระกุล. (2546). ภัณฑคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: ด่านสุทธการพิมพ์.
- สมพร สุนตินันท์โอภาส. (2539). ทฤษฎี และโจทย์ตัวอย่างคณิตศาสตร์ดีสครีต. กรุงเทพฯ: แมคกรอ-ฮิล
- สมพร จารุณัญ. (2540). การวางแผนการเรียนการสอน: สื่อและกระบวนการ (เอกสารเพื่อการพัฒนาหนังสืออันดับที่ 6) กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมเจตน์ ไวยากรณ. (2530). รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการใช้เหตุผล. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สังต์ อุทรานันท์. (2532). *พื้นฐานและการพัฒนาหลักสูตร*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มิตรสยาม.
- สวัสดิ์ ประทุมราช และคณะ. (2521). *การศึกษาความสอดคล้องระหว่างหลักสูตรการฝึกหัดครูกับหลักสูตรประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ: ม.ป.ท.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุนีย์ คล้ายนิล. (2546, กันยายน-ตุลาคม). *คณิตศาสตร์ไทยไม่เข้มแข็ง: เพราะอะไร (ตอนที่ 2). การศึกษาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สสวท. 31(126): 2-12.
- สุภาพ วาดเขียน. (2525). *มาตรการและการประเมินผลพฤติกรรม*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาวิจัยการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุรสาธิต ผาสุข. (2546). *การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางคณา ยาหยี. (2549). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2544). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5 ฉบับปรับปรุงแก้ไข. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2541). *แผนพัฒนาการศึกษาสำหรับเด็กและเยาวชนผู้มีความสามารถพิเศษ*. กรุงเทพฯ: สำนักงานนายกรัฐมนตรี.
- (2542). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545*. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- (2543). *ปฏิรูปการเรียนรู้ ผู้เรียนสำคัญที่สุด*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.
- อนันต์ จันทร์กวี. (2526). *การวัดและการประเมินผลคณิตศาสตร์*. ใน *เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- อาพันธ์ชนิต เจนจิต. (2546). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรขาคณิต โดยใช้การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลายที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- อุษณีย์ โพรธิสุข. (2537). *วิธีสอนเด็กปัญญาเลิศ*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษาพิเศษ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อัญชนา โพรธิพลกร. (2546). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Adams, S.; Ellis, L. C.; & Beeson, B. F. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostics Approach*. New York: Harper & Row.
- Adams, M.; & Hamm, E. (1990). *Cooperative Learning: Critical Thinking and Collaboration across the Curriculum*. Illinois: Charles C. Thomas.
- Agnarsson, G.; & Greenlaw, G. (2007). *Graph Theory: Modeling, Applications, and Algorithms*. New Jersey: Pearson Education.
- Aigner, M.; & Ziegler, Gunter M. (2004). *Proofs from the Book*. New York: Springer.
- Anastasi, A. (1969). *Psychology Testing*. 3<sup>rd</sup> ed. New York: Mac-Millar Co.
- Artzt, A.; & Newman, C. M. (1990). *How to Use Cooperative Learning in the Mathematics Class*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Artzt, A.; & Shirel, Yoloa-Femia. (1999). Mathematics Reasoning During Small Group Problem Solving. In *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 Yearbook*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning and Communication, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Begg, A. (1994). Mathematics Content and Process. In *Mathematics Education: A Handbook for Teacher, Volume 1*. Jim Neyland (Ed.). pp.183-192.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary Schools)*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown.
- Bender, Edward A.; & William, Gill A. (2005). *Basic Concept in Graph Theory*. Retrieved May 23, 2007 from <http://www.cr.yo.to.mirror.dogmap.org/2005-261/bender2/GT.pdf>
- Bennett, J.; & Briggs, W. (2005). *Using and Understanding Mathematics: A Quantitative Reasoning Approach*. New York: Pearson Education.

- Billstein, Rick.; Libeskind, Shlomo.; & Lott, Johnny W. (1997). *A Problem Solving Approach to Mathematics*. New York: Addison Wesley Longman.
- Blitzer, R. (2005). *Thinking Mathematically*. 3<sup>rd</sup> ed. New Jersey: Prentice-Hall.
- Boyd, A. B. (2002). *Discrete Mathematics Topics in The Secondary School Curriculum*. Dissertation, M.Sc. (Mathematics). Louisiana: Graduate Faculty, Louisiana State University and Agriculture and Mechanical College. Photocopied.
- Bramlett, D. C. (2007). *A Study of African College Students' Attitudes toward Mathematics*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Mississippi: The University of Southern Mississippi. Retrieved April 2, 2009, from <http://www.proquest.umi.com/pdqweb?index=40&sid=3>
- Buckley, F.; & Lewinter, M. (2002). *A Friendly Introduction to Graph Theory*. New Jersey: Pearson Education, Inc.
- Cattin, D. (1997, May). A Study of Self-Directed Learning in Alternative Education Program for Adolescents. *Dissertation Abstracts International*. 57(8): 3374-A.
- Charles, R.; & Lester, F. (1982). *Teaching Problem Solving: What, Why & How*. California: Dale Seymour Publications.
- Charles, R.; Lester, F.; & O'Daffer, P. (1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Chartrand, G.; & Zhang, P. (2005). *Introduction to Graph Theory*. New York: McGraw-Hill.
- Choi, J.; Christopher, D.; Hsu, Pi-Sui.; Kim, H.; & McGriff, S. J. (2000). *A Problem Solving Assessment Instrument: An Example and Critique of a Problem Solving Assessment Instrument for Middle School*. Pennsylvania: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cleon, J. D. (1983). *The Effects of an Experimental Curriculum Development Project in Statistics in the Achievement and Attitude of Tenth Grade Students in Liberia*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Illinois: University of Urbana-Champaign. Retrieved April 3, 2009, from <http://www.proquest.umi.com/pqdweb?index=220&sid=1>
- Cooney, Thomas J.; Davis, Edward J.; & Henderson, Kenneth, B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.

- Crehan, K. D. (1974). Item Analysis for Teacher-Made Mastery Tests. *Journal of Educational Measurement*. 11: 255-262.
- Cronbach, H. J. (1970). *Essential of Psychological Testing*. 3<sup>rd</sup> ed. New York: Harper & Row.
- Crow, A. W. (1980). *Introduction to Education*. New Delhi: Euraga Publishing House.
- Cruikshank, Douglas E.; & Sheffield, Linda J. (1992). *Teaching Elementary and Elementary School Mathematics*. New York: Macmillan.
- Curtis, K. M. (2006). *Improving Student Attitudes: A Study of a Mathematics Curriculum Innovation*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Kansas: Kansas State University. Retrieved April 3, 2009, from <http://www.proquest.umi.co/pdqwebMindex=88&sid=3>
- Davidson, Neil. (1990). Small-Group Cooperative Learning in Mathematics. In *Teaching and Learning Mathematics in the 1990 Yearbook*. Thomas J. Coney; & Christian R. Hirsch (Eds.) .pp. 52-61. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- DeBellis, V. A.; & Goldin, G. A. (1997). The Affective Domain in Mathematical Problem Solving. In *Proceedings of the 21<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. E. Pohkonen (Ed.). 2: 209-216.
- (1999). Aspects of Affect: Mathematical Intimacy, Mathematical Integrity. In *Proceedings of the 23<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. O. Zaslavsky (Ed.). 2: 249-256.
- Dossey, John A. (1991). Discrete Mathematics: The Math for Our Time. In *Discrete Mathematics Across the Curriculum, K-12*. Kenney, Margaret J.; & Hirsch, Christian R.(Eds.). Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Dossey, John A.; et al. (2002). *Discrete Mathematics*. 4<sup>th</sup> ed. New York: Addison-Wesley Educational Publisher.
- Drummond, P.J. (1989, September). The Design, Implementation and Evaluation of a Course in Discrete Mathematics for High School Students. *Dissertation Abstracts International*. 50(3): 641-A.

- Duren, Phillip E.; & Cherington. A. (1992, February). The Effects of Cooperative Group Work Versus Independent Practice on the Learning of some Problem Solving Strategies. *School Science And Mathematics*. 92(2): 80-83.
- Epp, Susanna S. (2004). *Discrete Mathematics with Applications*. California: Thomson Learning.
- Gaddis, K. (1997). *Participatory Mathematics Curriculum Development: A Case Study from kwaZulu/Natal, South Africa*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). New York: Cornell University. Retrieved April 3, 2009, from <http://www.proquest.umi.com/pqdweb?index=153&sid=1>
- Glaser, R.; & Klaus, D. J. (1962). Proficiency Measurement: Assessing Human Performance. In *Psychological Principles in System Development*. R.M. Gagene (Ed.). pp.419-474. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Gonzales, Nancy A. (1994, February). Problem Posing: A Neglected Component in Mathematics Courses for Prospective Elementary and Middle School Teachers. *School Science and Mathematics*. 94(2): 78-84.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education*. 3<sup>rd</sup> ed. New York: McGraw-Hill.
- Goodaire, Edgar G.; & Parmenter, Michael M. (1998). *Discrete Mathematics with Graph Theory*. (2<sup>nd</sup> ed). New Jersey: Prentice Hall International.
- Goodrich, H. (1997, January). Understanding Rubrics. *Education Leadership (Teaching for Authentic Student Performance)*. 54(4): 14-17.
- Goodykoontz, E. N. (2008). *Factors that Affect College Students' Attitude toward Mathematics*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). West Virginia: West Virginia University. Retrieved April 3, 2009, from <http://www.proquest.umi.com/pqdweb?index=13&sid=3>
- Gooya, Zahra. (1994, February). Influences of Metacognition – Based Teaching Via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem Solving. *Dissertation Abstracts International*. 54(8): 2865-A.
- Greenwood, J. (1993, November). On the Nature of Teaching and Assessing 'Mathematical Power' and 'Mathematical Thinking'. *Arithmetic Teacher*. 41(3): 144-152.



- Griffin, K. R. (2008). *Use of Cooperative Learning and Computer Assisted Instruction to Investigate Mathematics Achievement Scores, Student's Attitude toward Cooperative Learning and Confidence in Subject Matter*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Pennsylvania: Duquesne University. Retrieved April 3, 2009, from <http://proquest.umi.com/pqd?index=26&sid=3>
- Gross, J. L.; & Yellen, J. (2004). *Handbook of Graph Theory*. New York: CRC Press.
- Hazzan, O.; & Hadar, I. (2005). Reducing Abstraction When Learning Graph Theory. *Journal of Computer in Mathematics and Science Teaching*. 24(3): 255-272.
- Hart, E. (1991). Discrete Mathematics: An Exciting and Necessary Addition to the Secondary School Curriculum. In *Discrete Mathematics Across the Curriculum k-12 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Hatfield, M. M.; Edwards, N. T.; & Bitter, G. G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools*. 2<sup>nd</sup> ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Herr, T.; & Johnson, K. (1994). *Problem Solving Strategies Crossing the River with Dogs*. Berkeley, California: Key Curriculum Press.
- Hillgard, E. R. (1967). *Introduction to Psychology*. New York: Harcourt, Brace and World.
- Hyde, Arthur A.; & Hyde, Pamela R. (1991). *Mathwise: Teaching Mathematical Thinking and Problem Solving*. Portsmouth, New Hampshire: Heinemann.
- Janjaruporn, R. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Photocopied.
- Jensen, S. K. (2006). *An Investigation of the Relationship among Attitudes toward Cooperation, Math Anxiety, and Mathematics Performance in Vocational Education Courses with an Enhanced Mathematics Curriculum*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Minnesota: University of Minnesota. Retrieved April 3, 2009, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?index=73&sid=3>
- Johnson, David W.; & Johnson, Roger T. (1989). Cooperative Learning in Mathematics Education. In *New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook*. pp. 234-245. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

- Joyce, G. H. (2004). *The Use of Small Groups to Facilitate Learning in Adult Basic Education*. Retrieved April 2, 2009, from <http://www.lib.umi.com/Dissertations/fullcit/MQ90903>
- Kennedy, L. M.; & Tipps, S. (1994). *Guiding Children's Learning Mathematics*. 7<sup>th</sup> ed. California: Wadsworth.
- Kenneth, P. B. (1991). The Roles of Finite and Discrete Mathematics in College and High School Mathematics. In *Discrete Mathematics Across the Curriculum k-12 Yearbook*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kilpatrick, J.; Swafford, J.; & Findel, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington DC: National Academy Press.
- Kim, Mi Sun. (2005). *Alignment of Classroom History Assessments and the 7<sup>th</sup> National Curriculum in Korea: Assess Historical Knowledge and Reasoning Skills*. Dissertation, Ph.D. Pittsburgh: Graduate Faculty of the School of Education, University of Pittsburgh.
- Kleinberg, J.; & Tardos, E. (2006). *Algorithm Design*. New York: Addison Wesley.
- Kroll, D. L.; & Miller, T. (1993). Insight on Research in Mathematical on Problem Solving in the Middle Grades. In *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*. D. T. Owens (Ed.). pp. 58-77. New York: Macmillan.
- Krulik, Stephen.; & Reys, Robert E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Krulik, Stephen.; & Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*. Needham Heights, Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Lappan, G.; & Schram, P.W. (1989). Communication and Reasoning: Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics. In *New Directions for Elementary School Mathematics Yearbook*. pp. 14-30. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Lasley, T. J.; Matczynski, T. J.; & Rowley, J. B. (2002). *Instructional Models: Strategies for Teaching in a Diverse Society*. Belmont, CA: Wadsworth.

- Lasley, T. J.; & Ornstein, A. C. (2000). *Strategies for Effective Teaching*. 3<sup>rd</sup> Edition. Boston: McGraw-Hill.
- Leighton, P. Jacqueline. (2004). Defining and Describing Reason. In *The Nature of Reasoning*. Jacqueline P. Leighton; & Robert J. Stemberg (Eds.). pp. 1-11. New York: Cambridge University Press.
- Lester, Frank. (2001). Problem Solving, Overview. In *Encyclopedia of Mathematics Education*. L. S. Grinstein; & S. I. Lipsey (Eds.). pp. 570-574. New York, London: Routledge Falmer.
- Marshall, G. L. (2000). *Using History of Mathematics to Improve Secondary Students' Attitudes toward Mathematics*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Illinois: Illinois State University. Retrieved April 3, 2209, from <http://www.proquest.umi.com/pdqwed?index=293&sid=3>
- Mason, J. (1994). *Thinking Mathematically*. New Jersey: Addison-Wesley.
- Mathematics and Science Education Center. (2008). *Mathematics Problem Solving Scoring Guide*. Northwest Regional Education Laboratory. Retrieved March 12, 2008, from <http://www.nwrel.org/msec/images/mpm/pdf/scoreguide.pdf>
- Merris, R. (2001). *Graph Theory*. New York: John Willey & Sons, Inc.
- Milkova, E. (2007). *Object Teaching of Graph Algorithms*. Retrieved April 2, 2007, from <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap229.pdf>
- Minnich, S. D. (2008). *How Does the Implementation of a Reform-based Mathematics Program, Everyday Mathematics, Change Teachers' Beliefs and Perceived Pedagogy of Mathematics Instruction?*. Dissertation, Ed.D. (Mathematics Education). Pennsylvania: Temple University. Retrieved April 2, 2009, from <http://www.proquest.umi.com/pqdweb?index=40&sid=3>
- Mississippi Department of Education. (2007). *2007 Mississippi Mathematics Framework*. Retrieved April 2, 2007, from <http://mathcolumcenter.org/states.php>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

- (1991). *Evaluation of Teaching: Standard 4- Mathematical Concepts, Procedures, and Connections*. Principles and Standards for School Mathematics. Retrieved July 9, 2007, from <http://www.standards.nctm.org/document/chapter6/conn.html>
- (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- (2000). *Principles and Standards for School Mathematics 2000*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Nicol, C.; & Szetela, W. (1992, May). Evaluating Problem Solving in Mathematics. *Educational Leadership*. pp. 42-45.
- Niman, J. (1975). Graph Theory in the Elementary School. *Educational Studies in Mathematics*. (6): 351-373.
- Norman, K. W. (2008). *High School Mathematics Curriculum and the Process and Accuracy of Initial Mathematics Placement for Students Who Admitted into One of the Science, Technology, Engineering, and Mathematics Programs at a Research Institution*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Minnesota: University of Minnesota. Retrieved April 2, 2009, from <http://www.proquest.umi.com/pqdweb?index=39&sid=3>
- O'Connell, Susan. (2000). *Introduction to Problem Solving: Strategies for the Elementary Math Classroom*. Portsmouth, New Hampshire: Heinemann.
- O' Daffer, P. G. (1990, May). Inductive and Deductive Reasoning. *The Mathematical Teacher*. 93(6): 378-380.
- O' Daffer, P. G.; & Thornquist, B. A. (1993). "Critical Thinking, Mathematical Reasoning and Proof," in *Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics*. pp. 39-56. New York: Macmillan.
- Okubo, K. (2007). *Mathematics Education and Problem Solving Approach*. Suan Dusit Rajabhat University Workshop. August 15, 2007.
- Oregon Department of Education. (2008). *Mathematics Problem Solving Official Scoring Guide 2000-2008*. Oregon: Office of Assessment and Evaluation. Retrieved March 12, 2008, from <http://ode.state.or.us/teachlearn/testing/guides>
- Parthasarathy, K. R. (1994). *Basic Graph Theory*. New Delhi: Tata McGraw-Hill.

- Pativisan, Supattra. (2006). *Mathematical Problem Solving Process of Thai Gifted Students*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Oregon: Graduate School. Oregon State University. Retrieved October 10, 2006, from <http://proquest.umi.com>
- Perdikaris, S. C. (1993, May-June). Applications of Ergodic Chains to Problem Solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 24(3): 423-427.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Popham, W. J. (1997, October). What's Wrong – and What's Right – with Rubrics. *Educational Leadership (School as safe Havens)*. 55(2): 72-78.
- Popham, W. J.; & Husek, T. R. (1969). "Implication of Criterion – Referenced Measurement," *Journal of Educational Measurement*. 6: 1-9.
- Posamentier, Alfreds.; & Krulik, Stephen. (1998). *Problem-Solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions*. Thousand Oaks, California: Corwin Press.
- Reys, Robert E.; Suydam, Marilyn N.; & Lindquist, M. M. (1989). *Helping Children Learn Mathematics*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Riedesel, C. A.; et al. (1996). *Teaching Elementary School Mathematics*. New York: Allyn bacon.
- Robinson, L. A. (2006). *Graph Theory for the Middle Schools*. Dissertation, M.Sc. (Mathematics). Tennessee: East Tennessee State University. Photocopied.
- Rosen, Kenneth H. (1999). *Discrete Mathematics and Its Applications*. 4<sup>th</sup> ed. New York: McGraw-Hill.
- Rowan, Thomas E.; & Morrow, Lorna J. (1993). *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards Readings from the Arithmetic Teacher*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Rosenstein, J. G. (1997A). A Comprehensive view of discrete mathematics: Chapter 14 of the New Jersey Mathematics Curriculum Framework. In DIMACS Series in *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science: Discrete mathematics in the school*. J.G. Rosenstein; D. Franzblau; & F. Roberts(Eds.), V.36. American Mathematical Society and National Council of Teachers of Mathematics.

- (1997B). Discrete Mathematics in the School: An Opportunity to Revitalize School Mathematics. In DIMACS Series in *Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science: Discrete mathematics in the school*. J.G. Rosenstein; D. FranZblau; & F. Roberts(Eds.), V.36. American Mathematical Society and National Council of Teachers of Mathematics.
- Rosenstein, J. G.; & DeBellis, V. A. (2004, April). *Reviews the international on Mathematics Education: Primary and Secondary Schools in the United States*. Springer Berlin/ Heidelberg. 36(2): 46-55.
- Rudder, Carla A. (2006). *Problem Solving: Case Studies Investigating the Strategies Used by Secondary American and Singaporean Students*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Florida: Graduate School, The Florida State University. Retrieved October 10, 2006, from <http://proquest.umi.com>
- Russell, S. J. (1999). Mathematical Reasoning in the Elementary Grades. In *Developing Mathematical Reasoning in Grades k-12 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Saylor, J. G.; & Alexander, W. M. (1974). *Planning Curriculum for Schools*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Schoenfeld, Alan H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. San Diego, California: Academic Press.
- Second, J. G.; & Backman, C. W. (1964). *Social Psychology*. Tokyo: McGraw-Hill Koyakusha.
- Smithers, D. B. (2005). *Graph Theory for the Secondary School Classroom*. Dissertation, M.Sc. (Mathematics). Tennessee: East Tennessee State University. Retrieved April 2, 2009, from <http://www.proquest.umi.com/pqd?index=1&sid=3>
- Stiggins, J. R. (1997). *Student-Centered Classroom Assessment*. 2<sup>nd</sup> ed. New Jersey: Macmillan College Publishing Company, Inc.
- Stoffel, Edgar P. (2005). *A Research Framework for Graph Theory in Routing Applications*. Institute Für Informatik Der Ludwig-Maximilians-Universität München.
- Stufflebeam, D. L.; et al. (1971). *Educational Evaluation and Decision Making*. Illinois: Peacock Publisher Inc.

- Suchman, J. (1962). *The Elementary School Program in Scientific Inquiry*. Research Project 216. Washington, D.C.: US Office of Education.
- Swinyard, C. (2002). *An Introductory Graph Theory Curriculum*. Dissertation, M.Sc. (Teaching Mathematics). Portland: Portland State University. Photocopies.
- Taba, H. (1962). *Curriculum Development: Theory and Practice*. New York: Harcourt, Brace and World Inc.
- Thiessen, D.; et al. (1993). *Elementary Mathematical Methods*. New York: Macmillan.
- The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). (2003). *TIMSS (trends in Mathematics and Science Study) Assessment Frameworks and Specifications 2003*. Boston: Chestnut Hill.
- Thurstone, L. L. (1967). Attitude Can be Measure. In *Attitude Theory and Measurement*. New York: John Willey and son, Inc.
- Tougaw, Paul W. (1994, February). A Study of the Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem Solving Behaviors of Secondary School Students. *Dissertation Abstracts International*. 54(8): 2934-A.
- Tyler, R. (1949). *Basic Principles of Curriculum and Instruction*. Chicago: University of Chicago Press.
- Usiskin, Z. (2001, December). *Trends in Mathematics Education*. Document for Conference Titled "Trends in Mathematics Education". pp.14-20. Bangkok.
- Virginia Board of Education. (2002). *Mathematics Standards of Learning Curriculum Framework: Discrete Mathematics*. Virginia: Virginia Department of Education.
- Wheeler, D. K. (1974). *Curriculum Process*. London: University of London Press Ltd.
- Wilson, Robin J. (1996). *Introduction to Graph Theory*. New York: Academic Press.
- Wikipedia Encyclopedia. (2007). Retrieved April 2, 2007, from [http://www.en.wikipedia.org/wiki/Graph\\_Theory](http://www.en.wikipedia.org/wiki/Graph_Theory)
- William, J. M. (1981, October). A Comparison Study of the Tradition Teaching Procedures on Student Attitude, Achievement and Critical Thinking Ability in 11<sup>th</sup> Grade United States History. *Dissertation Abstracts International*. 42(4): 1605-A.

- Wilson, J. W.; Fernandez, M. L.; & Hadaway, N. (1993). Mathematical Problem Solving. In *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*. Wilson, P.S. (Ed.). pp. 57-78. New York: Macmillan.
- Wilson, S.; & Rivera-Marrero, O. (2004,October). *Graph Theory: A Topic for Helping Secondary Teachers*. Retrieved July 9, 2007, from [http://www.allacademic.com/meta/p117623\\_index.html](http://www.allacademic.com/meta/p117623_index.html)
- Zellman, G. I.; & Sears, D. O. (1971, January). Childhood Origins of Tolerance for Dissent. *Journal of Social Issue*. 27(9): 109-136.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก  
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ในการประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และประเมิน เครื่องมือวัดประสิทธิภาพหลักสูตรด้านผลการใช้หลักสูตร มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วราภรณ์ แสนพลพัฒน์  
ภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ ดร. จิณดิษฐ์ ละออบภักษิณ  
ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา  
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์จำเริญ เจียวหวาน  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์

ภาคผนวก ข

แบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับ  
มัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

## แบบประเมินโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

### คำชี้แจง

แบบประเมินนี้เป็นแบบประเมินโครงร่างหลักสูตร จัดทำขึ้นเพื่อให้ท่านซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญ  
ได้กรุณาประเมินความเหมาะสม และความสอดคล้องระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ของหลักสูตร โดย  
การทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด และเขียนข้อเสนอแนะอื่นๆ

แบบประเมินนี้แบ่งออกเป็น 3 ตอน ดังนี้

- ตอนที่ 1 แบบประเมินความเหมาะสมของโครงร่างหลักสูตร
- ตอนที่ 2 แบบประเมินความสอดคล้องของโครงร่างหลักสูตร
- ตอนที่ 3 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม

### ข้อมูลส่วนตัวผู้ประเมิน

ผู้เชี่ยวชาญสาขา.....

ประสบการณ์ในการทำงาน..... ปี

สถานที่ทำงาน.....

.....

**ตอนที่ 1** แบบประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

**คำชี้แจง** หลังจากพิจารณาหลักสูตรแล้ว ขอให้ท่านพิจารณาว่าองค์ประกอบต่างๆ ของหลักสูตรในแต่ละข้อต่อไปนี้ มีความเหมาะสมมากน้อยเพียงใด

ประเด็นการประเมิน	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
<b>1. จุดมุ่งหมายของหลักสูตร</b>					
1.1 ส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถอย่างแท้จริง					
1.2 ส่งเสริมความสามารถด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
1.3 ส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์					
1.4 สร้างเสริมนักเรียนที่เรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ในระดับดี					
1.5 ส่งเสริมผู้เรียนให้เห็นถึงกระบวนการสืบสวนสอบสวนความรู้ทางคณิตศาสตร์					
1.6 ส่งเสริมการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง					
1.7 ส่งเสริมการสร้างสรรคผลงานตามความสามารถและความสนใจของผู้เรียน					
1.8 พัฒนาศักยภาพของนักเรียนให้ได้อย่างสูงสุด					
1.9 ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีความรู้ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ					
1.10 ส่งเสริมให้นักเรียนได้เห็นถึงการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน					
1.11 ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์					
<b>2. เนื้อหาของหลักสูตร</b>					
2.1 เหมาะสมกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง					
2.2 นำไปปฏิบัติได้จริง					
2.3 เหมาะสมกับวัยนักเรียน					
2.4 การกำหนดหัวข้อของเนื้อหาหลักสูตรมีความเหมาะสม					

ประเด็นการประเมิน	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
2.5 เนื้อหาแต่ละหน่วยในหลักสูตรมีความเหมาะสม					
2.6 จัดเรียงลำดับเนื้อหาอย่างเหมาะสม					
2.7 มีความเหมาะสมกับระยะเวลาที่กำหนด					
<b>3. การจัดการเรียนการสอน</b>					
3.1 แผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยมีความเหมาะสม					
3.2 เหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง					
3.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
3.4 ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
3.5 ส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์					
3.6 ส่งเสริมกระบวนการสืบสวนสอบสวนความรู้ทางคณิตศาสตร์					
3.7 เหมาะสมกับจุดมุ่งหมาย					
3.8 เหมาะสมกับเนื้อหาแต่ละหน่วย					
หน่วยที่ 1					
หน่วยที่ 2					
หน่วยที่ 3					
หน่วยที่ 4					
หน่วยที่ 5					
หน่วยที่ 6					
หน่วยที่ 7					
3.9 เหมาะสมในการนำไปปฏิบัติจริง					
3.10 ส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยตนเอง					
3.11 ส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้ตามความสามารถและความสนใจ					
<b>4. สื่อการเรียนรู้</b>					
4.1 เหมาะสมกับเนื้อหาของหลักสูตร					
4.2 เหมาะสมกับกิจกรรมการเรียนรู้					
4.3 เหมาะสมกับการส่งเสริมกระบวนการสืบสวนสอบสวนความรู้ทางคณิตศาสตร์					
4.4 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					

ประเด็นการประเมิน	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
<b>5. การวัดผลและการประเมินผล</b>					
5.1 เหมาะสมกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร					
5.2 เหมาะสมกับเนื้อหาของหลักสูตร					
5.3 เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
5.4 เหมาะสมกับกิจกรรมการเรียนรู้					
5.5 เหมาะสมกับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
5.6 เหมาะสมกับการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์					
5.7 เหมาะสมกับการวัดความรู้ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ					
<b>6. แผนการจัดการเรียนรู้</b>					
6.1 ส่วนประกอบ (เวลา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผล และการประเมินผล) ในแต่ละหน่วยมีความเหมาะสม					
หน่วยที่ 1					
หน่วยที่ 2					
หน่วยที่ 3					
หน่วยที่ 4					
หน่วยที่ 5					
หน่วยที่ 6					
หน่วยที่ 7					
6.2 รายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยมีความเหมาะสม					
หน่วยที่ 1					
หน่วยที่ 2					
หน่วยที่ 3					
หน่วยที่ 4					
หน่วยที่ 5					
หน่วยที่ 6					
หน่วยที่ 7					
6.3 แผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยเหมาะสมกับการนำไปปฏิบัติจริง					



ประเด็นการประเมิน	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
หน่วยที่ 1					
หน่วยที่ 2					
หน่วยที่ 3					
หน่วยที่ 4					
หน่วยที่ 5					
หน่วยที่ 6					
หน่วยที่ 7					
<b>7. คู่มือครู</b>					
7.1 ส่วนประกอบ (กำหนดเวลาการสอน และกรอบแนวการจัดการเรียนการสอน (ข้อเสนอแนะ บทบาทครู ความรู้เพิ่มเติม และแนวการตอบการปฏิบัติกิจกรรม)) ในแต่ละหน่วยมีความเหมาะสม					
หน่วยที่ 1					
หน่วยที่ 2					
หน่วยที่ 3					
หน่วยที่ 4					
หน่วยที่ 5					
หน่วยที่ 6					
หน่วยที่ 7					
7.2 รายละเอียดของคู่มือครูแต่ละหน่วยมีความเหมาะสม					
หน่วยที่ 1					
หน่วยที่ 2					
หน่วยที่ 3					
หน่วยที่ 4					
หน่วยที่ 5					
หน่วยที่ 6					
หน่วยที่ 7					
7.3 คู่มือครูในแต่ละหน่วยเหมาะกับการนำไปปฏิบัติจริง					
หน่วยที่ 1					
หน่วยที่ 2					
หน่วยที่ 3					
หน่วยที่ 4					
หน่วยที่ 5					

ประเด็นการประเมิน	เห็นด้วยมากที่สุด	เห็นด้วยมาก	เห็นด้วยปานกลาง	เห็นด้วยน้อย	เห็นด้วยน้อยที่สุด
หน่วยที่ 6					
หน่วยที่ 7					

**ตอนที่ 2** แบบประเมินความสอดคล้องของโครงร่างหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

**คำชี้แจง** หลังจากพิจารณาหลักสูตรแล้ว ขอให้ท่านพิจารณาว่าองค์ประกอบต่างๆ ของหลักสูตร (จุดมุ่งหมาย เนื้อหาหลักสูตร การจัดการเรียนการสอน สื่อการเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล แผนการจัดการเรียนรู้ และคู่มือครู) มีความสอดคล้องกันหรือไม่

ประเด็นการประเมิน	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
1. จุดมุ่งหมายของหลักสูตรกับเนื้อหาของหลักสูตร			
2. จุดมุ่งหมายของหลักสูตรกับการจัดการเรียนการสอน			
3. เนื้อหาของหลักสูตรกับจำนวนหน่วยการเรียนรู้			
4. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแผนการจัดการเรียนรู้กับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร			
5. เนื้อหาแต่ละหน่วยกับเวลา			
หน่วยที่ 1			
หน่วยที่ 2			
หน่วยที่ 3			
หน่วยที่ 4			
หน่วยที่ 5			
หน่วยที่ 6			
หน่วยที่ 7			
6. เนื้อหาแต่ละหน่วยกับกิจกรรมการเรียนรู้			
หน่วยที่ 1			
หน่วยที่ 2			
หน่วยที่ 3			
หน่วยที่ 4			
หน่วยที่ 5			
หน่วยที่ 6			
หน่วยที่ 7			

ประเด็นการประเมิน	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
7. เนื้อหาแต่ละหน่วยกับสื่อการเรียนรู้			
หน่วยที่ 1			
หน่วยที่ 2			
หน่วยที่ 3			
หน่วยที่ 4			
หน่วยที่ 5			
หน่วยที่ 6			
หน่วยที่ 7			
8. เนื้อหาแต่ละหน่วยกับการวัดผลและการประเมินผล			
หน่วยที่ 1			
หน่วยที่ 2			
หน่วยที่ 3			
หน่วยที่ 4			
หน่วยที่ 5			
หน่วยที่ 6			
หน่วยที่ 7			
9. กิจกรรมการเรียนรู้กับสื่อการเรียนรู้ในแต่ละหน่วย			
หน่วยที่ 1			
หน่วยที่ 2			
หน่วยที่ 3			
หน่วยที่ 4			
หน่วยที่ 5			
หน่วยที่ 6			
หน่วยที่ 7			
10. กิจกรรมการเรียนรู้กับการวัดผลและการประเมินผล			
11. คู่มือครูกับแผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละหน่วย			
หน่วยที่ 1			
หน่วยที่ 2			
หน่วยที่ 3			
หน่วยที่ 4			
หน่วยที่ 5			
หน่วยที่ 6			
หน่วยที่ 7			

**ตอนที่ 3** สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม

**คำชี้แจง** หลังจากพิจารณาหลักสูตรแล้ว ขอให้ท่านแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม หรือข้อเสนอแนะอื่นในประเด็นต่างๆ เพื่อผู้วิจัยจะได้ปรับปรุงแก้ไขโครงสร้างหลักสูตรให้ดีขึ้น ก่อนที่จะนำไปใช้จริงต่อไป

1. จุดมุ่งหมายของหลักสูตร ท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติมอย่างไร และคิดว่ามีจุดใดบ้างที่ควรแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. เนื้อหาของหลักสูตร ท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติมอย่างไร และคิดว่ามีจุดใดบ้างที่ควรแก้ไข (กรุณาช่วยพิจารณาการเขียนเนื้อหาในแต่ละหน่วย พร้อมทั้งช่วยแก้ไขและเขียนข้อเสนอแนะลงในเอกสารประกอบการเรียน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ด้านการจัดการเรียนการสอน ท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติมอย่างไร และคิดว่ามีจุดใดที่ควรแก้ไข ปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ท่านคิดว่าสื่อการเรียนรู้ ควรเพิ่มเติมสิ่งใดบ้าง

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

5. ท่านคิดว่าการวัดผลและการประเมินผล ควรแก้ไขเพิ่มเติมในประเด็นใดบ้าง อย่างไร

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

6. ในด้านแผนการจัดการเรียนรู้ และคู่มือครูท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติมอย่างไร และคิดว่ามีจุดใดบ้างที่ควรแก้ไข ปรับปรุง

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

7. ความคิดเห็นเพิ่มเติม เพื่อความสมบูรณ์ของหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**ภาคผนวก ค**  
**แบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

ประกอบด้วยแบบประเมินเครื่องมือ 3 ส่วน ดังนี้

1. แบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. แบบประเมินแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
3. แบบประเมินแบบสำรวจรายการ

## แบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

### คำชี้แจง

แบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบประเมินที่อาศัยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ จัดทำขึ้นเพื่อให้ท่านซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญได้กรุณาประเมิน โดยการทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านมากที่สุด พร้อมเขียนข้อเสนอแนะอื่นๆ โดยแบบประเมินเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วยแบบประเมิน 3 ส่วน มีรายละเอียดดังนี้

1. แบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบ่งเป็น 2 ตอนคือ
  - ตอนที่ 1 แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับเนื้อหาแต่ละหน่วย และเกณฑ์คะแนนจุดตัดของแต่ละข้อคำถาม
  - ตอนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม
  
2. แบบประเมินแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แบ่งเป็น 2 ตอนคือ
  - ตอนที่ 1 แบบประเมินความสอดคล้องของแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
  - ตอนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม
  
3. แบบประเมินแบบสำรวจรายการ แบ่งเป็น 4 ตอนคือ
  - ตอนที่ 1 แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - ตอนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม
  - ตอนที่ 3 แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
  - ตอนที่ 4 สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม

### ข้อมูลส่วนตัวผู้ประเมิน

ผู้เชี่ยวชาญสาขา.....

ประสบการณ์ในการทำงาน..... ปี

สถานที่ทำงาน.....

.....

## แบบประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

**ตอนที่ 1** แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับเนื้อหาแต่ละหน่วย และคะแนนจุดตัดในแต่ละข้อคำถาม (โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคเพื่อประเมินความสามารถด้านเนื้อหา)

**คำชี้แจง** หลังจากพิจารณาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแล้ว ขอให้ท่านช่วยพิจารณาว่า

1. ข้อคำถามแต่ละข้อกับหัวข้อในเนื้อหาแต่ละหน่วยมีความสอดคล้องกันหรือไม่
2. แต่ละข้อคำถาม คะแนนจุดตัดหรือคะแนนต่ำสุดที่จะยอมรับได้นักเรียน (ที่ผ่านการเรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ) มีความรอบรู้ในเนื้อหานั้น ควรเป็นเท่าใด

ข้อคำถามกับหัวข้อเนื้อหา	พิจารณาความสอดคล้องระหว่าง ข้อคำถามกับเนื้อหา			คะแนนจุดตัด (จากคะแนนเต็ม 5)
	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง	
ข้อ 1 กับเนื้อหาหน่วยที่ 1				
ข้อ 2 กับเนื้อหาหน่วยที่ 2				
ข้อ 3 กับเนื้อหาหน่วยที่ 3				
ข้อ 4 กับเนื้อหาหน่วยที่ 3				
ข้อ 5 กับเนื้อหาหน่วยที่ 4				
ข้อ 6 กับเนื้อหาหน่วยที่ 4				
ข้อ 7 กับเนื้อหาหน่วยที่ 5				
ข้อ 8 กับเนื้อหาหน่วยที่ 5				
ข้อ 9 กับเนื้อหาหน่วยที่ 6				
ข้อ 10 กับเนื้อหาหน่วยที่ 6				
ข้อ 11 กับเนื้อหาหน่วยที่ 7				
ข้อ 12 กับเนื้อหาหน่วยที่ 7				

**ตอนที่ 2** สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม

**คำชี้แจง** หลังจากพิจารณาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคเพื่อประเมินความสามารถด้านเนื้อหาแล้ว ขอให้ท่านแสดงความคิดเห็น หรือข้อเสนอแนะอื่นๆ เพื่อผู้วิจัยจะได้ปรับปรุงก่อนที่จะนำไปใช้ต่อไป

.....

.....

.....

.....



**ตอนที่ 2** แบบประเมินความสอดคล้องของแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

คำชี้แจง หลังจากพิจารณาแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมแล้ว ขอให้ท่านพิจารณาว่าแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร มีความสอดคล้องกันหรือไม่

แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม	พิจารณาความสอดคล้องของแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร		
	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 1.1			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 1.2			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 2.1			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 2.2			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 3.1			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 3.2			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.1			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.2			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 5.1			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 5.2			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 6.1			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 6.2			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 7.1			
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 7.2			

**ตอนที่ 2** สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติม

1. ในการประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เพื่อประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติมอย่างไร และคิดว่ามีจุดใดบ้างที่ควรแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

2. ในการประเมินผลโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เพื่อประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติมอย่างไร และคิดว่ามีจุดใดบ้างที่ควรแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

.....

.....

.....

3. ขอให้ท่านแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม เพื่อความสมบูรณ์ของแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

.....

.....

.....

.....

.....

### แบบประเมินแบบสำรวจรายการ

**ตอนที่ 1** แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

**คำชี้แจง** หลังจากพิจารณาแบบสำรวจรายการแล้ว ขอให้ท่านพิจารณาว่าแบบสำรวจรายการแต่ละรายการ มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และการค้นหาคำตอบ หรือไม่

รายการประเมิน กับ พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	พิจารณาความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับ พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		
	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
รายการประเมินที่ 1 กับพฤติกรรมกร ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 2 กับพฤติกรรมกร ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 3 กับพฤติกรรมกร ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 4 กับพฤติกรรมกร ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 5 กับพฤติกรรมกรเลือกใช้ กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 6 กับพฤติกรรมกรเลือกใช้ กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 7 กับพฤติกรรมกรเลือกใช้ กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 8 กับพฤติกรรมกรเลือกใช้ กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 9 กับพฤติกรรมกรค้นหา คำตอบ			
รายการประเมินที่ 10 กับพฤติกรรมกรค้นหา คำตอบ			

รายการประเมิน กับ พฤติกรรมกำเริบทางคณิตศาสตร์	พิจารณาความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับ พฤติกรรมกำเริบทางคณิตศาสตร์		
	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
รายการประเมินที่ 11 กับพฤติกรรมกำเริบทางคณิตศาสตร์			
รายการประเมินที่ 12 กับพฤติกรรมกำเริบทางคณิตศาสตร์			

**ตอนที่ 2** สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับแบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมกำเริบทางคณิตศาสตร์

1. สำหรับรายการประเมินกับพฤติกรรมกำเริบทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติม และคิดว่ามีจุดใดบ้างที่ควรแก้ไขปรับปรุง หรือเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

2. ขอให้ท่านแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม เพื่อความสมบูรณ์ของแบบสำรวจรายการ

.....

.....

.....

.....

.....

**ตอนที่ 3** แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**คำชี้แจง** หลังจากพิจารณาแบบสำรวจรายการแล้ว ขอให้ท่านพิจารณาว่าแบบสำรวจรายการแต่ละรายการ มีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ หรือไม่

รายการประเมิน กับ พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	พิจารณาความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับ พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์		
	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
รายการประเมินที่ 1 กับพฤติกรรมการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 2 กับพฤติกรรมการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 3 กับพฤติกรรมการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 4 กับพฤติกรรมการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา			
รายการประเมินที่ 5 กับพฤติกรรมการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			
รายการประเมินที่ 6 กับพฤติกรรมการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			
รายการประเมินที่ 7 กับพฤติกรรมการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			
รายการประเมินที่ 8 กับพฤติกรรมการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			
รายการประเมินที่ 9 กับพฤติกรรมการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			
รายการประเมินที่ 10 กับพฤติกรรมการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			
รายการประเมินที่ 11 กับพฤติกรรมการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			

รายการประเมิน กับ พฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	พิจารณาความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับ พฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์		
	สอดคล้อง	ไม่แน่ใจ	ไม่สอดคล้อง
รายการประเมินที่ 12 กับพฤติกรรม ประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			
รายการประเมินที่ 13 กับพฤติกรรม ประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			
รายการประเมินที่ 14 กับพฤติกรรม ประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์			

**ตอนที่ 4** สอบถามความคิดเห็นเพิ่มเติมเกี่ยวกับแบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. สำหรับรายการประเมินกับพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน ท่านมีความคิดเห็นเพิ่มเติม และคิดว่ามีจุดใดบ้างที่ควรแก้ไขปรับปรุง หรือเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

2. ขอให้ท่านแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม เพื่อความสมบูรณ์ของแบบสำรวจรายการ

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ง  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

ประกอบด้วย

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ด้านความสามารถด้านเนื้อหา

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
ฉบับที่ 1 และ ฉบับที่ 2**



## แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อวัดความสามารถด้านเนื้อหา ฉบับที่ 1 ครอบคลุมเนื้อหาหน่วยที่ 1 – 4

ข้อสอบกลางภาคปลาย ปีการศึกษา 2552

รายวิชา ทฤษฎีกราฟ

จำนวน 6 ข้อ

ข้อละ 5 คะแนน

เวลา 2 ชั่วโมง 30 นาที

คำชี้แจง จงแสดงแนวคิดในแต่ละข้อโดยละเอียด

### หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1. โรงงานผลิตแท่งเหล็กทรงตันแห่งหนึ่ง ต้องการสร้างบล็อกในการหล่อเหล็กที่มีขนาดต่างๆ กัน เนื่องจากค่าใช้จ่ายในการสร้างบล็อกหล่อเหล็กมีราคาค่อนข้างสูง โรงงานจึงสั่งทำเฉพาะบล็อกที่หล่อเหล็กให้มีปริมาตร 5 และ 7 ลูกบาศก์หน่วย อยากทราบลูกค้าสามารถสั่งซื้อแท่งเหล็กปริมาตรเท่าใดได้บ้าง โรงงานจึงจะสามารถผลิตได้ทุกขนาดตามที่ลูกค้าต้องการ พร้อมทั้งพิสูจน์ให้เห็นจริง

### หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ

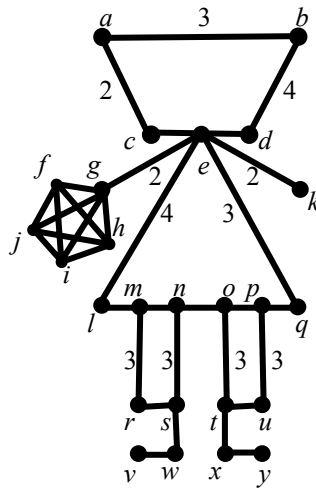
2.1 นักสำรวจสองคนเดินทางไปป่าดงดิบแอฟริกาใต้ เพื่อศึกษาพฤติกรรมและลักษณะของแหล่งที่อยู่ของลิงอูรังอูตัง แต่ไม่ได้แจ้งให้เจ้าหน้าที่ท้องถิ่นทราบอย่างเป็นทางการ และได้ว่าจ้างพรานป่าซึ่งเป็นคนพื้นเมือง เพื่อนำทางในการเดินทางสำรวจ 2 คน ในระหว่างการเดินทางสำรวจ ต้องมีการโดยสารเรือเพื่อข้ามไปอีกฝั่งหนึ่งของแม่น้ำ โดยเรือสามารถรับน้ำหนักได้มากที่สุด 2 คน แต่มีสิ่งหนึ่งที่เขาทั้งสองคนกังวล คือคนพื้นเมืองบางเผ่าที่นี้ยังมีพฤติกรรมการกินเนื้อคนอยู่ จึงทำให้พวกเขาคิดว่าในระหว่างการโดยสารเรือเพื่อข้ามไปยังอีกฝั่งของแม่น้ำ ต้องไม่ให้เกิดกรณีที่พรานป่า 2 คนนั้นอยู่กับใครคนใดคนหนึ่ง เพราะอาจทำให้เกิดเรื่องน่าเศร้าขึ้นได้ นักเรียนคิดว่าจะมีวิธีการอย่างไร ในการโดยสารเรือเพื่อข้ามไปยังอีกฝั่งของแม่น้ำ โดยให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของนักสำรวจ เมื่อกำหนดให้  $v$  แทนพรานป่า  $c$  แทนนักสำรวจ และ  $B$  แทนเรือ

2.2 จงพิสูจน์ว่า ลำดับดีกรี  $d_1, d_2, \dots, d_n$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟ ก็ต่อเมื่อ  $n - d_1 - 1, n - d_2 - 1, \dots, n - d_n - 1$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟ พร้อมทั้งพิจารณาว่าลำดับดีกรี  $(6, 5, 5, 4, 3, 2, 1)$  และ  $(7, 5, 4, 4, 4, 3, 2, 1)$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟหรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าเป็นจงสร้างกราฟที่สมนัยกับลำดับดีกรีดังกล่าว

### หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบนารีไทดัล

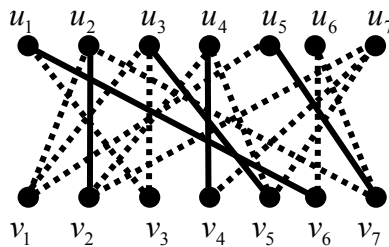
3.1 จากกราฟที่มีน้ำหนัก  $G$  ที่กำหนดให้ (เส้นเชื่อมที่ไม่ได้ระบุน้ำหนักให้มีค่าเท่ากับ 1) สร้างทรีแผ่ทั่วน้อยสุดของกราฟ  $G$  โดยใช้ขั้นตอนวิธีของครุสกาลหรือขั้นตอนวิธีของพริม (เขียนหมายเลขแสดงลำดับการเลือกเส้นเชื่อม) พร้อมทั้งระบุน้ำหนักน้อยสุดดังกล่าว

3.2 หาจำนวนทรีแผ่ทั่วของกราฟที่รองรับกราฟ  $G$



4.1 จงแสดงว่า จำนวนการจับคู่สมบูรณ์ของกราฟ  $K_{2n}$  เท่ากับ  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)$  จากนั้นนำผลที่ได้มาใช้ในการหาจำนวนการจับคู่ใหญ่สุดในกราฟ  $K_{2n+1}$  ได้หรือไม่ อย่างไร

4.2 จงพิจารณาว่าการจับคู่  $M$  (เส้นทึบ) ของกราฟไบพาร์ไทต์  $G$  ที่กำหนดให้ เป็นการจับคู่ใหญ่สุดหรือไม่ เพราะเหตุใด พร้อมทั้งหาเซตของจุดยอดปกคลุมเล็กสุดของกราฟ  $G$

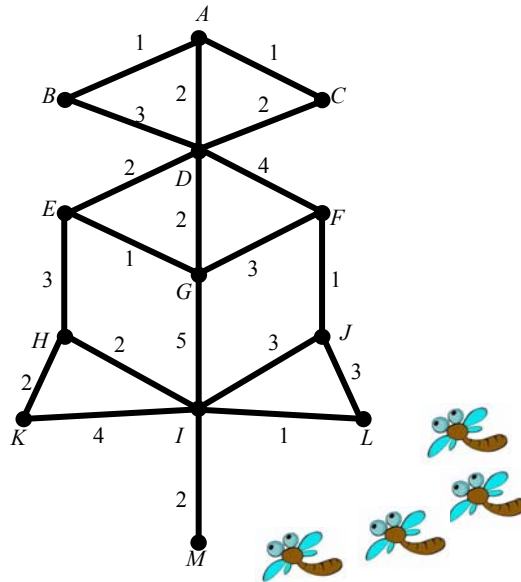


หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เวียน และกราฟแฮมิลโทเนียน

5.1 ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงปรกติดีกรี  $r$  อันดับ  $n$  ที่ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เวียน จงพิสูจน์ว่า ถ้า  $\bar{G}$  เป็นกราฟเชื่อมโยง แล้ว  $\bar{G}$  เป็นกราฟออยเลอร์เวียน

5.2 จงพิจารณาว่า มีกราฟ  $H$  ที่มีอันดับ  $2k, k \geq 3$  และมีขนาด  $m = k^2 + k - 2$  ที่ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน โดยมีจุดยอด  $k$  จุด ที่มีดีกรี  $k$  และจุดยอด  $k-2$  จุด ที่มีดีกรี  $k+1$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

6. งานเทศกาลสัตว์ปีกสวยงาม แบ่งบริเวณการจัดแสดงออกเป็นหลายส่วน สำหรับส่วนจัดแสดงแมลงปอนานาพันธุ์ เป็นบริเวณเปิดขนาดใหญ่ มีเส้นทางการเดินชมตั้งรูป จุดยอดแต่ละจุดแทนจุดประชาสัมพันธ์ และน้ำหนักบนเส้นเชื่อมแทน ระยะทางระหว่างแต่ละจุดประชาสัมพันธ์ (หน่วย:  $\times 100$  เมตร)



ผู้เข้าชมการจัดแสดงจะลงทะเบียนที่จุด  $A$  จากนั้นจะเข้าชมงานตามทางเดินที่จัดแสดง ถ้านักเรียนเป็นเจ้าของที่ประชาสัมพันธ์ของส่วนจัดแสดงดังกล่าว นักเรียนจะให้คำแนะนำแก่ผู้เข้าชมงานอย่างไร เพื่อให้ผู้เข้าชมงานสามารถชมการจัดแสดงได้ครบทุกเส้นทางที่จัดแสดง และกลับออกมาที่จุด  $A$  โดยที่มีระยะทางในการเดินชมน้อยที่สุด จงเขียนเส้นทางดังกล่าว

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เพื่อวัดความสามารถด้านเนื้อหา  
ฉบับที่ 2 ครอบคลุมเนื้อหาหน่วยที่ 5 - 7**

ข้อสอบภาคปลาย ปีการศึกษา 2552

รายวิชา ทฤษฎีกราฟ

จำนวน 6 ข้อ

ข้อละ 5 คะแนน

เวลา 2 ชั่วโมง 30 นาที

คำชี้แจง จงแสดงแนวคิดในแต่ละข้อโดยละเอียด

**หน่วยที่ 5 กราฟให้สีกราฟ**

1. ภาคย์ชอบการเลี้ยงงูมากเป็นพิเศษ เขาต้องการเลี้ยงงูทั้งหมด 10 สายพันธุ์ แต่บางสายพันธุ์ไม่สามารถอยู่ในบริเวณเดียวกันได้ เนื่องจากมีลักษณะเป็นผู้ล่าและเหยื่อ หรือมีพฤติกรรมชอบอยู่ร่วมกับสายพันธุ์เดียวกันเท่านั้น ดังนั้นเขาจึงต้องจัดหากล่องมาเพื่อเลี้ยงงูทั้ง 10 สายพันธุ์นี้ โดยงูที่ไม่สามารถอยู่ร่วมกันจะแทนด้วย ☼ มีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

สายพันธุ์	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		☼				☼			☼	☼
2	☼							☼		☼
3				☼	☼		☼	☼	☼	
4			☼		☼	☼		☼		
5			☼	☼			☼	☼		
6	☼			☼			☼			
7			☼		☼	☼		☼		
8		☼	☼	☼	☼		☼		☼	
9	☼		☼					☼		☼
10	☼	☼							☼	

จงแสดงวิธีการโดยละเอียดในการหาจำนวนกล่องที่น้อยที่สุดที่ใช้ในการเลี้ยงงู โดยที่งูแต่ละชนิดสามารถอาศัยอยู่ในกล่องได้อย่างปลอดภัย พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจัดแบ่งงูทั้ง 10 สายพันธุ์ลงในกล่องดังกล่าว

2. ในการแข่งขันกีฬาชนิดหนึ่ง มีผู้เล่น 5 คน ซึ่งต้องแข่งขันเป็นทีม ทีมละ 2 คน และมีเงื่อนไขเพิ่มเติมคือ ผู้เล่นแต่ละคนจะต้องจับคู่เป็นทีมกับผู้เล่นที่เหลือทุกคน และทุกทีมต้องแข่งขันแบบพบกันหมด และในหนึ่งวันจะไม่มีทีมใด (ผู้เล่นคู่ใด) แข่งขันกับทีมอื่นมากกว่า 1 ทีม

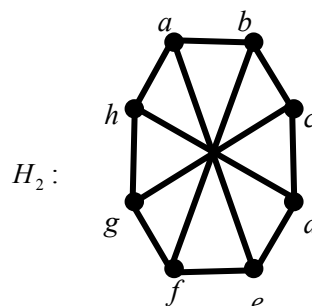
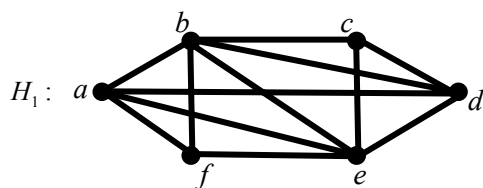
จงแสดงวิธีการโดยละเอียดในการหาจำนวนวันที่น้อยที่สุดสำหรับการแข่งขันกีฬาครั้งนี้จนเสร็จสมบูรณ์ พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจัดแบ่งทีมการแข่งขันที่สอดคล้องกับจำนวนวันสำหรับการแข่งขันดังกล่าว

## หน่วยที่ 6 ชั้นตอนวิธีทางกราฟ และกราฟเชิงระนาบ

3.1 ในเกมหมากรุกนั้น ตัวควีน (ราชินี)  $Q$  สามารถเคลื่อนที่บนกระดานหมากรุกไปอยู่ตำแหน่งใดก็ได้ทั้งในแนวตั้งฉาก แนวนอน และแนวทแยงมุม โดยที่  $Q$  จะโจมตีผู้เล่นทุกตัวที่อยู่ในแนวการเคลื่อนที่ของ  $Q$  ความท้าทายคือ การวางควีนจำนวน  $n$  ตัว ลงบนกระดานหมากรุกขนาด  $n \times n$  ที่ว่าง โดยที่ไม่มีควีนสองตัวใดๆ อยู่ในแนวการเคลื่อนที่ของกันและกัน

นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ขั้นตอนวิธีการค้นหาตามแนวลึก (DFS) ในการแสดงแนวทางการหาคำตอบในการวางควีนจำนวน 4 ตัว ลงบนกระดานหมากรุกขนาด  $4 \times 4$  ได้หรือไม่อย่างไร

3.2 กราฟต่อไปนี้ เป็นกราฟเชิงระนาบหรือไม่ ถ้าเป็นให้เขียนกราฟระนาบของกราฟดังกล่าว ถ้าไม่จงอธิบายเหตุผลประกอบโดยละเอียด



4. การจัดแสดงภาพเขียนนานาชาติผู้จัดงานต้องการแบ่งห้องจัดแสดงภาพเขียนออกเป็น 9 ห้อง คือ  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$  โดยให้แต่ละห้องมีตำแหน่งของห้องจัดแสดงภาพเขียนดังต่อไปนี้

ห้องจัดแสดง	ต้องการให้มีผนังด้านใดด้านหนึ่งอยู่ติดกับห้องจัดแสดง
$a$	$b, d, i$
$b$	$a, c, e$
$c$	$b, d, e, f, h$
$d$	$a, c, g, h$
$e$	$b, c, f, i$
$f$	$c, e, g$
$g$	$d, f, h, i$
$h$	$c, d, g, i$
$i$	$a, e, g, h$

4.1 จงเขียนกราฟ  $G$  ที่สมนัยกับปัญหาดังกล่าว

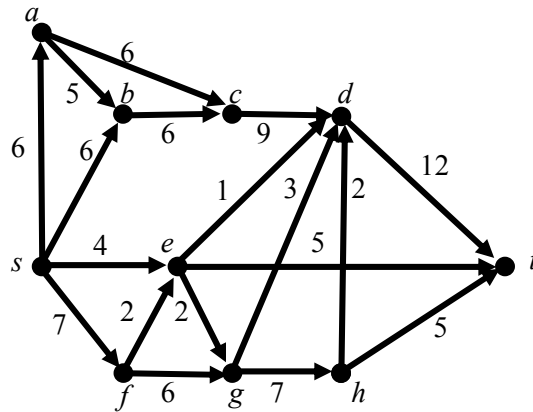
4.2 จงหาวัฏจักรแฮมิลโทเนียน  $C$  ของกราฟ  $G$  และเขียนกราฟ  $G_1$  จากกราฟ  $G$  โดยเขียนเส้นเชื่อมที่ไม่อยู่บน  $C$  ให้อยู่ภายในและเส้นเชื่อมในวัฏจักร  $C$  อยู่ภายนอก

4.3 เขียนกราฟไขว้  $H$  ของกราฟ  $G_1$  พร้อมทั้งหา  $\chi(H)$  ของกราฟดังกล่าว

4.4 ใช้ผลจากข้อ 4.3 เขียนกราฟ  $G_2$  จากกราฟ  $G_1$  โดยให้มีเส้นเชื่อมตัดกันน้อยสุดเท่าที่จะเป็นไปได้ พร้อมทั้งเขียนแผนผังแสดงการจัดแบ่งห้องที่สอดคล้องกับข้อมูลดังกล่าว

**หน่วยที่ 6 ไคกราฟ ข่ายงาน และโดมิเนชัน**

5. นักโบราณคดีได้ขุดค้นพบการวางระบบชลประทานของมนุษย์ในยุคโบราณ ซึ่งคาดว่าจะมีจุดจ่ายน้ำจากตำแหน่ง ( $s$ ) และไหลไปยังตำแหน่ง ( $t$ ) หลังจากสำรวจข้อมูลโดยละเอียดแล้วสามารถแสดงทิศทางการไหลของน้ำ ดังแสดงในข่ายงาน  $N$  ดังต่อไปนี้



5.1 จงใช้ขั้นตอนวิธีของไดคัสตรา ในการแสดงวิธีการหาระยะทางจากจุดยอด  $s$  ไปยังจุดยอดอื่นๆ ในข่ายงาน ถ้าถ้าน้ำหนักบนเส้นเชื่อม แทนระยะทางจากจุดหนึ่งไปยังจุดหนึ่ง (หน่วย: กิโลเมตร)

5.2 จงแสดงวิธีการในหาการไหลมากที่สุด ในข่ายงาน  $N$  พร้อมทั้งระบุส่วนตัดน้อยที่สุดของข่ายงานดังกล่าว ถ้าน้ำหนักบนเส้นเชื่อม แทนปริมาณน้ำ (หน่วย: ลูกบาศก์หน่วย) ที่สามารถไหลผ่านในแต่ละร่องน้ำ

6. อัดนี่มีโครงการที่จะเปิดร้านซักรีดในเมืองหนึ่ง ซึ่งเขาต้องดำเนินการตามขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

กิจกรรม	รายละเอียด	กิจกรรมต้องทำก่อน	ระยะเวลาที่ใช้ (สัปดาห์)
เริ่มต้น	-	-	0
A	จัดเตรียมหลักฐานเกี่ยวกับทรัพย์สิน	เริ่มต้น	3
B	ติดต่อนักกฎหมาย	A	4
C	ติดต่อสมุหบัญชี	A	2
D	นำไปจ้างนอกรับราชการ	B, C	4
E	รับสมัครคนซักล้าง และซักรีด	B, C	3
F	สั่งซื้อเครื่องมือและอุปกรณ์	B, C	3
G	ติดตั้งระบบไฟฟ้า	D	2
H	ติดตั้งระบบแก๊ส	D	1
I	ขออนุญาตจากท้องถิ่น	D	2
J	ติดตั้งเครื่องมือและอุปกรณ์	E, F, G, H	2
เสร็จสิ้น	-	I, J	0

จงใช้ข้อมูลในตารางดังกล่าวข้างต้นเพื่อทำสิ่งต่อไปนี้

6.1 สร้างไดกราฟกิจกรรม (activity digraph)

6.2 คำนวณหา EST, EFT, LST, LFT และ ST สำหรับแต่ละกิจกรรม

6.3 ระบุกิจกรรมวิกฤติ (critical activities)

6.4 หาวิถีวิกฤติ (critical path) ในไดกราฟกิจกรรม

6.5 จากข้อ 6.1 จงเขียนกราฟรองรับ (underlying graph)  $G$  ของไดกราฟกิจกรรมดังกล่าว พร้อมทั้งหาจำนวนที่โดมิเนท  $\gamma(G)$  และจำนวนจุดยอดปกคลุม  $\alpha(G)$

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค  
ด้านความสามารถด้านเนื้อหา



## เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ด้านความสามารถด้านเนื้อหา

- ระดับ 5** นักเรียนแสดงวิธีทำได้อย่างชัดเจน สมบูรณ์ และได้คำตอบที่ถูกต้อง ครบถ้วน  
**(5 คะแนน)**
- ระดับ 4** นักเรียนแสดงวิธีทำได้ยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบที่  
**(4 คะแนน)** ถูกต้อง ครบถ้วน
- ระดับ 3** นักเรียนแสดงวิธีทำได้อย่างชัดเจน สมบูรณ์ แต่ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ขาดความ  
**(3 คะแนน)** ครบถ้วนหรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงวิธีทำได้ไม่ชัดเจน แต่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ครบถ้วน หรือ  
**(2 คะแนน)** นักเรียนแสดงวิธีทำได้ยังไม่ชัดเจนนัก และได้คำตอบที่ถูกต้องเพียงบางส่วน  
(1 ใน 3)
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงวิธีทำได้ยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้องและได้คำตอบที่  
**(1 คะแนน)** ไม่ถูกต้อง หรือ  
นักเรียนไม่แสดงวิธีทำ แต่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ครบถ้วน
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงวิธีทำได้ไม่ชัดเจน และ/ หรือ ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง หรือได้คำตอบ  
**(0 คะแนน)** ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

## ภาคผนวก จ

### แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

ประกอบด้วย

1. แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 5.1 จัดแบ่งบริเวณอย่างไรดี
2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

**แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 5.1 จัดแบ่งบริเวณอย่างไรดี**

## กิจกรรมที่ 5.1

### จัดแบ่งบริเวณอย่างไรดี

ฝ่ายบริหารจัดการของสวนสัตว์แห่งหนึ่งต้องการสร้างสวนสัตว์เพิ่มอีกแห่ง และมีแนวคิดที่จะสร้างเป็นสวนสัตว์ปิด โดยมีเป้าหมายสำคัญ 3 ประการคือ ประการแรกต้องการให้สัตว์ได้อาศัยอยู่ร่วมกัน และมีอาณาบริเวณใกล้เคียงกับระบบนิเวศน์เดิมมากที่สุด ประการที่สองเนื่องจากสัตว์ต่าง ๆ จะถูกระบบนิเวศน์เป็นตัวกำหนด ทั้งทางด้านบริเวณที่อยู่อาศัยและจำนวนของสัตว์ในแต่ละชนิด ซึ่งส่วนใหญ่แล้วสัตว์แต่ละชนิดจะมีสถานะเป็นผู้ล่าหรือไม่ก็เป็นเหยื่อในระบบห่วงโซ่อาหาร (Food Chains) ดังนั้นจึงต้องมีการจัดแบ่งบริเวณให้สัตว์ นั้นหมายถึงว่าสัตว์ที่เป็นผู้ล่าและเหยื่อจะไม่นำมาอาศัยอยู่ในบริเวณเดียวกัน โดยที่สัตว์แต่ละชนิดจะมีอาหารกินอย่างสม่ำเสมอเนื่องด้วยสวนสัตว์มีการให้อาหารสัตว์ต่างๆ เป็นประจำอยู่แล้ว และประการสำคัญคือ ค่าใช้จ่ายในการจัดการดูแลต้องมีค่าใช้จ่ายต่ำสุดเท่าที่จะเป็นไปได้ แต่ต้องคงไว้ซึ่งคุณภาพชีวิตที่ดีของสัตว์ทุกชนิด โดยที่จำนวนบริเวณในการจัดแบ่งแปรผันตรงกับค่าใช้จ่ายในการดูแลจัดการ



ที่มา <http://www.zoo.org.au>

ในเบื้องต้นนี้ฝ่ายบริหารจัดการต้องการนำสัตว์จำนวน 11 ชนิดมาไว้ในสวนสัตว์แห่งใหม่ที่สร้างขึ้น นั่นคือ ลิงบาบูน( $b$ ), สุนัขจิ้งจอก( $f$ ), แพะ( $g$ ), ไฮยีนา( $h$ ), กวาง( $d$ ), สิงโต( $l$ ), เม่น( $p$ ), กระจ่าง( $r$ ), วัวป่า( $w$ ), ม้าลาย( $z$ ), และหนูพันธุ์เล็กกินแมลง( $s$ ) และจากประสบการณ์การทำงานอันยาวนานในการศึกษา ติดตามเกี่ยวกับลักษณะนิสัยและพฤติกรรมการกินของสัตว์แต่ละชนิด พบว่า

ลิงบาบูน( $b$ ) ชอบล่า แพะ( $g$ ), กวาง( $d$ ), กระจ่าง( $r$ ) และหนูพันธุ์เล็กกินแมลง( $s$ )

สุนัขจิ้งจอก( $f$ ) ชอบล่า แพะ( $g$ ), กวาง( $d$ ), เม่น( $p$ ), กระจ่าง( $r$ ) และหนูพันธุ์เล็กกินแมลง( $s$ )

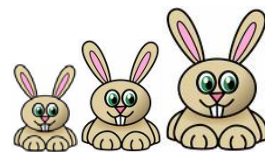
ไฮยีนา( $h$ ) ชอบล่า แพะ( $g$ ), กวาง( $d$ ), วัวป่า( $w$ ) และม้าลาย( $z$ )

สิงโต( $l$ ) ชอบล่า แพะ( $g$ ), กวาง( $d$ ), วัวป่า( $w$ ) และม้าลาย( $z$ )

เม่น( $p$ ) ชอบล่า กระจ่าง( $r$ ) และหนูพันธุ์เล็กกินแมลง( $s$ )

ส่วนสัตว์อื่นๆ ที่เหลือ จะเป็นสัตว์ที่กินแมลง หญ้า พืชผักต่างๆ และสัตว์เลื้อยคลานตัวเล็ก

นักเรียนสามารถหาจำนวนบริเวณที่น้อยที่สุดในการจัดแบ่งสัตว์ทั้ง 11 ชนิดนี้ เพื่อให้เป็นไปตามเป้าหมายของฝ่ายบริหารจัดการสวนสัตว์ได้หรือไม่ อย่างไร



## แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 5.1

กิจกรรมที่ 5.1	เรื่อง จัดแบ่งบริเวณอย่างไรดี	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มที่.....	สมาชิกประกอบด้วย	
1) .....		ประธานกลุ่ม
2) .....		เลขานุการกลุ่ม
3) .....		
4) .....		ผู้รายงาน

(การทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล)

1. จงใช้แบบจำลองทางกราฟเพื่อจำลองสถานการณ์ดังกล่าวข้างต้น
2. นักเรียนคิดว่าสัตว์ชนิดใดที่ต้องระมัดระวังในการจัดแบ่งบริเวณมากที่สุด เพราะเหตุใด
3. นักเรียนคิดว่าสัตว์กลุ่มใดต่อไปนี้อาศัยอยู่ในบริเวณปิดเดียวกันได้ เพราะเหตุใด

4. นักเรียนคิดว่าการจัดแบ่งบริเวณของสวนสัตว์แห่งนี้ สามารถที่จะนำสัตว์มาอาศัยอยู่ในบริเวณเดียวกันได้มากที่สุดกี่ชนิด และมีสัตว์ชนิดใดบ้าง
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
5. นักเรียนคิดว่าถ้าจำนวนบริเวณที่ใช้ในการจัดแบ่งเป็น 2 บริเวณ สามารถทำได้หรือไม่ อย่างไร
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
6. นักเรียนคิดว่าจำนวนบริเวณอย่างน้อยต้องเป็นเท่าใด ที่อาจทำให้การจัดแบ่งบริเวณสวนสัตว์ สามารถทำได้สำเร็จตามที่ต้องการ
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
7. นักเรียนคิดว่าถ้าจำนวนบริเวณที่ใช้ในการจัดแบ่งเป็น 4 บริเวณ สามารถทำได้หรือไม่ อย่างไร
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
8. นักเรียนคิดว่าถ้าจำนวนบริเวณที่ใช้ในการจัดแบ่งเป็น 3 บริเวณ สามารถทำได้หรือไม่ อย่างไร

(การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

9. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลดังกล่าวข้างต้น นักเรียนสามารถคาดการณ์ หรือสร้างข้อสรุปได้หรือไม่ว่า จำนวนบริเวณที่น้อยที่สุดในการจัดแบ่งเป็นเท่าใด เมื่อกำหนดให้จำนวนบริเวณที่น้อยที่สุดในการจัดแบ่ง เขียนแทนด้วย  $\chi(G)$

10. นักเรียนคิดว่าข้อสรุปดังกล่าวมีความน่าเชื่อถือหรือไม่

(การค้นหาคำตอบ พร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน)

11. นักเรียนมีแนวคิด ขั้นตอน หรือวิธีการในการยืนยันความถูกต้องของข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์หรือไม่ อย่างไร

12. ถ้ากำหนดให้  $\chi(G) = k$  เมื่อ  $k$  เป็นจำนวนนับใดๆ นักเรียนมีแนวคิด ขั้นตอน หรือวิธีการในการยืนยันความถูกต้องของข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์หรือไม่ อย่างไร



เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค  
ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีค ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องเพียง 2 ใน 3
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้บ้าง โดยระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องเพียง 1 ใน 3
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ โดยระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

### ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาและ / หรือเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาและ / หรือเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่อาจไม่เหมาะสมกับสถานการณ์ หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้บ้าง โดยวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาและ / หรือเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

### ด้านการค้นหาคำตอบ

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง โดยสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เขียนคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และแสดงการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถค้นหาคำตอบได้ โดยสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เขียนคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และแสดงการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้อง แต่ยังมีขาดความครบถ้วนหรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถค้นหาคำตอบได้บ้าง โดยสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เขียนคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และแสดงการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องบางส่วน
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ โดยดำเนินการแก้ปัญหา เขียนคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และแสดงการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค  
ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

## เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีด ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้ถูกต้องเพียง 2 ใน 3
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้บ้าง โดยระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้ถูกต้องเพียง 1 ใน 3
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

### ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้องและครอบคลุมทุกกรณี
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้อง แต่ขาดความครบถ้วน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างถูกต้อง สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้สอดคล้องเฉพาะข้อมูลที่ให้มา แต่ไม่เป็นจริงในกรณีทั่วไป
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

### ด้านการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3** นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
- ระดับ 2** นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ในประเด็นสำคัญ แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการ หรือให้เหตุผลที่ไม่รัดกุมพอ
- ระดับ 1** นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้เฉพาะบางกรณี แต่ไม่แสดงเหตุผลในกรณีทั่วไป หรือมีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
- ระดับ 0** นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

**ภาคผนวก จ**  
**แบบสำรวจรายการ**

ประกอบด้วย แบบสำรวจรายการ 2 ชนิด ดังนี้

1. แบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. แบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



## แบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่..... ชื่อกิจกรรม..... วันที่.....

กลุ่มที่..... สมาชิกประกอบด้วย

- |         |                |
|---------|----------------|
| 1. .... | ประธานกลุ่ม    |
| 2. .... | เลขานุการกลุ่ม |
| 3. .... | ผู้สนับสนุน    |
| 4. .... | ผู้รายงาน      |

### พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

	มี	ไม่มี
<b>ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา</b>		
1. อภิปรายเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประเด็นหลักของสถานการณ์ปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. อภิปรายเพื่อระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์ปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. อภิปรายเพื่อระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. อภิปรายเกี่ยวกับหลักการ หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา</b>		
5. วางแผนการแก้ปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. ค้นหากยุทธ์อื่นในการแก้ปัญหา เมื่อกลยุทธ์เดิมไม่สามารถทำได้	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. มีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่า 1 กลยุทธ์ (ถ้ามี)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>ด้านการค้นหาคำตอบ</b>		
9. ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้อย่างเป็นระบบ	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. เขียนคำอธิบายในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. ตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. ขยายปัญหาเดิมให้มีความน่าสนใจหรือเป็นกรณีทั่วไป	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ความเห็นเพิ่มเติม.....

.....

**เกณฑ์ :** ถ้ารายการใดมีจำนวนนักเรียนแสดงแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งของจำนวนสมาชิกในกลุ่ม  
จะถือว่านักเรียนทั้งกลุ่มมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรายการนั้น

แบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

## แบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่..... ชื่อกิจกรรม..... วันที่.....

กลุ่มที่..... สมาชิกประกอบด้วย

- |         |                |
|---------|----------------|
| 1. .... | ประธานกลุ่ม    |
| 2. .... | เลขานุการกลุ่ม |
| 3. .... | ผู้สนับสนุน    |
| 4. .... | ผู้รายงาน      |

### พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

	มี	ไม่มี
<b>ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา</b>		
1. อภิปรายเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประเด็นหลักของสถานการณ์ปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. อภิปรายเพื่อระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์ปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. อภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวแปรหรือข้อมูลอื่นในสถานการณ์ปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. อภิปรายเกี่ยวกับหลักการ หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับปัญหา	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์</b>		
5. อภิปรายเพื่อวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูล	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้แบบรูปและความสัมพันธ์	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้การสร้างแบบจำลอง	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้การทดสอบเซตของข้อมูล	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้รูปแบบปิด	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. อภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดและเหตุผลในการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. ขยายข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ไปสู่กรณีทั่วไป	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>ด้านการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์</b>		
12. ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้หลักการ บทนิยามและทฤษฎี ที่เชื่อมโยงกับพื้นความรู้เดิม	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้หลักการ แนวคิด และวิธีการ นอกเหนือไปจากพื้นความรู้ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. ให้เหตุผลมากกว่า 1 ประเภท ในการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

ความเห็นเพิ่มเติม.....  
.....  
.....  
.....

**เกณฑ์ :** ถ้ารายการใดมีจำนวนนักเรียนแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งของจำนวนสมาชิกในกลุ่ม จะถือว่า  
นักเรียนทั้งกลุ่มมีพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรายการนั้น

ภาคผนวก ช  
แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

## แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

### คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงความรู้สึก ความคิดเห็นที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์  
ความคิดเห็นของนักเรียนเป็นความคิดเห็นเฉพาะบุคคลไม่มีถูกหรือผิด ฉะนั้นขอให้ตอบ  
ตรงความรู้สึก ของนักเรียน

2. ในแต่ละข้อจะมีข้อความกำหนดให้ ขอให้นักเรียนอ่านข้อความให้เข้าใจ แล้วแสดง  
ความคิดเห็นที่มีต่อข้อความด้วยการทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียน  
ดังตัวอย่างการตอบดังนี้

### ตัวอย่าง

ข้อที่	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่ เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นสำหรับการ เรียนต่อ		✓			

แสดงว่าผู้ตอบเห็นด้วยกับข้อความที่กล่าวว่า“คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นสำหรับการ  
เรียนต่อ”

### แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ข้อที่	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่ เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1	คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างเป็นระบบ					
2	คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เข้าใจง่ายเพราะมี ขั้นตอน					
3	ฉันสนุกกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยาก และท้าทายความคิด					
4	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฉันมีความกระตือรือร้น ในการค้นคว้าหาความรู้อยู่เสมอ					
5	ฉันชอบวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่นที่ต้อง ใช้การท่องจำ					
6	ฉันชอบสนทนาความรู้ทางคณิตศาสตร์กับ เพื่อน					
7	วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าเบื่อหน่าย					
8	ฉันสามารถเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้รวดเร็ว กว่าวิชาอื่น					
9	ฉันสามารถตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดีกว่าวิชาอื่น					
10	คณิตศาสตร์ช่วยให้การทำงานมีขั้นตอนดีขึ้น					
11	ฉันไม่สนุกกับคิดคำนวณที่ซับซ้อน					
12	ฉันขยันทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์					
13	ฉันไม่อยากทำการบ้านคณิตศาสตร์					
14	ฉันสบายใจเมื่อได้ทำกิจกรรมหรืองานที่ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์					
15	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สนุก					
16	ฉันชอบทำแบบฝึกหัดวิชาอื่นมากกว่าวิชา คณิตศาสตร์					
17	ฉันรู้สึกมั่นใจในการทำข้อสอบวิชา คณิตศาสตร์					
18	ฉันชอบเข้าร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับวิชา คณิตศาสตร์					
19	คณิตศาสตร์ฝึกให้คนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล					
20	เราสามารถดำรงชีพอยู่ได้โดยไม่ต้องอาศัย คณิตศาสตร์					
21	ฉันชอบตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์					

ข้อที่	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่ เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
22	ฉันชอบคิดถึงสิ่งที่อยู่รอบตัวให้เกี่ยวข้องกับ คณิตศาสตร์อยู่เสมอ					
23	คณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญต่อความก้าวหน้า ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี					
24	ฉันรู้สึกหนักใจเมื่อเข้าสอบวิชาคณิตศาสตร์					
25	ฉันคิดว่าควรลดชั่วโมงเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเพิ่มชั่วโมงเรียนวิชาอื่นแทน					
26	ฉันรู้สึกประหม่าและกลัว เมื่อครูให้ออกไปทำ กิจกรรมคณิตศาสตร์หน้าชั้นเรียน					
27	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ไม่ยากถ้าใช้ความ พยายาม					
28	ฉันใช้เวลาในการทบทวน หรือหาความรู้ เพิ่มเติมทางคณิตศาสตร์น้อยกว่าวิชาอื่น					
29	คนเรียนเก่งวิชาคณิตศาสตร์ ชอบถือความ คิดเห็นของตนเองเป็นใหญ่โดยไม่มีเหตุผล					
30	ฉันชอบนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ใน ชีวิตประจำวันเสมอ เช่น การคิดทอนเงิน					



## ภาคผนวก ซ

หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มี  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และเอกสารประกอบหลักสูตร

ประกอบด้วย

1. หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มี  
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง
2. คู่มือครู หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน
3. เอกสารประกอบการเรียน หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟ  
แฮมิลโทเนียน
4. แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.1 และ 4.2

หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย  
ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

## หลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง

### ความสำคัญ

คณิตศาสตร์นับเป็นวิชาหนึ่งที่สำคัญอย่างยิ่งในการจัดการศึกษา เนื่องจากคณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดที่สร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น (กรมวิชาการ. 2545ข: 1)

วิยุดคณิต (Discrete Mathematics) เป็นคณิตศาสตร์สาขาหนึ่งของการจัดการที่เกี่ยวกับการจัดวัตถุเต็มหน่วย รวมถึงหลักเกณฑ์ และเทคนิคที่หลากหลาย ที่สามารถพบเห็น และเกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน มีบทประยุกต์มากมาย ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนเห็นความเกี่ยวข้องกันของคณิตศาสตร์กับโลกจริง (Rosenstein. 1997A: 441) ในปี ค.ศ.1989 สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM: The National Council of Teachers of Mathematics) ได้จัดทำ “มาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน” (The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics) ขึ้น โดยวิยุดคณิตเป็นมาตรฐานของหลักสูตรที่แยกไว้สำหรับนักเรียนในเกรด 9 – เกรด 12 (Dossey. 1991: 4-8; NCTM. 1989: 176)

สำหรับประเทศไทยนั้น วิยุดคณิตเป็นรายวิชาที่เปิดสอนในระดับอุดมศึกษา โดยเป็นวิชาพื้นฐานสำหรับหลักสูตรวิทยาการคอมพิวเตอร์ เนื้อหาวิยุดคณิตที่นิยมนำไปประยุกต์และเสริมในการเรียนการสอนคือ ทฤษฎีเซตและหัวข้อที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์เชิงการจัด ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ และตรรกศาสตร์พื้นฐาน (Kenneth. 1991: 80-81) ซึ่งสาเหตุที่ทฤษฎีกราฟได้รับการศึกษาและพัฒนาอย่างกว้างขวาง มาจากปัจจัยสำคัญ 2 ประการ ปัจจัยแรกคือ ทฤษฎีกราฟสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในหลากหลายสาขา และปัจจัยที่สองคือ โครงสร้างเนื้อหาวิชาที่น่าสนใจ เป็นธรรมชาติและสวยงาม โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาทฤษฎีกราฟจะใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นในการศึกษา คือ เซตของจุดยอดและเซตของเส้นเชื่อม (Hazzan; & Hadar. 2005: 257; Niman. 1975: 353) แต่ในการศึกษาแนวคิดที่สูงขึ้นต้องใช้ความรู้พื้นฐานหลายเรื่องเช่น ระเบียบวิธีการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย ความรู้เกี่ยวกับเซต ตรรกศาสตร์ ระบบจำนวนจริง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นต้น (Berkley; & Lewinter. 2002: x; ณรงค์ บัณฑิต. 2548: คำนำ) การจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟที่มีความ

เหมาะสม มีความน่าสนใจ ประกอบไปด้วยกิจกรรมการแก้ปัญหาของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ สามารถสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาการคิดทางตรรกะ สามารถแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงความรู้ด้านต่าง ๆ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นและเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น (NCTM. 2000: 7; Milkova. 2007: Online; Rosenstein; & DeBellis. 2004: 49; Usiskin. 2001: 8; Wilson; & Rivera-Marrero. 2004: Online)

### จุดมุ่งหมายของหลักสูตร

หลักสูตรที่ผู้วิจัยที่สร้างขึ้นเป็นการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เน้นการเรียนแบบร่วมมือ และการปฏิบัติกิจกรรมที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและสืบสวนสอบสวนความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล โดยมีจุดมุ่งหมายคือ

1. เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ ในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ
2. เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง
4. เพื่อให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

### เนื้อหา ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และจุดประสงค์การเรียนรู้

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้เน้นการจัดการศึกษา โดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนาผู้เรียนตามระดับพัฒนาการออกเป็น 3 ระดับคือ ระดับประถมศึกษา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6

สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เน้นการเพิ่มพูนความรู้และทักษะเฉพาะด้านสนองตอบความสามารถ ความถนัดและความสนใจของผู้เรียนแต่ละคน ทั้งด้านวิชาการและวิชาชีพ มีทักษะในการใช้วิทยาการและเทคโนโลยี ทักษะกระบวนการคิดขั้นสูง สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในการศึกษาต่อและการประกอบอาชีพ มุ่งพัฒนาตนเองและประเทศตามบทบาทของตน สามารถเป็นผู้นำและผู้ให้บริการชุมชนในด้านต่าง ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 21-22)

สำหรับสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของเนื้อหาทฤษฎีกราฟ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายนี้ นำเสนอในภาพกว้าง และเนื้อหาที่เข้มข้น ผู้สอนต้องคำนึงถึงมาตรฐาน

ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้วยการสอดแทรกกิจกรรมหรือโจทย์ปัญหาที่จะส่งเสริมให้เกิดทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ นอกจากนี้กิจกรรมการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติต่อคณิตศาสตร์ ตลอดจนฝึกให้นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

ตาราง 1 สารการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของเนื้อหาทฤษฎีกราฟ

สารการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
1. ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (Basic Concepts about Reasoning and Proof Methods in Mathematics)	6	<ul style="list-style-type: none"> <li>● เข้าใจเรื่องการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย</li> <li>● นำความรู้เรื่องวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</li> </ul>
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. เข้าใจเรื่องการให้เหตุผลแบบอุปนัยและแบบนิรนัย</li> <li>2. เข้าใจเกี่ยวกับวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับข้อความในแบบ <math>p \rightarrow q</math> และ <math>p \leftrightarrow q</math></li> <li>3. เข้าใจเกี่ยวกับวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับข้อความในแบบ <math>p \rightarrow (q \vee r)</math>, <math>p \rightarrow (q \wedge r)</math> การพิสูจน์แบบการแจกแจงกรณี และการพิสูจน์โดยอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์</li> <li>4. นำความรู้เรื่องวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้</li> </ol>		
2. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ (Basic Concepts in Graph Theory)	6	<ul style="list-style-type: none"> <li>● บอกบทนิยามและอธิบายสมบัติเบื้องต้นของกราฟได้</li> </ul>
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. หาเซตของจุดยอดและเซตของเส้นเชื่อมของกราฟได้</li> <li>2. บอกได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับเชิงกราฟหรือไม่ ถ้าเป็นสามารถสร้างกราฟที่สอดคล้องกับลำดับเชิงกราฟที่กำหนดให้ได้หรือไม่</li> <li>3. บอกลักษณะของกราฟปรกติดีกรี <math>r</math> กราฟบริบูรณ์ กราฟเต็มเต็ม กราฟ <math>k</math> – พาร์ไทต์ กราฟดาว กราฟ <math>k</math> – สี ได้</li> <li>4. หาอินดิวิชันสับกราฟของกราฟที่กำหนดให้ได้</li> <li>5. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้ไอโซมอร์ฟิกกันหรือไม่</li> </ol>		

สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
<ol style="list-style-type: none"> <li>6. หาเมทริกซ์ประชิดและเมทริกซ์ตกกระทบของกราฟที่กำหนดให้ได้ และสร้างกราฟจากเมทริกซ์ประชิดและเมทริกซ์ตกกระทบได้</li> <li>7. ทหารอยเดิน วิธี วงจร และวัฏจักรของกราฟได้</li> <li>8. ทหาระยะทาง (distance) ระหว่างจุดยอด 2 จุดใดๆ ในกราฟได้</li> <li>9. หาความเยื้องศูนย์กลาง (eccentricity) ของจุดยอดใดๆ ในกราฟได้</li> <li>10. หารัศมี (radius) เส้นผ่านศูนย์กลาง (diameter) และศูนย์กลาง (center) ของกราฟได้</li> </ol>		
3. ทรีและกราฟไบบิพาร์ไทต์ (Trees and Bipartite Graphs)	6	<ul style="list-style-type: none"> <li>● บอกบทนิยามของทรี และบอกได้ว่ากราฟใดเป็นทรี เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้ได้</li> <li>● นำความรู้เกี่ยวกับทรีไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> <li>● นำความรู้เกี่ยวกับการจับคู่ในกราฟไบบิพาร์ไทต์ไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ul>
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกลักษณะของทรีได้</li> <li>2. หาทรีแผ่ทั่ว(spanning tree) ของกราฟได้ และหาจำนวนทรีแผ่ทั่วของกราฟได้</li> <li>3. หาทรีแผ่ทั่วน้อยที่สุด (minimum spanning tree) โดยใช้ขั้นตอนวิธีของครุสคาล (Kruskal's Algorithm) และขั้นตอนวิธีของพริม (Prim's Algorithm) ได้</li> <li>4. นำความรู้เกี่ยวกับการหาทรีแผ่ทั่วน้อยที่สุด ไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> <li>5. หาการจับคู่ใหญ่สุดในกราฟไบบิพาร์ไทต์ได้</li> <li>6. หาการจับคู่ที่มีน้ำหนักมากที่สุดในกราฟไบบิพาร์ไทต์บริบูรณ์ได้</li> <li>7. นำความรู้เกี่ยวกับการจับคู่ในกราฟไบบิพาร์ไทต์ไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ol>		
4. กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน (Eulerian and Hamiltonian Graphs)	6	<ul style="list-style-type: none"> <li>● บอกบทนิยามของกราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียนได้</li> <li>● บอกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้</li> </ul>

สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
		<ul style="list-style-type: none"> <li>● นำความรู้เกี่ยวกับกราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียนไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ul>
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์เรียนหรือไม่ ถ้าเป็นสามารถหาวงจรออยเลอร์เรียนจากกราฟที่กำหนดให้ได้</li> <li>2. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟแฮมิลโทเนียนหรือไม่ ถ้าเป็นสามารถหาวงจรแฮมิลโทเนียนจากกราฟที่กำหนดให้ได้</li> <li>3. หาวงจรออยเลอร์เรียน โดยใช้ขั้นตอนวิธีของฟลูรี (Fluery's Algorithm) ได้</li> <li>4. นำความรู้เกี่ยวกับกราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียนไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ol>		
5. การให้สีกราฟ (Graph Coloring)	6	<ul style="list-style-type: none"> <li>● บอกบทนิยามของกราฟที่ให้สีจุดยอด <math>k</math>-สี และหาจำนวนโครมาติกของกราฟเมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้ได้</li> <li>● บอกบทนิยามของกราฟที่ให้สีเส้นเชื่อม <math>k</math>-สี และหาจำนวนโครมาติกเส้นเชื่อมของกราฟ เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้ได้</li> <li>● นำความรู้เกี่ยวกับการให้สีกราฟไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ul>
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. บอกบทนิยามของกราฟที่ให้สีจุดยอด <math>k</math>-สี และหาจำนวนโครมาติกของกราฟ เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้ได้</li> <li>2. บอกบทนิยามของกราฟที่ให้สีบนเส้นเชื่อม <math>k</math>-สี และหาจำนวนโครมาติกเส้นเชื่อมของกราฟ เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้ได้</li> <li>3. หาจำนวนวิธีทั้งหมดของการหาจำนวนโครมาติก และจำนวนโครมาติกเส้นเชื่อมของกราฟที่แตกต่างกันได้</li> </ol>		

สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
4. นำความรู้เรื่องการหาจำนวนโครมาติก และจำนวนโครมาติกเส้นเชื่อมของกราฟ ไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้		
6. ขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบ (Graph Algorithms and Planar Graphs)	6	<ul style="list-style-type: none"> <li>● เข้าใจขั้นตอนวิธีการค้นหาตามแนวกว้าง และขั้นตอนวิธีการค้นหาตามแนวลึก</li> <li>● บอกบทนิยามของกราฟเชิงระนาบได้</li> <li>● บอกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟเชิงระนาบ เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้</li> <li>● นำความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ul>
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. สร้างทรีแผ่ทั่ว โดยใช้ขั้นตอนวิธีการค้นหาตามแนวกว้าง และขั้นตอนวิธีการค้นหาตามแนวลึกได้</li> <li>2. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟเชิงระนาบหรือไม่ ถ้าเป็นสามารถหากราฟระนาบที่สมนัยได้</li> <li>3. นำความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีของกราฟและกราฟเชิงระนาบไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ol>		
7. ไดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชัน (Digraphs, Networks and Domination)	9	<ul style="list-style-type: none"> <li>● เข้าใจเรื่องไดกราฟ ข่ายงาน และโดมิเนชัน</li> <li>● เข้าใจและสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับไดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชันได้</li> <li>● นำความรู้เรื่องไดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชันไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ul>
<b>จุดประสงค์การเรียนรู้</b>		
1. สร้างกราฟที่มีทิศทางอย่างเข้มจากกราฟที่กำหนดให้ได้		



สาระการเรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
<ol style="list-style-type: none"> <li>2. หาวิธีสั้นที่สุด โดยใช้ขั้นตอนวิธีของไดคัสตรา (Dijkstra's Algorithm) ได้</li> <li>3. หาการไหลมากที่สุดของข่ายงานได้</li> <li>4. หาส่วนตัดน้อยที่สุดของข่ายงานที่กำหนดให้ได้</li> <li>5. เข้าใจและสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับไดกราฟ ข่ายงานและโดมิเนชันได้</li> <li>6. สร้างไดกราฟกิจกรรมจากโครงการที่กำหนดให้ได้</li> <li>7. หาวิธีวิกฤติของไดกราฟกิจกรรมได้</li> <li>8. หาจำนวนที่โดมิเนทของกราฟที่กำหนดให้ได้</li> <li>9. หาจุดยอดปกคลุมของกราฟที่กำหนดให้ได้</li> <li>10. นำความรู้เรื่องไดกราฟ ข่ายงาน วิธีวิกฤติ และโดมิเนชันไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้</li> </ol>		

### การจัดการเรียนการสอน

การจัดการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด การจัดการเรียนรู้อัตนศาสตร์ต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนา โดยเน้นความสำคัญทั้งด้านความรู้ ด้านทักษะ/กระบวนการ ด้านคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมอันพึงประสงค์

สำหรับการจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟ มีแนวทางดังต่อไปนี้

1. การจัดการเรียนการสอนที่เห็นผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด ได้เรียนรู้จากการลงมือทำกิจกรรม และแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูมีส่วนร่วมในการจัดเนื้อหาสาระและกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความสนใจ ความต้องการและศักยภาพในการเรียนรู้ของผู้เรียน ครูทำหน้าที่ในการสนับสนุน ส่งเสริมและเป็นผู้สร้างโอกาสในการเรียนรู้ที่เหมาะสมให้แก่ผู้เรียน

2. การจัดการเรียนการสอนที่เห็นการเรียนแบบร่วมมือ เป็นการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิด รับผิดชอบ และช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและแนวคิดที่หลากหลาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้และทักษะกระบวนการ ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเพิ่มมากขึ้น ครูมีหน้าที่เป็นผู้คอยช่วยเหลือ สนับสนุน จัดหาสื่อการเรียนรู้และจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียนให้มีความเหมาะสมต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน นอกจากนี้ครูยังเป็นผู้คอยกระตุ้นให้มีการอภิปราย เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

**3. การจัดการเรียนการสอนแบบค้นพบ และสืบสวนสอบสวนความรู้** เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์ และสามารถสรุปเป็นนัยทั่วไปได้ด้วยตนเอง ครูควรจัดสถานการณ์ปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ เกิดความอยากรู้อยากเห็น ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการทดลอง สังเกต เก็บรวบรวมข้อมูลอย่างเป็นระบบ เพื่อสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) สรุปเป็นกฎเกณฑ์ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของข้อสรุปนั้น ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ แบบสืบสวนสอบสวนความรู้ ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนฝึกให้ผู้เรียนได้รู้จักการอภิปราย แลกเปลี่ยนแนวคิดกันอย่างมีเหตุผล

**4. การพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์** สำหรับหลักสูตรทฤษฎีกราฟ จะเน้นที่การแก้ปัญหาและการให้เหตุผล ซึ่งมีแนวทางดังต่อไปนี้

#### **4.1 แนวทางการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์**

การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา ครูควรจัดบรรยากาศสนับสนุน และส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล กระตุ้นให้เกิดการอภิปราย และแลกเปลี่ยนแนวคิด โดยจัดสถานการณ์ปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำทนายให้คิด และคำนึงถึงศักยภาพของผู้เรียนเป็นสำคัญ ในขั้นต้นควรพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา เนื่องจากเป็นพื้นฐานที่สำคัญก่อนที่จะดำเนินการฝึกการแก้ปัญหา ซึ่งจะนำเสนอ ดังนี้

กระบวนการแก้ปัญหามาตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957: 5-19) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้น ดังนี้

**ขั้นที่ 1** ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูล และเงื่อนไขต่าง ๆ ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนอาจต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปข้างหน้า และพิจารณาในหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีการเขียนรูป หรือเขียนด้วยถ้อยคำของตนเอง เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาด้วยก็ได้

**ขั้นที่ 2** ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล และตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์ที่ได้มาพิจารณาร่วมกับประสบการณ์การแก้ปัญหาเดิมที่มีอยู่ เพื่อกำหนดแนวทางและแผนในการแก้ปัญหา และท้ายที่สุดจะต้องเลือกกลยุทธ์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

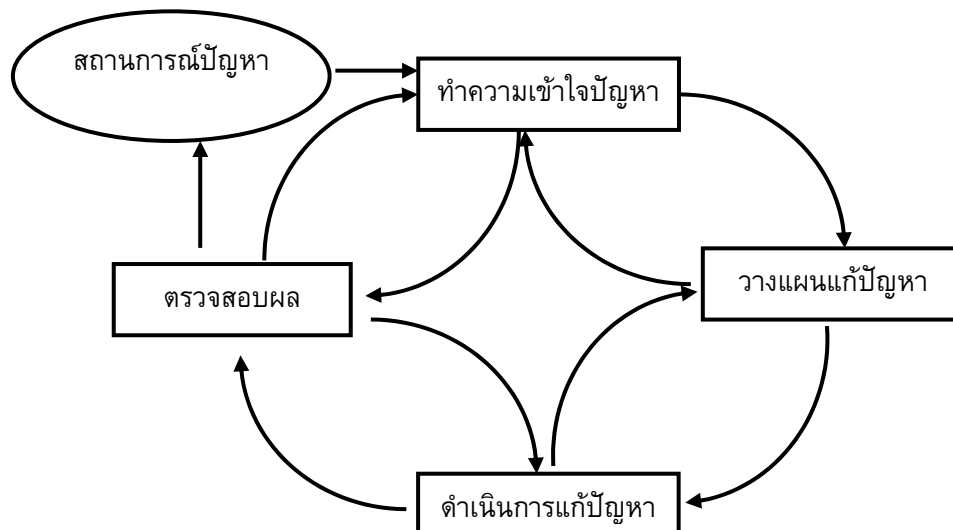
### ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทาง หรือแผนที่วางไว้ ซึ่งผู้เรียนจะต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของแผนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา อาจจะใช้วิธีการตรวจสอบแบบสัญชาตญาณ (Intuitive Checking) หรือพิสูจน์อย่างเป็นทางการ หากแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้ นักเรียนจะต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง ซึ่งการวางแผนและการค้นหากกลยุทธ์ใหม่ในการแก้ปัญหานี้เป็นทักษะสำคัญในการพัฒนาความสามารถของผู้แก้ปัญหาด้วยเช่นกัน

### ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (Looking Back)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์อื่นที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ สำหรับนักเรียนที่ทำนายคำตอบของปัญหาไว้ก่อนลงมือปฏิบัติตามแผน ควรเปรียบเทียบระหว่างคำตอบที่ทำนายไว้กับคำตอบที่แท้จริงว่า มีความสมเหตุสมผลมากน้อยเพียงใด

นอกจากนี้ ครูลิลิค และรูดนิค (Krulik; & Rudnick. 1993: 39-57) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาไว้ในทำนองเดียวกัน วิลสัน และคณะ (Wilson; et al. 1993: 60) ได้เสนอกรอบแนวคิดของกระบวนการแก้ปัญหาที่มีความเป็นพลวัต และเป็นวงจรธรรมชาติของการแก้ปัญหาซึ่งในการดำเนินการแก้ปัญหาทุกครั้ง นักเรียนไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป สามารถเริ่มที่ขั้นใดก็ได้ มีลักษณะดังภาพประกอบด้านล่าง



ภาพประกอบ 9 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ที่มา: Wilson; et al. (1993). *Mathematical Problem Solving*. p. 60.

สำหรับแนวทางการจัดการเรียนการสอน บารูดี้ (Baroody. 1993: 2-31) ได้เสนอแนวทางการสอนไว้ดังนี้

1. การสอนเพื่อแก้ปัญหา (Teaching for Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริง และในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยอาจเป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งมีความเชื่อว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนจะเกิดขึ้นได้ ถ้านักเรียนได้นำความรู้และทักษะที่เรียนรู้มาไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

2. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via Problem Solving) เป็นการสอนที่ใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิด พัฒนาทักษะและความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ กล่าวคือ ใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์กับโลกที่เป็นจริง ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งก็ใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

3. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about Problem Solving) เป็นการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา โดยทั่วไปมักใช้กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา

จากแนวคิดข้างต้น ทำให้ได้แนวทางในการพัฒนา และส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา สำหรับหลักสูตรทฤษฎีกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงคือ การจัดการเรียนการสอนเริ่มจากการจัดบรรยากาศสนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดและอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาย่างมีเหตุมีผล กระตุ้นให้เกิดการอภิปราย และแลกเปลี่ยนแนวคิด โดยใช้แนวทางการสอนการแก้ปัญหามผสมผสานกันทั้ง 3 แนวทาง และอาศัยกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา ครูลิก และรุदनิก ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และค้นหาคำตอบ

#### 4.2 แนวทางการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2545: 99) และ สสวท. (2545ก: 195) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักให้เหตุผลดังนี้

1. ครูควรให้ผู้เรียนได้พบโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ครูควรให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง
3. ครูควรให้ผู้เรียนช่วยกันสรุป แล้วครูช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ มีข้อบกพร่องที่ไหน อย่างไร

นอกจากนี้ครูควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียน เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ และได้มีโอกาสลงมือปฏิบัติ คำถามที่ใช้ควรกระตุ้นผู้เรียนด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” เป็นต้น กระตุ้นให้ผู้เรียนได้มีการเรียนรู้ร่วมกัน และควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็น หรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

กล่าวโดยสรุปคือ ในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จัดบรรยากาศการเรียนรู้ที่สนับสนุน ส่งเสริมให้มีการอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิด อภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาาร่วมกัน สำหรับการวิจัยนี้ การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล จะใช้แนวทางการสอนเพื่อให้คิด ผ่านการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ ของสถานการณ์ปัญหา และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

จากข้อมูลดังกล่าวข้างต้นทำให้ได้แนวคิดในการกำหนดกรอบแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟ โดยเป็นการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และเน้นการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีทั้งการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้นและการปฏิบัติกิจกรรมที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล นั่นคือมีการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้นโดยครูผู้สอน และใช้แนวทางสอนแบบใช้ปัญหามาเข้าสู่บทเรียน มีการยกตัวอย่างผ่านสื่อประกอบการเรียนการสอน และการปฏิบัติกิจกรรม จะเน้นที่การทำงานเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3-4 คน ใช้แนวทางการสอนการแก้ปัญหา ผสมผสานกันทั้ง 3 แนวทาง โดยอาศัยกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา ครูลิก และรูตนิค ควบคู่กับกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตของวิลสันและคณะ เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และค้นหาคำตอบ และใช้วิธีการสอนแบบค้นพบและวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน มุ่งเน้นให้นักเรียนแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ของสถานการณ์ปัญหา และประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

การฝึกการให้เหตุผลจะดำเนินไปพร้อม ๆ กับการดำเนินกิจกรรมการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนอธิบาย อภิปรายแนวคิด และแสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

## สื่อการเรียนรู้

สำหรับการจัดการเรียนการสอนทฤษฎีกราฟ สื่อการเรียนรู้ประกอบด้วย เอกสารประกอบการเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ เอกสารคู่มือครู แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แบบฝึกทักษะการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบสำรวจรายการ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และอุปกรณ์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทฤษฎีกราฟ เช่น คอมพิวเตอร์ เครื่องฉายข้ามศีรษะ เป็นต้น

สำหรับการเลือกใช้สื่อการเรียนรู้นั้น ครูควรมีความรู้ในการผลิตสื่อด้วยตนเอง มีความสามารถในการเลือกใช้สื่อ จัดเตรียมสื่อ และรู้จักนำมาใช้ เพื่อเพิ่มพูนประสิทธิภาพของการจัดการเรียนการสอน โดยคำนึงว่าสื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ต้องอำนวยความสะดวกต่อผู้เรียนมากที่สุด และอยู่ในวิสัยที่ครูสามารถนำมาใช้ได้ดีที่สุด

## การวัดผลและประเมินผล

สำหรับการวัดผลและการประเมินผลของทฤษฎีกราฟนั้น ในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มแต่ละครั้ง จะประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม ประเมินความสามารถด้านพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้วยแบบสำรวจรายการ ประเมินความสามารถด้านเนื้อหา ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอิงเกณฑ์ ซึ่งจะทดสอบเมื่อนักเรียนเรียนจบในหน่วยที่ 4 และจบในหน่วยที่ 7 ตามลำดับ และหลังจากเรียนจบในเนื้อหาทฤษฎีกราฟ ประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะนำเสนอตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคของแต่ละการประเมิน เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนดังต่อไปนี้

1. ประเมินความสามารถด้านเนื้อหา ด้วยแบบทดสอบวัดสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบอิงเกณฑ์มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบบูรณาการเห็นองค์รวม (Focused Holistic Scoring) ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนแบบบูรณาการด้านความสามารถด้านเนื้อหา

- ระดับ 5**   นักเรียนแสดงวิธีทำได้อย่างชัดเจน สมบูรณ์ และได้คำตอบที่ถูกต้อง ครบถ้วน  
**(5 คะแนน)**
- ระดับ 4**   นักเรียนแสดงวิธีทำได้ยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบที่  
**(4 คะแนน)**   ถูกต้อง ครบถ้วน
- ระดับ 3**   นักเรียนแสดงวิธีทำได้อย่างชัดเจน สมบูรณ์ แต่ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ขาดความ  
**(3 คะแนน)**   ครบถ้วนหรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 2**   นักเรียนแสดงวิธีทำได้ไม่ชัดเจน แต่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ครบถ้วน หรือ  
**(2 คะแนน)**   นักเรียนแสดงวิธีทำได้ยังไม่ชัดเจนนัก และได้คำตอบที่ถูกต้องเพียงบางส่วน  
(1 ใน 3)
- ระดับ 1**   นักเรียนแสดงวิธีทำได้ยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้องและได้คำตอบที่  
**(1 คะแนน)**   ไม่ถูกต้อง หรือ  
นักเรียนไม่แสดงวิธีทำ แต่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ครบถ้วน
- ระดับ 0**   นักเรียนแสดงวิธีทำได้ไม่ชัดเจน และ/ หรือ ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง หรือได้คำตอบ  
**(0 คะแนน)**   ที่ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

## 2. ประเมินความสามารถด้านการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีดแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring) ดังนี้

### 2.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีดด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องเพียง 2 ใน 3
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้บ้าง โดยระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องเพียง 1 ใน 3
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ โดยระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

#### ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาและ / หรือเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหา
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาและ / หรือเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่อาจไม่เหมาะสมกับสถานการณ์ หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้บ้าง โดยวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ โดยวางแผนการแก้สถานการณ์ปัญหาและ / หรือเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ



### ด้านการค้นหาคำตอบ

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถค้นหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง โดยสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เขียนคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และแสดงการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถค้นหาคำตอบได้ โดยสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เขียนคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และแสดงการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้อง แต่ยังมีขาดความครบถ้วน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถค้นหาคำตอบได้บ้าง โดยสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เขียนคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และแสดงการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องบางส่วน
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ โดยดำเนินการแก้ปัญหา เขียนคำอธิบายกระบวนการแก้ปัญหา และแสดงการตรวจสอบแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

## 2.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

### ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยสามารถระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้ถูกต้องเพียง 2 ใน 3
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้บ้าง โดยระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลอื่นๆ ได้ถูกต้องเพียง 1 ใน 3
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้ โดยระบุประเด็นสถานการณ์ปัญหา ส่วนสำคัญของปัญหา และความสัมพันธ์ของตัวแปรและข้อมูลได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

### ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้องและครอบคลุมทุกกรณี
- ระดับ 2** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างถูกต้อง แต่ขาดความครบถ้วน หรือมีข้อบกพร่องบางประการ
- ระดับ 1** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างถูกต้อง สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้สอดคล้องเฉพาะข้อมูลที่ให้มา แต่ไม่เป็นจริงในกรณีทั่วไป
- ระดับ 0** นักเรียนแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูลและ / หรือสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

### ด้านการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- ระดับ 3** นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล และมีการอ้างอิงที่ถูกต้อง
- ระดับ 2** นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ในประเด็นสำคัญ แต่ไม่ครบถ้วน อ้างอิงได้ถูกต้องบางส่วน มีข้อบกพร่องบางประการ หรือให้เหตุผลที่ไม่รัดกุมพอ
- ระดับ 1** นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าสามารถประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้บ้าง โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้เฉพาะบางกรณี แต่ไม่แสดงเหตุผลในกรณีทั่วไป หรือมีการแสดงเหตุผลที่บกพร่อง ไม่ชัดเจน อ้างอิงไม่ถูกต้อง ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
- ระดับ 0** นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นว่าไม่สามารถประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ โดยแสดงวิธีการตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงความคิดเห็นใดๆ

### 3. ประเมินความสามารถด้านพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้วยแบบสำรวจรายการดังต่อไปนี้

#### 3.1 แบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่..... ชื่อกิจกรรม..... วันที่.....

กลุ่มที่..... สมาชิกประกอบด้วย

- |         |                |
|---------|----------------|
| 1. .... | ประธานกลุ่ม    |
| 2. .... | เลขานุการกลุ่ม |
| 3. .... | ผู้สนับสนุน    |
| 4. .... | ผู้รายงาน      |

#### พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มี ไม่มี

##### ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

- |   |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1. อภิปรายเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประเด็นหลักของสถานการณ์ปัญหา           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. อภิปรายเพื่อระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์ปัญหา                           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. อภิปรายเพื่อระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล                                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. อภิปรายเกี่ยวกับหลักการ หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

##### ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

- |  |                          |                          |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 5. วางแผนการแก้ปัญหา   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาย่างเหมาะสม                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. ค้นหากยุทธ์อื่นในการแก้ปัญหา เมื่อกลยุทธ์เดิมไม่สามารถทำได้ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. มีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่า 1 กลยุทธ์ (ถ้ามี)             | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

##### ด้านการค้นหาคำตอบ

- |   |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 9. ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้อย่างเป็นระบบ          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. เขียนคำอธิบายในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11. ตรวจสอบความถูกต้องของแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 12. ขยายปัญหาเดิมให้มีความน่าสนใจหรือเป็นกรณีทั่วไป       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**เกณฑ์ :** ถ้ารายการใดมีจำนวนนักเรียนแสดงแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งของจำนวนสมาชิกในกลุ่ม จะถือว่านักเรียนทั้งกลุ่มมีพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรายการนั้น

### 3.2 แบบสำรวจรายการด้านพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กิจกรรมที่.....ชื่อกิจกรรม.....วันที่.....

กลุ่มที่..... สมาชิกประกอบด้วย

- |         |                |
|---------|----------------|
| 1. .... | ประธานกลุ่ม    |
| 2. .... | เลขานุการกลุ่ม |
| 3. .... | ผู้สนับสนุน    |
| 4. .... | ผู้รายงาน      |

### พฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มี ไม่มี

#### ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา

- |  |                          |                          |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 1. อภิปรายเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับประเด็นหลักของสถานการณ์ปัญหา          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. อภิปรายเพื่อระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์ปัญหา                          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3. อภิปรายเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของตัวแปรหรือข้อมูลอื่นในสถานการณ์ปัญหา | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4. อภิปรายเกี่ยวกับหลักการ หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับปัญหา    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

#### ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- |   |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 5. อภิปรายเพื่อวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูล                              | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6. สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้แบบรูปและความสัมพันธ์          | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 7. สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้การสร้างแบบจำลอง               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 8. สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้การทดสอบเซตของข้อมูล           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 9. สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้รูปแบบปิด                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 10. อภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดและเหตุผลในการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11. ขยายข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ไปสู่กรณีทั่วไป                       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

#### ด้านการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

- |  |                          |                          |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 12. ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้หลักการ บทนิยามและทฤษฎี ที่เชื่อมโยงกับพื้นความรู้เดิม                     | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 13. ตรวจสอบข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ โดยใช้หลักการ แนวคิด และวิธีการ นอกเหนือไปจากพื้นความรู้ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 14. ให้เหตุผลมากกว่า 1 ประเภท ในการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**เกณฑ์ :** ถ้ารายการใดมีจำนวนนักเรียนแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งของจำนวนสมาชิกในกลุ่ม จะถือว่านักเรียนทั้งกลุ่มมีพฤติกรรมทำให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในรายการนั้น

#### 4. ประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

##### แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

##### คำชี้แจง

1. แบบวัดฉบับนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงความรู้สึก ความคิดเห็นที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความคิดเห็นของนักเรียนเป็นความคิดเห็นเฉพาะบุคคลไม่มีถูกหรือผิด ฉะนั้นขอให้ตอบตรงความรู้สึก ของนักเรียน

2. ในแต่ละข้อจะมีข้อความกำหนดให้ ขอให้นักเรียนอ่านข้อความให้เข้าใจ แล้วแสดงความคิดเห็นที่มีต่อข้อความด้วยการทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียน ดังตัวอย่างการตอบดังนี้

##### ตัวอย่าง

ข้อที่	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่ เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นสำหรับการเรียนต่อ		✓			

แสดงว่าผู้ตอบเห็นด้วยกับข้อความที่กล่าวว่า“คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นสำหรับการเรียนต่อ”

### แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ข้อที่	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่ เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1	คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างเป็นระบบ					
2	คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เข้าใจง่ายเพราะมี ขั้นตอน					
3	ฉันสนุกกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยาก และท้าทายความคิด					
4	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฉันมีความกระตือรือร้น ในการค้นคว้าหาความรู้อยู่เสมอ					
5	ฉันชอบวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่นที่ต้อง ใช้การท่องจำ					
6	ฉันชอบสนทนาความรู้ทางคณิตศาสตร์กับ เพื่อน					
7	วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าเบื่อหน่าย					
8	ฉันสามารถเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้รวดเร็ว กว่าวิชาอื่น					
9	ฉันสามารถตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดีกว่าวิชาอื่น					
10	คณิตศาสตร์ช่วยให้การทำงานมีขั้นตอนดีขึ้น					
11	ฉันไม่สนุกกับคิดคำนวณที่ซับซ้อน					
12	ฉันขยันทำแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์					
13	ฉันไม่อยากทำการบ้านคณิตศาสตร์					
14	ฉันสบายใจเมื่อได้ทำกิจกรรมหรืองานที่ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์					
15	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สนุก					
16	ฉันชอบทำแบบฝึกหัดวิชาอื่นมากกว่าวิชา คณิตศาสตร์					
17	ฉันรู้สึกมั่นใจในการทำข้อสอบวิชา คณิตศาสตร์					
18	ฉันชอบเข้าร่วมกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับวิชา คณิตศาสตร์					
19	คณิตศาสตร์ฝึกให้คนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล					
20	เราสามารถดำรงชีพอยู่ได้โดยไม่ต้องอาศัย คณิตศาสตร์					

ข้อที่	ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่ เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
21	ฉันชอบตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์					
22	ฉันชอบคิดถึงสิ่งที่อยู่รอบตัวให้เกี่ยวข้องกับ คณิตศาสตร์อยู่เสมอ					
23	คณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญต่อความก้าวหน้า ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี					
24	ฉันรู้สึกหนักใจเมื่อเข้าสอบวิชาคณิตศาสตร์					
25	ฉันคิดว่าควรลดชั่วโมงเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเพิ่มชั่วโมงเรียนวิชาอื่นแทน					
26	ฉันรู้สึกประหม่าและกลัว เมื่อครูให้ออกไปทำ กิจกรรมคณิตศาสตร์หน้าชั้นเรียน					
27	คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ไม่ยากถ้าใช้ความ พยายาม					
28	ฉันใช้เวลาในการทบทวน หรือหาความรู้ เพิ่มเติมทางคณิตศาสตร์น้อยกว่าวิชาอื่น					
29	คนเรียนเก่งวิชาคณิตศาสตร์ ชอบถือความ คิดเห็นของตนเองเป็นใหญ่โดยไม่มีเหตุผล					
30	ฉันชอบนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ใน ชีวิตประจำวันเสมอ เช่น การคิดทอนเงิน					

ในการจัดการเรียนการสอน ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนมีผลการเรียนรู้ มีพัฒนาการตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ซึ่งต้องอาศัยการวัดผลและการประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังนั้นจากตัวอย่างแบบวัด และเกณฑ์การให้คะแนนที่กล่าวมาข้างต้น ครูสามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม แต่ต้องอยู่ภายใต้กรอบของจุดประสงค์การเรียนรู้

คู่มือครู

หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เวียน และกราฟแฮมิลโทเนียน



**กรอบแนวทางการจัดการเรียนการสอน**  
**หน่วยที่ 4**  
**กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน**  
**( 6 ชั่วโมง)**

สำหรับการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาในหน่วยนี้ จะแบ่งการศึกษาเป็น 2 หัวข้อใหญ่ๆ คือ กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน โดยการศึกษาทั้งสองหัวข้อนี้จะศึกษาเกี่ยวกับบทนิยามและทฤษฎีบทที่สำคัญและจำเป็น เพื่อเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญสำหรับการนำไปใช้ในการศึกษาแนวคิดที่สูงขึ้น และการศึกษาในหน่วยนี้จะนำเสนอการประยุกต์ใช้ของแต่ละหัวข้อ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นถึงความสำคัญ การนำไปประยุกต์ใช้ และเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในเนื้อหามากยิ่งขึ้น

**ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง**

1. บอกบทนิยามของกราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียนได้
2. บอกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้
3. นำความรู้เกี่ยวกับกราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียนไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้

**ข้อเสนอแนะ**

1. การจัดการเรียนการสอนในหน่วยที่ 4 จะเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและเน้นการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งมีทั้งการสอนแบบเรียนรวมทั้งชั้นเรียนโดยครูผู้สอน และการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มย่อยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล สำหรับการเรียนรวมทั้งชั้นเรียนจะใช้วิธีการสอนแบบใช้ปัญหาหรือเกมนำเข้าสู่บทเรียน มีการยกตัวอย่างผ่านสื่ออุปกรณ์ประกอบการเรียนการสอน ส่วนการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย จะเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง เน้นการเรียนแบบร่วมมือ โดยใช้แนวทางการสอนการแก้ปัญหา เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และค้นหาคำตอบพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน พร้อมทั้งใช้วิธีการสอนแบบค้นพบและวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน เพื่อมุ่งเน้นให้นักเรียนได้มีการสังเกต รวบรวมข้อมูล สร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ พร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งการฝึกการให้เหตุผลจะดำเนินไปพร้อมๆ กับการดำเนินกิจกรรมการแก้ปัญหา ร่วมกันในกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนอธิบาย อภิปรายแนวคิด และแสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอนของ

กระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งรูปแบบการปฏิบัติกิจกรรมจะแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนคือ ขั้นการนำเข้าสู่การปฏิบัติกิจกรรม ขั้นการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม และขั้นการสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม

2. ครูควรชี้แจงให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมซึ่งมี 3 ขั้นตอนคือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และขั้นค้นหาคำตอบพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนและเกณฑ์ประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมมี 3 ขั้นตอน คือ ขั้นการวิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล ขั้นการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ และขั้นการยืนยันข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล โดยประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กัน

3. ครูควรยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อให้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญประโยชน์และคุณค่าของการนำความรู้เกี่ยวกับกราฟทั้งสองประเภทไปประยุกต์ใช้

4. ครูควรเน้นย้ำเกี่ยวกับประวัติความเป็นมาของการศึกษากราฟทั้งสองประเภท เพื่อให้ให้นักเรียนได้เห็นถึงความสำคัญ และเกิดแรงจูงใจในการศึกษากราฟดังกล่าว

5. ในการจัดการเรียนการสอนกราฟออยเลอร์เรียนนั้น ครูต้องเน้นย้ำเกี่ยวกับบทนิยามทฤษฎีบท โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิด และร่วมพิสูจน์ทฤษฎีบทเพื่อทำให้มีความเข้าใจในแนวคิดนั้นๆ มากยิ่งขึ้น รวมถึงการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีของฟลูรีย์ พร้อมทั้งยกตัวอย่างเพื่อให้ให้นักเรียนเห็นถึงการนำทฤษฎีบทและขั้นตอนวิธีดังกล่าวไปใช้

6. สำหรับการศึกษารูปแฮมิลโทเนียนนั้น ครูควรเน้นย้ำและชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการศึกษาแนวคิดเบื้องต้น รวมถึงทฤษฎีบทที่จำเป็น เนื่องจากการมีความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐานที่ดี จะทำให้ง่ายต่อการศึกษารูปกราฟในแนวคิดที่สูงขึ้น และลึกซึ้งมากขึ้น ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมพิสูจน์ทฤษฎีบท โดยใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดและเกิดการอภิปรายร่วมกัน

7. ครูต้องเน้นย้ำเกี่ยวกับเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอสำหรับกราฟแต่ละประเภทเนื่องจากกราฟทั้งสองประเภท เนื่องจากแม้จะมองดูคล้ายกันแต่ความจริงแล้วแตกต่างกันมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่ง มีเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอสำหรับการเป็นกราฟออยเลอร์เรียน ในขณะที่กราฟแฮมิลโทเนียนมีเพียงเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการเป็นกราฟแฮมิลโทเนียนเท่านั้น จากนั้นยกตัวอย่างประกอบเพื่อให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการนำทฤษฎีดังกล่าวไปใช้มากยิ่งขึ้น

8. สำหรับการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ของกราฟทั้งสองประเภท ครูควรเน้นย้ำและชี้ให้เห็นเกี่ยวกับจุดเด่นและจุดด้อยเกี่ยวกับการนำไปประยุกต์ใช้

## หน่วยที่ 4

### กราฟออยเลอร์เวียน และกราฟแฮมิลโทเนียน (Eulerian and Hamiltonian Graphs)

ในหลายปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ มักจะเกี่ยวข้องกับการเดินทางในกราฟในลักษณะเฉพาะ บางปัญหาต้องการให้หาทางเดินไม่ซ้ำหรือวงจร เพื่อที่จะผ่านแต่ละเส้นเชื่อมเพียงครั้งเดียว หรือบางปัญหาเราต้องหาวิธีหรือวัฏจักร เพื่อที่จะผ่านจุดยอดทุกจุดเพียงครั้งเดียว

#### 4.1 กราฟออยเลอร์เวียน (Eulerian Graphs)

ในบางสถานการณ์ เช่น การออกแบบที่เหมาะสมในการเดินทางชมสวนสัตว์ การเก็บขยะ หรือการกวาดถนน มักมีจุดประสงค์คือ การผ่านถนนทุกสายเพียงครั้งเดียว



รูป 4.1

“กราฟ” ในหน่วยที่ผ่านมา เราหมายถึง กราฟเชิงเดียว (simple graph) นั่นคือจุดยอดแต่ละคู่ที่แตกต่างกันในกราฟมีเส้นเชื่อม ได้อย่างมากเพียง 1 เส้นเท่านั้น และกราฟที่มีเส้นเชื่อมขนานหรือวงวน เรียกว่า กราฟเชิงซ้อน (multigraph)

**บทนิยาม 4.1** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง เรากล่าวว่า  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เวียน (eulerian graph) เมื่อ  $G$  มีวงจรซึ่งผ่านทุกเส้นเชื่อมในกราฟ  $G$

เราเรียกวงจรดังกล่าวว่า วงจรออยเลอร์เวียน (eulerian circuit)

ทฤษฎีบทต่อไปนี้จะบอกลักษณะเฉพาะของกราฟออยเลอร์เรียน

**ทฤษฎีบท 4.1** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$  จะได้ว่า  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน ก็ต่อเมื่อ จุดยอดทุกจุดในกราฟ  $G$  เป็นจุดยอดคู่

**พิสูจน์** ให้  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน และ  $C$  เป็นวงจรออยเลอร์เรียนของกราฟ  $G$

สมมติว่าวงจร  $C$  เริ่มต้นที่จุดยอด  $u$  ดังนั้น วงจรนี้จะต้องสิ้นสุดที่จุดยอด  $u$

ให้  $v$  เป็นจุดยอดใน  $G$  ซึ่ง  $u \neq v$

เนื่องจากวงจร  $C$  ไม่ได้เริ่มต้นที่  $v$  และสิ้นสุดที่  $v$  ดังนั้นเมื่อมีเส้นเชื่อมในวงจร  $C$  เข้าจุดยอด  $v$  จะต้องมีส่วนเชื่อมออกที่จุดยอด  $v$  ใน  $C$  ดังนั้น  $\deg(v)$  ต้องเป็นจำนวนคู่

สำหรับจุดยอด  $u$  เมื่อพิจารณาว่าจุดยอด  $u$  เป็นจุดเริ่มต้นและเป็นจุดสิ้นสุด จะได้ว่า  $\deg(u) \geq 2$

กรณีที่ 1 จุดยอด  $u$  ไม่ปรากฏระหว่างวงจร  $C$  จะได้ว่า  $\deg(u) = 2$

กรณีที่ 2 จุดยอด  $u$  ปรากฏระหว่างวงจร  $C$  ซึ่งจะถูกนับดีกรีเช่นเดียวกับจุดยอด  $v$  ที่กล่าวข้างต้น ดังนั้นจุดยอด  $u$  มีดีกรีเป็นจำนวนคู่

สำหรับบทกลับ สมมติให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับอย่างน้อย 3 และทุกๆ จุดยอดของ  $G$  เป็นจุดยอดคู่

ให้  $T$  เป็นทางเดินไม่ซ้ำของ  $G$  ที่มีความยาวมากที่สุด

สมมติให้  $T$  เป็นทางเดิน  $u-v$  และ  $u \neq v$  จะได้ว่าดีกรีของจุดยอด  $v$  เป็นจำนวนคี่ ดังนั้นจะมีจุดยอด  $w$  ใน  $G$  ที่  $vw \in E(G)$  ซึ่งขัดแย้งกับการเลือก  $T$  ที่มีความยาวมากที่สุด ดังนั้น  $u = v$  และ  $T$  เป็นวงจร

สมมติว่า  $T$  เป็นวงจรที่ไม่ใช่วงจรออยเลอร์เรียน

เนื่องจาก  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง จะมี  $x \in V(T)$  และ  $y \notin V(T)$  ที่ทำให้  $xy \in E(G)$

ให้  $H = G - E(T)$  จะได้ว่า  $H$  เป็นสับกราฟของ  $G$  และ  $V(H) = V(G)$  นอกจากนี้ ทุกๆ จุดยอดในกราฟ  $H$  จะมีดีกรีเป็นจำนวนคู่ และ  $H$  อาจเป็นกราฟไม่เชื่อมโยง

ให้  $H_1$  เป็นคอมโพเนนต์ของ  $H$  ที่  $xy \in E(H_1)$

ให้  $T'$  เป็นวงจรที่มีจุดเริ่มต้นที่  $x$  และสิ้นสุดที่  $x$  ซึ่งจะเห็นได้ว่าเราสามารถสร้างวงจรในกราฟ  $G$  ที่มีความยาวมากกว่าวงจร  $T$  ซึ่งเกิดข้อขัดแย้งกับการเลือก  $T$

ดังนั้นจะมีวงจรออยเลอร์เรียนในกราฟ  $G$

☺

☀ ☀ ข้อสังเกต ☀ ☀

ทฤษฎีบท 4.1 สามารถใช้ได้ทั้งกราฟเชิงเดียว และกราฟเชิงซ้อน ซึ่งออยเลอร์ได้นำทฤษฎีบทดังกล่าวในการตอบปัญหาการข้ามสะพานคอนิกส์เบิร์ก เนื่องจากแบบจำลองปัญหาโดยใช้กราฟ แสดงให้เห็นว่ากราฟดังกล่าวเป็นกราฟเชิงซ้อนที่มีจุดยอดมากกว่า 3 จุด แต่มีบางจุดยอด

ที่เป็นจุดยอดคี่ จึงทำให้ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เรียน ดังนั้นจึงไม่สามารถข้ามสะพานทั้ง 7 แล้วกลับมาที่จุดเริ่มต้นโดยผ่านแต่ละสะพานเพียงครั้งเดียวได้ ☺ ☺ ☺

**บทนิยาม 4.2** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง เราเรียกทางเดินไม่ซ้ำแบบเปิดใน  $G$  ว่า **ทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน (eulerian trail)** เมื่อทางเดินนี้ผ่านทุกเส้นเชื่อมในกราฟ  $G$

เราจะใช้ผลของทฤษฎีบท 4.1 ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทที่บ่งบอกลักษณะเฉพาะของกราฟที่มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียนดังนี้

**ทฤษฎีบท 4.2** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง

$G$  มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน ก็ต่อเมื่อ  $G$  มีจุดยอดคี่เพียง 2 จุด

**พิสูจน์** ให้  $G$  มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน  $T$  โดยที่มี  $u$  เป็นจุดเริ่มต้นและ  $v$  เป็นจุดปลายของ  $T$

ให้  $H$  เป็นกราฟที่สร้างขึ้นจากกราฟ  $G$  โดยการเพิ่มจุดยอด  $x$  และเพิ่มเส้นเชื่อม  $ux, xv$  จะได้ว่า  $C = T \cup \{ux, xv\}$  เป็นวงจรออยเลอร์เรียน โดยทฤษฎีบท 4.1 จะได้ว่า จุดยอดทุกจุดในกราฟ  $H$  เป็นจุดยอดคู่ และเมื่อลบ  $\{x\}$  ออก จะทำให้ได้ว่า ในกราฟ  $G$  จุดยอด  $u, v$  เป็นจุดยอดคี่ที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ และทุกจุดยอดที่แตกต่างจาก  $u, v$  เป็นจุดยอดคู่

ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีจุดยอด 2 จุดเท่านั้นที่เป็นจุดยอดคี่ ให้เป็น  $u$  และ  $v$

ให้  $H$  เป็นกราฟที่สร้างขึ้นจาก  $G$  โดยการเพิ่มจุดยอด  $x$  และเพิ่มเส้นเชื่อม  $ux, xv$  ทำให้จุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจุดยอดคู่ โดยทฤษฎีบท 4.1 จะได้ว่า  $H$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน

ดังนั้น  $H$  มีวงจรออยเลอร์เรียน  $C$  และ  $C-x$  เป็นทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน ☺

☀☀ **ข้อสังเกต** ☀☀

จากทฤษฎีบท 4.2 ในการพิสูจน์บทกลับ เนื่องจากวงจรออยเลอร์เรียน  $C$  มีเส้นเชื่อม  $ux, xv$  ใน  $G$  อยู่ติดกัน ดังนั้น  $C - \{ux, xv\}$  จึงเป็นทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียนที่มีจุดยอด  $u$  และ  $v$  เป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลาย ☺ ☺ ☺

#### เพิ่มเติมสำหรับครู

ทฤษฎีบท 4.1 อาจมองได้ว่าเป็นผลงานของออยเลอร์เพียงแค่ว่าเพียงส่วนแรกของทฤษฎีบท อย่างไรก็ตามบทพิสูจน์ของนักคณิตศาสตร์ในอดีตไม่ค่อยให้ความสนใจในรายละเอียดมากนัก แต่จะให้ความสำคัญในเรื่องการสนทนาเพื่อหาข้อสรุปและคิดว่าบทพิสูจน์ในส่วนที่สองของทฤษฎีบท 4.1 เป็นเรื่องที่ได้เห็นได้ชัดจน อย่างไรก็ตามในปี ค.ศ. 1873 แฮร์โรลเซอร์ (C. Hierholzer) ได้แสดงบทพิสูจน์ของทฤษฎีบท 4.1 และสามารถสรุปเป็นทฤษฎีบท 4.2 ข้างต้น ☺

ตัวอย่าง 4.1 กำหนดกราฟ  $G$  และ  $H$  ดังรูป 4.2



รูป 4.2

จากรูปเห็นได้อย่างชัดเจนว่า  $G$  ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เวียน แต่มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เวียน ในขณะที่  $H$  เป็นกราฟออยเลอร์เวียน ☺

☀️ ข้อสังเกต ☀️

ทฤษฎีบท 4.1 และ 4.2 นับเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการตรวจสอบว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นมีวงจรออยเลอร์เวียนหรือทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เวียนหรือไม่ นอกจากนั้นเรายังได้ว่า

1.  $C_n, n \geq 3$  เป็นกราฟที่มีวงจรออยเลอร์เวียน
2.  $P_n, n \geq 2$  เป็นกราฟที่มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เวียน
3.  $K_{r,s}$  เป็นกราฟกราฟออยเลอร์เวียน ก็ต่อเมื่อ  $r \geq 2, s \geq 2$  และ  $r, s$  เป็นจำนวนคู่
4.  $K_n$  เป็นกราฟกราฟออยเลอร์เวียน ก็ต่อเมื่อ  $n \geq 3$  และ  $n$  เป็นจำนวนคี่ ☺ ☺ ☺

หลังจากที่เราได้ทราบแล้วเมื่อใดกราฟ  $G$  จะมีวงจรออยเลอร์เวียน หรือทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เวียน แต่ยังไม่ได้ทราบเกี่ยวกับการสร้างวงจรออยเลอร์เวียนหรือทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เวียน หากพิจารณาบทพิสูจน์ของทฤษฎีบท 4.2 โดยละเอียดจะพบว่าเราสามารถสร้างทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เวียนได้จากวงจรออยเลอร์เวียน ซึ่งเราจะกล่าวต่อไป ขั้นตอนวิธีในการสร้างวงจรออยเลอร์เวียนนี้เป็นผลงานของฟลูรี (Fleury)

**ขั้นตอนวิธีของฟลูรี (Fleury's Algorithm)**

ให้  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เวียน

**ขั้นตอนที่ 1** ให้  $i = 0$  และเลือกจุดยอด  $v_0$  ใดๆ ใน  $G$  จากนั้นนิยาม  $T_0 = v_0$

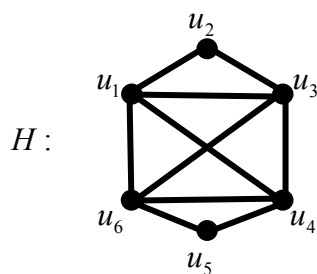
**ขั้นตอนที่ 2** ถ้ามี  $T_i : v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_i, v_i$  เป็นทางเดินไม่ซ้ำแล้ว

เลือกเส้นเชื่อม  $e_{i+1}$  จาก  $E(G) \setminus \{e_1, e_2, \dots, e_i\}$  โดยการเลือกเส้นเชื่อม  $e_{i+1}$

ต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขดังนี้

- 2.1  $e_{i+1}$  ต้องตกกระทบกับจุดยอด  $v_i$
- 2.2  $e_{i+1}$  ต้องไม่เป็นเส้นตัดของกราฟ  $G_i = G - \{e_1, e_2, \dots, e_i\}$  นอกจากว่าไม่มีเส้นเชื่อมอื่นให้เลือกแล้ว ถ้าไม่มีเส้นเชื่อม  $e_{i+1}$  ที่มีคุณสมบัติดังกล่าวแล้ว
- ขั้นตอนสิ้นสุด และ  $T_i$  เป็นวงจรออยเลอร์เรียนตามต้องการ
- ขั้นตอนที่ 3 ให้  $T_{i+1} : v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_{i+1}, v_{i+1}$  โดยที่  $e_{i+1} = v_i v_{i+1}$
- ขั้นตอนที่ 4 แทน  $i$  ด้วย  $i+1$  กลับไปขั้นตอนที่ 2

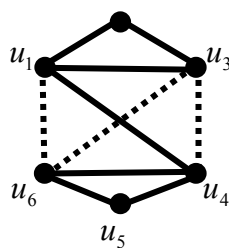
ตัวอย่าง 4.2 จงหาวงจรรอยเลอร์เรียนจากกราฟที่กำหนดให้ดังรูป 4.3



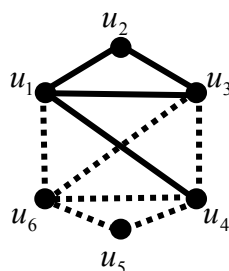
รูป 4.3

แนวคิด เนื่องจากกราฟ  $H$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน ดังนั้นจะสร้างวงจรรอยเลอร์เรียนจากกราฟ  $H$  โดยใช้ขั้นตอนวิธีของฟลูรี

เริ่มจากจุดยอด  $u_1$  จากนั้นเลือก  $u_1 u_6, u_6 u_3, u_3 u_4$  แต่ในขั้นต่อไปไม่สามารถเลือก  $u_4 u_1$  ได้ เนื่องจากเป็นเส้นตัดในกราฟ  $H - \{u_1 u_6, u_6 u_3, u_3 u_4\}$  ซึ่งมีลักษณะดังนี้



จากนั้นเลือก  $u_4 u_5, u_5 u_6, u_6 u_4$  ทำให้กราฟดังนี้



ลำดับต่อไปจะต้องเลือกเส้นเชื่อม  $u_1u_4$  แม้ว่าจะเป็นเส้นตัดของกราฟ  $H - \{u_1u_6, u_6u_3, u_3u_4, u_4u_5, u_5u_6, u_6u_4\}$  ก็ตาม จากนั้นเลือก  $u_1u_3, u_3u_2$  และ  $u_2u_1$  จะทำให้ได้กราฟตามลำดับดังนี้



จึงทำให้ได้วงจรออยเลอร์เวียน  $u_1, u_6, u_3, u_4, u_5, u_6, u_4, u_1, u_3, u_2, u_1$  ตามต้องการ ☺

### การประยุกต์ใช้กราฟออยเลอร์เวียน

ถ้าเราจำลองสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับเส้นทางโดยใช้กราฟ ให้จุดยอด แทนบ้าน สีแยก หรือสามแยก เส้นเชื่อม แทนถนนแต่ละสาย ในหลายอาชีพเช่น บุรุษไปรษณีย์ คนกวาดถนน คนเก็บขยะ พนักงานจดมิเตอร์น้ำประปา หรือไฟฟ้าต่างก็จะได้รับประโยชน์จากการนำความรู้เรื่องวงจรออยเลอร์เวียนไปใช้ เพราะจะช่วยให้สามารถปฏิบัติงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ นั่นคือผ่านถนนแต่ละสายเพียงครั้งเดียว ถ้าจำเป็นต้องผ่านถนนบางสายซ้ำ ผลรวมของระยะที่ต้องผ่านซ้ำมีค่าน้อยที่สุด สถานการณ์ที่กล่าวมานี้ มีลักษณะเดียวกันกับ **ปัญหาการส่งจดหมายของบุรุษไปรษณีย์จีน (Chinese Postman Problem)** ซึ่งได้ถูกเสนอครั้งแรกในปี ค.ศ. 1962 โดยนักคณิตศาสตร์ชาวจีนชื่อ หมิงชู่ กวน (Meigu Guan) มีดังนี้

“บุรุษไปรษณีย์ต้องส่งจดหมายไปตามถนนต่างๆ ในเขตที่รับผิดชอบ แล้วกลับมาที่ไปรษณีย์ เขาควรวางแผนการส่งจดหมายอย่างไรจึงจะครอบคลุมพื้นที่ทั้งหมด แต่ผลรวมของระยะทางมีค่าน้อยที่สุด ”

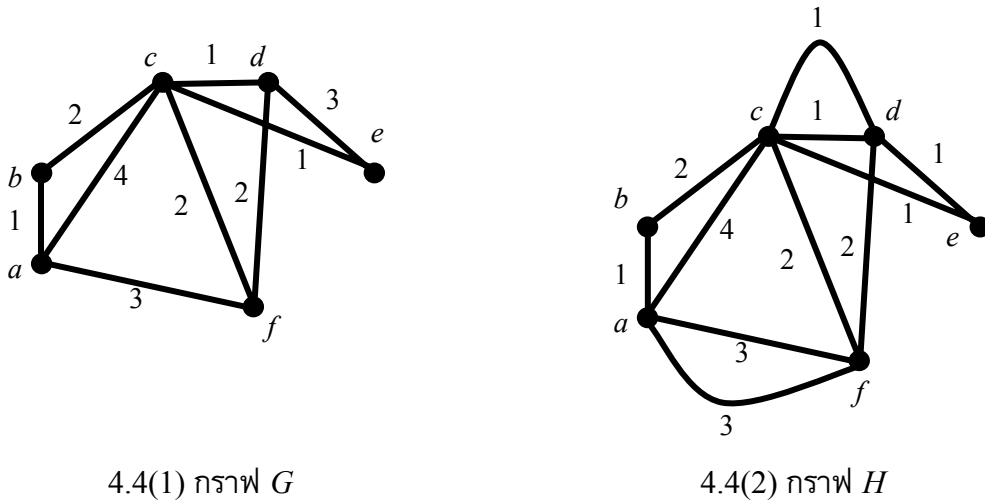
เราจะเห็นว่า ถ้ากราฟที่เป็นแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของแผนที่ถนนของเมืองเป็นกราฟออยเลอร์เวียน บุรุษไปรษณีย์ควรใช้วงจรออยเลอร์เวียน แต่ถ้ากราฟดังกล่าวไม่เป็นกราฟออยเลอร์เวียน เราอาจนำความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์เวียนไปใช้ ดังที่กล่าวต่อไปนี้

**บทนิยาม 4.3** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง ทางเดินออยเลอร์เวียน (eulerian walk) คือทางเดินปิดที่ครอบคลุมเส้นเชื่อมทั้งหมดในกราฟ  $G$

ในทฤษฎีกราฟปัญหาการส่งจดหมายของบุรุษไปรษณีย์จีนคือ การหาทางเดินออยเลอร์เวียนที่สั้นที่สุดนั่นเอง



ตัวอย่าง 4.3 จงแก้ปัญหาการส่งจดหมายของบุรุษไปรษณีย์ สำหรับกราฟที่มีน้ำหนัก  $G$  ดังรูป



รูป 4.4

**แนวคิด** เนื่องจากกราฟ  $G$  ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เรียน ดังนั้นเส้นทางที่ดีที่สุดสำหรับปัญหานี้คือเมื่อมีจุดยอดคี่ จะทำให้ได้ว่าต้องมีการเดินผ่านซ้ำมากกว่า 1 ครั้ง ดังนั้นในขั้นตอนแรกคือ ต้องหาเซต  $S$  ซึ่งเป็นเซตของจุดยอดคี่ในกราฟ  $G$  จากนั้นสำหรับแต่ละคู่  $u, v$  ใน  $S$  หาระยะทางสำหรับแต่ละคู่ (เรารู้ว่ามีจุดยอดคู่จำนวนคู่จุด) นำระยะทางของแต่ละคู่มาหาผลบวกของระยะทางอีกครั้ง เลือกคู่ที่มีระยะทางน้อยสุด เพราะเป็นเส้นเชื่อมที่ต้องเดินผ่านซ้ำมากกว่า 1 ครั้ง

ขั้นแรก ให้  $S = \{a, f, c, d\}$  เป็นเซตของจุดยอดคี่ในกราฟ  $G$

ขั้นที่ 2 คำนวณหาระยะทางของแต่ละคู่ใน  $S$  ได้ผลดังนี้

$$d(a, d) = 4, \quad d(a, f) = 3 = d(a, c), \quad d(d, f) = 2 = d(c, f) \quad \text{และ} \quad d(c, d) = 1$$

ขั้นที่ 3 พิจารณาผลบวกของระยะแต่ละคู่ในขั้นที่ 2 และต้องครอบคลุมทั้ง 4 จุดยอด

$$\text{ดังนั้นจึงได้ว่าคู่ที่มีผลบวกน้อยที่สุด} \quad d(a, f) + d(c, d) = 4$$

จากนั้นเพิ่มเส้นเชื่อมทุกเส้นที่อยู่ในวิถี  $a-f$  และวิถี  $c-d$  ที่สั้นที่สุด ซึ่งได้ดังรูป 4.4(2) ซึ่งจะ

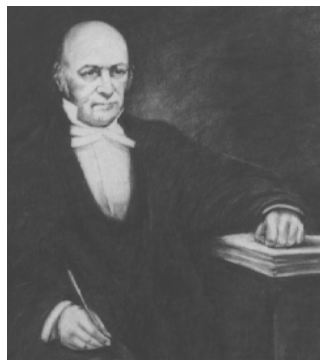
ทำให้ได้ทางเดินออยเลอร์เรียนที่มีผลรวมระยะทางน้อยที่สุดคือ  $a, b, c, d, e, c, d, f, a, c, f, a$  ☺

☀☀ ข้อสังเกต ☀☀

จากการหาทางเดินออยเลอร์เรียนในตัวอย่าง 4.3 เนื่องจากวิถี  $a-f$  และวิถี  $c-d$  ที่สั้นที่สุด มีความยาวแต่ละวิถีเท่ากับ 1 ดังนั้นจึงเพิ่มเส้นเชื่อมเพียงวิถีละ 1 เส้น แต่ถ้าวิถีที่สั้นที่สุดนั้นมีความยาวมากกว่า 1 จะต้องเพิ่มเส้นเชื่อมทุกเส้นที่อยู่ในวิถีดังกล่าวอีกเส้นเชื่อมละ 1 เส้น ☺ ☺ ☺

## 4.2 กราฟแฮมิลโทเนียน (Hamiltonian Graphs)

จากการศึกษาในหัวข้อ 4.1 เราทราบว่ากราฟออยเลอร์เป็นกราฟที่มีวงจรออยเลอร์ ซึ่งผ่านทุกๆ เส้นเชื่อมในกราฟ และยิ่งทราบอีกว่ากราฟออยเลอร์เกิดจากความพยายามในการแก้ปริศนาปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก ในหัวข้อนี้เราจะศึกษากราฟที่มีวัฏจักรซึ่งผ่านจุดยอดทุกจุดในกราฟ เรียกว่าวัฏจักรนั้นว่า วัฏจักรแฮมิลโทเนียน (hamiltonian cycle) และเรียกกราฟดังกล่าวว่า กราฟแฮมิลโทเนียน (hamiltonian graph) ซึ่งเกิดจากความพยายามในการหาคำตอบของเกมๆ หนึ่ง ในปี ค.ศ. 1857 โดยนักคณิตศาสตร์ชาวไอริช ชื่อ เซอร์วิลเลียม โรแวน แฮมิลตัน (Sir William Rowan Hamilton. 1806-1865)

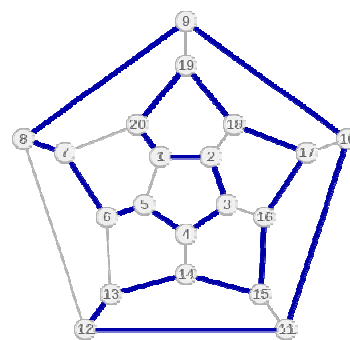


รูป 4.5 Sir W. R. Hamilton. (1806-1865)

ซึ่งเขาได้ประดิษฐ์ก้อนไม้ที่มี 20 มุม 30 ขอบ และ 12 หน้า พร้อมกับหมุด 20 ตัว และเชือก 1 ขด ดังรูป 4.6(1)



4.6(1)



4.6(2)

รูป 4.6

เขาให้แต่ละมุม แทนชื่อเมือง และเรียกชื่อเกมนี้ว่า เกมรอบโลก (Around the World game) จุดประสงค์ของเกมนี้คือ ต้องหาทางเดินตามขอบของรูปทรงนี้โดยผ่านเมืองแต่ละเมืองเพียงครั้งเดียว และสิ้นสุดที่เมืองเริ่มต้น ในการเล่นผู้เล่นต้องใช้เชือกพันรอบหมุดที่แทนเมืองแล้วโยงเชือกนี้ไปยังหมุดตัวต่อๆ ไปตามลำดับของเมืองที่ผู้เล่นเลือกเดิน การเล่นเกมนี้โดยก้อนไม้

ดังกกล่าวค่อนข้างวุ่นวาย แฮมิลตันจึงได้สร้างเกมนี้ออกมาในรูปทรง 2 มิติดังรูป 4.6(2) แต่ปรากฏว่าไม่มีเกมในรูปทรงใดได้รับความนิยม อาจเนื่องมาจากว่า การหาเส้นทางดังกกล่าวทำได้ค่อนข้างง่าย

### ☀☀ คำถามชวนคิด ☀☀

นักเรียนคิดว่านักเรียนสามารถหาวิจักรแฮมิลโทเนียน จากรูปทรง 2 มิติในรูป 4.6(2) ได้หรือไม่ อย่างไร นอกจากปัญหาที่กล่าวมาแล้วยังมีปัญหาหนึ่งชื่อ **ปริศนาการเดินทางของม้าหมากรุก (Knight's Tour Puzzle)** ปริศนาดังกล่าวนั้นมีอยู่ว่า เป็นไปได้หรือไม่ที่จะหาการเคลื่อนที่ของตัวม้าหมากรุก โดยที่ม้าตัวนี้ต้องเดินไปอยู่ในตารางแต่ละตารางแต่ละตารางในกระดานหมากรุกขนาด  $8 \times 8$  เพียงครั้งเดียวและกลับมาที่จุดเริ่มต้น ในการเดินทางของม้าหมากรุกหนึ่งครั้งต้องเดิน 2 ตารางตามแนวขนานหรือแนวตั้งของตารางหมากรุก แล้วตามด้วย 1 ตารางที่ตั้งฉากกับตารางหมากรุกดังกกล่าว โดยการใช้แบบจำลองทางกราฟเพื่อแก้ปริศนานี้ นั่นคือ การพิจารณาว่ากราฟดังกกล่าวมีวิจักรแฮมิลโทเนียนหรือไม่อย่างไร ☺ ☺ ☺

#### เพิ่มเติมสำหรับครู

สำหรับรูปทรง 2 มิติ หนึ่งในวิจักรแฮมิลโทเนียนที่เป็นไปได้คือ 9, 10, 11, 12, 8, 7, 6, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 2, 3, 4, 5, 1, 20, 19, 9

คำตอบของปริศนาการเดินทางของม้าหมากรุก (Knight's Tour Puzzle) นี้ได้ถูกตีพิมพ์ในบทความปี ค.ศ. 1759 โดยออยเลอร์ ในบทความดังกกล่าวออยเลอร์ได้อธิบายการแก้ปัญหาอย่างมีระบบ และในอีก 12 ปีต่อมา อเล็กซานเดอร์ ซีโอฟีล แวนเดอร์มอนด์ (Alexandre-Theophile Vendermonde) ได้ตีพิมพ์การแก้ปัญหาอีกระบบหนึ่ง หนึ่งในคำตอบหนึ่งของปริศนาการเดินทางของม้าหมากรุกมีดังตาราง

50	11	24	63	14	37	26	35
23	62	51	12	25	34	15	38
10	49	64	21	40	13	36	27
61	22	9	52	33	28	39	27
48	7	60	1	20	41	54	29
59	4	45	8	53	32	17	42
6	47	2	57	44	19	30	55
3	58	5	46	31	56	43	18

คำตอบมีความน่าสนใจในแง่ที่ว่า เมื่อพิจารณาลำดับการเคลื่อนที่ของม้าหมากรุก จะพบว่าผลบวกของตัวเลขในตารางในแต่ละแถวหรือแต่ละหลักมีค่าเท่ากันเสมอคือ 260 ☺

## ☀☀ ข้อสังเกต ☀☀

กราฟบริบูรณ์ที่มีอันดับ  $n, n \geq 3$  และวัฏจักรใดๆ เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ☺ ☺ ☺

ต่อไปจะพิจารณาเกี่ยวกับเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการเป็นกราฟแฮมิลโทเนียน แม้ว่าบทนิยามของกราฟออยเลอร์และกราฟแฮมิลโทเนียนจะมีความคล้ายคลึงกัน แต่ก็ไม่ได้หมายความว่า กราฟแฮมิลโทเนียนจะมีเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอสำหรับการเป็นกราฟแฮมิลโทเนียนเช่นเดียวกับกราฟออยเลอร์ เนื่องจากปัจจุบันมีเฉพาะเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการเป็นกราฟแฮมิลโทเนียนเท่านั้น ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

### ทฤษฎีบท 4.3 ทฤษฎีบทของออร์ (Ore's Theorem)

ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$

ถ้า  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$  ทุกๆ  $u, v \in V(G)$  ที่  $uv \notin E(G)$  แล้ว  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

**พิสูจน์** ให้  $G$  เป็นกราฟที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของทฤษฎีบท

สมมติว่า  $G$  ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

เนื่องจากกราฟบริบูรณ์  $K_n$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ดังนั้น  $G \not\cong K_n$

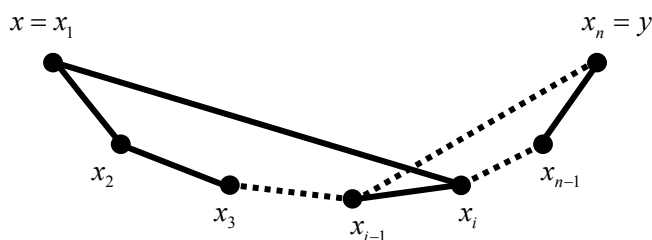
ให้  $H$  เป็นกราฟที่สร้างขึ้นจาก  $G$  โดยการเพิ่มเส้นเชื่อมให้มากที่สุดที่ยังคงทำให้  $H$  ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

เนื่องจาก  $H$  ไม่เป็นกราฟบริบูรณ์ ดังนั้นจะมีจุดยอด  $x, y \in V(G)$  ที่  $xy \notin E(G)$

ดังนั้น  $H + xy$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน และจะได้ว่าทุกๆ วัฏจักรแฮมิลโทเนียนของ  $H + xy$  จะต้องมีส่วนเชื่อม  $xy$  นั่นคือ  $H$  มีวิถีแฮมิลโทเนียน  $x-y$  ให้ชื่อว่า

$$P : x = x_1, x_2, \dots, x_n = y$$

เนื่องจาก  $H$  ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ดังนั้น ถ้า  $x_1 x_i \in E(H)$  ทุก  $2 \leq i \leq n$  แล้ว  $x_{i-1} x_n \notin E(H)$  ไม่เช่นนั้นจะทำให้ได้ว่า  $x_1, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n, x_{i-1}, x_{i-2}, x_{i-3}, \dots, x_2, x_1$  เป็นวัฏจักรแฮมิลโทเนียน ซึ่งเป็นไปไม่ได้เนื่องจาก  $H$  ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน



รูป 4.7

ดังนั้นสำหรับจุดยอดแต่ละจุดใน  $\{x_2, x_3, \dots, x_n\}$  ที่ประชิดกับ  $x_1$  จะมีจุดยอดใน  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$  ที่ไม่ประชิดกับ  $x_n$  นั่นคือ  $\deg_H(x_n) \leq (n-1) - \deg_H(x_1)$

ดังนั้น  $\deg_H(x) + \deg_H(y) \leq n-1$  ซึ่งขัดแย้งกับ  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$  สำหรับทุก ๆ  $u, v \in V(G)$  ที่  $uv \notin E(G)$  ☺

ทฤษฎีบท 4.3 พิสูจน์โดยออร์ (O. Ore. 1960) เป็นภาคขยายของผลงานเกเบรียล ดิแรค (Gabriel Dirac) นักคณิตศาสตร์ชาวเดนมาร์ค

**ทฤษฎีบท 4.4** ทฤษฎีบทของดิแรค (Dirac's Theorem)

ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$

ถ้า  $\deg(v) \geq \frac{n}{2}$  ทุก ๆ  $v \in V(G)$  จะได้ว่า  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

**พิสูจน์** ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$  และ  $\deg(v) \geq \frac{n}{2}$  ทุก ๆ  $v \in V(G)$

สมมติให้  $G$  ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

เนื่องจากกราฟบริบูรณ์  $K_n$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ดังนั้น  $G \not\cong K_n$

ให้  $x, y \in V(G)$  ที่  $xy \notin E(G)$  จะได้ว่า  $\deg(x) + \deg(y) \geq \frac{n}{2} + \frac{n}{2} = n$

โดยทฤษฎีบท 4.3 จะได้ว่า  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ซึ่งขัดแย้งกับข้อสมมติของ  $G$

ดังนั้น  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ☺

จากแนวทางการพิสูจน์ทฤษฎีบท 4.3 บอนดี และชวาทาล (Bondy and Chvátal. 1976) สามารถหาลักษณะเฉพาะของกราฟแฮมิลโทเนียนภายใต้เงื่อนไขบางประการได้ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 4.5** ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$  ให้  $u$  และ  $v$  เป็นจุดยอดที่ไม่ประชิดกันใน  $G$  ซึ่ง  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$  จะได้ว่า

$G + uv$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ก็ต่อเมื่อ  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

**พิสูจน์** ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$  และ  $u, v$  เป็นจุดยอดที่ไม่ประชิดกันใน  $G$  ซึ่ง  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$

ให้  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน เห็นได้ชัดเจนว่า  $G + uv$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

ให้  $G + uv$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน และสมมติให้  $G$  ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

ดังนั้นทุกวัฏจักรแฮมิลโทเนียนใน  $G + uv$  จะต้องมีส่วนเชื่อม  $uv$

จึงทำให้ได้ว่า  $G$  มีวิถีแฮมิลโทเนียน  $u-v$

เนื่องจาก  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$  และจากการพิสูจน์ในทฤษฎีบท 4.3 จะได้ว่า  $G$  มีวัฏจักรแฮมิลโทเนียน ซึ่งทำให้เกิดการขัดแย้ง ดังนั้น  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ☺

ทฤษฎีบทต่อไปนี้จะกล่าวถึงเงื่อนไขของดีกรีของจุดยอดในกราฟ เพื่อรับประกันว่าเป็นกราฟแฮมิลโทเนียนซึ่งเป็นผลงานของโพซา (Lajos Posa. 1962) โดยเขาค้นพบทฤษฎีบทนี้ในช่วงที่เป็นนักศึกษาอยู่ในมหาวิทยาลัย ที่ประเทศฮังการี แต่หลังจากจบการศึกษาเขาได้หันไปสนใจงานด้านคณิตศาสตร์ศึกษา ซึ่งในที่นี้จะละการพิสูจน์ทฤษฎีบทดังกล่าว นั่นคือ

**ทฤษฎีบท 4.6** ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$  สำหรับทุกๆ จำนวนเต็ม  $j$  ซึ่ง  $1 \leq j < \frac{n}{2}$  ถ้าจุดยอดทุกจุดในกราฟ  $G$  ที่มีดีกรีอย่างมาก  $j$  มีจำนวนน้อยกว่า  $j$  จุด แล้วจะได้ว่า  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

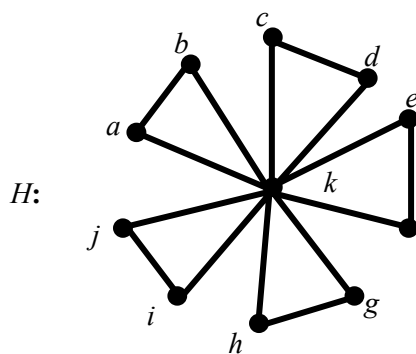
จากทฤษฎีบท 4.6 สรุปได้ว่า

ถ้า  $j = 1$  จะได้ว่า  $G$  ต้องไม่มีจุดยอดดีกรี 1

ถ้า  $j = 2$  จะได้ว่า  $G$  สามารถมีจุดยอดดีกรี 2 ได้จำนวน 1 จุด

ถ้า  $j = 3$  จะได้ว่า  $G$  สามารถมีจุดยอดดีกรี 2 ได้จำนวน 1 จุด และจุดยอดดีกรี 3 จำนวน 1 จุด หรือสามารถมีจุดยอดดีกรี 3 ได้จำนวน 2 จุด

**ตัวอย่าง 4.4** กำหนดกราฟ  $H$  ดังรูป 4.8 จงพิจารณาว่ากราฟดังกล่าวเป็นกราฟแฮมิลโทเนียนหรือไม่ เพราะเหตุใด



รูป 4.8

**แนวคิด** จากการพิจารณากราฟ  $H$  จะได้ว่าไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน เนื่องจากไม่สามารถหาวัฏจักรที่ผ่านจุดยอดทุกจุดในกราฟเพียงครั้งเดียวได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการซ้ำทกลับของทฤษฎีบท 4.6 นั่นคือ  $H$  ซึ่งเป็นกราฟที่มีอันดับ 11 แต่เมื่อพิจารณา  $j = 2$  จะพบว่า  $H$  เป็นกราฟที่มีจุดยอดดีกรี 2 จำนวน 10 จุด ☺

## ☀☀ ข้อสังเกต ☀☀

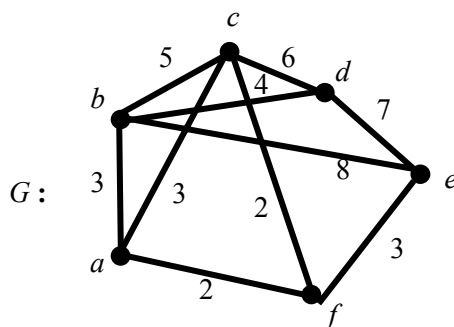
ข้อควรระวังในการใช้ทฤษฎีบท 4.6 นั่นคือในกรณีที่ยังไม่ทราบว่ากราฟดังกล่าวเป็นกราฟแฮมิลโทเนียนหรือไม่ เมื่อทำการตรวจสอบแล้วพบว่ากราฟดังกล่าวไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของทฤษฎีบท 4.6 ไม่สามารถสรุปได้ว่ากราฟดังกล่าวไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ต้องใช้เหตุผลอื่นมาประกอบร่วมด้วย ดังเช่นกราฟในตัวอย่าง 4.4 ข้างต้น ☺ ☺ ☺

## การประยุกต์ใช้กราฟแฮมิลโทเนียน

สำหรับ ปัญหาการเดินทางของเซลแมน (The Traveling Salesman Problem) คือ การเดินทางแต่ละเมืองเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมาที่เดิม โดยใช้เวลาน้อยที่สุด ในการจำลองสถานการณ์นี้ ให้จุดยอดแทนเมืองแต่ละเมือง และเส้นเชื่อมที่เชื่อมระหว่างจุดยอด 2 จุดใดๆ แทนถนนจากเมืองหนึ่งไปอีกเมืองหนึ่ง ตัวเลขที่กำกับบนแต่ละเส้นเชื่อม หมายถึงเวลาที่ใช้ในการเดินทางโดยใช้เส้นเชื่อมนี้

ดังนั้นการแก้ปัญหาจะต้องหา วัฏจักรแฮมิลโทเนียนที่มีน้ำหนักรวมน้อยที่สุด (minimum weight hamiltonian cycle) และวัฏจักรดังกล่าวนี้มีชื่อว่า วัฏจักรแฮมิลโทเนียนที่มีน้ำหนักน้อยสุด

ตัวอย่าง 4.5 จงหาวัฏจักรแฮมิลโทเนียนที่มีน้ำหนักน้อยสุดสำหรับกราฟ  $G$  ดังรูป 4.9



รูป 4.9

**แนวคิด** หาวัฏจักรแฮมิลโทเนียนที่เป็นไปได้ทั้งหมด ได้ดังนี้

$a, b, c, d, e, f, a$  มีน้ำหนักรวมเท่ากับ 26

$a, b, d, e, f, c, a$  มีน้ำหนักรวมเท่ากับ 22

$a, b, e, d, c, f, a$  มีน้ำหนักรวมเท่ากับ 26

$a, c, b, d, e, f, a$  มีน้ำหนักรวมเท่ากับ 24

$a, c, d, b, e, f, a$  มีน้ำหนักรวมเท่ากับ 26 ดังนั้นวัฏจักรแฮมิลโทเนียนที่มีน้ำหนักน้อย

สุดคือ วัฏจักร  $a, b, d, e, f, c, a$  โดยมีน้ำหนักรวมเท่ากับ 22 ☺

จากตัวอย่าง 4.5 จะพบว่าเราสามารถหาวัฏจักรแฮมิลโทเนียนที่เป็นไปได้ทั้งหมดได้

5 วัฏจักร แล้วจึงเปรียบเทียบว่าวัฏจักรใดมีน้ำหนักรวมน้อยที่สุด แต่ในการนำไปประยุกต์ใช้จริง ๆ ปัญหาจะมีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อนมาก ดังนั้นการหาวัฏจักรแฮมิลโทเนียนทั้งหมด จึงทำได้ไม่ถนัดและในปัจจุบันยังไม่มีวิธีที่มีประสิทธิภาพที่ใช้ในการแก้ปัญหาการเดินทางของเซลแมน

มีปัญหาหลายปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องหรือสามารถจัดให้อยู่ในรูปการแก้ปัญหาการเดินทางของเซลแมนได้ เช่น การจัดเส้นทางเดินรถ (Vehicle routing) และปัญหาการจัดลำดับงาน (job sequencing problem) เป็นต้น

ในที่นี้จะยกตัวอย่างปัญหาการจัดลำดับงานมีดังนี้ สมมติว่ามีงานอยู่  $n$  ชิ้นที่ต้องทำโดยใช้เครื่องจักรเพียงเครื่องจักรเดียว และเครื่องจักรนี้ทำงานได้ทีละอย่างเท่านั้น โดยที่งาน  $n$  ชิ้นนี้จะทำชิ้นใดก่อนก็ได้ เวลาที่ใช้ในการเตรียมเครื่องจักรเพื่อทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งขึ้นอยู่กับงานก่อนหน้าที่ยังไม่เสร็จและงานต่อไปที่จะทำ ดังนั้นเวลาทั้งหมดในแต่ละรอบของการผลิตที่ไม่ใช่เวลาที่ใช้ในการผลิต ขึ้นอยู่กับลำดับของงานที่ให้เครื่องจักรทำ ปัญหาคือ เราควรจัดลำดับการทำงานอย่างไร จึงจะทำให้เวลาทั้งหมดที่ใช้ในแต่ละรอบของการผลิตที่ไม่ใช่เวลาที่ใช้ในการผลิตมีค่าน้อยที่สุด ซึ่งจะเห็นได้ชัดเจนว่าปัญหานี้เป็นปัญหาประเภทเดียวกับปัญหาการเดินทางของเซลแมนนั่นเอง

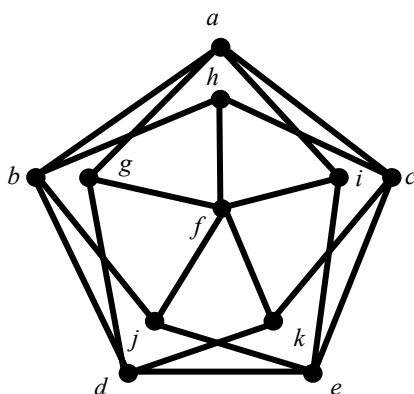
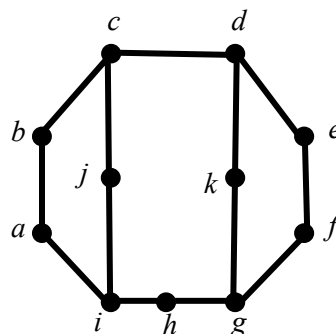
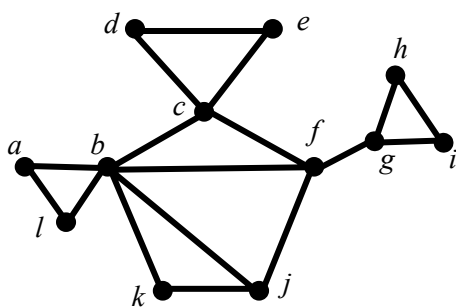
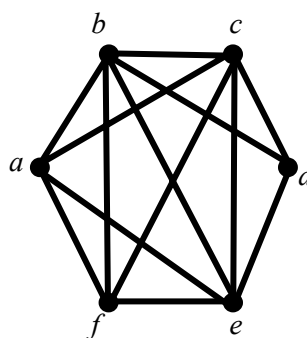
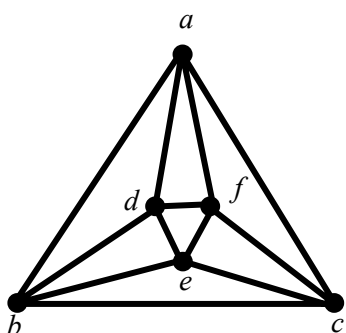


## แบบฝึกหัดหน่วยที่ 4

1. กำหนดกราฟ  $G$  ต่อไปนี้ แล้วพิจารณาว่า

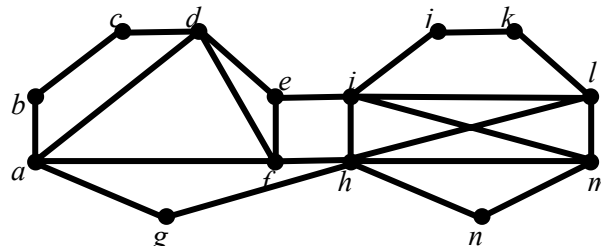
1.1 กราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์เรียน ถ้าเป็นจงหาวงจรออยเลอร์เรียน ถ้าไม่เป็นมีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียนหรือไม่

1.2 กราฟใดเป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ถ้าเป็นจงหาวัฏจักรแฮมิลโทเนียน ถ้าไม่เป็นมีวิถีแฮมิลโทเนียนหรือไม่



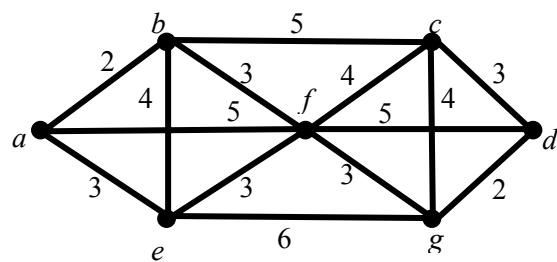
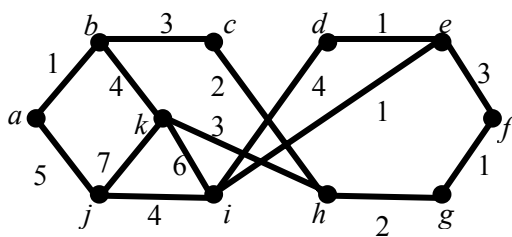
2. มายาวีเป็นที่ปรึกษาของหน่วยงานแห่งหนึ่ง มีหน้าที่รับผิดชอบเกี่ยวกับการวางระบบเส้นทางเธอได้รับมอบหมายงานชิ้นหนึ่งให้ออกแบบวางแผนเส้นทางการเดินทางแบบทางเดียวสำหรับชมการแสดงนิทรรศการภาพเขียนแมวนานาชาติ มีดังรูปด้านล่าง โดยจุดยอดแต่ละจุดแทนโต๊ะประชาสัมพันธ์

ที่ตั้งอยู่ในแต่ละจุดที่เป็นทางแยกสำหรับการเดินทางนิทรรศการ แต่ละเส้นเชื่อมแทนทางเดินนิทรรศการ



จงหาเส้นทางในการเดินทางนิทรรศการในครบทุกเส้นทางที่จัดแสดงโดยผ่านแต่ละทางเดินเพียงครั้งเดียว ให้มีจุดเริ่มต้นที่โตะลงทะเบียนผู้เข้าร่วมงานที่จุดยอด  $i$  และกลับออกมาที่จุดยอด  $e$  เพื่อรับของที่ระลึกหลังจากเสร็จสิ้นการชมนิทรรศการ

3. จงใช้แนวคิดเรื่องปัญหาการส่งจดหมายของบรูซไปรษณีย์จีน และปัญหาการเดินทางของเซลแมน ในการหาทางเดินออยเลอร์ที่สั้นที่สุด และหาวัฏจักรแฮมิลโทเนียนที่มีน้ำหนักน้อยที่สุด



4. จงยกตัวอย่างกราฟ  $G$  ซึ่งมีสมบัติต่อไปนี้

4.1 กราฟ  $G$  และ  $\bar{G}$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน

4.2  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน แต่  $\bar{G}$  ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เรียน

4.3 ทั้ง  $G$  และ  $\bar{G}$  ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เรียน แต่  $G$  และ  $\bar{G}$  มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน

4.4 ทั้ง  $G$  และ  $\bar{G}$  ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เรียน  $G$  มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดออยเลอร์เรียน แต่  $\bar{G}$  ไม่มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน

4.5  $G$  มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน และมีเส้นเชื่อม  $e$  ที่ทำให้  $G - e$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน

4.6  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน แต่ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

4.7  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน แต่ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เรียน

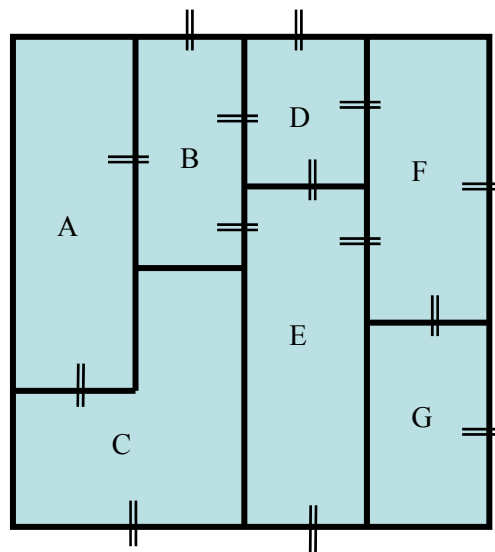
4.8  $G$  ไม่เป็นทั้งกราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน แต่มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน

5. ให้  $G$  เป็นกราฟปรกติดีกรี 6 อันดับ 10 และให้  $u, v \in V(G)$  ที่แตกต่างกัน  
จงพิสูจน์ว่า  $G, G-v, G-\{u, v\}$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน
6. จงพิสูจน์ว่า  $\bar{C}_n$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียนทุก  $n, n \geq 5$
7. ให้  $F$  เป็นกราฟปรกติดีกรี 3 อันดับ 12 และ  $H$  เป็นกราฟปรกติดีกรี 4 อันดับ 11 จงตอบคำถามต่อไปนี้พร้อมให้เหตุผลประกอบ
- 7.1  $F \vee H$  เป็นกราฟออยเลอร์หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 7.2  $F \vee H$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียนหรือไม่ เพราะเหตุใด

## กิจกรรมที่ 4.1

### ห้องแห่งความลับ

นักโบราณคดีขุดค้นพบห้องลับขนาดใหญ่ในสุสานแห่งหนึ่ง ตามหลักฐานที่มีอยู่ทำให้ทราบว่า ภายในห้องขนาดใหญ่นี้แบ่งเป็นห้องเล็กๆ จำนวน 7 ห้อง ซึ่งแต่ละห้องจะมีประตูกันอยู่แต่มีลักษณะเป็นค้ำยกล นั่นคือประตูทุกประตูจะถูกเปิดไว้ เมื่อมีการเดินผ่านประตูนั้นไป ประตูจะปิดทันทีและไม่สามารถเปิดได้อีกเลย และตามหลักฐานที่มีพบว่า เมื่อประตูที่กั้นระหว่างห้องถูกปิดลงทั้งหมด ห้องลับนี้จะเผยตำแหน่งของขุมทรัพย์ที่มีมูลค่าที่มีอาจประเมินได้ ทีมนักล่าสมบัติกลุ่มหนึ่งจึงกระทำการวางแผนเส้นทางในการเดินผ่านประตูเพื่อที่จะทำให้ห้องลับแห่งนี้เผยตำแหน่งของขุมทรัพย์ดังกล่าว หากทีมนักล่าสมบัติได้ข้อมูลลับที่นักโบราณคดีได้คาดการณ์เกี่ยวกับแผนผังภายในห้องลับ มีลักษณะดังรูป



นักเรียนคิดว่าทีมนักล่าสมบัติจะสามารถค้นหาตำแหน่งของขุมทรัพย์ได้หรือไม่  
อย่างไร

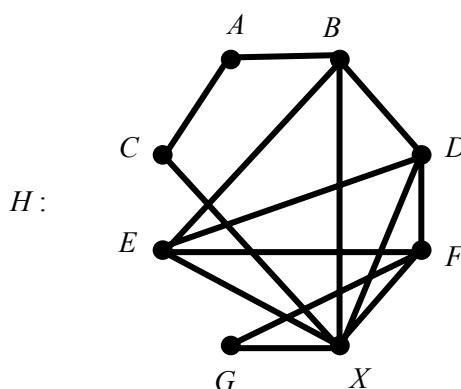
## แนวการตอบแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.1

<b>กิจกรรมที่ 4.1</b>	<b>เรื่อง ห้องแห่งความลับ</b>	<b>เวลา 1 ชั่วโมง</b>
กลุ่มที่.....	สมาชิกประกอบด้วย	
1) .....		ประธานกลุ่ม
2) .....		เลขานุการกลุ่ม
3) .....		
4) .....		ผู้รายงาน

(การทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล)

1. จงใช้แบบจำลองทางกราฟเพื่อจำลองสถานการณ์ดังกล่าวข้างต้น

**แนวการตอบ** ให้จุดยอดแต่ละจุดแทนห้องแต่ละห้อง จุดยอด X แทนบริเวณที่อยู่ภายนอกห้องลับ และจุดยอด 2 จุดใดๆ มีเส้นเชื่อมเมื่อมีประตูกันระหว่าง 2 ห้องนั้นหรือมีทางเดินได้กราฟ  $H$  ดังรูป



2. หากเริ่มต้นจากภายนอกห้องลับ นักเรียนคิดว่าที่ม้นักล่าสมบัติควรวางแผนการเดินทางอย่างไร เพื่อให้ห้องลับแห่งนี้เผยตำแหน่งขุมทรัพย์ตามที่ต้องการ จงเขียนเส้นทางที่แตกต่างกัน 3 เส้นทาง

**แนวการตอบ**  $X, G, F, X, E, F, D, X, B, D, E, B, A, C, X$

$X, F, D, B, A, C, X, B, E, X, D, E, F, G, X$

$X, E, F, G, X, F, D, X, B, D, E, B, A, C, X$

3. นักเรียนคิดว่าจำนวนประตูที่กั้นแต่ละห้องมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร

**แนวการตอบ** สัมพันธ์กัน นั่นคือจำนวนประตูที่กั้นแต่ละห้องเป็นจำนวนคู่

4. แต่เนื่องจากมีแหล่งอ้างอิงอื่นที่ระบุว่า ห้องลับดังกล่าวไม่มีประตูที่กั้นระหว่างห้อง B และห้อง D ถ้าข้อมูลนี้ถูกต้อง นักเรียนคิดว่าทีมนักล่าสมบัติจะสามารถปฏิบัติการจนบรรลุผลสำเร็จหรือไม่ เพราะเหตุใด

**แนวการตอบ** ไม่สำเร็จ เนื่องจากทุกๆ ห้องเมื่อมีการเดินเข้าไปก็ย่อมต้องเดินออกมา ดังนั้นตึกรึขของจุดยอดต้องเป็นจำนวนคู่ แต่จากข้อมูลนี้จะทำให้จุดยอด B และ D เป็นจุดยอดคี่ ดังนั้นจึงเป็นไปได้ที่จะปฏิบัติการได้สำเร็จ

5. ทีมนักล่าสมบัติได้ข้อมูลเพิ่มเติมมาอีกว่า จากแผนผังในกราฟ  $H$  นั้น ห้อง A มีประตูเปิดออกสู่ภายนอกอีก 1 ประตู หากเป็นกรณีเช่นนี้ นักเรียนคิดว่าทีมนักล่าสมบัติจะสามารถปฏิบัติการจนบรรลุผลสำเร็จหรือไม่ เพราะเหตุใด

**แนวการตอบ** ไม่สำเร็จ เหตุผลในทำนองเดียวกับข้อ 4

6. หากมีบางแหล่งข้อมูลระบุว่า มีประตูที่กั้นระหว่างห้อง E และ G เพิ่มอีก 1 ประตู นักเรียนคิดว่าทีมนักล่าสมบัติจะสามารถปฏิบัติการจนบรรลุผลสำเร็จหรือไม่ เพราะเหตุใด

**แนวการตอบ** ไม่สำเร็จ เหตุผลในทำนองเดียวกับข้อ 4 และ 5

7. จากข้อมูลในข้อ 4, 5 และ 6 นักเรียนคิดว่าจำนวนประตูที่กั้นระหว่างแต่ละห้อง ในแต่ละข้อ สัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร

**แนวการตอบ** สัมพันธ์กัน คือมีบางห้องที่มีจำนวนประตูที่กั้นระหว่างแต่ละห้องเป็นจำนวนคี่

**(การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)**

8. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลดังกล่าวข้างต้น นักเรียนสามารถคาดการณ์ หรือสร้างข้อสรุปได้หรือไม่ว่า เงื่อนไขที่เพียงพอที่จะทำให้ ทีมนักล่าสมบัติจะสามารถปฏิบัติการได้สำเร็จคือเงื่อนไขใด

**แนวการตอบ** เมื่อจำนวนประตูที่กั้นระหว่างแต่ละห้องเป็นจำนวนคู่

9. ถ้ากำหนดนิยามดังนี้

ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง เรากล่าวว่า  $G$  เป็น **กราฟออยเลอร์เรียน (eulerian graph)** เมื่อ  $G$  มีวงจรซึ่งผ่านทุกเส้นเชื่อมในกราฟ  $G$  และเรียกวงจรดังกล่าวว่า **วงจรออยเลอร์เรียน (eulerian circuit)**

นักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปในข้อ 8 ให้อยู่ในรูปข้อความทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการได้อย่างไร

**แนวการตอบ** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีอันดับ  $n$ ,  $n \geq 3$

ถ้าจุดยอดทุกจุดในกราฟ  $G$  เป็นจุดยอดคู่ แล้ว  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน

10. นักเรียนคิดว่าข้อสรุปดังกล่าวมีความน่าเชื่อถือหรือไม่ และถ้าห้องลับอื่นๆ ที่มีเงื่อนไขที่เพียงพอตามที่นักเรียนสรุปในข้อ 9 นักล่าสมบัติสามารถค้นหาตำแหน่งของขุมทรัพย์ได้สำเร็จหรือไม่

**แนวการตอบ** ห้องอื่นที่มีเงื่อนไขเพียงพอสามารถทำได้เช่นกัน

**(การค้นหาคำตอบ พร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน)**

11. นักเรียนมีวิธีการในการยืนยันความถูกต้องของข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์หรือไม่ อย่างไร (เริ่มพิจารณาจากทางเดินไม่ซ้ำของ  $G$  ที่มีความยาวมากที่สุด)

**แนวการตอบ** ข้อความที่ต้องการพิสูจน์คือ

ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีอันดับ  $n$ ,  $n \geq 3$

ถ้าจุดยอดทุกจุดในกราฟ  $G$  เป็นจุดยอดคู่ แล้ว  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน

**พิสูจน์**

สมมติให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับอย่างน้อย 3 และทุกๆ จุดยอดของ  $G$  เป็นจุดยอดคู่

ให้  $T$  เป็นทางเดินไม่ซ้ำของ  $G$  ที่มีความยาวมากที่สุด

สมมติให้  $T$  เป็นทางเดิน  $u-v$  และ  $u \neq v$  จากการพิจารณาพบว่าดีกรีของจุดยอด  $v$  เป็นจำนวนคี่ ดังนั้นจะมีจุดยอด  $w$  ใน  $G$  ที่  $vw \in E(G)$  ซึ่งขัดแย้งกับการเลือก  $T$  ที่มีความยาวมากที่สุด ดังนั้น  $u = v$  และ  $T$  เป็นวงจร

สมมติว่า  $T$  เป็นวงจรที่ไม่ใช่วงจรออยเลอร์เรียน

เนื่องจาก  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง จะมี  $x \in V(T)$  และ  $y \notin V(T)$  ที่ทำให้  $xy \in E(G)$

ให้  $H = G - E(T)$  จะได้ว่า  $H$  เป็นสับกราฟของ  $G$  และ  $V(H) = V(G)$  นอกจากนี้ทุกๆ จุดยอดในกราฟ  $H$  จะมีดีกรีเป็นจำนวนคู่ และ  $H$  อาจเป็นกราฟไม่เชื่อมโยง

ให้  $H_1$  เป็นคอมโพเนนต์ของ  $H$  ที่  $xy \in E(H_1)$

ให้  $T'$  เป็นวงจรที่มีจุดเริ่มต้นที่  $x$  และสิ้นสุดที่  $x$  ซึ่งจะเห็นได้ว่าเราสามารถสร้างวงจรในกราฟ  $G$  ที่มีความยาวมากกว่าวงจร  $T$  ซึ่งเกิดข้อขัดแย้งกับการเลือก  $T$

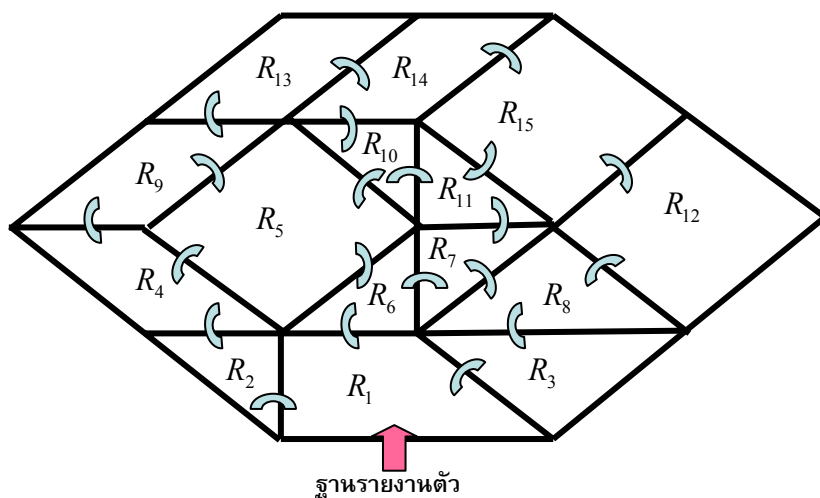
ดังนั้นจะมีวงจรออยเลอร์เรียนในกราฟ  $G$



## กิจกรรมที่ 4.2

### ไปฐานไหนดี

ในการฝึกทหารหน่วยรบพิเศษแห่งหนึ่งแบ่งฐานในการฝึกปฏิบัติออกเป็น 15 ฐาน โดยแต่ละฐานจะมีป้ายบอกทางว่าจากฐานปัจจุบันสามารถไปฐานใดได้บ้าง กฎในการฝึกปฏิบัติครั้งนี้ถือว่าทหารหน่วยนี้จะต้องเข้ารายงานตัวที่ฐาน  $R_1$  จากนั้นต้องวางแผนในการเดินทางไปรับการฝึกปฏิบัติ ณ ฐานอื่นๆ จนครบทุกฐาน แล้วกลับออกมารายงานตัวอีกครั้งหนึ่งที่ฐาน  $R_1$  แต่ระหว่างเส้นทางที่เชื่อมระหว่างแต่ละฐานที่ปรากฏดังรูปด้านล่าง จะมีหน่วยสังเกตการณ์คอยเฝ้าระวังอยู่ หากเมื่อใดก็ตามที่ทหารหน่วยนี้กลับมายังฐานที่ที่เคยได้รับการฝึกปฏิบัติแล้วจะถือว่าภารกิจในการฝึกครั้งนี้ล้มเหลว (ยกเว้นฐานเริ่มต้นและฐานสุดท้ายคือ  $R_1$ )



นักเรียนคิดว่าทหารหน่วยนี้ควรวางแผนในการเดินทางไปรับการฝึกปฏิบัติอย่างไร จึงจะทำให้ภารกิจในการฝึกครั้งนี้ประสบความสำเร็จตามแผนที่วางไว้



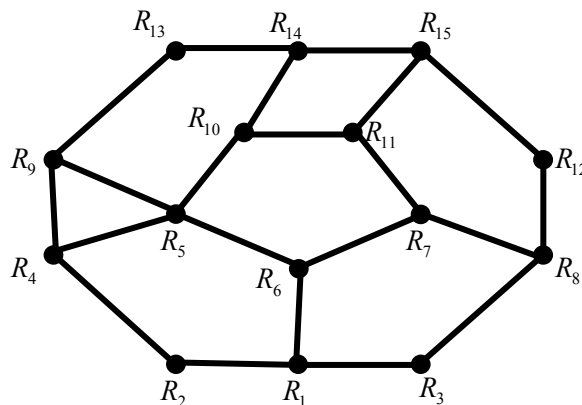
## แนวการตอบแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.2

กิจกรรมที่ 4.2	เรื่อง ไปฐานไหนดี	เวลา 1 ชั่วโมง
กลุ่มที่.....	สมาชิกประกอบด้วย	
1) .....		ประธานกลุ่ม
2) .....		เลขานุการกลุ่ม
3) .....		
4) .....		ผู้รายงาน

(การทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล)

1. จงใช้แบบจำลองทางกราฟเพื่อจำลองสถานการณ์ดังกล่าวข้างต้น

แนวการตอบ ให้จุดยอดแต่ละจุดแทนฐานแต่ละฐาน และจุดยอด 2 จุดใดๆ มีเส้นเชื่อมเมื่อสามารถเดินทางจากฐานหนึ่งไปยังฐานหนึ่งได้ ทำให้กราฟดังรูป



2. หากทหารหน่วยนี้รายงานตัวที่ฐาน  $R_1$  เรียบร้อยแล้ว และขณะนี้กำลังรับการฝึกปฏิบัติอยู่ที่ฐาน  $R_9$  พวกเขาสามารถไปที่ฐานอื่นก่อนแล้วจึงกลับมาที่ฐาน  $R_{13}$  ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวการตอบ ไม่ได้ เนื่องจากจะทำให้ไม่สามารถกลับไปฐาน  $R_1$  ได้

3. หากทหารหน่วยนี้รายงานตัวที่ฐาน  $R_1$  เรียบร้อยแล้ว และขณะนี้กำลังรับการฝึกปฏิบัติอยู่ที่ฐาน  $R_{15}$  พวกเขาสามารถไปที่ฐานอื่นก่อนแล้วจึงกลับมาที่ฐาน  $R_{12}$  ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวการตอบ ไม่ได้ เนื่องจากจะทำให้ไม่สามารถกลับไปฐาน  $R_1$  ได้

4. จากข้อมูลในข้อ 2 และข้อ 3 นักเรียนได้แนวคิดสำคัญสำหรับการวางแผนในการเดินทางไปรับการฝึกปฏิบัติจากฐาน  $R_9$  และ  $R_{15}$  หรือไม่ อย่างไร

**แนวการตอบ** ได้แนวคิดในการวางแผนการเดินทางคือ

เมื่อเดินทางมาที่ฐาน  $R_9$  แล้วต้องไปที่ฐาน  $R_{13}$  และ  $R_{14}$  ตามลำดับ

เมื่อเดินทางมาที่ฐาน  $R_{15}$  แล้วต้องไปที่ฐาน  $R_{12}$  และ  $R_8$  ตามลำดับ

5. นักเรียนคิดว่ามีจุดยอดใดบ้างที่มีลักษณะคล้ายกับจุดยอด  $R_9$ ,  $R_{15}$  เพราะเหตุใด

**แนวการตอบ**  $R_1, R_4, R_8, R_{14}$  เนื่องจากเป็นจุดยอดดีกรี 3 ซึ่งประชิดกับจุดยอดดีกรี 2

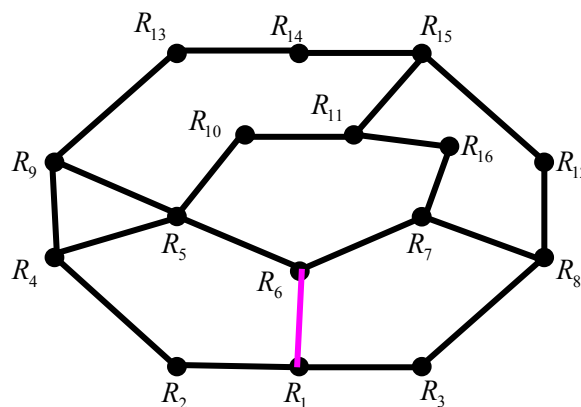
6. จากข้อมูลข้างต้นนักเรียนคิดว่าทหารหน่วยนี้ควรวางแผนในการเดินทางไปรับการฝึกปฏิบัติอย่างไรจึงจะประสบความสำเร็จ

**แนวการตอบ**  $R_1, R_2, R_4, R_9, R_{13}, R_{14}, R_{10}, R_5, R_6, R_7, R_{11}, R_{15}, R_{12}, R_8, R_3, R_1$

7. จากข้อมูลและแนวคิด ในข้อ 4 และ 5 ให้นักเรียนพิจารณาลำดับเส้นทางที่ได้จากแนวคิดดังกล่าวว่ามีความสัมพันธ์กับเส้นทางที่ได้ในข้อ 6 อย่างไร

**แนวการตอบ** เป็นส่วนหนึ่งของเส้นทางในเส้นทางในข้อ 6

8. เมื่อการฝึกปฏิบัติเสร็จสิ้นลง ผู้บังคับบัญชามีความเห็นว่าควรจะลดเส้นทางที่เชื่อมระหว่างฐานแล้วไปเพิ่มจำนวนฐานเพื่อฝึกให้มีความรอบรู้และชำนาญมากยิ่งขึ้น ดังรูป



นักเรียนคิดว่าทหารหน่วยนี้จะต้องผ่านเส้นทางใดบ้างอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ เพราะเหตุใด

**แนวการตอบ**  $R_9, R_{13}, R_{14}, R_{15}, R_{12}, R_8, R_3, R_1, R_2, R_4, R_5, R_{10}, R_{11}, R_{16}, R_7, R_6, R_5$  เนื่องจากเป็นจุดยอดดีกรี 2 เมื่อมีการเข้าไปฝึกก็ต้องออกจากฐานนั้นเมื่อรับการฝึกปฏิบัติเสร็จเรียบร้อยแล้ว

9. นักเรียนคิดว่าเป็นไปได้หรือไม่ที่ทหารหน่วยนี้จะสามารถปฏิบัติภารกิจสำเร็จภายใต้เงื่อนไขเดิม เพราะเหตุใด

**แนวการตอบ** เป็นไปไม่ได้ เนื่องจากการเดินทางไปฝึกปฏิบัติที่ฐาน  $R_{10}, R_6, R_{16}$  ทำให้เกิดวงจร จึงทำให้ไม่สามารถกลับมาที่ฐาน  $R_1$  ได้

(การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)

กำหนดนิยามดังนี้

กราฟที่มีวัฏจักรซึ่งผ่านจุดยอดทุกจุดในกราฟ เรียกว่าวัฏจักรนั้นว่า วัฏจักรแฮมิลโทเนียน (hamiltonian cycle) และเรียกกราฟดังกล่าวว่า กราฟแฮมิลโทเนียน (hamiltonian graph)

10. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลดังกล่าวข้างต้น นักเรียนสามารถคาดการณ์ หรือสร้างข้อสรุปได้หรือไม่ว่า เงื่อนไขใดที่จะทำให้สรุปได้ว่าทหารหน่วยนี้สามารถปฏิบัติภารกิจได้อย่างสำเร็จตามแผนที่วางไว้ได้หรือไม่

**แนวการตอบ**

1. ถ้ากราฟ  $G$  มีวัฏจักรย่อย (proper cycle) แล้ว  $G$  ไม่มีวัฏจักรแฮมิลโทเนียน
2. จุดยอดทุกจุดในกราฟที่มีดีกรี 2 เส้นเชื่อมทุกเส้นที่ติดกระทบกับจุดยอดดังกล่าวจะอยู่ในวัฏจักรแฮมิลโทเนียนเสมอ

11. นักเรียนคิดว่าข้อสรุปดังกล่าวมีความน่าเชื่อถือหรือไม่ และเป็นจริงสำหรับกราฟเชื่อมโยงใดๆ ที่มีอันดับ  $n, n \geq 3$  หรือไม่

**แนวการตอบ** เป็นจริง

(การค้นหาคำตอบ พร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน)

12. นักเรียนมีวิธีการในการยืนยันความถูกต้องของข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์หรือไม่ อย่างไร

**แนวการตอบ**

1. ให้กราฟ  $G$  มีวัฏจักรย่อย และสมมติมีวัฏจักรแฮมิลโทเนียน เนื่องจากวัฏจักรแฮมิลโทเนียนเป็นวัฏจักรเชิงเดียว เกิดข้อขัดแย้ง ดังนั้นเมื่อมีวัฏจักรย่อย จึงเป็นไปไม่ได้ที่จะมีวัฏจักรย่อย
2. เนื่องจากจุดยอดทุกจุดในกราฟที่มีดีกรี 2 เมื่อมีการเดินทางเข้าไปที่จุดยอดเหล่านั้นก็ต้องมีการเดินทางออกจากจุดยอดนั้นเช่นกัน ดังนั้นจุดยอดดังกล่าวจะอยู่ในวัฏจักรแฮมิลโทเนียนเสมอ



เอกสารประกอบการเรียน  
หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน

## เอกสารประกอบการเรียน

เอกสารประกอบการเรียน และคู่มือครู มีลักษณะคล้ายกัน แตกต่างกันที่เอกสารประกอบการเรียนไม่มีข้อความที่อยู่ในกรอบเพิ่มเติมสำหรับครู กรอบแนวทางการจัดการเรียนการสอน และแนวการตอบแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

**แผนการจัดการเรียนรู้**  
**หน่วยที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.1 และ 4.2**

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.1

รายวิชา ทฤษฎีกราฟ

เวลา 3 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2552

เรื่อง กราฟออยเลอร์เรียน และกราฟแฮมิลโทเนียน

### 1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- 1.1 บอกบทนิยามของกราฟออยเลอร์เรียนได้
- 1.2 บอกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟออยเลอร์เรียน เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้
- 1.3 นำความรู้เกี่ยวกับกราฟออยเลอร์เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟออยเลอร์เรียนหรือไม่ ถ้าเป็นสามารถหาวงจรออยเลอร์เรียนจากกราฟที่กำหนดให้ได้
- 2.2 หาวงจรออยเลอร์เรียน โดยใช้ขั้นตอนวิธีของฟลูรี (Fluery's Algorithm) ได้
- 2.3 นำความรู้เกี่ยวกับกราฟออยเลอร์เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการได้

### 3. สารการเรียนรู้ (ตามคู่มือครู หน่วยที่ 4)

#### บทนิยาม 4.1 - 4.3

**ทฤษฎีบท 4.1** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$  จะได้ว่า  $G$  เป็นกราฟออยเลอร์เรียน ก็ต่อเมื่อ จุดยอดทุกจุดในกราฟ  $G$  เป็นจุดยอดคี่

**ทฤษฎีบท 4.2** ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง

$G$  มีทางเดินไม่ซ้ำเปิดแบบออยเลอร์เรียน ก็ต่อเมื่อ  $G$  มีจุดยอดคี่เพียง 2 จุด

#### ขั้นตอนวิธีของฟลูรี (Fluery's Algorithm)

### 4. กิจกรรมการเรียนรู้ (เนื้อหาในเอกสารประกอบการเรียน หน่วยที่ 4)

4.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยการกล่าวถึงที่มาของการศึกษาเรื่องกราฟออยเลอร์เรียน หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับการวางแผนการเดินทางที่มีเงื่อนไขเช่นเดียวกันกับการแก้ปัญหาการเดินข้ามสะพานคอนิกส์เบิร์ก เช่น การวางแผนเส้นทางในการเก็บขยะและกวาดถนนของเทศบาล เป็นต้น และยกตัวอย่างสถานการณ์

ปัญหาที่ต้องการผ่านทุกจุดในกราฟเพียงครั้งเดียวแล้วกลับมาที่จุดเริ่มต้น เช่น การเดินทางไปขายประกันชีวิตที่บ้านแต่ละหลัง เป็นต้น

4.2 ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คนหรือตามจำนวนที่ได้จัดเตรียมไว้แล้ว พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 4.1 และแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ช่วยกันแก้ปัญหา โดยการตอบคำถาม แสดงแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

4.3 ขณะที่นักเรียนกำลังปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มอยู่นั้น ครูมีหน้าที่อำนวยความสะดวก ช่วยเหลือ และแนะนำได้เท่าที่จำเป็น และอาจกระตุ้นถามให้นักเรียนตอบหากเห็นว่าการอภิปรายในกลุ่มหยุดชะงักไป โดยครูควรสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลของนักเรียนแต่ละกลุ่มหมุนเวียนกันไป

4.4 ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใด สามารถหาคำตอบของปัญหาได้สำเร็จก่อนกลุ่มอื่น ครูอาจให้นักเรียนทบทวนคำตอบ ลองแก้ปัญหาคด้วยกลยุทธ์อื่นที่แตกต่างจากเดิม ลองปรับเปลี่ยนเงื่อนไขในปัญหาเดิมเพื่อทำให้เป็นรูปทั่วไปมากขึ้น

4.5 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แล้วออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งครูอาจเพิ่มเติมได้ในประเด็นที่ไม่ชัดเจน

4.6 เมื่อสิ้นสุดการนำเสนอ ครูนำอภิปรายเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและสรุปผลที่ได้จากการทำกิจกรรมที่ 4.1 ซึ่งก็คือ แนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีบท 4.1 และแนวทางในการพิสูจน์

4.7 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับทฤษฎีบท 4.1 จากนั้นพิสูจน์ทฤษฎีบทโดยการใช้ทั้งคำถามกระตุ้นและคำถามนำ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการพิสูจน์ โดยใช้แนวทางการพิสูจน์จากการทำกิจกรรม 4.1 เพื่อให้นักเรียนได้มีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับทฤษฎีบทมากยิ่งขึ้น

4.8 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับทฤษฎีบท 4.2 จากนั้นพิสูจน์ทฤษฎีบทโดยการใช้ทั้งคำถามกระตุ้นและคำถามนำ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการพิสูจน์ จากนั้นยกตัวอย่างประกอบเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในทฤษฎีบทมากยิ่งขึ้น

4.9 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายแนวคิดเกี่ยวกับของขั้นตอนวิธีของฟลูรีย์ พร้อมทั้งยกตัวอย่างประกอบเพื่อให้เกิดความเข้าใจในแต่ละขั้นตอนของการนำขั้นตอนวิธีดังกล่าวไปใช้มากยิ่งขึ้น

4.10 ครูกล่าวถึงปัญหาการส่งจดหมายของบุรุษไปรษณีย์จีน หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหาดังกล่าว พร้อมทั้งยกตัวอย่างการนำความรู้เรื่องกราฟออยเลอร์เรียนไปประยุกต์ใช้ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ และเกิดความซาบซึ้งในการศึกษาเรื่องกราฟออยเลอร์เรียน



4.11 ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 4 เพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับบทนิยาม และทฤษฎีบทเกี่ยวกับกราฟออยเลอร์เรียน รวมถึงการนำความรู้เรื่องดังกล่าวไปประยุกต์ใช้มากยิ่งขึ้น หากทำไม่เสร็จในชั้นเรียน ครูมอบหมายให้นักเรียนนำไปทำต่อเป็นการบ้าน

## 5. สื่อการเรียนรู้

- 5.1 เอกสารประกอบการเรียนหน่วยที่ 4
- 5.2 ใบกิจกรรมที่ 4.1: ห้องแห่งความลับ
- 5.3 แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.1
- 5.4 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมที่ 4.1
- 5.5 คู่มือครูหน่วยที่ 4

## 6. การวัดผลและประเมินผล

วัดผลและประเมินผลจากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างการทำใบกิจกรรม การรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม การถามตอบ การอภิปราย การสัมภาษณ์เพิ่มเติม รวมถึงการให้ความร่วมมือในชั้นเรียน

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.2

รายวิชา ทฤษฎีกราฟ

เวลา 3 ชั่วโมง

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2552

เรื่อง กราฟออยเลอร์เรียนและกราฟแฮมิลโทเนียน

### 1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

- 1.1 บอกบทนิยามของกราฟแฮมิลโทเนียนได้
- 1.2 บอกได้ว่ากราฟใดเป็นกราฟแฮมิลโทเนียน เมื่อกำหนดกราฟใด ๆ มาให้
- 1.3 นำความรู้เกี่ยวกับกราฟแฮมิลโทเนียนไปใช้ในการแก้ปัญหามางประการได้

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 2.1 บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟแฮมิลโทเนียนหรือไม่ ถ้าเป็นสามารถหาวัฏจักรแฮมิลโทเนียนจากกราฟที่กำหนดให้ได้
- 2.2 นำความรู้เกี่ยวกับกราฟแฮมิลโทเนียนไปใช้ในการแก้ปัญหามางประการได้

### 3. สารการเรียนรู้ (ตามคู่มือครู หน่วยที่ 4)

**ทฤษฎีบท 4.3** ทฤษฎีบทของออร์ (Ore's Theorem)

ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$

ถ้า  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$  ทุกๆ  $u, v \in V(G)$  ที่  $uv \notin E(G)$  แล้ว  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

**ทฤษฎีบท 4.4** ทฤษฎีบทของดิแรค (Dirac's Theorem)

ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$

ถ้า  $\deg(v) \geq \frac{n}{2}$  ทุกๆ  $v \in V(G)$  จะได้ว่า  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

**ทฤษฎีบท 4.5** ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$  ให้  $u$  และ  $v$  เป็นจุดยอดที่ไม่ประชิดกันใน  $G$  ซึ่ง  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$  จะได้ว่า

$G + uv$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน ก็ต่อเมื่อ  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

**ทฤษฎีบท 4.6** ให้  $G$  เป็นกราฟที่มีอันดับ  $n$  ที่  $n \geq 3$  สำหรับทุกๆ จำนวนเต็ม  $j$  ซึ่ง  $1 \leq j < \frac{n}{2}$

ถ้าจุดยอดทุกจุดในกราฟ  $G$  ที่มีดีกรีอย่างน้อย  $j$  มีจำนวนน้อยกว่า  $j$  จุด แล้วจะได้ว่า  $G$  เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน

#### 4. กิจกรรมการเรียนรู้ (เนื้อหาในเอกสารประกอบการเรียน หน่วยที่ 4)

4.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยการกล่าวถึงที่มาของการศึกษาเรื่องกราฟแฮมิลโทเนียน โดยเฉพาะที่มาจากสำคัญของการศึกษาเรื่องนี้คือ เกมรอบโลก (around the world game) และปริศนาการเดินทางของม้าหมากรุก (knight's tour puzzle) เพื่อให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจและเห็นความสำคัญของการศึกษาเรื่องกราฟแฮมิลโทเนียน

4.2 ครูให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คนหรือตามจำนวนที่ได้จัดเตรียมไว้แล้ว พร้อมทั้งแจกใบกิจกรรมที่ 4.2 และแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ช่วยกันแก้ปัญหา โดยการตอบคำถาม แสดงแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาลงในแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

4.3 ขณะที่นักเรียนกำลังปฏิบัติกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มอยู่นั้น ครูมีหน้าที่อำนวยความสะดวก ช่วยเหลือ และแนะนำได้เท่าที่จำเป็น และอาจจะตั้งคำถามให้นักเรียนตอบหากเห็นว่าการอภิปรายในกลุ่มหยุดชะงักไป โดยครูควรสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลของนักเรียนแต่ละกลุ่มหมุนเวียนกันไป

4.4 ในกรณีที่มีนักเรียนกลุ่มใด สามารถหาคำตอบของปัญหาได้สำเร็จก่อนกลุ่มอื่น ครูอาจให้นักเรียนทบทวนคำตอบ ลองแก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์อื่นที่แตกต่างจากเดิม ลองปรับเปลี่ยนเงื่อนไขในปัญหาเดิมเพื่อทำให้เป็นรูปทั่วไปมากขึ้น

4.5 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม แล้วออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งครูอาจเพิ่มเติมได้ในประเด็นที่ไม่ชัดเจน

4.6 เมื่อสิ้นสุดการนำเสนอ ครูนำอภิปรายเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นและสรุปผลที่ได้จากการทำกิจกรรมที่ 4.2 ซึ่งก็คือ แนวคิด หรือข้อสังเกตที่สำคัญสำหรับการหาคำตอบว่ามีวัฏจักรแฮมิลโทเนียนในกราฟเชื่อมโยงใดๆ ที่มีอันดับอย่างน้อย 3 หรือไม่ ถ้ามีแล้วเส้นเชื่อมใดที่ต้องอยู่ในวัฏจักรนั้นอย่างน้อย

4.7 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับทฤษฎีบท 4.1 จากนั้นพิสูจน์ทฤษฎีบทโดยการใช้ทั้งคำถามกระตุ้นและคำถามนำ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการพิสูจน์ โดยใช้แนวทางการพิสูจน์จากการทำกิจกรรมที่ 4.1 เพื่อให้นักเรียนได้มีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับทฤษฎีบทมากยิ่งขึ้น

4.8 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับทฤษฎีบท 4.3 - 4.6 จากนั้นพิสูจน์ทฤษฎีบทโดยการใช้ทั้งคำถามกระตุ้นและคำถามนำ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการพิสูจน์ จากนั้นยกตัวอย่างประกอบเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในทฤษฎีบทมากยิ่งขึ้น เนื่องจากการนำไปใช้ของทฤษฎีเหล่านี้ต้องใช้อย่างระมัดระวังอย่างยิ่ง เพราะกราฟแฮมิลโทเนียนมีเฉพาะเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการเป็นกราฟแฮมิลโทเนียนเท่านั้น ซึ่งต่างจากกราฟออยเลอร์เรียนที่มีทั้งเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอสำหรับการเป็นกราฟออยเลอร์เรียน

4.9 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 4 เพื่อให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการนำทฤษฎีบท 4.3 - 4.6 ไปใช้มากยิ่งขึ้น

4.10 ครูกล่าวถึงปัญหาการเดินทางของเซลแมน หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหาดังกล่าว พร้อมทั้งยกตัวอย่างการนำความรู้เรื่องกราฟแฮมิลโทเนียนเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญ เห็นประโยชน์ และเกิดความซาบซึ้งในการศึกษาเรื่องกราฟแฮมิลโทเนียน

4.11 ครูให้นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกหัดหน่วยที่ 4 เพื่อเพิ่มความเข้าใจเกี่ยวกับบทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับกราฟแฮมิลโทเนียน รวมถึงการนำความรู้เรื่องดังกล่าวไปประยุกต์ใช้มากยิ่งขึ้น หากทำไม่เสร็จในชั้นเรียน ครูมอบหมายให้นักเรียนนำไปทำต่อเป็นการบ้าน

## 5. สื่อการเรียนรู้

- 5.1 เอกสารประกอบการเรียนหน่วยที่ 4
- 5.2 ใบกิจกรรมที่ 4.2 : ไปฐานไหนดี
- 5.3 แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.2
- 5.4 แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กิจกรรมที่ 4.2
- 5.5 คู่มือครูหน่วยที่ 4

## 6. การวัดผลและประเมินผล

วัดผลและประเมินผลจากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม การสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ระหว่างการปฏิบัติกิจกรรม การรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม การถามตอบ การอภิปราย การสัมภาษณ์เพิ่มเติม รวมถึงการให้ความร่วมมือในชั้นเรียน

**ภาคผนวก ฅ**  
**การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

ประกอบด้วย การหาคุณภาพของเครื่องมือ 3 ชนิด ดังนี้

1. ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบสำรวจรายการ โดยผู้เชี่ยวชาญ
2. ผลการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากการทดลองนำร่อง

ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงาน  
ผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบสำรวจรายการ โดยผู้เชี่ยวชาญ

## ผลการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงาน ผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบสำรวจรายการ โดยผู้เชี่ยวชาญ

สำหรับการประเมินแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติ  
กิจกรรมและแบบสำรวจรายการ โดยผู้เชี่ยวชาญนั้น ผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพดังต่อไปนี้

1. กำหนดคะแนนเกณฑ์หรือคะแนนจุดตัด (Cut-off) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียน โดยใช้เทคนิคแองกอฟ (Angoff) (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527: 123-129;  
อ้างอิงจาก Glass, G. V. (1978). Standards and Criteria. *Journal of Education Measurement*.  
15(4): 237-261.) นั่นคือการกำหนดคะแนนจุดตัด โดยอาศัยแนวคิดที่ว่า

“คะแนนจุดตัด เป็นเกณฑ์ที่เป็นมาตรฐานขั้นต่ำสุดที่ยอมรับได้ว่า  
นักเรียนสอบได้คะแนนถึงระดับเกณฑ์เป็นผู้มีความรอบรู้ในเนื้อหานั้น”

2. ประเมินความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) ของหลักสูตร และแบบทดสอบ  
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบสำรวจรายการ โดยอาศัย  
ดุลยพินิจของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

2.1 คำนวณค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ โดยใช้  
สูตรต่อไปนี้

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์

$R_i$  คือ คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่  $i$

$N$  คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2.2 คำนวณค่าดัชนีความเหมาะสมระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์ โดยหาค่าเฉลี่ย  
( $\bar{X}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ( $s$ ) จากสูตรดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

$$s = \sqrt{\frac{(N \sum_{i=1}^N X_i^2) - (\sum_{i=1}^N X_i)^2}{N(N-1)}}$$

- เมื่อ  $\bar{X}$  คือ ค่าเฉลี่ยคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ  
 $s$  คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ  
 $X_i$  คือ คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่  $i$   
 $N$  คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

ตาราง 16 ผลการประเมินความสอดคล้องของข้อคำถามกับเนื้อหา และการกำหนดคะแนนเกณฑ์ จุดตัด โดยผู้เชี่ยวชาญของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อคำถามกับเนื้อหา	ดัชนีความสอดคล้อง (IOC)	แปลผล	คะแนนเต็ม	คะแนนจุดตัด
ฉบับที่ 1				
ข้อ 1 กับเนื้อหาหน่วยที่ 1	0.67	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 2 กับเนื้อหาหน่วยที่ 2	0.67	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 3 กับเนื้อหาหน่วยที่ 3	1.00	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 4 กับเนื้อหาหน่วยที่ 3	1.00	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 5 กับเนื้อหาหน่วยที่ 4	1.00	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 6 กับเนื้อหาหน่วยที่ 4	1.00	สอดคล้อง	5	3
ฉบับที่ 2				
ข้อ 1 กับเนื้อหาหน่วยที่ 5	1.00	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 2 กับเนื้อหาหน่วยที่ 5	1.00	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 3 กับเนื้อหาหน่วยที่ 6	1.00	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 4 กับเนื้อหาหน่วยที่ 6	1.00	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 5 กับเนื้อหาหน่วยที่ 7	1.00	สอดคล้อง	5	3
ข้อ 6 กับเนื้อหาหน่วยที่ 7	1.00	สอดคล้อง	5	3
รวมทั้งสองฉบับ	0.95	สอดคล้อง	60	36

เกณฑ์ : คัดเลือกข้อคำถามที่มีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป



ตาราง 17 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร

แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม	ดัชนีความสอดคล้อง (IOC)	แปลผล
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 1.1	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 1.2	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 2.1	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 2.2	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 3.1	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 3.2	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.1	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 4.2	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 5.1	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 5.2	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 6.1	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 6.2	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 7.1	1.00	สอดคล้อง
แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่ 7.2	1.00	สอดคล้อง

เกณฑ์ : คัดเลือกแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมที่มีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป

ตาราง 18 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	รายการประเมินที่	ดัชนีความสอดคล้อง (IOC)	แปลผล
ด้านการทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา	1	1.00	สอดคล้อง
	2	1.00	สอดคล้อง
	3	1.00	สอดคล้อง
	4	1.00	สอดคล้อง
ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้สถานการณ์ปัญหา	5	1.00	สอดคล้อง
	6	1.00	สอดคล้อง
	7	1.00	สอดคล้อง
	8	1.00	สอดคล้อง

ตาราง 18 (ต่อ)

พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	รายการประเมินที่	ดัชนีความสอดคล้อง (IOC)	แปลผล
ด้านการค้นหาคำตอบ	9	1.00	สอดคล้อง
	10	1.00	สอดคล้อง
	11	1.00	สอดคล้อง
	12	1.00	สอดคล้อง

เกณฑ์ : คัดเลือกรายงานประเมินที่มีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป

ตาราง 19 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบสำรวจรายการกับพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	รายการประเมินที่	ดัชนีความสอดคล้อง (IOC)	แปลผล
ด้านการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา	1	1.00	สอดคล้อง
	2	1.00	สอดคล้อง
	3	1.00	สอดคล้อง
	4	1.00	สอดคล้อง
ด้านการสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	5	1.00	สอดคล้อง
	6	1.00	สอดคล้อง
	7	1.00	สอดคล้อง
	8	1.00	สอดคล้อง
	9	1.00	สอดคล้อง
	10	1.00	สอดคล้อง
	11	1.00	สอดคล้อง
ด้านการประเมินข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์	12	1.00	สอดคล้อง
	13	1.00	สอดคล้อง
	14	1.00	สอดคล้อง

เกณฑ์ : คัดเลือกรายงานประเมินที่มีดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป

จากตาราง 16 ถึงตาราง 19 พบว่าข้อคำถามของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสอดคล้องกับเนื้อหา และมีเกณฑ์คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 36 คะแนน (คะแนนเต็ม 60 คะแนน หรือคิดเป็น 60% ของคะแนนเต็ม) โดยผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่านมีความเห็นว่าข้อคำถามที่ 1 และ 2 ของแบบทดสอบฉบับที่ 1 มีความสอดคล้องแต่ไม่เหมือนกันทั้งหมด (ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 0.67) ส่วนข้อคำถามอื่นผู้เชี่ยวชาญมีความเห็นว่าสอดคล้องเหมือนกันทั้งหมด (ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00) และแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมมีความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตร รายการประเมินของแบบสำรวจรายการมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่านมีความเห็นว่าสอดคล้องเหมือนกันทั้งหมด (ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00) แสดงว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และแบบสำรวจรายการ มีคุณภาพและเหมาะสมที่จะนำไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง

ผลการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน  
จากการทดลองนำร่อง

## ผลการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากการทดลองนำร่อง

ในขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือ ผู้วิจัยได้ทำการทดลองนำร่องเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังสิ้นสุดการทดลองนำร่อง ได้ทำการวิเคราะห์ดังนี้

1. ประเมินความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1.1 คำนวณหาค่าความยากของข้อสอบ ( $p$ ) โดยใช้สูตรดังนี้

$$p = \frac{\text{จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในข้อนั้น}}{\text{จำนวนนักเรียนทั้งหมด}}$$

หมายเหตุ นักเรียนที่ตอบถูก หมายถึง นักเรียนสอบได้ผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัดของข้อสอบข้อนั้น

1.2 คำนวณหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ ( $r$ ) โดยใช้ดัชนีแบรนแนน หรือดัชนีบี ( $B$ ) ซึ่งทำการทดสอบเพียงครั้งเดียวกับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว สูตรดังนี้

$$B = \left( \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2} \right)$$

เมื่อ  $B$  คือ ดัชนีแบรนแนน

$N_1$  คือ จำนวนนักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$N_2$  คือ จำนวนนักเรียนที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัดของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$U$  คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่ม  $N_1$  ที่สอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัดของข้อสอบข้อนั้น

$L$  คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่ม  $N_2$  ที่สอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัดของข้อสอบข้อนั้น

2. หาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้การหาความเชื่อมั่น (Reliability) ตามวิธีของลิฟวิงสตัน (Livingston's Method) มีสูตรดังนี้

$$K^2(X, T_X) = \frac{S^2(r_{XX}) + (\bar{X} - C)^2}{r_{XX} + (\bar{X} - C)^2}$$

เมื่อ  $K^2(X, T_X)$  คือ ความเชื่อมั่นตามวิธีของลิฟวิงสตัน

$S^2, \bar{X}$  คือ ความแปรปรวนและค่าเฉลี่ยของคะแนนที่สอบได้

$r_{XX}$  คือ ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม

$C$  คือ คะแนนจุดตัด

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบอัตนัยแสดงวิธีคิด จึงคำนวณโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's  $\alpha$ -Coefficient) โดยมีสูตรดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right\}$$

เมื่อ  $\alpha$  คือค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม

$k$  คือจำนวนข้อสอบในแบบทดสอบ

$S_i^2$  คือความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

$S_t^2$  คือความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

ตาราง 20 ค่าความยาก ( $p$ ) ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) และความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อคำถาม	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) หรือดัชนีบี ( $B$ )
ฉบับที่ 1 ครอบคลุมเนื้อหาหน่วยที่ 1 ถึง 4		
ข้อที่ 1	0.60	0.38
ข้อที่ 2	0.40	0.57
ข้อที่ 3	0.50	0.71
ข้อที่ 4	0.70	0.53
ข้อที่ 5	0.70	0.53
ข้อที่ 6	0.60	0.38

ตาราง 20 (ต่อ)

ข้อคำถาม	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) หรือดัชนีบี ( $B$ )
ฉบับที่ 2 ครอบคลุมเนื้อหาหน่วยที่ 5 ถึง 7		
ข้อที่ 1	0.60	0.86
ข้อที่ 2	0.50	0.71
ข้อที่ 3	0.60	0.38
ข้อที่ 4	0.70	0.53
ข้อที่ 5	0.60	0.86
ข้อที่ 6	0.70	0.53

เกณฑ์ : คัดเลือกข้อคำถามที่มีค่าความยาก ( $p$ ) ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

ผลการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่าข้อคำถามมีค่าความยากตั้งแต่ 0.40-0.70 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.38-0.86 และความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับตามวิธีของลิฟวิงสตัน เท่ากับ 0.878 แสดงว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีคุณภาพและเหมาะสมที่จะนำไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง

## ภาคผนวก ญ

### ผลคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง และการทดสอบทวินาม

ประกอบด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลจากแหล่งที่มาของข้อมูล ดังนี้

1. ผลการประเมินความสามารถด้านเนื้อหาวัดด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
3. ผลการประเมินพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์วัดด้วยแบบสำรวจรายการ
4. ผลการประเมินเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วยแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์



ผลการประเมินความสามารถด้านเนื้อหา  
วัดด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

**ผลการประเมินความสามารถด้านเนื้อหาของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง  
วัดจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน**

ตาราง 21 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านความสามารถด้านเนื้อหา

นักเรียนคนที่	คะแนนจาก แบบทดสอบฉบับที่ 1 (30 คะแนน)	คะแนนจาก แบบทดสอบฉบับที่ 2 (30 คะแนน)	คะแนนรวม (60 คะแนน)	แปลผล
1	28	25	53	ผ่านเกณฑ์
2	18	18	36	ผ่านเกณฑ์
3	30	26	56	ผ่านเกณฑ์
4	28	25	53	ผ่านเกณฑ์
5	19	22	41	ผ่านเกณฑ์
6	20	16	36	ผ่านเกณฑ์
7	24	24	48	ผ่านเกณฑ์

เกณฑ์ : เกณฑ์คะแนนจุดตัด 36 กล่าวคือถ้านักเรียนได้คะแนนรวมสองส่วนตั้งแต่ 36 คะแนนขึ้นไป จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถด้านเนื้อหา

สำหรับทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา โดยสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัด 36 คะแนน มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ใช้การทดสอบทวินาม

สมมติฐานการทดสอบคือ  $H_0 : p \leq .75$

$H_1 : p > .75$

ตาราง 22 ผลการทดสอบความสามารถด้านเนื้อหา โดยการทดสอบทวินาม

**Binomial Test**

Variables	Groups	Statistics				
		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
ความสามารถด้านเนื้อหา	Group 1	ผ่านเกณฑ์	7	1.00	.75	.133
	Total		7	1.00		

จากตาราง 22 พบว่า Exact Sig. (1-tailed) เท่ากับ .133 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .14$ ) จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา โดยสอบผ่านเกณฑ์คะแนนจุดตัด 36 คะแนน มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถด้านเนื้อหา ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

**ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม**

ตาราง 23 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักเรียนคนที่	การทำความเข้าใจ สถานการณ์ปัญหา (3 คะแนน)	การเลือกใช้กลยุทธ์ในการ แก้สถานการณ์ปัญหา (3 คะแนน)	การค้นหาคำตอบ (3 คะแนน)	$\bar{X}$	แปลผล
1	2.71	2.71	2.64	2.69	ผ่านเกณฑ์
2	2.93	2.57	2.07	2.52	ผ่านเกณฑ์
3	2.79	2.64	2.36	2.60	ผ่านเกณฑ์
4	3.00	2.71	2.36	2.69	ผ่านเกณฑ์
5	3.00	2.79	2.14	2.64	ผ่านเกณฑ์
6	2.00	1.71	1.14	1.62	ผ่านเกณฑ์
7	3.00	2.93	2.57	2.83	ผ่านเกณฑ์

เกณฑ์ : เกณฑ์ 1.5 กล่าวคือถ้านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 1.5 คะแนนขึ้นไป จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ใช้การทดสอบทวินาม

สมมติฐานการทดสอบคือ  $H_0 : p \leq .75$

$H_1 : p > .75$

ตาราง 24 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบทวินาม

**Binomial Test**

Variables	Groups	Statistics				
		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	Group 1	ผ่านเกณฑ์	7	1.00	.75	.133
	Total		7	1.00		

จากตาราง 24 พบว่า Exact Sig. (1-tailed) เท่ากับ .133 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .14$ ) จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

**ผลการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
วัดด้วยแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม**

ตาราง 25 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนคนที่	การวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา (3 คะแนน)	การสร้างข้อสรุปหรือ ข้อความคาดการณ์ (3 คะแนน)	การประเมินข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์ (3 คะแนน)	$\bar{X}$	แปลผล
1	2.71	2.64	2.64	2.67	ผ่านเกณฑ์
2	3.00	2.71	2.14	2.62	ผ่านเกณฑ์
3	2.79	2.64	2.29	2.57	ผ่านเกณฑ์
4	3.00	2.71	2.29	2.67	ผ่านเกณฑ์
5	3.00	2.79	2.07	2.62	ผ่านเกณฑ์
6	2.00	1.79	1.29	1.69	ผ่านเกณฑ์
7	3.00	2.86	2.64	2.83	ผ่านเกณฑ์

เกณฑ์ : เกณฑ์ 1.5 กล่าวคือถ้านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 1.5 คะแนนขึ้นไป จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สำหรับทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ใช้การทดสอบทวินาม

สมมติฐานการทดสอบคือ  $H_0 : p \leq .75$

$H_1 : p > .75$

ตาราง 26 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบทวินาม

**Binomial Test**

Variables	Groups	Statistics				
		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	Group 1	ผ่านเกณฑ์	7	1.00	.75	.133
	Total		7	1.00		

จากตาราง 26 พบว่า Exact Sig. (1-tailed) เท่ากับ .133 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .14$ ) จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 1.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%



ผลการประเมินพฤติกรรมการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์  
วัดด้วยแบบสำรวจรายการ

## ผลการประเมินพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วัดด้วยแบบสำรวจรายการ

สำหรับการประเมินพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ข้อมูลได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม โดยนักเรียนแต่ละคนได้รับการสังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรมที่แตกต่างกันดังนี้

นักเรียนคนที่ 1, 6 และ 7 สังเกตจากกิจกรรมที่ 1.2, 2.2, 3.2, 4.1, 5.2, 6.1 และ 7.2

นักเรียนคนที่ 2, 3, 4 และ 5 สังเกตจากกิจกรรมที่ 1.1, 2.1, 3.1, 4.2, 5.1, 6.2 และ 7.1

ตาราง 27 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักเรียนคนที่	จำนวนรายการที่แสดงออก/จำนวนรายการประเมินทั้งหมด (ร้อยละ)				แปลผล
	การทำความเข้าใจ สถานการณ์ปัญหา	การเลือกใช้กลยุทธ์ในการ แก้สถานการณ์ปัญหา	การค้นหา คำตอบ	รวม	
1	28/28 (100.00)	22/27 (81.48)	25/27 (92.50)	75/82 (91.46)	ผ่านเกณฑ์
2	28/28 (100.00)	22/26 (84.62)	25/26 (96.15)	75/80 (93.75)	ผ่านเกณฑ์
3	28/28 (100.00)	22/26 (84.62)	25/26 (96.15)	75/80 (93.75)	ผ่านเกณฑ์
4	28/28 (100.00)	22/26 (84.62)	25/26 (96.15)	75/80 (93.75)	ผ่านเกณฑ์
5	28/28 (100.00)	22/26 (84.62)	25/26 (96.15)	75/80 (93.75)	ผ่านเกณฑ์
6	28/28 (100.00)	22/27 (81.48)	25/27 (92.50)	75/82 (91.46)	ผ่านเกณฑ์
7	28/28 (100.00)	22/27 (81.48)	25/27 (92.50)	75/82 (91.46)	ผ่านเกณฑ์

เกณฑ์ : ถ้ามีจำนวนรายการที่นักเรียนแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งของจำนวนรายการประเมินทั้งหมด แสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ใช้การทดสอบทวินาม

สมมติฐานการทดสอบคือ  $H_0 : p \leq .75$

$H_1 : p > .75$

ตาราง 28 ผลการทดสอบพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบทวินาม

#### Binomial Test

Variables	Groups	Statistics				
		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	Group 1	ผ่านเกณฑ์	7	1.00	.75	.133
	Total		7	1.00		

จากตาราง 28 พบว่า Exact Sig. (1-tailed) เท่ากับ .133 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .14$ ) จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

## ผลการประเมินพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วัดจากแบบสำรวจรายการ

สำหรับการประเมินพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ข้อมูลได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม โดยนักเรียนแต่ละคนได้รับการสังเกตพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรมที่แตกต่างกันดังนี้

นักเรียนคนที่ 1, 6 และ 7 สังเกตจากกิจกรรมที่ 1.2, 2.2, 3.2, 4.1, 5.2, 6.1 และ 7.2

นักเรียนคนที่ 2, 3, 4 และ 5 สังเกตจากกิจกรรมที่ 1.1, 2.1, 3.1, 4.2, 5.1, 6.2 และ 7.1

ตาราง 29 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้านพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนคนที่	จำนวนรายการที่แสดงออก/จำนวนรายการประเมินทั้งหมด (ร้อยละ)				แปลผล
	การวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา	การสร้างข้อสรุปหรือ ข้อความคาดการณ์	การประเมินข้อสรุป หรือข้อความคาดการณ์	รวม	
1	28/28 (100.00)	36/38 (94.74)	15/19 (78.95)	79/85 (92.94)	ผ่านเกณฑ์
2	28/28 (100.00)	36/38 (94.74)	13/21 (61.90)	77/87 (88.51)	ผ่านเกณฑ์
3	28/28 (100.00)	36/38 (94.74)	13/21 (61.90)	77/87 (88.51)	ผ่านเกณฑ์
4	28/28 (100.00)	36/38 (94.74)	13/21 (61.90)	77/87 (88.51)	ผ่านเกณฑ์
5	28/28 (100.00)	36/38 (94.74)	13/21 (61.90)	77/87 (88.51)	ผ่านเกณฑ์
6	28/28 (100.00)	36/38 (94.74)	15/19 (78.95)	79/85 (92.94)	ผ่านเกณฑ์
7	28/28 (100.00)	36/38 (94.74)	15/19 (78.95)	79/85 (92.94)	ผ่านเกณฑ์

เกณฑ์ : ถ้ามีจำนวนรายการที่นักเรียนแสดงออกเกินครึ่งหนึ่งของจำนวนรายการประเมินทั้งหมด แสดงว่านักเรียนผ่านเกณฑ์พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สำหรับทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ใช้การทดสอบทวินาม

สมมติฐานการทดสอบคือ  $H_0 : p \leq .75$

$H_1 : p > .75$

ตาราง 30 ผลการทดสอบพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบทวินาม

#### Binomial Test

Variables	Groups	Statistics				
		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
พฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	Group 1	ผ่านเกณฑ์	7	1.00	.75	.133
	Total		7	1.00		

จากตาราง 30 พบว่า Exact Sig. (1-tailed) เท่ากับ .133 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .14$ ) จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยผ่านเกณฑ์พฤติกรรมกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีพฤติกรรมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%

**ผลการประเมินเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์  
วัดด้วยแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์**

## ผลการประเมินเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ วัดด้วยแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

สำหรับการประเมินเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แบ่งกลุ่มประเด็นคำถามออกเป็น 3 กลุ่ม มีรายละเอียดดังนี้

1. การเห็นประโยชน์และคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ ได้แก่ข้อคำถามที่ 1, 2, 10, 19, 20, 23, 25, 29
2. ความรู้สึกมั่นใจและมีความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้แก่ข้อคำถามที่ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 15, 17, 18, 21, 24, 26, 27
3. ความใฝ่รู้และการกระตือรือร้นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้แก่ข้อคำถามที่ 4, 12, 13, 16, 22, 28, 30

ตาราง 31 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จากแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

นักเรียนคนที่	เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์				แปลผล
	การเห็นประโยชน์และคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์	ความรู้สึกมั่นใจและมีความสุขในการเรียนรู้คณิตศาสตร์	ความใฝ่รู้และการกระตือรือร้นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์	คะแนนเฉลี่ย	
1	3.75	3.73	3.00	3.57	ผ่านเกณฑ์
2	4.38	4.07	3.43	4.00	ผ่านเกณฑ์
3	4.88	4.93	4.57	4.83	ผ่านเกณฑ์
4	4.38	3.67	3.14	3.73	ผ่านเกณฑ์
5	4.25	4.67	4.29	4.47	ผ่านเกณฑ์
6	4.75	3.20	3.57	3.70	ผ่านเกณฑ์
7	4.50	3.40	3.29	3.67	ผ่านเกณฑ์

เกณฑ์ : เกณฑ์ 3.5 กล่าวคือถ้านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยตั้งแต่ 3.5 ขึ้นไป จะถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

สำหรับทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 3.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ใช้การทดสอบทวินาม

สมมติฐานการทดสอบคือ  $H_0 : p \leq .75$

$H_1 : p > .75$

ตาราง 32 ผลการทดสอบเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยการทดสอบทวินาม

#### Binomial Test

Variables	Groups	Statistics				
		Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์	Group 1	ผ่านเกณฑ์	7	1.00	.75	.133
	Total		7	1.00		

จากตาราง 32 พบว่า Exact Sig. (1-tailed) เท่ากับ .133 ซึ่งน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด ( $\alpha = .14$ ) จึงปฏิเสธ  $H_0$  นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี โดยได้คะแนนเฉลี่ยผ่านเกณฑ์ 3.5 มากกว่าร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .14

นั่นคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงที่เรียนหลักสูตรทฤษฎีกราฟ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี ที่ระดับความเชื่อมั่น 86%



ภาคผนวก ก  
ตัวอย่างผลงานนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ประกอบด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลจากแหล่งที่มาของข้อมูล ดังนี้

1. ตัวอย่างผลงานจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
2. ตัวอย่างผลงานจากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม

ตัวอย่างผลงานจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

**หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์**

1. โรงงานผลิตแท่งเหล็กทรงตันแห่งหนึ่ง ต้องการสร้างบล็อกในการหล่อเหล็กที่มีขนาดต่างๆ กัน เนื่องจากค่าใช้จ่ายในการสร้างบล็อกหล่อเหล็กมีราคาค่อนข้างสูง โรงงานจึงสั่งทำเฉพาะบล็อกที่หล่อเหล็กให้มีปริมาตร 5 และ 7 ลูกบาศก์หน่วย ยากทราบลูกค้าสามารถสั่งซื้อแท่งเหล็กปริมาตรเท่าใดได้บ้าง โรงงานจึงจะสามารถผลิตได้ทุกขนาดตามที่ลูกค้าต้องการ พร้อมทั้งพิสูจน์ให้เห็นจริง

นั่นคือ เราต้องทราบค่าของ  $n$  ที่หาตัวที่ทำให้  $n$  มีตัวหารลงตัว  $x_n, y_n$  ซึ่ง  $n = 5x_n + 7y_n$

พิจารณากรณี  $1 \leq n \leq 26$

ขนาดค่า  $n$  ที่พบได้ทั้งหมด เท่ากับ 5, 7, 10, 12, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 24, 25  $n = 26$

นั่นคือ  $5 = 5 \cdot 1, 7 = 7 \cdot 1, 10 = 5 \cdot 2, 12 = 5 \cdot 1 + 7 \cdot 1, 14 = 7 \cdot 2, 15 = 5 \cdot 3, 17 = 5 \cdot 2 + 7 \cdot 1, 19 = 5 \cdot 1 + 7 \cdot 2, 20 = 5 \cdot 4,$

$21 = 7 \cdot 3, 22 = 5 \cdot 3 + 7 \cdot 1, 24 = 5 \cdot 2 + 7 \cdot 2, 25 = 5 \cdot 5$   $n = 26 = 5 \cdot 1 + 7 \cdot 3$

พิจารณากรณี  $n \geq 27$

ให้  $P(n)$  แทนข้อความ สหพัทธ์  $x_n, y_n$  ที่ทำให้  $n = 5x_n + 7y_n$  ถูกต้อง  $n \geq 27$

ขั้นแรก พิสูจน์  $P(27)$

เลือก  $x_{27} = 4$   $n = y_{27} = 1$  ... ..

นั่นคือ  $27 = 5 \cdot 4 + 7 \cdot 1 = 5x_{27} + 7y_{27}$  เป็นจริง

นั่นคือ  $P(27)$  เป็นจริง

ขั้นต่อไป ให้  $k$  เป็นจำนวนเต็ม  $k \geq 27$

สมมติว่า  $P(k)$  เป็นจริง

นั่นคือ สหพัทธ์  $x_k, y_k$  ที่ทำให้  $k = 5x_k + 7y_k$

กรณีที่ 1 :  $y_k \geq 2$

เลือก  $k+1 = 5(x_k+3) + 7(y_k-2)$

เลือก  $x_{k+1} = x_k+3 \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$   $n = y_{k+1} = y_k-2 \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$

นั่นคือ  $x_{k+1}, y_{k+1} \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  ที่ทำให้  $k+1 = 5x_{k+1} + 7y_{k+1}$

กรณีที่ 2 :  $y_k \leq 1$

เลือก  $k = 5x_k + 7y_k$   $\Rightarrow 5x_k = k - 7y_k \geq 27 - 7(1) = 20$   $\Rightarrow x_k \geq 4$

นั่นคือ  $k+1 = 5(x_k-4) + 7(y_k+3)$

เลือก  $x_{k+1} = x_k-4 \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$   $n = y_{k+1} = y_k+3 \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$

นั่นคือ  $x_{k+1}, y_{k+1} \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  ที่ทำให้  $k+1 = 5x_{k+1} + 7y_{k+1}$

นั่นคือ  $P(k+1)$  เป็นจริง

โดยนัย (P) จึงเป็นจริงสำหรับ  $n$  ใดๆ  $P(n)$  เป็นจริงสำหรับ  $n \geq 27$

นั่นคือ เราสามารถผลิตแท่งเหล็ก 5, 7, 10, 12, 14, 15, 17, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26  $n = 26$   $n$  ลูกบาศก์หน่วย  $n \geq 27$   $n$  ลูกบาศก์หน่วย

ภาพประกอบ 12 การแสดงวิธีการหาคำตอบโดยใช้การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

หน่วยที่ 1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลและวิธีพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1. โรงงานผลิตแท่งเหล็กทรงตันแห่งหนึ่ง ต้องการสร้างบล็อกในการหล่อเหล็กที่มีขนาดต่างๆ กัน เนื่องจากค่าใช้จ่ายในการสร้างบล็อกหล่อเหล็กมีราคาค่อนข้างสูง โรงงานจึงสั่งทำเฉพาะบล็อกที่หล่อเหล็กให้มีปริมาตร 5 และ 7 ลูกบาศก์หน่วย อยากรทราบลูกค้าสามารถสั่งซื้อแท่งเหล็กปริมาตรเท่าใดได้บ้าง โรงงานจึงจะสามารถผลิตได้ทุกขนาดตามที่ลูกค้าต้องการ พร้อมทั้งพิสูจน์ให้เห็นจริง

สามารถซื้อได้ทุกขนาด ยกเว้น  $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 18, 23$

มีสูตร มวลของ  $5, 7, 10, 12, 14, 19, 21, 26, 28, 33$

พิจารณา  $5 + 2\alpha = 10\alpha$   
 $(\alpha \in \mathbb{Z}^+)$   
 ดังนั้น สามารถทำเหล็กได้ทุกขนาดที่เป็น  $10\alpha +$  สมาชิกของ A

$A = \{5, 7, 10, 12, 14, 19, 21, 26, 28, 33\}$   $10 =$  สมาชิกของ A ด้วย  
 $\therefore$  จะยกเว้นแค่ที่

$1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 18, 23$   
 ขนาดที่น้อยที่สุดที่  
 \* 60 ก็ผลิตได้ #

ภาพประกอบ 13 การแสดงวิธีการหาคำตอบโดยการแจกแจงคำตอบ แต่ให้เหตุผลไม่เพียงพอ

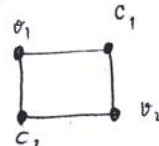
หน่วยที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟ

2.1 นักสำรวจสองคนเดินทางไปป่าดงดิบแอฟริกาใต้ เพื่อศึกษาพฤติกรรมและลักษณะของแหล่งที่อยู่ของลิงอูรังอุตัง แต่ไม่ได้แจ้งให้เจ้าหน้าที่ท้องถิ่นทราบอย่างเป็นทางการ และได้ว่าจ้างพรานป่าซึ่งเป็นคนพื้นเมือง เพื่อนำทางในการเดินทางสำรวจ 2 คน ในระหว่างการเดินทางสำรวจต้องมีการโดยสารเรือเพื่อข้ามไปยังอีกฝั่งหนึ่งของแม่น้ำ โดยเรือสามารถรับน้ำหนักได้มากที่สุด 2 คน แต่มีสิ่งหนึ่งที่เขาทิ้งสองคนกังวล คือคนพื้นเมืองบางเผ่าที่นี่ยังมีพฤติกรรมการกินเนื้อคนอยู่ จึงทำให้พวกเขาคิดว่าในระหว่างการโดยสารเรือเพื่อข้ามไปยังอีกฝั่งของแม่น้ำ ต้องไม่ให้เกิดกรณีที่พรานป่า 2 คนนั้นอยู่กับใครคนใดคนหนึ่ง เพราะอาจทำให้เกิดเรื่องน่าเศร้าขึ้นได้ นักเรียนคิดว่าจะมีวิธีการอย่างไร ในการโดยสารเรือเพื่อข้ามไปยังอีกฝั่งของแม่น้ำ โดยให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของนักสำรวจ เมื่อกำหนดให้  $v$  แทนพรานป่า  $c$  แทนนักสำรวจ และ  $B$  แทนเรือ

ให้  $v_1, v_2$  แทนพรานป่าที่ 1, 2 ตามลำดับ  
 $c_1, c_2$  แทนนักสำรวจที่ 1, 2 ตามลำดับ

ให้  $v$  และ  $c$  อยู่ฝั่งซ้าย และ  $B$  อยู่ฝั่งขวา และ  $v_1, v_2$  อยู่ฝั่งซ้าย และ  $c_1, c_2$  อยู่ฝั่งขวา

กำหนดสถานะเริ่มต้น



วิธีคิด

สถานะ	ฝั่งซ้าย	ฝั่งขวา
สถานะ 0	$v_1, v_2, c_1, c_2$	
สถานะ 1	$v_1, v_2$	$c_1, c_2$
สถานะ 2	$v_1, v_2, c_1$	$c_2$
สถานะ 3	$c_1$	$v_1, v_2, c_2$
สถานะ 4	$c_1, c_2$	$v_1, v_2$
สถานะ 5		$v_1, v_2, c_1, c_2$

ภาพประกอบ 14 การตีความโจทย์ไม่ถูกต้อง

2.2 จงพิสูจน์ว่า ลำดับดีกรี  $d_1, d_2, \dots, d_n$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟ ก็ต่อเมื่อ  $n-d_1-1, n-d_2-1, \dots, n-d_n-1$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟ พร้อมทั้งพิจารณาว่าลำดับดีกรี  $(6,5,5,4,3,2,1)$  และ  $(7,5,4,4,4,3,2,1)$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟหรือไม่ ถ้าเป็นจงสร้างกราฟที่สมนัยกับลำดับดีกรีดังกล่าว

สมมติให้ ลำดับดีกรี  $(d_1, d_2, \dots, d_n)$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟ ที่มีอันดับ  $n$  ในกราฟ  $G$ .  
 ให้  $d_i$  เป็นอันดับของจุดยอด  $u_i$  โดย  $i \in \{1, 2, \dots, n\}, i \in \mathbb{N}$   
 โดย  $(n-1)-d_1$  คือ ลำดับดีกรีของจุดยอด  $u_1$  ใน  $\bar{G}$   
 $(n-1)-d_2 \longleftarrow u_2$  ใน  $\bar{G}$   
 $\vdots$   
 $(n-1)-d_n \longleftarrow u_n$  ใน  $\bar{G}$   
 $\therefore \bar{G}$  เป็นกราฟที่มี  $V(\bar{G}) = V(G)$  และ  $E(\bar{G}) = E(G)$   
 ซึ่งผลที่ได้ จะได้ ลำดับดีกรี  $(n-d_1-1, n-d_2-1, \dots, n-d_n-1)$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟ  $\bar{G}$   
 ดังนั้น ลำดับ  $(n-d_1-1, n-d_2-1, \dots, n-d_n-1)$  เป็นลำดับดีกรีเชิงกราฟ.

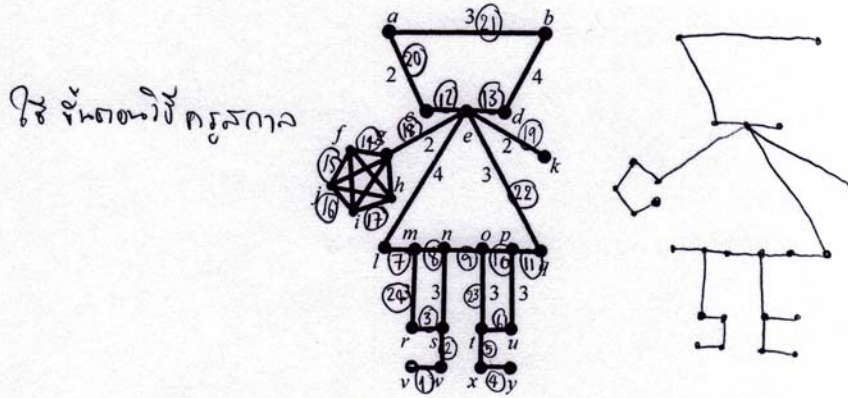
ภาพประกอบ 15 การแสดงวิธีการหาคำตอบไม่ครบถ้วนทุกกรณี

หน่วยที่ 3 ทรี และกราฟไบพาร์ไทต์

3. จากกราฟที่มีน้ำหนัก  $G$  ที่กำหนดให้ (เส้นเชื่อมที่ไม่ได้ระบุน้ำหนักให้มีค่าเท่ากับ 1)

3.1 สร้างทรีแผ่ที่น้อยสุดของกราฟ  $G$  โดยใช้ขั้นตอนวิธีของครุสกาล หรือขั้นตอนวิธีของพริม (เขียนหมายเลขแสดงลำดับการเลือกเส้นเชื่อม) พร้อมทั้งระบุน้ำหนักน้อยสุดดังกล่าว

3.2 หาจำนวนทรีแผ่ตัวของกราฟที่รองรับกราฟ  $G$



น้ำหนักน้อยสุด = 35

$$\begin{aligned}
 &= \tau(\text{รูปสี่เหลี่ยม}) \times \tau(\text{จุด}) = 5 \times \tau(K_5) \times \tau(\text{รูปสามเหลี่ยม}) \\
 &= 5 \times 5^3 \times \tau(\text{เส้นเชื่อม}) \times \tau(\text{เส้นเชื่อม}) \times \tau(\text{รูปสามเหลี่ยม}) \\
 &= 625 \times \left( \tau(\text{รูปสามเหลี่ยม}) + \tau(\text{รูปสี่เหลี่ยม}) \right) \\
 &= 625 \times \left( \tau(\text{รูปสี่เหลี่ยม}) + \tau(\text{รูปสามเหลี่ยม}) + \tau(\text{จุด}) \times \tau(\text{จุด}) \right) \\
 &= 625 \times \left( 11 + \tau(\text{จุด}) \times \tau(\text{รูปสี่เหลี่ยม}) + \left( \tau(\text{รูปสี่เหลี่ยม}) + \tau(\text{จุด}) \right) \times 3 \right) \\
 &= 625 \times \left( 11 + 3 \times 8 + \left( 8 + \tau(\text{จุด}) \times \tau(\text{จุด}) \right) \times 3 \right) \\
 &= 625 \times \left( 35 + (8 + 3 \times 5) \times 3 \right) \\
 &= 625 \times (35 + 23 \times 3) = 625 \times 104 = 68,120
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 16 การเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบที่บกพร่องบางประการ

หน่วยที่ 4 กราฟออยเลอร์เวียน และกราฟแฮมิลโทเนียน

5.1 ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงปรกติดีกรี  $r$  อันดับ  $n$  ที่ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เวียน จงพิสูจน์ว่า ถ้า  $\bar{G}$  เป็นกราฟเชื่อมโยง แล้ว  $\bar{G}$  เป็นกราฟออยเลอร์เวียน

5.2 จงพิจารณาว่า มีกราฟ  $H$  ที่มีอันดับ  $2k, k \geq 3$  และมีขนาด  $m = k^2 + k - 2$  ที่ไม่เป็นกราฟแฮมิลโทเนียน โดยมีจุดยอด  $k$  จุด ที่มีดีกรี  $k$  และจุดยอด  $k-2$  จุด ที่มีดีกรี  $k+1$  หรือไม่ เพราะเหตุใด

แนวข้อสอบที่ 1

แนวข้อสอบที่ 2

5.1) ให้  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงปรกติดีกรี  $r$  อันดับ  $n$

$\therefore G$  ไม่เป็นกราฟออยเลอร์เวียน  $\therefore$  ดีกรีของจุดยอดไม่เป็นจำนวนคู่ทั้งหมด

แต่  $G$  มีดีกรีของแต่ละจุดยอดเท่ากันหมด

$\therefore G$  มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ คือ  $n$  เป็นจำนวนคู่

$$\text{ผลรวมดีกรีของ } \bar{G} = n(n-1) - n(r)$$

$\hookrightarrow$  กราฟบริบูรณ์  $K_n$

$$= n^2 - n - nr$$

$$= n(n-1-r)$$

$r$  เป็นเลขคู่ในรูป  $2k+1, k \in \mathbb{I}$

$$= n(n-1-2k-1)$$

$$= n(n-2k-2)$$

$$= n^2 - 2kn - 2n$$

$$\therefore \text{ผลรวมดีกรี} = n^2 - 2kn - 2n$$

$$= n^2 - 2(kn+n)$$

เป็นเลขคู่ เป็นจำนวนคู่ ( $k$  และ  $n \in \mathbb{I}$ )

$\therefore$  ถ้า  $\bar{G}$  เป็นกราฟเชื่อมโยง แล้ว  $\bar{G}$  เป็นกราฟออยเลอร์เวียน

ภาพประกอบ 17 การนำทฤษฎีบทมาใช้โดยขาดความเข้าใจ



5.2. (a) ให้  $H$  เป็นกราฟที่มี  $n$  โหนด

ให้  $H$  เป็นกราฟที่มี  $2k, k \geq 3$  โหนด  $m = k^2 + k - 2$

$$V(H) = \{v_1, v_2, \dots, v_k, v_{k+1}, \dots, v_{2k-2}, v_{2k-1}, v_{2k}\}$$

$$\deg(v_1) = \dots = \deg(v_k) = k, \quad \deg(v_{k+1}) = \dots = \deg(v_{2k-2}) = k+1$$

ดังนั้น  $k^2 + (k-2)(k+1) + \deg(v_{2k-1}) + \deg(v_{2k}) = \sum_{i=1}^{2k} \deg(v_i) = 2m = 2(k^2 + k - 2)$

$$\deg(v_{2k-1}) + \deg(v_{2k}) = 3k - 2$$

นั่น  $\deg(v_{2k-1}) < k-1$

ถ้า  $\deg(v_{2k}) = 3k - 2 - \deg(v_{2k-1}) > 3k - 2 - k + 1 = 2k - 1$  ขัดแย้ง

นั่น  $\deg(v_{2k-1}) \geq k-1$  ดังนั้น  $\deg(v_{2k}) \geq k-1$

นั่น  $\deg(v_{2k-1}) \leq \deg(v_{2k})$

นั่น  $\deg(v_{2k-1}) \geq k$

นั่น  $\deg(v) \geq b = \frac{2k}{2}$  ทุก  $v \in V(G)$

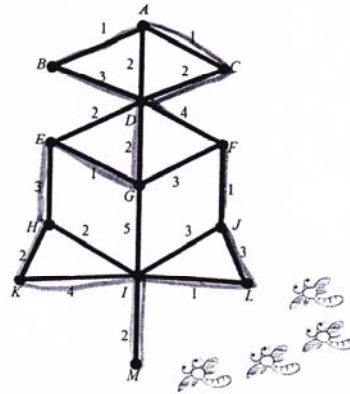
นั่น  $G$  เป็นกราฟที่มี  $n$  โหนด  $m$  ขอบ

นั่น  $\deg(v_{2k-1}) = k-1$  ถ้า  $\deg(v_{2k}) = 2k-1$

?

ภาพประกอบ 18 การเขียนบทพิสูจน์ที่ไม่ครบทุกกรณี

6. งานเทศกาลสัตว์ปีกสวยงาม แบ่งบริเวณการจัดแสดงออกเป็นหลายส่วน สำหรับส่วนจัดแสดงแมลงปอนานาพันธุ์ เป็นบริเวณเปิดขนาดใหญ่ มีเส้นทางการเดินชมดังรูป จุดยอดแต่ละจุดแทนจุดประชาสัมพันธ์ และนำหน้กับบนเส้นเชื่อมแทน ระยะทางระหว่างแต่ละจุดประชาสัมพันธ์ (หน่วย: ×100 เมตร)



ผู้เข้าชมการจัดแสดงจะลงทะเบียนที่จุด A จากนั้นจะเข้าชมงานตามทางเดินที่จัดแสดง ถ้านักเรียนเป็นเจ้าหน้าที่ประชาสัมพันธ์ของส่วนจัดแสดงดังกล่าว นักเรียนจะให้คำแนะนำแก่ผู้เข้าชมงานอย่างไร เพื่อให้ผู้เข้าชมงานสามารถชมการจัดแสดงได้ครบทุกเส้นทางที่จัดแสดง และกลับออกมาที่จุด A โดยที่มีระยะทางในการเดินชมน้อยที่สุด จงเขียนเส้นทางดังกล่าว

ใจหทัยต่อมในนครวิจิตร แอมลโกเนอแห่งสวนรวงน้ำนนักน้อยที่สุก

ผู้เข้าชมในนครเสนาชม ๘๐

A, B, D, ๖, E, H, K, I, M, I, L, J, F, D, C, A

รวมระยะทาง 3200 เมตร หรือ 3.2 km.

ภาพประกอบ 19 การตีความไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์

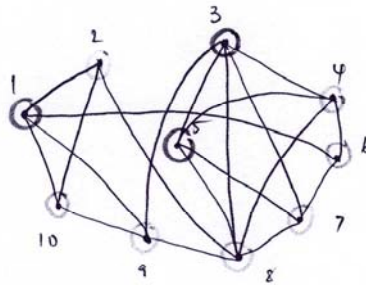
1. ภาครัฐชอบการเลี้ยงงูมากเป็นพิเศษ เขาต้องการเลี้ยงงูทั้งหมด 10 สายพันธุ์ แต่งูบางสายพันธุ์ไม่สามารถอยู่ในบริเวณเดียวกันได้ เนื่องจากมีลักษณะเป็นผู้ล่าและเหยื่อ หรือมีพฤติกรรมชอบอยู่ร่วมกับสายพันธุ์เดียวกันเท่านั้น ดังนั้นเขาจึงต้องจัดหาถ้ำมาเพื่อเลี้ยงงูทั้ง 10 สายพันธุ์ โดยงูที่ไม่สามารถอยู่ร่วมกันจะแทนด้วย ☼ มีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

สายพันธุ์	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		☼				☼			☼	☼
2	☼							☼		☼
3				☼	☼		☼	☼	☼	
4			☼		☼	☼		☼		
5			☼	☼			☼	☼		
6	☼			☼			☼			
7			☼	☼	☼	☼		☼		
8		☼	☼	☼	☼		☼		☼	
9	☼		☼					☼		☼
10	☼	☼							☼	

จงแสดงวิธีการโดยละเอียดในการหาจำนวนถ้ำที่น้อยที่สุดที่ใช้ในการเลี้ยงงู โดยที่งูแต่ละชนิดสามารถอาศัยอยู่ในถ้ำได้อย่างปลอดภัย พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจัดแบ่งงูทั้ง 10 สายพันธุ์ลงในถ้ำดังกล่าว

สามารถแปลงปัญหาเป็นกราฟได้ดังนี้

โหนดของกราฟแทนงูสายพันธุ์ เส้นเชื่อมแทนการที่งูสองตัวกินกัน



ปัญหามีสองส่วนให้สีแก่จุดของกราฟโดยจุดประชิดห้ามใช้สีเหมือนกัน และใช้สีให้น้อยที่สุด  
 โหนดของ 1 เป็นจุดของเริ่มสีอื่นแรกที่ทาสี (มีสีใกล้เคียง)  
 จุดของทาสีสีอื่นกับ 1 ได้สี 2, 10  
 โหนดของ 3 ทาสีสีอื่นกับ 1 จุดของทาสีสีอื่นกับจุดของ 3 คือ 1  
 ในจำนวนสีอื่นสี เมื่อทาสีสีใหม่ที่จุดของ 1 จุดที่ทาสีสีอื่นกับได้สี 2, 7, 9  
 ∴ เหลือจุดของ 5 ที่ต้องทาสีสีอื่น

∴ ตัวอย่างการจัดงูเข้าถ้ำมีดังนี้

- ถ้ำที่ 1      งูชนิด      1, 3
- ถ้ำที่ 2      งูชนิด      6, 8, 10
- ถ้ำที่ 3      งูชนิด      2, 4, 7, 9
- ถ้ำที่ 4      งูชนิด      5

ใช้ 4 ถ้ำ

๓๒๖

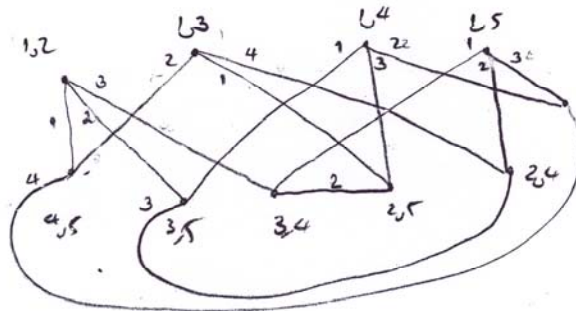
2. ในการแข่งขันกีฬาชนิดหนึ่ง มีผู้เล่น 5 คน ซึ่งต้องแข่งขันเป็นทีม ทีมละ 2 คน และมีเงื่อนไขเพิ่มเติมคือ ผู้เล่นแต่ละคนจะต้องจับคู่เป็นทีมกับผู้เล่นที่เหลือทุกคน และทุกทีมต้องแข่งขันแบบพบกันหมด และในหนึ่งวันจะไม่มีทีมใด (ผู้เล่นคู่ใด) แข่งขันกับทีมอื่นมากกว่า 1 ทีม

จงแสดงวิธีการโดยละเอียดในการหาจำนวนวันที่น้อยที่สุดสำหรับการแข่งขันกีฬาครั้งนี้จนเสร็จสมบูรณ์ พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจัดแบ่งทีมการแข่งขันที่สอดคล้องกับจำนวนวันสำหรับการแข่งขันดังกล่าว

แปลงปัญหานี้เป็นการจับคู่ผู้เล่น 5 คน ซึ่งต้องแข่งขันเป็นทีม ทีมละ 2 คน และมีเงื่อนไขเพิ่มเติมคือ ผู้เล่นแต่ละคนจะต้องจับคู่เป็นทีมกับผู้เล่นที่เหลือทุกคน และทุกทีมต้องแข่งขันแบบพบกันหมด และในหนึ่งวันจะไม่มีทีมใด (ผู้เล่นคู่ใด) แข่งขันกับทีมอื่นมากกว่า 1 ทีม

เลขคู่ 10 และ 5 คน จับคู่ได้เป็น 10 คู่

จำนวนทีมทั้งหมด  $\binom{5}{2} = 10$  ทีม



ตัวอย่างการหาจำนวนวันที่น้อยที่สุดในการแข่งขันแบบพบกันหมด โดยผู้เล่นแต่ละคนต้องจับคู่กับผู้เล่นที่เหลือทุกคน

พิจารณาจุดยอดทุกจุดของกราฟนี้ จากทฤษฎีบทที่ 1 จำนวนสีของกราฟคือ 3 หรือ 4 สีเท่านั้น

เลขคู่ของกราฟ  $m = 15$

$n = 10$

$k = 3$

เลข  $m > \binom{n-1}{2} k$

ดังนั้นได้ว่า จำนวนวันที่ใช้โดยน้อยคือ 4 วัน

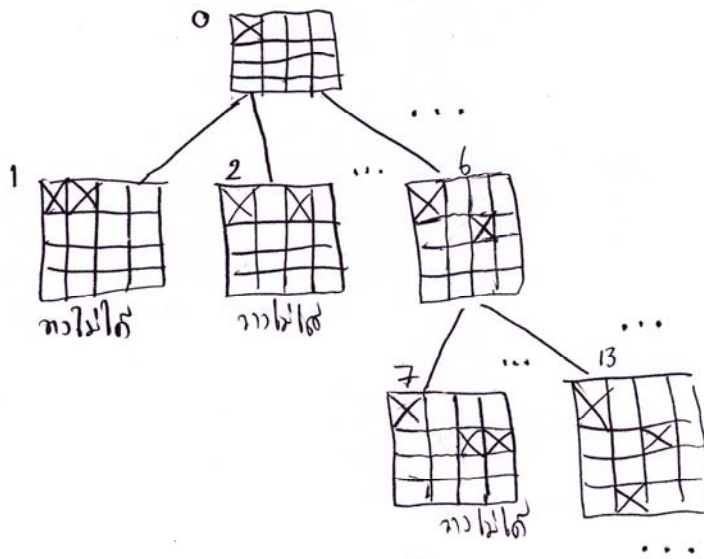
โดยสามารถแบ่งออกเป็น 4 วัน ดังนี้  $\{(1,2), (4,5)\}, \{(1,3), (2,5)\}, \{(1,4), (3,5)\}, \{(1,5), (2,4)\}, \{(2,3), (4,5)\}, \{(1,3), (4,5)\}, \{(1,4), (2,5)\}, \{(1,5), (2,3)\}, \{(2,4), (3,5)\}, \{(2,3), (4,5)\}, \{(1,2), (3,4)\}, \{(1,4), (2,5)\}, \{(1,5), (2,3)\}, \{(2,4), (3,5)\}$  ซึ่งสอดคล้องกับจำนวนวันที่น้อยที่สุด

ภาพประกอบ 21 การขาดความครบถ้วนในการตรวจสอบเงื่อนไขของทฤษฎีบท

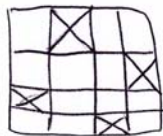
3.1 ในเกมหมากรุกนั้น ตัวควีน (ราชินี)  $Q$  สามารถเคลื่อนที่บนกระดานหมากรุกไปอยู่ตำแหน่งใดก็ได้ทั้งในแนวตั้งฉาก แนวนอน และแนวทแยงมุม โดยที่  $Q$  จะโจมตีผู้เล่นทุกตัวที่อยู่ในแนวการเคลื่อนที่ของ  $Q$  ความท้าทายคือ การวางควีนจำนวน  $n$  ตัว ลงบนกระดานหมากรุกขนาด  $n \times n$  ที่ว่าง โดยที่ไม่มีควีนสองตัวใดๆ อยู่ในแนวการเคลื่อนที่ของกันและกัน

นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ขั้นตอนวิธีการค้นหาตามแนวลึก (DFS) ในการแสดงแนวทางการหาคำตอบในการวางควีนจำนวน 4 ตัว ลงบนกระดานหมากรุกขนาด  $4 \times 4$  ได้หรือไม่อย่างไร

ได้โดยทดลองวางควีนหนึ่งทีละตัว เมื่อพบว่าไม่สามารถวางได้ แล้ว ถัดมาอีก เพื่อหาวิธีวางกันแบบอื่น วิธีนี้ เป็นวิธีค้นหาตามแนวลึก (DFS)

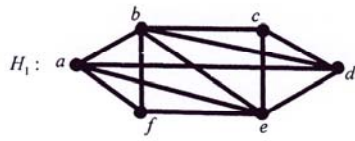


ต.บ. การวางควีน 4 ตัว ในตาราง  $4 \times 4$

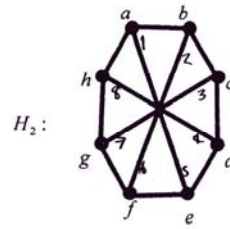
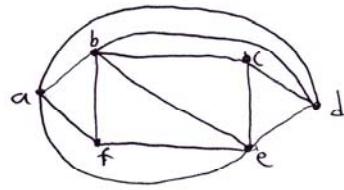


ภาพประกอบ 22 การเขียนแสดงการนำขั้นตอนวิธีการค้นหาตามแนวลึกมาใช้ได้อย่างดีเยี่ยม

3.2 กราฟต่อไปนี้ เป็นกราฟเชิงระนาบหรือไม่ ถ้าเป็นให้เขียนกราฟระนาบของกราฟดังกล่าว ถ้าไม่ จงอธิบายเหตุผลประกอบโดยละเอียด



$H_1$  เป็นกราฟเชิงระนาบ



$H_2$  ไม่เป็นกราฟเชิงระนาบ

มีทฤษฎีบทที่กล่าวไว้ว่า กราฟเชิงระนาบที่มีจำนวนจุดยอด  $n$  จุด จะต้องมีจำนวนขอบไม่เกิน  $3n - 6$  สำหรับ  $n \geq 3$

$\therefore$

$K_8$   
ใช้ 8 จุดในกราฟ  
ระนาบคือกราฟ  
 $\chi(8) > 2$

ภาพประกอบ 23 การนำแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีบทมาใช้ไม่ถูกต้อง

4. การจัดแสดงภาพเขียนนานาชาติผู้จัดงานต้องการแบ่งห้องจัดแสดงภาพเขียนออกเป็น 9 ห้อง คือ  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$  โดยให้แต่ละห้องมีตำแหน่งของห้องจัดแสดงภาพเขียนดังต่อไปนี้

ห้องจัดแสดง	ต้องการให้มีผนังด้านใดด้านหนึ่งอยู่ติดกับห้องจัดแสดง
$a$	$b, d, i$ ✓
$b$	$a, c, e$ ✓
$c$	$b, d, e, f, h$ ✓
$d$	$a, c, h$ ✓
$e$	$b, c, f, i$ ✓
$f$	$c, e, g$ ✓
$g$	$f, h, i$ ✓
$h$	$c, d, g, i$ ✓
$i$	$a, e, g, h$ ✓

- 4.1 จงเขียนกราฟ  $G$  ที่สมนัยกับปัญหาดังกล่าว
- 4.2 จงหาวัฏจักรแฮมิลโทเนียน  $C$  ของกราฟ  $G$  และเขียนกราฟ  $G_1$  จากกราฟ  $G$  โดยเขียนเส้นเชื่อมที่ไม่อยู่บน  $C$  ให้อยู่ภายในและเส้นเชื่อมในวัฏจักร  $C$  อยู่ภายนอก
- 4.3 เขียนกราฟไขว้  $H$  ของกราฟ  $G_1$  พร้อมทั้งหา  $\chi(H)$
- 4.4 ใช้ผลจากข้อ 4.3 เขียนกราฟ  $G_2$  จากกราฟ  $G_1$  โดยให้มีเส้นเชื่อมติดกันน้อยสุดเท่าที่จะเป็นไปได้ พร้อมทั้งเขียนแผนผังแสดงการจัดแบ่งห้องที่สอดคล้องกับข้อมูลดังกล่าว

i.1

i.2 วัฏจักรแฮมิลโทเนียน  $C$  คือ  $a, b, c, d, h, g, f, e, i, a$   
 กราฟ  $G_1$

i.3  $H$ :

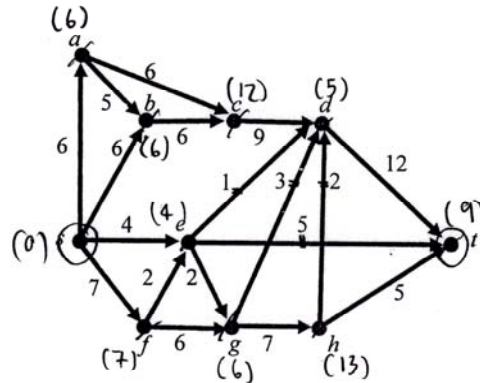
จงได้ว่า  $\chi(H) = 3$

4.4  $G_2$ :

(แผนผังแสดงการจัดแบ่งห้อง)

ภาพประกอบ 24 การเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบที่ยังขาดความครบถ้วนบางประการในการให้เหตุผล

5. นักโบราณคดีได้ขุดค้นพบการวางระบบชลประทานของมนุษย์ในยุคโบราณ ซึ่งคาดว่าจะมีจุดจ่ายน้ำจากตำแหน่ง (s) และไหลไปยังตำแหน่ง (t) หลังจากสำรวจข้อมูลโดยละเอียดแล้วสามารถประมาณปริมาณน้ำ (หน่วย: ลูกบาศก์หน่วย) ที่สามารถไหลผ่านในแต่ละร่องน้ำและมีทิศทางการไหลของน้ำ แสดงดังในข่ายงาน N ดังต่อไปนี้



5.1 จงใช้ขั้นตอนวิธีของไดคัสตรา ในการแสดงวิธีการหาระยะทางจากจุดยอด s ไปยังจุดยอดอื่นๆ ในข่ายงาน

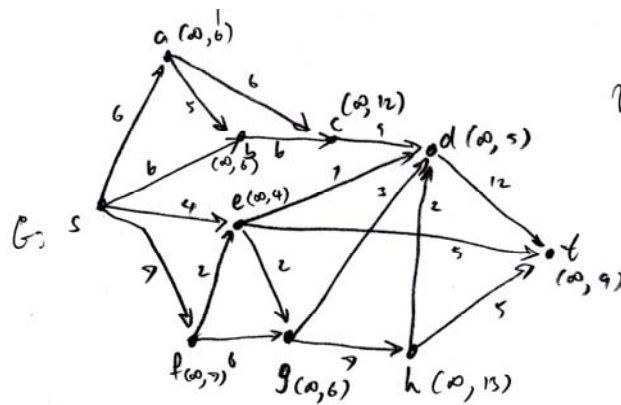
5.2 จงแสดงวิธีการในหาการไหลมากที่สุดที่ส่งในข่ายงาน N พร้อมทั้งระบุส่วนตัดน้อยที่สุดของข่ายงานดังกล่าว

5.1)

$d(s) = 0$ $d$ ถูกจัดที่ $s$ เป็น $\infty$ $T = \{s, a, b, c, d, e, f, g, h, t\}$ $d_{min} = d(s) = 0$ $N(s) = \{a, b, c, f\}$ $d(a) > d(s) + 6 \quad d(a) = d(s) + 6$ $d(b) > d(s) + 6 \quad d(b) = d(s) + 6$ $d(e) > d(s) + 4 \quad d(e) = d(s) + 4$ $d(f) > d(s) + 7 \quad d(f) = d(s) + 7$ <hr/> $T = \{a, b, c, d, e, f, g, h, t\}$ $d_{min} = d(e) = 4$ $N(e) = \{d, t, g\}$ update $d(d) = 5 \quad d(t) = 9 \quad d(g) = 6$ <hr/> $T = \{a, b, c, d, f, g, h, t\}$ $d_{min} = d(d) = 5$ $N(d) = \{t\}$ <hr/> $T = \{a, b, c, f, g, h, t\}$ $d_{min} = d(a) = 6$	$N(a) = \{b, c\}$ update $c = 12$ <hr/> $T = \{b, c, f, g, h, t\}$ $d_{min} = d(b) = 6$ $N(b) = \{c\}$ <hr/> $T = \{c, f, g, h, t\}$ $d_{min} = d(g) = 6$ $N(g) = \{h\}$ update $h = 13$ <hr/> $T = \{c, f, h, t\}$ $d_{min} = d(f) = 7$ $N(f) = \{t\}$ <hr/> $T = \{c, h, t\}$ $d_{min} = d(t) = 9$ $N(t) = \{t\}$ <hr/> $T = \{c, h\}$ $d_{min} = d(c) = 12$ $N(c) = \{c\}$	$T = \{t\}$ $d_{min} = d(t) = 13$ $N(t) = \{t\}$ รวมความจุที่ไหล = 9 หน่วย $s, e, t$
--	--	--

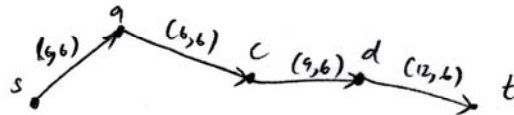
ภาพประกอบ 25 การเขียนแสดงวิธีการและให้เหตุผลของคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์





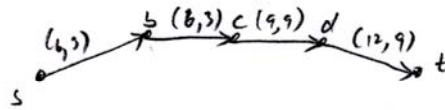
- ได้
- $d(s) = 0$
  - $d(a) = 6$
  - $d(b) = 6$
  - $d(c) = 12$
  - $d(d) = 5$
  - $d(e) = 4$
  - $d(f) = 7$
  - $d(g) = 6$
  - $d(h) = 13$
  - $d(t) = 9$

5.2) ① เลือกวิถี  $s, a, c, d, t$  จะได้มีไหลเต็ม



=> เส้นทาง = 9 ไม่ไหลเต็มทั้ง  
กรณีอื่น มีไหล = มากน้อย

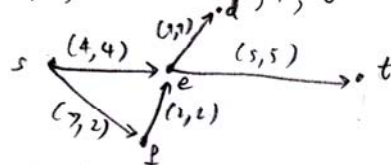
② เลือกวิถี  $s, b, c, d, t$  ได้



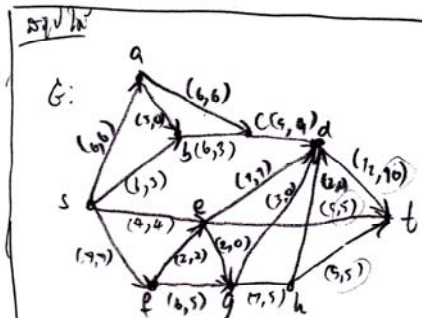
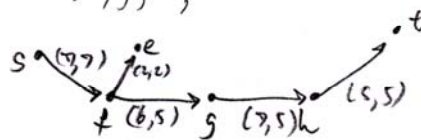
③ เลือกวิถี  $s, e, d, t$



④ เลือกวิถี  $s, e, t$  และ  $s, f, t$



⑤ เลือกวิถี  $s, f, g, h, t$



$\mathcal{P}$ : ได้มีไหลเต็มทุกเส้นในจำนวน  $N$   
คือ 20.

ซึ่งตรงกับเส้นที่ติดกันนี้คือสองวงจำนวน  
คือ 20 โดยที่ส่วนติด

คือ  $\mathcal{P} = \{se, sf, cd\}$

ภาพประกอบ 26 การเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

เฉลยกรณีข้อที่ 1 ในข้อที่ 1) คือถาม

- 1) จำนวนรูป h
- 2) จำนวนรูป d
- 3) จำนวนรูป e

1) คิดเลขจำนวนรูป h จากรูป g ซึ่งคิดโดยการรวมกันของรูป e และ f  
 หรือ ปริมาณมากกว่า 12 รูป g ซึ่งคิดจำนวน 7 รูปบวกต่อรูป  
 12 รูป ซึ่งได้จำนวน h 5 รูปบวกกับรูป

2) คิดเลขจำนวนรูปในกรณีรูป d ค. คือรูป  $a_0, a_1, a_2, a_3$   
 รวมเป็นจำนวน  $1+1+2+3 = 7 > 12$  รูป d  
 $\therefore$  จำนวนรูป d 12 รูปบวกกับรูป

3) คิดเลขจำนวนรูปในกรณี e มาจากรูป  $a_0, a_1, a_2, a_3$   
 รวมเป็นจำนวน  $4+2=6 > 12$  รูป e  
 $\therefore$  จำนวนรูป e 5 รูปบวกกับรูป

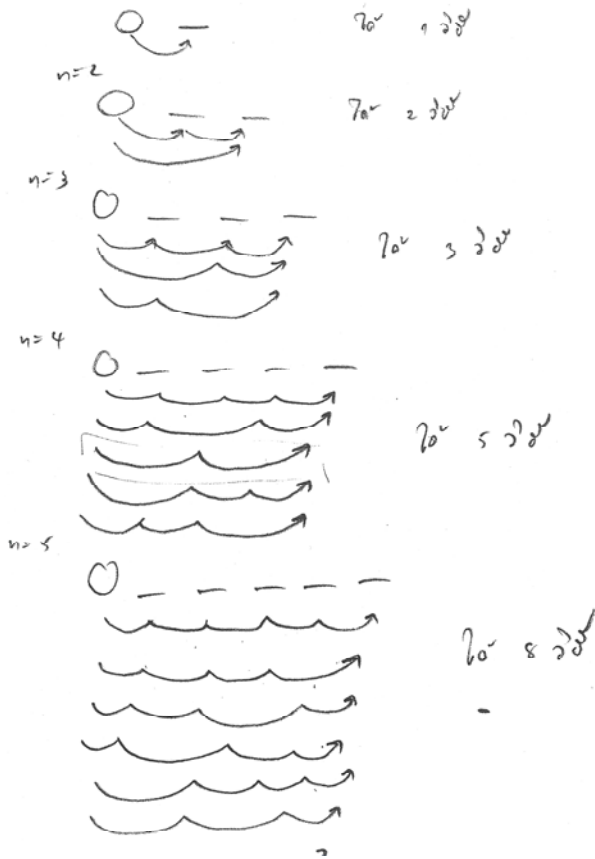
$\therefore$  คิดรูปอื่นที่รวมกันมากกว่า  $5+5+12=22$  รูปบวกกับรูป

เฉลยส่วนต่อของรูปคือ  $H_0, E_1, H_2$

ภาพประกอบ 27 การนำขั้นตอนวิธีที่เคยเรียนมาใช้แต่ขาดความเข้าใจและบกพร่องบางประการ

ตัวอย่างผลงานจากแบบรายงานผลการปฏิบัติงาน

วิธีที่ 1. จากสถานการณ์ดังกล่าวข้างต้น เมื่อกำหนดให้  $n$  แทนจำนวนชั้นบันได จงแสดงวิธีการหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันในการกระโดดขึ้นบันไดของลูกแมว เมื่อ  $n = 1, 2, 3, 4$  และ  $5$



ภาพประกอบ 28 การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ยังมีความบกพร่องหรือไม่เหมาะสมบางประการ

(การค้นหาคำตอบ พร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน)

4. นักเรียนมีวิธีการในการยืนยันความถูกต้องของของข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์หรือไม่  
อย่างไร

ถ้า  $d = (d_2 - 1, d_3 - 1, \dots, d_{n+1} - 1, d_{n+2}, \dots, d_n)$  เป็นลำดับตั้งที่เรียงกัน

แล้ว  $\mathcal{D} = (d_1, d_2, d_3, \dots, d_n)$  เป็นลำดับเรียงกัน

โดยที่ ถ้าให้  $G$  เป็นกราฟ  $G$  สัมพันธ์กับลำดับเรียงกัน  $d$

(เลข ลำดับเรียงกัน  $H$ )

ใน  $G$  ที่มีจุดยอด  $a$  ให้  $\mathcal{D}$  เป็นลำดับเรียงกันในกราฟ  $G$   
แล้ว ลำดับเรียงกันจุดยอด  $a$  รับจุดยอดอื่น ๆ ในกราฟ

แล้วจะพบว่า ลำดับเรียงจุดยอด  $a$  ของ  $G$  จะมากกว่า จำนวนจุดยอดในกราฟ  $G$

นั่นคือ  $a \leq |V(G)|$

และ จะพบว่า  $d(a) = d_1$  ลำดับเมื่อ  $a \geq d_2 - 1 = \Delta(G)$

นั่นคือ  $\Delta(G) = d_2 - 1 < d(a) \leq |V(G)|$


ภาพประกอบ 29 การขาดความรอบคอบหรือบกพร่องบางประการในการตรวจสอบ  
ความถูกต้องของขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา

(การทำท้ความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์และระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล)

1. หลังจากนักเรียนพิจารณารูปและสมการแล้ว จงเขียนอธิบายเกี่ยวกับรูปและสมการดังกล่าว


1.1 รายละเอียดของรูป

รูปสี่เหลี่ยมจัรเหลี่ยมด้านขนาน

รูปที่ 1 : รูปรูป 3 เหลี่ยมด้านเท่า รูปสี่เหลี่ยม 1 ตารางหน่วย ดังนี้ 

รูปที่ 2 : หินดอ (ด้านของรูป) 3 เหลี่ยมด้านเท่าที่ใส่จากขั้นที่ 1

รูปวงรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่ใส่ด้านหนึ่งเป็นส่วนของเส้นตรงที่ในรูป 2 รูป รูปวงด้านของรูป 3 เหลี่ยมด้านเท่าที่ใส่จากขั้นที่ 1 ออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆกัน 12-รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่สร้างจึงมีด้านยาวได้เท่ากับรูป 3 เหลี่ยมด้านเท่าที่ใส่จากขั้นที่ 1

ดังนั้น รูปที่ใส่จากขั้นที่ 2 9-รูปวงรูป 3-4 เหลี่ยมด้านเท่า ดังนี้ 

รูปที่ k : หินดอ (ด้านของรูป)  $3 \cdot 4^{k-2}$  เหลี่ยมด้านเท่าที่ใส่จากขั้นที่ k-1

รูปวงรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่ใส่ด้านหนึ่งเป็นส่วนของเส้นตรงที่ในรูป 2 รูป รูปวงด้านของรูป  $3 \cdot 4^{k-2}$  เหลี่ยมด้านเท่าที่ใส่จากขั้นที่ k-1 ออกเป็น 3 ส่วนเท่าๆกัน 12-รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่สร้างจึงมีด้านยาวได้เท่ากับรูป  $3 \cdot 4^{k-2}$  เหลี่ยมด้านเท่าที่ใส่จากขั้นที่ k-1 ดังนั้น รูปที่ใส่จากขั้นที่ k 9-รูปวงรูป  $3 \cdot 4^{k-2} \cdot 4 = 3 \cdot 4^{k-1}$  เหลี่ยมด้านเท่า รูปวงจึงรวมเป็น k รูป ที่  $3 \cdot 4^{k-1}$

1.2 รายละเอียดของสมการ

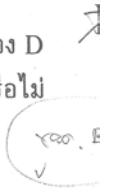
หิทยลสมการ พบว่ารวมวงเพื่อไปใส่ในรูปดังนี้

$$1 + \sum_{i=2}^{\infty} 3 \cdot 4^{i-2} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{i-1} = \frac{8}{5}$$

ภาพประกอบ 30 การแสดงการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาได้อย่างดีเยี่ยม

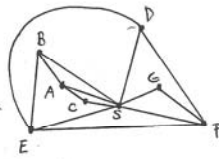
4. แต่เนื่องจากมีแหล่งอ้างอิงอื่นที่ระบุว่า ห้องลับดังกล่าวไม่มีประตูที่กั้นระหว่างห้อง B และห้อง D ถ้าข้อมูลนี้ถูกต้อง นักเรียนคิดว่าทีมนักล่าสมบัติจะสามารถปฏิบัติการจนบรรลุผลสำเร็จหรือไม่ เพราะเหตุใด

ได้ เพราะมีเส้นทางจากห้อง B ไป A, C, S, E, B, S, G, F, S, D, F, E, D



5. ทีมนักล่าสมบัติได้ข้อมูลเพิ่มเติมอีกว่า จากแผนผังในกราฟ H นั้น ห้อง A มีประตูเปิดออกสู่ภายนอกอีก 1 ประตู หากเป็นกรณีเช่นนี้ นักเรียนคิดว่าทีมนักล่าสมบัติจะสามารถปฏิบัติการจนบรรลุผลสำเร็จหรือไม่ เพราะเหตุใด

ไม่ได้ เพราะ



จากข้อความดังกล่าวที่ปฏิบัติการแล้ว  
 จะใช้ห้อง B และห้อง C เพื่อที่จะ  
 เข้าห้อง D ได้  
 จากจุดเริ่มต้นไปจุดสุดท้าย  
 หากจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน  
 จะใช้ห้อง B และห้อง C เป็นจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย  
 จะใช้ห้อง B และห้อง C เป็นจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย  
 จะใช้ห้อง B และห้อง C เป็นจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย

6. หากมีบางแหล่งข้อมูลระบุว่า มีประตูที่กั้นระหว่างห้อง E และ G เพิ่มอีก 1 ประตู นักเรียนคิดว่าทีมนักล่าสมบัติจะสามารถปฏิบัติการจนบรรลุผลสำเร็จหรือไม่ เพราะเหตุใด

ได้ เพราะมีเส้นทางจากห้อง E ไป B, A, C, S, B, D, E, S, G, E, F, S, D, F, G

7. จากข้อมูลในข้อ 4, 5 และ 6 นักเรียนคิดว่าจำนวนประตูที่กั้นระหว่างแต่ละห้อง ในแต่ละข้อสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร

- ข้อ 4. มีประตูคือ ๕ ประตู
- ข้อ 5. มีประตูคือ ๖ ประตู
- ข้อ 6. มีประตูคือ ๕ ประตู

**(การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา การหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์)**

8. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลดังกล่าวข้างต้น นักเรียนสามารถคาดการณ์ หรือสร้างข้อสรุปได้หรือไม่ว่า เงื่อนไขที่เพียงพอที่จะทำให้ ทีมนักล่าสมบัติจะสามารถปฏิบัติการได้สำเร็จคือเงื่อนไขใด

เงื่อนไขคือ ๐ หรือ ๑ ประตู

ภาพประกอบ 31 การบกพร่องในการเขียนแสดงรายละเอียดนำไปสู่การสร้างข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ที่ไม่ถูกต้อง

(การค้นหาคำตอบ พร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน)

11. นักเรียนมีแนวคิด ขั้นตอน หรือวิธีการในการยืนยันความถูกต้องของข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์หรือไม่ อย่างไร

ให้  $H$  เป็นสับเซตแท้ของ  $G$  ที่ได้มาจากวงกลมที่ขนาด  $1-8$

กำหนด  $x$  เป็นจุดอยู่ใน  $G$

ให้  $x$  เป็นจุดในวงกลมที่  $d_G(v, x)$  ของ  $H$

จึงถือ  $d_H(v, x) = d_G(v, x)$

12. จากการที่นักเรียนเคยศึกษาแนวคิดเกี่ยวกับรัศมี(radius) ของกราฟมาแล้ว นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่าง  $rad(G)$  และ  $rad(H)$  สำหรับกราฟเชื่อมโยง  $G$  และทรีแผ่ทั่ว  $H$  ของกราฟ  $G$  ได้หรือไม่ อย่างไร พร้อมทั้งยืนยันความน่าเชื่อถือของข้อสรุปดังกล่าว

ได้ คือ สับเซตแท้ของ  $H$  ของ  $G$  ทำให้  $rad(G) = rad(H)$

ให้  $v_0 \in V(G)$  ที่ทำให้  $e_G(v_0) = rad(G)$  (\*)

กำหนดจุดเริ่มต้นในทรีแผ่  $H$  ที่จุด  $v_0$

พิจารณาว่ามีจุด  $v_1 \in V(G)$  ที่ทำให้  $e_H(v_1) < e_H(v_0) = e_G(v_0)$

จะได้  $e_G(v_1) < e_H(v_1) < e_G(v_0)$

เกิดข้อขัดแย้ง (\*)

$\therefore e_H(v_1) \geq e_H(v_0), \forall v_1 \in V(G)$

จะได้  $e_H(v_0) = rad(H)$

ภาพประกอบ 32 การเขียนแสดงการประเมินข้อสรุปได้อย่างดีเยี่ยม



(การค้นหาคำตอบ พร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน)

4. นักเรียนมีวิธีการในการยืนยันความถูกต้องของของข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์หรือไม่  
อย่างไร

พิสูจน์ โดยใช้  $m$  เป็นกรณีทั่วไปในกราฟ  $G$  และ  $k$  เป็นเซตของจุดยอดปกติของ  $G$   
โดยที่  $|M|=|K|$  → โดยใช้  $m'$  เป็นกรณีใหญ่สุด,  $k'$  เป็นเซตของจุดยอดปกติเล็กสุดของ  $G$

สมมติ  $m$  ไม่ใช่กรณีใหญ่สุด จะได้ว่า  $|M'| > |M|$

หรือ  $k$  ไม่ใช่เซตของจุดยอดปกติเล็กสุด จะได้ว่า  $|K| > |K'|$

∴ จำนวนกรณี  $m'$  ใหญ่ และเซตของจุดยอดปกติ  $k'$  ใหญ่  $|M'| > |K'|$

โดย  $|K| > |M|$

เกิดข้อขัดแย้ง

∴  $M$  เป็นกรณีใหญ่สุด และ  $K$  เป็นเซตของจุดยอดปกติเล็กสุด

พิสูจน์ (โดย)

ภาพประกอบ 33 การเขียนแสดงการประเมินข้อสรุปโดยไม่สมเหตุสมผล

(การค้นหาคำตอบ พร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน)

6. นักเรียนมีวิธีการยืนยันความสัมพันธ์ดังกล่าวอย่างไร

ให้  $a_n$  แทนจำนวนวิธีที่จะถอดกระโดดขึ้นบันได  $n$  ขั้น ถ้าข้อทุกจำนวน  $n$

ใช้ว่า  $a_1=1; a_2=2$

ผล  $n \geq 3$

พิจารณาใช้กระโดดขึ้นบันได  $n$  ขั้น ซึ่งสามารถแบ่งได้ 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 กรณีที่ 1 กระโดดขึ้นบันได 1 ขั้น

แสดงว่า กรณีที่หนึ่ง จะกระโดดกระโดดขึ้นบันได  $n-1$  ขั้น ซึ่งทำได้  $a_{n-1}$  วิธี

กรณีที่ 2 กรณีที่ 2 กระโดดขึ้นบันได 2 ขั้น

แสดงว่า กรณีที่สอง จะกระโดดกระโดดขึ้นบันได  $n-2$  ขั้น ซึ่งทำได้  $a_{n-2}$  วิธี

ดังนั้น 2 กรณีรวมกันได้  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  สำหรับทุกจำนวน  $n$  ที่  $n \geq 3$

นั่นคือ  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  สำหรับทุกจำนวน  $n$  ที่  $n \geq 3$  โดยที่  $a_1=1$  และ  $a_2=2$

7. หากยอมรับได้ว่า ความสัมพันธ์ในข้อ 6 มีความน่าเชื่อถือได้ให้นักเรียนสังเกตจำนวนวิธีที่แตกต่างกันในการกระโดดขึ้นบันไดที่มีจำนวนขั้นตั้งแต่ 1 ขั้น ถึง 12 ขั้น แล้วลองคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของของจำนวนวิธีที่แตกต่างกันในการกระโดดขึ้นบันไดที่มีจำนวนขั้นเป็นจำนวนคี่ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร พร้อมทั้งแสดงวิธีการในการยืนยันความสัมพันธ์นั้น

$a_1=1, a_2=2, a_3=3, a_4=5, a_5=8, a_6=13, a_7=21, a_8=34, a_9=55, a_{10}=89, a_{11}=144, a_{12}=233$

ให้  $t_n = a_{2n-1} + a_{2n-3} + \dots + a_{2n-1}$  สำหรับจำนวน  $n$

ข้อความคาดการณ์  $(t_1 + \dots + t_{n-1}) + t_n + t_1 = t_{n+1}$  สำหรับทุกจำนวน  $n$

บทพิสูจน์ พิสูจน์ว่า  $a_{2k} - a_{2k-2} = a_{2k-1}$

$$a_{2k-2} - a_{2k-4} = a_{2k-3}$$

$\vdots$

$$a_4 - a_2 = a_3$$

รวมสมการข้อกล่าวหาทั้งหมดทั้งสองข้าง ใช้ว่า  $a_{2k-1} = a_1 + a_3 + \dots + a_{2k-1} = t_k$  สำหรับจำนวน  $k \geq 2$

พิจารณา  $a_{2-1} - 1 = 1 = a_1 = a_{2-1} = t_1$

สรุปได้ว่า  $a_{2k-1} = t_k$  สำหรับจำนวน  $k$  (๕)

พิจารณา  $a_{2s+1} - a_{2s-1} = a_{2s}$

$$a_{2s-1} - a_{2s-3} = a_{2s-2}$$

$\vdots$

$$a_3 - a_1 = a_2$$

รวมสมการข้อกล่าวหาทั้งสองข้าง ใช้ว่า  $a_{2s+1} - 1 = a_2 + \dots + a_{2s}$  สำหรับจำนวน  $s$  (๕)

ภาพประกอบ 34 การขยายปัญหาเดิมให้เป็นปัญหาที่น่าสนใจหรือเป็นกรณีทั่วไปมากยิ่งขึ้น

ประวัติย่อผู้วิจัย

## ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวจงกล ทำสวน
วัน เดือน ปีเกิด	18 ตุลาคม 2520
สถานที่เกิด	อำเภอสุวรรณภูมิ จังหวัดร้อยเอ็ด
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	372 ถนนประชาสงเคราะห์ แขวงดินแดง เขตดินแดง กรุงเทพมหานคร 10400
ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน	อาจารย์ A-5 ระดับ 4
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตร การสอนและเทคโนโลยีการศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2533	ประถมศึกษา จาก โรงเรียนกระดังทอง จังหวัดร้อยเอ็ด
พ.ศ. 2536	มัธยมศึกษาตอนต้น จาก โรงเรียนสุวรรณภูมิ จังหวัดร้อยเอ็ด
พ.ศ. 2539	มัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย จังหวัดร้อยเอ็ด
พ.ศ. 2543	วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2546	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2553	การศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ